

SPIS TREŚCI

	Str.
1. Tadeusz Rodacki - Układy regulacji prądu w tyrystorowych zasilaczach odbiorników łukowych	7
2. Zbigniew Mantorski, Tadeusz Rodacki - Tyrystorowy regulator napięcia przemiennego z dławikiem	29
3. Krzysztof Krykowski - Pewne analogie pomiędzy układami prostowniczymi z pętlą synchronizacji fazowej, a układami prostowniczymi sterowanymi przez poziomowanie napięciem synchronizującym	39
4. Marian Kalus, Tadeusz Skoczkowski - Zastosowanie modelu matematycznego do optymalizacji procesu nagrzewania indukcyjnego rur.....	49
5. Edward Wilczyński - Zastosowanie metody równań całkowych do wyznaczania parametrów elektromagnetycznych układu cewka - wałec przewodzący	65
6. Stefan Paszek, Maciej Siwczyński - Zastosowanie czasowo zmiennej transformacji do wyznaczania stanów nieustalonych elektromagnetycznych zmiennych stanu w niesymetrycznie obciążonej maszynie synchronicznej	81
7. Witold Horst - O pewnym sposobie wyznaczania stacjonarnego rozkładu temperatury w torach prądowych skokowo niejednorodnych ..	97
8. Witold Horst - Przesuwanie źródeł prądu w linii długiej RG i wykorzystanie tej procedury w modelowaniu zjawisk w układach jednowymiarowych	109
9. Krzysztof Kluszczyński - Metoda 4 fazowych składowych symetrycznych w analizie i komputerowo wspomaganym projektowaniu jednofazowych silników z pomocniczym uzwojeniem zwartym	117
10. Krzysztof Kluszczyński, Roman Miksiewicz - Zastosowanie metody 2 i 4 fazowych składowych symetrycznych do analizy i projektowania jednofazowych silników z kondensatorem pracy	129

СОДЕРЖАНИЕ

	Стр.
1. Тадеуш Родацки - Системы регулирования тока в тиристорных источниках питания дуговых приёмников	7
2. Збигнев Манторски, Тадеуш Родацки - Тиристорный регулятор переменного напряжения с реактором	9
3. Кшиштоф Крыковски - Определённые аналогии между выпрямительными системами с петлей фазной синхронизации и выпрямительными системами управляемыми при помощи сравнения синхронизирующего напряжения	39
4. Марьян Калус, Тадеуш Скочовски - Применение математической модели для оптимизации индукционного нагрева труб	49
5. Эдвард Вильчынски - Применение метода интегральных уравнений для определения электромагнитных параметров системы катушка - проводящий блок	65
6. Стефан Пашек, Мицисл Сивчиньски - Применение временно-переменного преобразования к определению переходных режимов электромагнитных величин и несимметрично нагруженной синхронной машине ..	81
7. Витольд Хорст - Об одном способе определения стационарного распределения температуры в скачкообразно - неоднородных токопроводах	97
8. Витольд Хорст - Перемещение источников тока вдоль длинной линии RG и использование этой процедуры в моделировании явлений в одномерных системах	109
9. Кшиштоф Ключчиньски - Метод 4-фазных симметричных составляющих в анализе и проектировании с помощью вычислительной машины однофазных двигателей со вспомогательной короткозамкнутой обмоткой	117
10. Кшиштоф Ключчиньски - Применение метода 2- и 4- фазных симметрических составляющих в анализе и проектировании однофазных конденсаторных двигателей	129

CONTENTS

	Page
1. Tadeusz Rodacki - Current control circuits in the arc supply thyristor systems	7
2. Zbigniew Mantorski, Tadeusz Rodacki - Thyristor voltage controller with reactor	29
3. Krzysztof Krykowski - Some analogies between rectifier systems with phase locked loop and the ones controlled with comparison of reference voltage	39
4. Marian Kalus, Tadeusz Skoczowski - The application of the mathematical model to optimization of the pipe induction heating process	49
5. Edward Wilczyński - Application of the integral equation method to defining electromagnetic parameters of coil-conductive cylinder system	65
6. Stefan Paszek, Maciej Siwczyński - The use of time varying transform for determination of the transient states of the electromagnetic state variables in the asymmetrically loaded synchronous machine	81
7. Witold Horst - On a method of calculating the stationary temperature distribution in bus-bar elements with parameters of jumping heterogeneity	97
8. Witold Horst - Displacement of current sources in RG-transmission lines and its application to modeling phenomena in one-dimensional systems	109
9. Krzysztof Kluszczyński - 4 phase symmetrical components in analysis and computer aided design of single-phase shaded-pole motors	117
10. Krzysztof Kluszczyński, Roman Miksiewicz - Application of 2-and 4-phase symmetrical components to analysis and design of single-phase capacitor motors	129

Tadeusz RODACKI

UKŁADY REGULACJI PRĄDU W TYRYSTOROWYCH ZASILACZACH ODBIORNIKÓW ŁUKOWYCH

Streszczenie. W artykule przedstawiono możliwości stabilizacji prądu odbiorników łukowych zasilanych z układów tyrystorowych przez zastosowanie regulatorów elektronicznych. Opisano ważniejsze możliwe do zastosowania struktury układów regulacji: układy z regulatorem prądu typu PI i PID, układy z dodatkowym regulatorem napięcia, układy inwariantne, układy adaptacyjne. Przeprowadzono analizę tych układów i określono warunki stabilnej pracy. Podano zasady doboru optymalnych nastaw regulatorów oraz określono wpływ parametrów obwodów elektrycznych na proces regulacji prądu. Zamieszczone w pracy wnioski mogą być przydatne przy projektowaniu i realizacji tyrystorowych układów zasilania odbiorników łukowych.

1. Wstęp

W urzędzeniach, w których wykorzystywany jest łuk elektryczny, od wielu lat stosowane były klasyczne już układy zasilania łuku takie jak:

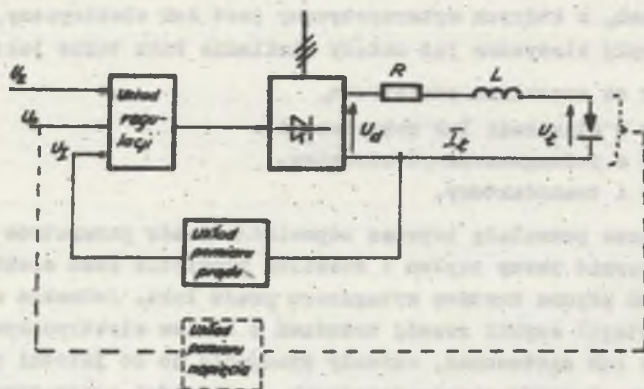
- transformator ze szczeliną powietrzną,
- transformator z dławikami lub rezystorami,
- transformator z podmagnesowanym rdzeniem,
- transformator i transduktory.

Takie zasilacze pozwalały poprzez odpowiedni dobór parametrów i połączeń układu zapewnić pewny zapłon i stabilne płonienie łuku elektrycznego oraz szkodową lub płynną nastawę wymaganego prądu łuku. Jednakże w ostatnich latach nastąpił szybki rozwój urządzeń z łukiem elektrycznym, zwiększył się zakres ich zastosowań, wzrosły wymagania co do jakości procesu technologicznego, kosztów eksploatacyjnych, możliwości automatyzacji pracy. Dlatego też w wielu krajach prowadzone są intensywne badania nad opracowaniem nowoczesnego układu zasilania łuku elektrycznego, tzn. takiego, który spełnia wymagania zapewniające stabilne płonienie łuku, pozwala na płynną nastawę prądu łuku w szerokim zakresie i jego stabilizację z dużą dokładnością (poniżej 1%) oraz posiada wysoki współczynnik sprawności. Takie wymagania w chwili obecnej najlepiej spełniają przekształtniki tyrystorowe pracujące w różnych układach połączeń: z mostkami tyrystorowymi po wtórnej stronie transformatora lub też z tyrystorowymi sterownikami napięcia przesmiennego na pierwotnej stronie transformatora [1]. Aby zapewnić poprawną pracę w całym zakresie i spełnienie żądanych wymagań, przekształtniki tyrystorowe muszą być wyposażone w elektroniczny układ regu-

lacji, którego zadaniem będzie głównie odpowiednie ukształtowanie charakterystyki zewnętrznej, rozszerzenie zakresu regulacji prądu, zwiększenie dokładności regulacji prądu, poprawa dynamiki i ograniczenie przeregulowań prądu w stanach przejściowych. Dlatego też bardzo ważnym zagadnieniem jest wybór odpowiedniej struktury układu regulacji i określenie optymalnych nastaw regulatorów w zależności od parametrów odbiornika łukowego, obiektu o silnie nieliniowej i niejednoznacznej charakterystyce prądowo-napięciowej. Zagadnienie to nie jest kompleksowo rozpracowane w dostępnej literaturze; nieliczne publikacje na ten temat dotyczą tylko wycinków tego szerokiego problemu. W niniejszej pracy przedstawiono ważniejsze możliwe do zastosowania struktury układów regulacji prądu łuku oraz w sposób syntetyczny określono warunki stabilności dynamicznej układu i zasady doboru optymalnych nastaw regulatorów.

2. Układy regulacji z regulatorem typu PI lub PID

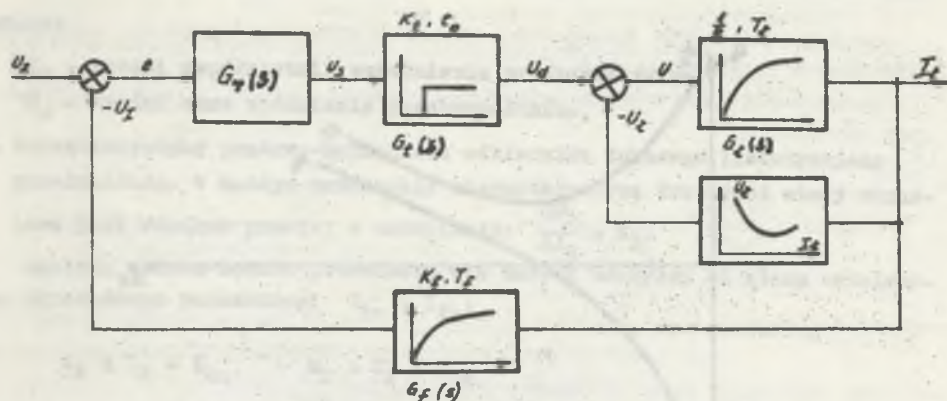
Wszystkie tyrystorowe układy zasilania łuku elektrycznego można sprowadzić do jednego uproszczonego schematu blokowego, który przedstawiono na rys. 1.



Rys. 1. Uproszczony schemat tyrystorowego układu zasilania odbiorników łukowych

Fig. 1. Simplified arc supplying thyristor system circuit

W obwodzie łuku znajduje się indukcyjność zastępcza L równa sumie indukcyjności włączonych w obwód łuku i indukcyjności układu zasilania sprowadzonych na stronę prądu stałego oraz rezystancja zastępcza R równa rezystancji obwodu łuku i układu zasilania. Stała czasowa obwodu łuku $\tau_2 = \frac{L}{R}$ jest znacznie większa od termicznej stałej czasowej łuku (50-150 s) [3]. Zwiększenie indukcyjności w obwodzie łuku wpływa korzystnie, zwiększa



Rys. 2. Schemat blokowy układu z jednym regulatorem prądu
 Fig. 2. Block diagram of the system with single current controller

się stała czasowa obwodu łuku, prąd jest bardziej wygładzony, co z kolei pozwala zmniejszyć stałą czasową w układzie pomiaru prądu.

Na rys. 2 przedstawiono pełny schemat blokowy układu zasilania odbiornika łukowego, w którym zastosowano najprostszą strukturę układu regulacji z jednym regulatorem prądu typu PI lub PID o transmitancji $G_r(s)$.

Odbiornik łukowy określony jest transmitancją obwodu łuku w postaci:

$$G_2(s) = \frac{1}{R(1 + sT_2)} \quad (1)$$

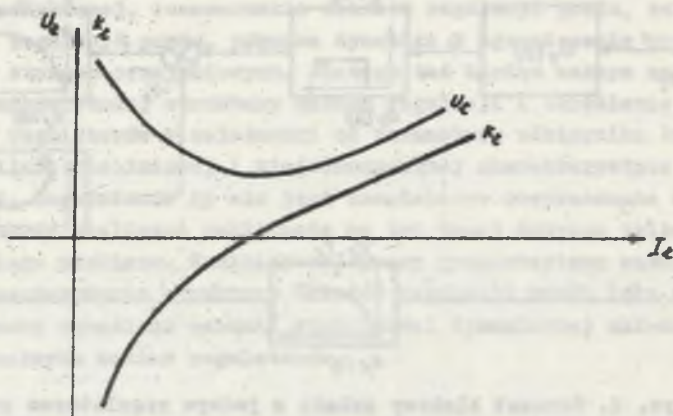
oraz nieliniowa charakterystyka napięciowo-prądowa przedstawiona na rys. 3. Z charakterystyki tej można określić dynamiczny współczynnik wzmocnienia łuku $K_2 = \frac{dU_2}{dI_2}$, który jest zależny od wielu czynników, głównie od wartości prądu łuku i jego długości $K_2 = f(I_2, l_2)$. Jak wynika z rys. 3, dynamiczny współczynnik wzmocnienia łuku zmienia się nieliniowo w szerokich granicach od wartości ujemnych dla małych prądów do wartości dodatnich dla dużych prądów łuku.

Transmitancja przekształtnika tyrystorowego ma postać:

$$G_t(s) = K_t(U_g) e^{-st_0} \quad (2)$$

gdzie:

- $K_t(U_g)$ - wzmocnienie przekształtnika,
- t_0 - czas opóźnienia wprowadzony przez przekształtnik zależny od typu zastosowanego przekształtnika tyrystorowego i sposobu realizacji układu sterowania pracą tyrystorów.



Rys. 3. Charakterystyka prądowo-napięciowa odbiornika żukowego
Fig. 3. Arc current-voltage characteristics

Wielkość regulowana I_2 jest mierzona przez układ pomiaru prądu o transmitancji:

$$G_2(s) = \frac{K_2}{1+sT_2} \quad (3)$$

Przedstawiona na rys 2. struktura rzeczywistego układu zasilania i regulacji posiada elementy nieliniowe i o zmiennych w czasie parametrach. Charakterystyka prądowo-napięciowa odbiornika żukowego jest silnie nieliniowa o nachyleniu zależnym od punktu pracy i zmienia swoje położenie pod wpływem wielu zakłóceń zewnętrznych. Indukcyjności w obwodzie żuku zależne są także od wartości prądu, rezystancja również nie jest stała, lecz zależy od przewodzonego prądu i temperatury. Przekształtnik tyrystorowy wnosi do układu rzeczywiste zmienne opóźnienia czasowe t_0 , a jego współczynnik wzmocnienia zależy od nachylenia charakterystyki sterowania. Jak stąd wynika, przedstawiony układ jest układem silnie nieliniowym i niestacjonarnym, dlatego też problem analizy i optymalizacji parametrów jest tutaj zagadnieniem bardzo złożonym. Znaczne uproszczenie rozważań uzyskujemy wprowadzając następujące założenia:

- przyjmuje się stałość indukcyjności L i rezystancji R w obwodzie żuku,
- transmitancję przekształtnika tyrystorowego upraszczamy do elementu inercyjnego pierwszego rzędu:

$$G_2(s) = \frac{K_2}{1+sT_0} \quad (4)$$

gdzie:

K_t - średni współczynnik wzmocnienia przekształtnika,

T_0 - średni czas opóźnienia przekształtnika,

- charakterystykę prądowo-napięciową odbiornika łukowego linearyzujemy przedziałami. W każdym przedziale charakterystyka łuku jest wtedy określona jako odcinek prostej o nachyleniu: $\frac{\Delta U_z}{\Delta I_z} = K_z$.

Analiza układu będzie prowadzona dla małych odchyień od stanu ustalonego określonego parametrami U_{zu} i I_{zu} :

$$i_z = I_z - I_{zu}, \quad u_z = U_z - U_{zu}$$

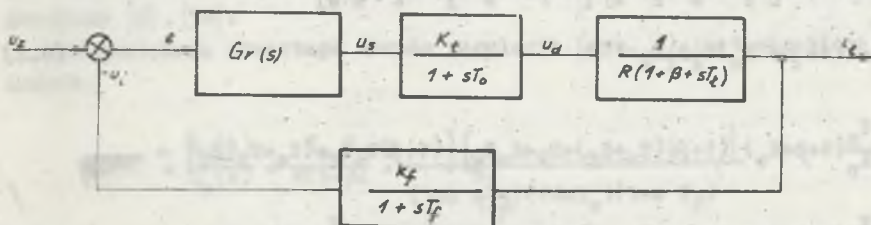
gdzie u_z i i_z są wartościami odchyień napięcia i prądu od stanu ustalonego mieszczących się w przedziale linearyzacji.

Można teraz transmitancję odbiornika przedstawić w postaci:

$$G_z(s) = \frac{i_z(s)}{u_d(s)} = \frac{R(1+sT_z)}{1 + \frac{1}{R(1+sT_z)}K_z} = \frac{1}{R(1+\beta + sT_z)} \quad (5)$$

gdzie $\beta = \frac{K_z}{R}$ określa nachylenie charakterystyki odbiornika łukowego w analizowanym przedziale.

Opierając się na powyższych założeniach dla małych odchyień od stanu ustalonego, schemat blokowy układu można przedstawić w sposób pokazany na rys. 4.



Rys. 4. Schemat blokowy układu dla małych odchyień od stanu ustalonego
Fig. 4. System block diagram for small deviations from steady state

W przypadku zastosowania regulatora prądu:

typu PI - $G_x(s) = K_x \left(1 + \frac{1}{sT_0} \right)$ (6)

typu PID - $G_x(s) = K_x \left(1 + \frac{1}{sT_0} + sT_w \right)$. (7)

Analizę stabilności dynamicznej przeprowadzono dla przypadku bardziej złożonego z regulatorem typu PID.

Transmitancja operatorowa zamkniętego układu regulacji jest wtedy opisana równaniem:

$$G(s) = \frac{1_z(s)}{u_z(s)} = \frac{\frac{1}{K_f}(1+sT_o+s^2T_oT_w)(1+sT_f)}{s^4 \frac{T_o}{K_o} T_2 T_f T_o + s^3 \frac{T_o}{K_o} [(1+\beta)T_o T_f + (T_o+T_f)T_2] + s^2 \frac{T_o}{K_o} [(1+\beta)(T_o+T_f)+T_2+K_o T_w] + s \frac{T_o}{K_o} (1+\beta+K_o) + 1} \quad (8)$$

gdzie:

$$K_o = \frac{K_r K_t K_f}{K} - \text{wzmocnienie w układzie otwartym.}$$

Określając warunki stabilności układu z kryterium Hurwitza dla równania (8) otrzymujemy:

$$1 + \beta + K_o > 0 \quad (9.1)$$

$$(1 + \beta)(T_o + T_f) + T_2 + K_o T_w > 0 \quad (9.2)$$

$$(1 + \beta)T_o T_f + (T_o + T_f)T_2 > 0 \quad (9.3)$$

$$\begin{aligned} & [(1+\beta)T_o T_f + (T_o + T_f)T_2] [(1+\beta)(T_o + T_f) + T_2 + K_o T_w] - \\ & - (1 + \beta + K_o)T_2 T_f T_o > 0 \end{aligned} \quad (9.4)$$

$$\begin{aligned} & \frac{T_o}{K_o}(1+\beta+K_o) [(1+\beta)(T_o + T_f) + T_2 + K_o T_w] [(1+\beta)T_o T_f + (T_o + T_f)T_2] - \\ & - \frac{T_o}{K_o} T_2 T_f T_o (1+\beta+K_o)^2 - [(1+\beta)T_o T_f + (T_o + T_f)T_2]^2 > 0. \end{aligned} \quad (9.5)$$

Warunek (9.1) określa minimalne ładanie dla wzmocnienia regulatora:

$$K_o > - (1 + \beta) \frac{R}{K_f T_f} \quad (10)$$

Warunki (9.2) i (9.3) określają minimalne wymagania w odniesieniu do wartości stałej czasowej filtra w układzie pomiaru prądu:

$$T_f > - \frac{T_z + K_o T_w}{(1 + \beta)} - T_o \quad (11)$$

$$T_f > - \frac{1}{\frac{1}{T_z} + \frac{1}{T_o}}$$

Jeżeli stała czasowa filtra T_f jest narzucona, to warunki (11) określają wymagania dotyczące stałej czasowej obwodu łuku T_z .

W warunkach (9.4) i (9.5) tkwią warunki poprzednie oraz zalecenia dotyczące stałej czasowej regulatora T_o .

Z warunków (9.1)-(9.5) można określić wartość stałych czasowych i współczynnika wzmocnienia regulatora, wartość stałej czasowej filtra tak, aby dla danego β zapewnić stabilność układu regulacji. Otrzymane zależności upraszczają się, jeżeli zamiast regulatora typu PID zastosujemy regulator typu PI (tzn. $T_w = 0$).

Porównując jednak wyniki rozważań z obydwoimi typami regulatorów można stwierdzić, że zastosowanie regulatora typu PID zamiast PI pozwala zwiększyć zakres regulacji prądu łuku w stronę małych wartości prądu przez odpowiedni dobór stałej czasowej T_w .

Aby zapewnić możliwie krótki czas trwania przebiegów przejściowych i nie pozwolić na niedopuszczalne oscylacje prądu łuku przy szerokim zakresie regulacji i minimalnej indukcyjności zastępczej w obwodzie łuku, należy nastawy regulatora dobrać wg odpowiedniego kryterium optymalizującego. Przy poczynionych założeniach możliwe jest zastosowanie kryterium Kesslera [5], [10].

Transmitancja otwartego obwodu regulacji (rys. 4) jest określona zależnością:

$$G_o(s) = \frac{u_T(s)}{u_B(s)} = \frac{K_t K_f}{R(1+\beta)} \cdot \frac{1}{(1+s \frac{T_z}{1+\beta})(1+s T_o)(1+s T_f)} \quad (12)$$

Gdy oznaczy się $T_o + T_f = T_o$ - (mała stała czasowa) wzór (12) na podstawie kryterium optimum modułu Kesslera [4], [5], otrzymuje się nastawy regulatora PI o transmitancji (6):

dla przypadku $\frac{T_2}{1+\beta} = T_G$:

$$K_R = \frac{R(1+\beta)}{2K_t K_I} \left[\frac{T_2}{(1+\beta)T_G} + \frac{(1+\beta)T_G}{T_2} \right] \quad (13)$$

$$T_0 = \frac{T_2}{1+\beta} + \frac{T_G}{1 + \frac{T_2}{(1+\beta)T_G}}$$

dla przypadku $\frac{T_2}{1+\beta} \gg T_G$

$$K_R = \frac{R T_2}{2K_t K_I T_G}, \quad T_0 = \frac{T_2}{1+\beta}. \quad (14)$$

Przebieg odpowiedzi na skok wymuszenia dla tak określonych nastaw regulatora posiada przeregulowanie rzędu 4%, czas narastania wynosi 4,7 T_G , a czas regulacji z dokładnością $\pm 2\%$ wynosi 8,4 T_G . Natomiast odpowiedź układu na skokową zmianę wielkości zakłócających jest w przypadku takiej optymalizacji niekorzystna, gdyż czas regulacji wynosi 3 T_0 .

Optymalizację odpowiedzi na skokowe zmiany wielkości zakłócającej uzyskamy dobierając nastawy regulatora PI z kryterium symetrycznego optimum Kesslera [4].

Jeśli dla transmitancji (12) spełniony jest warunek $\frac{T_2}{1+\beta} > T_G$, nastawy regulatora PI wynoszą:

$$K_R = k_1 \frac{RT_2}{2K_t K_I T_G}, \quad T_0 = k_2 4T_G. \quad (15)$$

Współczynniki k_1 i k_2 zależą od stosunku dużej stałej czasowej do małej, co przedstawia wykres na rys. 5 [10].

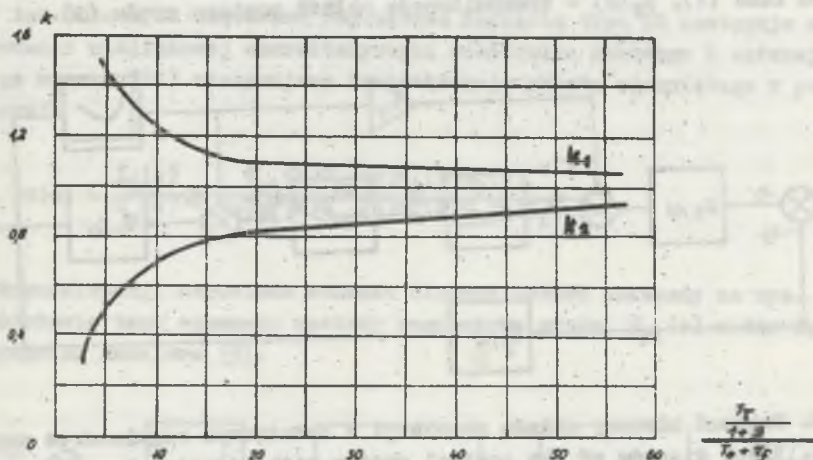
Tego rodzaju optymalizacji towarzyszy duże przeregulowanie (rzędu 40%) przy skokowej zmianie wartości zadanej, które może być jednak ograniczone przez zastosowanie filtra na wejściu wielkości wymuszającej. Stała czasowa tego filtra powinna wynosić: $T = 1,2 T_G$. Odpowiedź na skokową zmianę zakłócenia w przypadku takiej optymalizacji jest bardzo korzystna. Czas regulacji jest teraz kilkakrotnie mniejszy w porównaniu z nastawą wg kryterium modułu.

Jeżeli w transmitancji układu otwartego (12) stałe czasowe $\frac{T_2}{1+\beta}$ i T_I będą takiego samego rzędu, ale wielokrotnie większe od T_0 , najlepiej zastosować regulator typu PID o transmitancji (7). Nastawy tego regulatora można dobrać z kryterium optimum modułowego Kesslera [5]:

$$K_r = \frac{R(1+\beta)}{2K_t K_f T_o} \left[T_f + \frac{T_z}{1+\beta} \right]$$

$$T_o = \frac{T_z}{1+\beta} + T_f \tag{16}$$

$$T_w = \frac{T_z}{T_f^2 + 1 + \beta}$$



Rys. 5. Wykres do wyznaczania współczynników korekcyjnych do obliczeń nastaw regulatora PI z kryterium symetrii.

Fig. 5. Correction coefficient diagram for calculations of the adjustments of the PI controller using optimal symmetry criterion

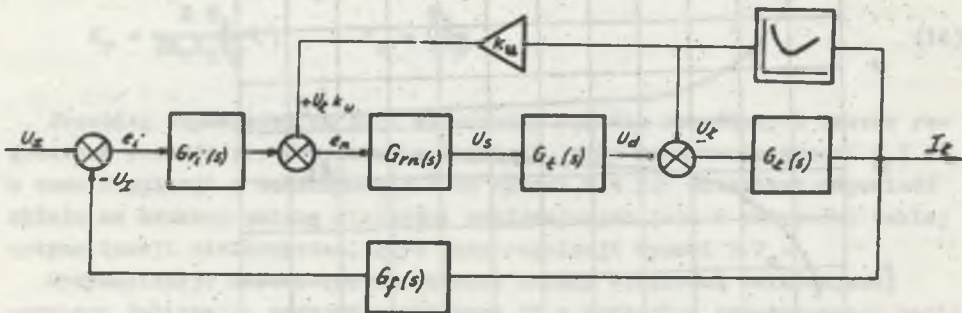
Analizując powyższe zależności na optymalne nastawy regulatorów można wyciągnąć wniosek, że stosowanie układów regulacji z jednym regulatorem prądu typu PI lub PID nie pozwala na uzyskanie optymalnych przebiegów w całym wymaganym zakresie zmian prądu łuku. We wzorach na nastawy optymalne występuje współczynnik β , który jest stały w każdym przedziale linearyzacji charakterystyki łuku, ale zmienia się od wartości ujemnych do dodatnich przy zmianach prądu łuku od $I_{\lambda \text{ min}}$ do $I_{\lambda \text{ max}}$. Dlatego też układ zoptymalizowany dla jednego punktu pracy nie zapewnia optymalnych przebiegów w innym punkcie pracy.

Aby zwiększyć zakres pracy odbiornika łukowego przy optymalnych warunkach, należy zastosować bardziej złożone struktury układu regulacji takie jak:

- układy z regulatorem prądu i regulatorem napięcia łuku,
- układy inwariantne,
- układy z adaptacyjnym regulatorem prądu.

3. Układy regulacji z regulatorem prądu typu PI i regulatorem napięcia

Schemat blokowy układu regulacji z dodatkowym regulatorem napięcia przedstawiono na rys. 6, gdzie oznaczono: $G_{r1}(s)$ - transmitancja regulatora prądu typu PI (6), $G_{rn}(s)$ - transmitancja regulatora napięcia, $G_t(s)$ - transmitancja przekształtnika tyrystorowego (4), $G_2(s)$ - transmitancja obwodu łuku (1), $G_f(s)$ - transmitancja układu pomiaru prądu (3).



Rys. 6. Schemat blokowy układu regulacji z dodatkowym regulatorem napięcia
Fig. 6. Block diagram of the control system with additional voltage controller

Założono bezinercyjne sprzężenie zwrotne od napięcia łuku przez układ pomiaru napięcia o współczynniku wzmocnienia k_u .

Oporając się na rys. 6 można napisać równanie dla prądu I_z :

$$I_z(s) = \left\{ (U_z - I_z G_f(s)) G_{r1}(s) + k_u U_z \right\} G_{rn}(s) G_t(s) - U_z \Big\} G_2(s). \quad (17)$$

Przekształcając równanie (17) otrzymamy:

$$I_z(s) = \frac{G_{r1}(s) G_{rn}(s) G_t(s) G_2(s)}{1 + G_{r1}(s) G_{rn}(s) G_t(s) G_2(s) G_f(s)} U_z(s) + \frac{[k_u G_{rn}(s) G_t(s) - 1] G_2(s)}{1 + G_{r1}(s) G_{rn}(s) G_t(s) G_2(s) G_f(s)} U_z(s) \quad (18)$$

Z równania (18) wynika, że prąd łuku nie zależy od napięcia łuku, jeśli spełniona jest tożsamość:

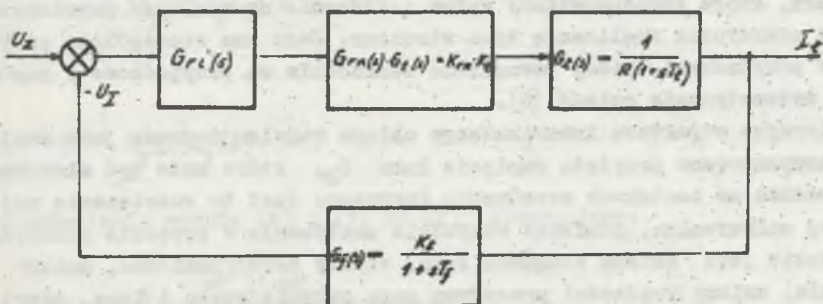
$$k_u G_{rn}(s) G_t(s) - 1 = 0 \quad (19)$$

Spełnienie tej tożsamości jest zależne od struktury i nastaw regulatora napięcia $G_{rn}(s)$. Obliczenia wykazują, że tożsamość (19) spełnia jedynie regulator napięcia typu PD o transmitancji $G_{rn}(s) = K_{rn}(1+pT_{wn})$ o nastawach: $T_{wn} = T_o$ i $K_{rn} = \frac{1}{K_u K_t}$.

Przy tak dobranych nastawach regulatora napięcia typu PD następuje skompensowanie nieliniowej charakterystyki odbiornika łukowego i opierając się na wszerze (18) otrzymujemy transmitancję układu zamkniętego w postaci różnicowej:

$$G(s) = \frac{I_z(s)}{U_z(s)} = \frac{G_{ri}(s) G_{rn}(s) G_t(s) G_z(s)}{1 + G_{ri}(s) G_{rn}(s) G_t(s) G_z(s) G_p(s)} \quad (20)$$

Tej transmitancji odpowiada schemat blokowy układu pokazany na rys. 7. Na podstawie tego schematu nastawy regulatora prądu $G_{ri}(s)$ można dobrać z kryterium Kesslera [5].



Rys. 7. Schemat blokowy układu regulacji z kompensacją charakterystyki odbiornika łukowego

Fig. 7. Block diagram of the control system with arc characteristics compensation

Transmitancja otwartego układu regulacji wynosi:

$$G_o(s) = \frac{U_z(s)}{U_f(s)} = \frac{K_u K_t K_{rn}}{R(1+sT_2)(1+sT_f)} \quad (21)$$

W przypadku $T_2 < 4T_f$ należy dobrać regulator prądu o nastawach:

$$K_{r1} = \frac{RT_2}{2K_t K_f K_m T_f}, \quad T_{oi} = T_2$$

W przypadku $T_2 > 4T_f$ nastawy regulatora można obliczyć:

$$K_{r1} = \frac{RT_2}{2K_t K_f K_m T_f}, \quad T_{ci} = 4T_f$$

Oceniając analizowane w tym punkcie rozwiązanie układu regulacji należy zwrócić uwagę, że w rzeczywistym układzie przekształtnik tyrystorowy wywołuje rzeczywiste zmienne opóźnienie, konieczne więc jest zastosowanie filtra o pewnej stałej czasowej w torze pomiaru napięcia. Dlatego też w układzie rzeczywistym nie uzyskuje się pełnej kompensacji nieliniowości charakterystyki łuku, a określone powyżej nastawy regulatorów nie zapewniają jeszcze optymalnych warunków pracy w całym zakresie regulacji.

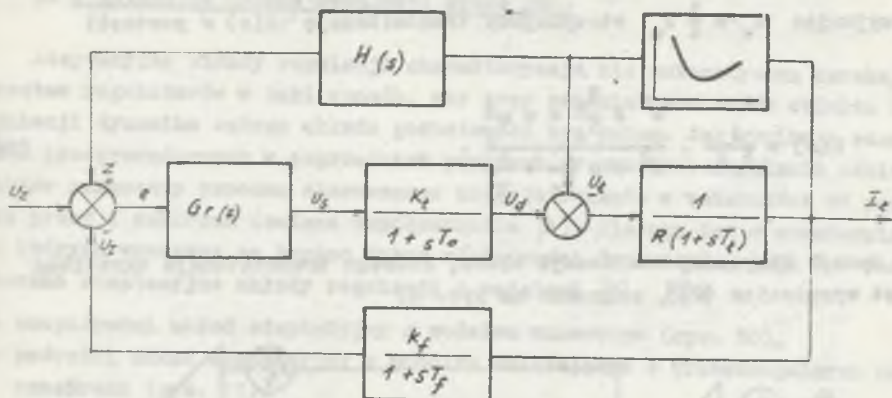
4. Inwariantny układ regulacji prądu łuku

Teoria układów invariantnych zajmuje się zagadnieniem wyboru takiej struktury, która kompensowałaby wpływ zakłócenia na wielkość regulowaną, a także praktyczną realizacją tych struktur. Jest ona szczególnie przydatna w przypadkach, kiedy zewnętrzne zakłócenia są przypadkowe i nie można ich matematycznie opisać [6].

Wybierając strukturę invariantnego układu regulacji prądu jako zakłócenie kompensowane przyjęto napięcie łuku U_2 , które może być mierzone bezpośrednio na zaciskach urządzenia łukowego. Jest to rozwiązanie najbardziej uniwersalne, ponieważ wszystkie zakłócenia w procesie płonienia łuku, takie jak: zmiana długości łuku, efekty aerodynamiczne, zmiany ciśnienia, zmiany prędkości przepływu gazu osłaniającego i inne, odzwierciedlają się natychmiast w zmianie wartości napięcia łuku.

Układ invariantny względem wybranego sygnału zakłócającego nie posiada cech invariantności względem innych sygnałów, a jeśli nie posiada pętli sprzężenia zwrotnego głównego, to względem sygnału zadającego zachowuje się jak układ otwarty. Dlatego też dla poprawienia własności dynamicznych względem sygnału zadającego niezbędne jest wprowadzenie dodatkowego sprzężenia zwrotnego i odpowiednio dobranego regulatora, np. wg kryterium Kesslera.

W proponowanym invariantnym układzie regulacji prądu łuku przedstawionym na rys. 8 zastosowano regulator prądu $G_r(s)$ typu PID o transmittancji (7).



Rys. 8. Schemat blokowy inwariantnego układu regulacji prądu łuku
 Fig. 8. Block diagram of the invariable arc control system

Sygnał zakłócający wprowadzono na wejście regulatora prądu poprzez człon kompensacyjny $H(s)$.

Zgodnie z teorią inwariantności [6] dla schematu blokowego z rys. 8 transmitancję $H(s)$ zapewniającą inwariantność wielkości wyjściowej można określić z tożsamości:

$$1 - H(s)G_r(s)G_t(s) = 0 \quad (22)$$

stąd:

$$H(s) = \frac{1}{G_r(s)G_t(s)} \quad (23)$$

Po podstawieniu wzorów (4) i (7) do (23) otrzymujemy:

$$H(s) = \frac{1}{K_r K_t} \frac{sT_c(1+sT_o)}{s^2 T_c T_w + sT_c + 1} \quad (24)$$

Otrzymana transmitancja $H(s)$ spełnia warunek dostateczny Pietrowa kryterium fizycznej realizacji układu, jeśli równanie charakterystyczne tej transmitancji posiada pierwiastki rzeczywiste, tzn. $\Delta \gg 0$. Dla tego równania $\Delta = T_c(T_c - 4T_w)$.

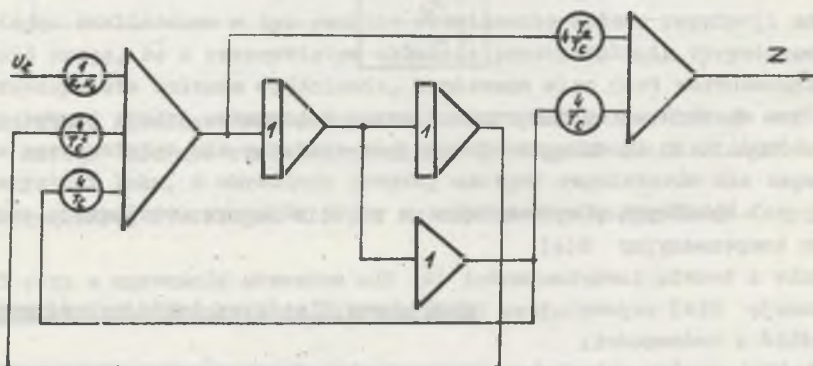
Stąd wynika warunek konieczny na wartość stałej czasowej wyprzedzenia T_w regulatora prądu PID:

$$T_w < \frac{1}{4} T_c \quad (25)$$

Przyjmując $T_w = \frac{1}{4} T_0$ otrzymujemy transmitancję $H(s)$ w postaci:

$$H(s) = \frac{1}{K T_0} \cdot \frac{s^2 + 4 \frac{T_0}{T_0} s + \frac{4}{T_0^2}}{s^2 + s \frac{4}{T_0} + \frac{4}{T_0^2}} \quad (26)$$

Sposób fizycznej realizacji bloku, którego transmitancja określona jest wyrażeniem (26), pokazano na rys. 9.



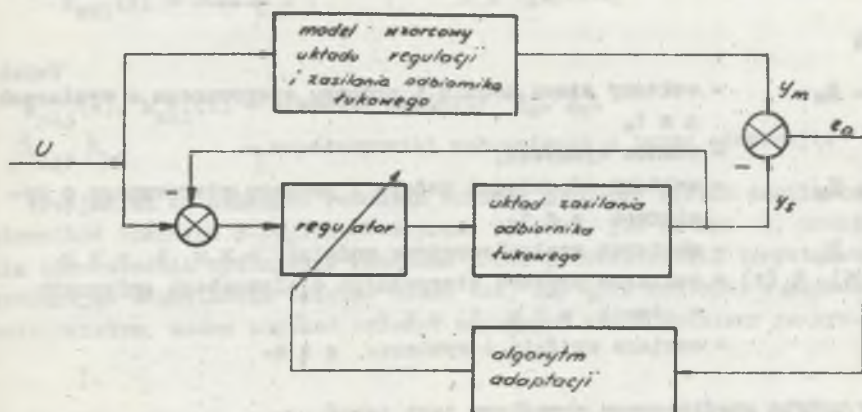
Rys. 9. Sposób realizacji fizycznej bloku kompensacji zakłócenia $H(s)$
 Fig. 9. Practical realisation of the interference $H(s)$ compensation unit

Parametry bloku $H(s)$ zależne są tylko od parametrów regulatora prądu i przekształtnika tyrystorowego. W układzie rzeczywistym parametry regulatora będą ustawiane na stałe jako optymalne, natomiast rzeczywisty przekształtnik tyrystorowy nie jest elementem inercyjnym pierwszego rzędu, jak przyjęto w powyższych rozważaniach, ale elementem ze zmiennym opóźnieniem. Należy się więc spodziewać w układzie rzeczywistym niepełnej kompensacji zakłócenia, czyli będzie to układ quasi-inwariantny. Przeprowadzone badania wykazały jednak, że układ z dodatkowym sprzężeniem kompensacyjnym posiada wyraźnie lepsze własności w porównaniu z klasycznym układem regulacji. Wykazuje on mniejszą osułość na zakłócenie, jakim jest zmiana napięcia łuku, przeregulowanie w układzie inwariantnym jest zawsze mniejsze, a czas regulacji znacznie krótszy. Jest to szczególnie widoczne przy małych wartościach prądu łuku.

5. Adaptacyjne układy regulacji prądu łuku

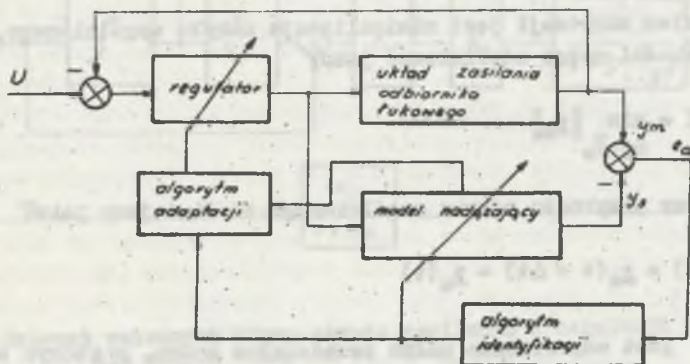
Adaptacyjne układy regulacji charakteryzują się automatyczną korektą nastaw regulatorów w taki sposób, aby przy zmianie parametrów obiektu regulacji dynamika całego układu pozostawała bez zmian. Jak wynika z rozważań przeprowadzonych w poprzednich punktach, w układach zasilania odbiorników parametry procesu sterowanego ulegają zmianie w zależności od punktu pracy i zakłóceń (zmiana współczynnika β), dlatego też w urządzeniach, w których wymagane są bardzo dobre właściwości dynamiczne, mogą być zastosowane adaptacyjne układy regulacji z modelami [8], [9]:

- bezpośredni układ adaptacyjny z modelem wzorcowym (rys. 10),
- pośredni układ adaptacyjny z modelem nadążającym o przeatrzejalnych parametrach (rys. 11).



Rys. 10. Uproszczony schemat adaptacyjnego układu regulacji z modelem wzorcowym

Fig. 10. Simplified circuit of the adaptive system with standard model



Rys. 11. Uproszczony schemat adaptacyjnego układu regulacji z modelem nadążającym

Fig. 11. Simplified circuit of the adaptive system with follow-up model

Rozważając ogólnie bezpośrednie układy adaptacyjne [7], [8] możemy model wzorcowy opisać równaniami stanu:

$$\begin{aligned}\dot{\underline{x}}_m &= \underline{A}_m \underline{x}_m + \underline{B}_m \underline{U} \\ \underline{Y}_m &= \underline{Q} \underline{x}_m\end{aligned}\quad (27)$$

i proces sterowany równaniami stanu:

$$\begin{aligned}\dot{\underline{x}}_s &= \underline{A}_s(t) \underline{x}_s + \underline{B}_s(t) \underline{U} \\ \underline{Y}_s &= \underline{Q} \underline{x}_s\end{aligned}\quad (28)$$

gdzie:

- $\underline{x}_m, \underline{x}_s$ - wektory stanu modelu i procesu sterowanego o wymiarach $n \times 1$,
- \underline{U} - wektor wymuszeń,
- $\underline{Y}_m, \underline{Y}_s$ - wektory odpowiedzi modelu i procesu sterowanego o wymiarach $q \times 1$,
- $\underline{A}_m, \underline{B}_m$ - macierze stacoelementowe modelu: $n \times n$ i $n \times p$,
- $\underline{A}_s(t), \underline{B}_s(t)$ - macierze procesu sterowanego o elementach zmiennych w czasie $n \times n$ i $n \times p$,
- \underline{Q} - macierz wyjścia o wymiarze $q \times n$.

Wektor uchybu uogólnionego określony jest jako:

$$\underline{e}_m = \underline{Y}_m - \underline{Y}_s \quad (29)$$

Ponieważ celem adaptacji jest minimalizacja uchybu uogólnionego, więc wskaźnik jakości można zdefiniować jako:

$$\min I = \min_{\underline{A}_m, \underline{B}_m} \|\underline{e}_m\| \quad (30)$$

Jeżeli wektor przyrostu uchybu uogólnionego zdefiniujemy jako:

$$\Delta \underline{e}_m(t) = \underline{e}_m(t + \Delta t) - \underline{e}_m(t) \quad (31)$$

gdzie: Δt jest odpowiednio małym przedziałem czasu, w którym każda zmiana $\Delta \underline{e}_m(t)$ spowodowana jest przestrojeniem parametrów w układzie sterowanym $(\underline{A}_m, \underline{B}_m)$,

wówczas jako kryterium spełniające równanie (30) przyjmuje się wyrażenie:

$$\Delta \underline{e}_a^T(t) \underline{e}_a(t) \leq 0. \quad (32)$$

Przy założeniu, że wyjście procesu sterowanego i modelu wzorcowego jest jednowymiarowe oraz wybierając zmienne stanu \underline{x}_m i \underline{x}_e tak, aby macierz wyjściowa \underline{C} była znormalizowana, algorytm spełniający zależność (32) ma postać: [8]

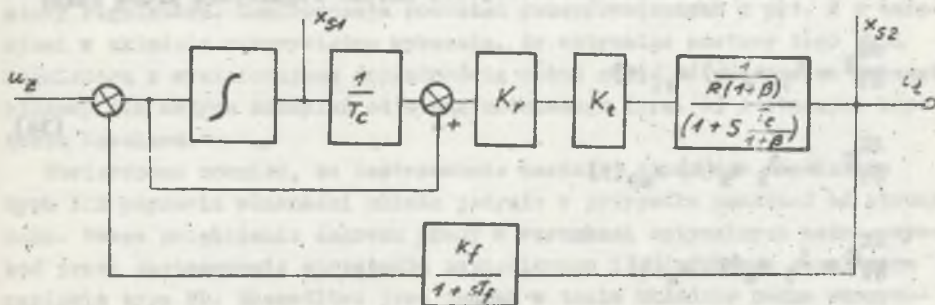
$$\begin{aligned} \dot{a}_{sij}(t) &= \lambda_{ij} e_a x_{sj} & i, j, k &= 1, 2, \dots, n \\ \dot{b}_{skl}(t) &= \lambda_{kl} e_a u_l & l &= 1, 2, \dots, q \end{aligned} \quad (33)$$

gdzie:

$a_{sij}(t), b_{skl}(t)$ - elementy macierzy $\underline{A}_e, \underline{B}_e,$

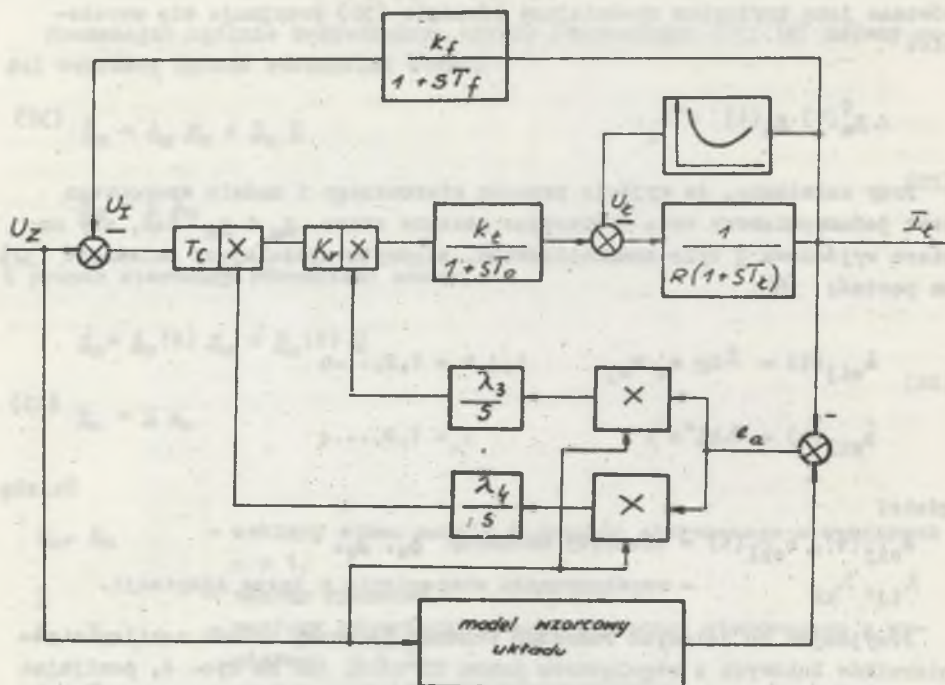
$\lambda_{ij}, \lambda_{kl}$ - współczynniki wzmocnienia w torze adaptacji.

Przyjmując do dalszych rozważań schemat blokowy układu zasilania odbiorników łukowych z regulatorem prądu PI taki, jak na rys. 4, pomijając dla uproszczenia opóźnienie wnoszone przez przekształtnik tyrystorowy i wybierając odpowiednio zmienne stanu tak, aby były dostępne w układzie rzeczywistym, można uzyskać schemat zmiennych stanu pokazany na rys. 12.



Rys. 12. Schemat zmiennych stanu obwodu zasilania i regulacji prądu łuku dla małych odchyłeń od stanu ustalonego

Fig. 12. State variable diagram of the supplying system and arc current controller, for small deviations from steady state



Rys. 13. Schemat blokowy bezpośredniego adaptacyjnego układu regulacji prądu łuku

Fig. 13. Block diagram of the direct adaptive arc control system

Stosując algorytm adaptacji (33) dla schematu przedstawionego na rysunku 12 otrzymujemy równania przestrojenia nastaw regulatora prądu łuku:

$$\frac{dx}{dt} = \lambda_1 e_a(t) x_{B1}(t) \quad (34)$$

$$\frac{dx}{dt} = -\lambda_2 e_a(t) x_{B2}(t)$$

$$\frac{dx}{dt} = \lambda_3 e_a(t) u_B(t)$$

$$\frac{dx}{dt} = \lambda_4 e_a(t) u_B(t) \quad (35)$$

Zastosowanie algorytmów (34) powodowałoby pracę obwodu adaptacji przy zmianach napięcia łuku nawet przy optymalnych nastawach regulatorów. Dlatego też w układzie rzeczywistym najlepiej jest zastosować algorytmy adaptacji (35) lub w przypadku zastosowania algorytmów (34) wykorzystać zmienne stanu z modelu. Na rys. 13 przedstawiono schemat blokowy układu regulacji prądu z zastosowaniem algorytmów adaptacji (35). Jako model wzorcowy może być wykorzystany układ przedstawiony na rys. 4 lub 12, przy czym nastawy regulatora prądu w modelu powinny być dobrane optymalnie (pkt 2) dla określonego β , np. dla β_{\min} .

6. Wnioski

Urządzenia z odbiornikami łukowymi zasilanymi z układów tyrystorowych stanowią bardzo złożony problem z punktu widzenia analizy dynamiki i optymalizacji nastaw regulatorów. Głównym powodem trudności jest tutaj nieliniowa i niestacjonarna charakterystyka łuku zależna od wielu czynników, przy czym niemożliwe jest ujęcie matematycznymi zależnościami wpływu wielu z tych czynników na parametry odbiornika łukowego. Dodatkowym utrudnieniem jest też rzeczywiste opóźnienie wnoszone przez przekształtnik tyrystorowy. W artykule przedstawiono kilka możliwych do zastosowania w tych urządzeniach struktur układów regulacji prądu od najprostszych z regulatorem prądu typu PI do najbardziej złożonych z regulatorem adaptacyjnym. Układy z jednym regulatorem prądu typu PI lub PID pozwalają na optymalizację ich nastaw tylko dla jednego punktu pracy. Każda zmiana punktu pracy powoduje zmianę parametrów obiektu regulacji i dlatego w celu zapewnienia tych samych optymalnych przebiegów należałoby zmienić odpowiednio nastawy regulatora. Konfrontacja rozważań przeprowadzonych w pkt. 2 z badaniami w układzie rzeczywistym wykazała, że optymalne nastawy tego typu regulatora z wystarczającą dokładnością można określić przyjmując schemat blokowy dla małych odchyień od stanu ustalonego (rys. 4) i stosując kryteria Kesslera.

Stwierdzono również, że zastosowanie bardziej złożonego regulatora typu PID poprawia własności układu jedynie w przypadku zakłóceń od strony łuku. Pewne zwiększenie zakresu pracy w warunkach optymalnych można uzyskać przez zastosowanie sprzężenia napięciowego i dodatkowego regulatora napięcia typu PD. Niemożliwe jest jednak w takim układzie pełne skompensowanie nieliniowej charakterystyki łuku, ponieważ w układzie rzeczywistym konieczne jest zastosowanie filtra, czyli elementu inercyjnego w torze pomiaru napięcia oraz ponieważ występuje zmienny czas opóźnienia będący cechą przekształtników tyrystorowych. Należy tu jednak zwrócić uwagę na fakt, że wprowadzenie elementu różniczkującego w tor regulacji powoduje w układzie rzeczywistym dodatkowe zakłócenia i może być przyczyną niestabilnej pracy całego urządzenia.

Znacznie lepsze właściwości od układów powyżej omówionych posiada inwariantny układ regulacji opisany w pkt. 4. Pozwala on na stabilną pracę przy mniejszych wartościach prądu, wykazuje mniejszą czułość na zakłócenia od strony łuku. Preregulowanie pod wpływem zakłócenia od strony łuku jest zawsze mniejsze, a czas przeregulowania jest kilkakrotnie mniejszy niż w powyżej omówionych układach. Najlepsze właściwości dynamiczne w całym zakresie zmian prądu łuku zapewniają układy adaptacyjne. Przedstawiony w punkcie 5 bezpośredni układ z modelem wzorcowym zapewnia stałe dopasowanie nastaw regulatora do zmiennych parametrów obiektu regulacji tak, aby w każdym punkcie pracy uzyskać optymalne przebiegi. Największą wadą takiego układu regulacji jest jego złożona budowa. Przeprowadzone badania wykazały jednak, że układ już spełnia wymagania, jeżeli przestrajany jest tylko jeden parametr, w szczególności K_x . Pozwala to nieco uprościć budowę takiego układu.

Podsumowując przeprowadzone rozważania, należy stwierdzić, że:

- w przypadku gdy urządzenie z odbiornikiem łukowym pracuje w niewielkim zakresie zmian prądu lub gdy wymagania co do dynamiki w stanach przejściowych nie są zbyt wysokie, wystarczy zastosować układ regulacji z jednym regulatorem prądu typu PI lub PID,
- jeżeli chcemy uzyskać optymalną pracę urządzenia w szerokim zakresie zmian prądu, należy stosować złożone struktury układów regulacji: inwariantny układ regulacji, szczególnie w przypadku występowania dużych zakłóceń od strony łuku, lub układy adaptacyjne.

LITERATURA

- [1] Rodacki T., Piecha E., Poloczek W.: Nowoczesne układy zasilania urządzeń łukowych i plazmowych. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej Elektryka nr 84, 1983.
- [2] Rodacki T., Gierlotka K.: Układy regulacji tyrystorowych przetworników do zasilania łuku elektrycznego prądu stałego. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej Elektryka nr 75, 1981.
- [3] Löblein P., Ströle D.: Dynamik der Lichtbogenstromregulung. Simes Zeitschrift 5/69.
- [4] Kaźmierkowski M., Nowak M., Wójcik A.: Urządzenia elektroniki przemysłowej. WKŁ, 1982.
- [5] Bielawski S.: Teoria napędu elektrycznego. WNT, Warszawa 1978.
- [6] Pietrow B.: Teoria inwariantności w systemach awtomatycznego upravlennija. Energija, Moskwa 1964.
- [7] Aleksandrowskij N.N.: Adaptiwnyje sistiemy awtomatycznego upravlennija zložnymi processami. Energija, Moskwa 1973.
- [8] Kaźmierkowski M.: Bezpośredni układ adaptacyjny z modelem. Archiwum Elektrotechniki z 1. 1974.

- [9] Kaźmierkowski M.: Pośredni układ adaptacyjny z modelem. Archiwum Elektrotechniki z. 2, 1974.
- [10] Buxbaum A., Schieran K.: Berechnung von Regelkreisen der Antriebstechnik. AEG - Telefunken - Handbuecher, Berlin 1978.

Recenzent: Doc. dr inż. Józef Danczewicz

Wpłynęło do redakcji dn. 9 października 1986.

СИСТЕМЫ РЕГУЛИРОВАНИЯ ТОКА В ТИРИСТОРНЫХ ИСТОЧНИКАХ ПИТАНИЯ ДУГОВЫХ ПРИЁМНИКОВ

Р е з ю м е

Представлена возможность стабилизации тока дуговых приёмников питаемых от тиристорных систем с применением электронной системы регулирования. Описаны возможные для использования структуры систем регулирования: системы с ПИ, ПИД регуляторами тока и с добавочным регулятором напряжения а также инвариантные и адаптивные системы регулирования. Проведён анализ этих систем, определены условия стабильной работы. Представлены правила подбора оптимальной настройки регуляторов и определено влияние параметров электрической цепи на процесс регулирования тока. Приведённые в работе результаты можно применить в проектировании и конструкции тиристорных систем питания дуговых приёмников.

CURRENT CONTROL CIRCUITS IN THE ARE SUPPLY THYRISTOR SYSTEMS

S u m m a r y

The possibilities of current stabilization in the electric are supply systems, using electronic controllers, are presented in the paper. The most important structures of control systems: systems with PI and PID current controller, systems with voltage controller, invariant systems and adaptive systems are described. The analysis of this systems and stable operating condition for them are given. Principles of the optimal regulator setting estimation are given too. The influence of the electric circuits parameters on the regulation were determined. Results of this work can be used in designing and constructing of the are supply thyristor systems.

Zbigniew MANTORSKI

Tadeusz RODACKI

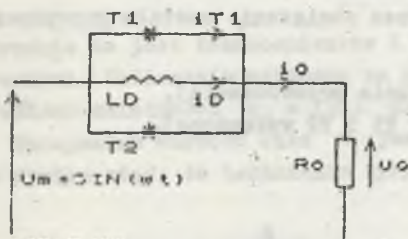
TYRYSTOROWY REGULATOR NAPIĘCIA PRZEMIENNEGO Z DŁAWIKIEM

Streszczenie. W artykule zostały przedstawione wyniki analizy pracy jednofazowego tyrystorowego regulatora napięcia przemiennego, pracującego na obciążenie czysto rezystancyjne, symulujące łuk elektryczny. Za pomocą mikrokomputera obliczono przebiegi prądu obciążenia dla różnych warunków pracy oraz w funkcji kąta opóźnienia wyłączenia tyrystorów charakterystyki kąta wyłączenia tyrystorów, charakterystyki skutecznych wartości prądów obciążenia, dławika i tyrystora oraz charakterystyki mocy czynnej i biernej pobieranej przez układ. Przedstawione charakterystyki dają możliwość poprawnego doboru dławika i tyrystorów, jak również optymalnych parametrów elektrycznych określonych przez technologię przy zasilaniu odbiornika łukowego.

Układy zasilania odbiorników łukowych powinny spełniać wymagania związane nie tylko z zapewnieniem stabilnego wyładowania łukowego, ale także powinny zapewniać możliwość łatwego i szybkiego nastawiania optymalnych parametrów elektrycznych wymaganych przez technologię. Dobór tych parametrów sprowadza się do wyznaczania odpowiednich wartości napięć, prądów lub mocy, które w danym okresie procesu technologicznego zapewniają najkorzystniejsze wskaźniki, np. dla pieca łukowego, takie jak: najkrótszy czas roztapiania wsadu, najmniejsze zużycie energii na jednostkę wagową wsadu, najmniejszą wartość współczynnika zużycia elektrod itp.

Tyrystorowe układy regulacji napięcia łuku zapewniają dokładną i szybką zmianę napięcia i prądu zasilającego elektrody pieca łukowego. Pozwalają też na zrezygnowanie z przełącznika zaczeów transformatora piecowego i stwarzają możliwość likwidacji asymetrii obciążenia poszczególnych faz. Tyrystorowe regulatory umożliwiają również pracę w układach automatycznej regulacji ze sterowaniem programowym.

Poniżej została przeprowadzona analiza jednofazowego tyrystorowego regulatora napięcia przemiennego



Rys. 1. Schemat zastępczy układu
Fig. 1. System equivalent circuit

z dławikiem, którego schemat zastępczy przedstawiono na rys. 1. Zasadniczą zaletą tego układu jest to, że stosunkowo niewielkim kosztem (dławik) zapewnia pewien minimalny ciągły prąd łuku, posiadając przy tym dobre własności regulacyjne. Brak w dostępnej literaturze odpowiednich charakterystyk skłonił autorów do przeprowadzenia niniejszej analizy.

Analizę przeprowadzono przy następujących założeniach:

- tyrystory są zaworami idealnymi,
- tyrystory są wysterowowane symetrycznie,
- obciążenie regulatora ma charakter czysto rezystancyjny.

Oznaczenia

U_m - maksymalna wartość napięcia zasilającego,

i_o - prąd obciążenia,

i_D - prąd dławika,

i_T - prąd tyrystora,

α - kąt opóźnienia włączenia tyrystora,

α_g - kąt wyłączenia tyrystora,

R_o - rezystancja obciążenia,

L_D - indukcyjność dławika,

P_o - moc czynna obciążenia,

Q - moc bierna układu,

ϕ - współczynnik mocy układu,

$$\varphi = \arctg \frac{\omega L_D}{R_o},$$

ω - pulsacja.

Małymi literami oznaczono wartości chwilowe prądów, a dużymi skuteczne.

Wielkości przedstawione w jednostkach względnych podkreślono.

Analiza przebiegów prądu płynącego przez obciążenie została przeprowadzona dla dwóch przedziałów:

- I, gdy $\alpha < \omega t < \alpha_g$ [tyrystor T1 w stanie przewodzenia],
- II, gdy $\alpha_g < \omega t < \alpha + \pi$ (oba tyrystory T1 i T2 wyłączone).

Przedział I

$$i_o = \frac{U_m}{R_o} \sin \omega t$$

lub w jednostkach względnych:

$$i_o = \sin \omega t,$$

gdzie:

$$i_0 = \frac{i_0}{Y_m} = \frac{i_0 R_0}{U_m}$$

Prąd płynący przez diodę

$$i_D = \text{const} = i_0,$$

gdzie i_0 jest wartością prądu obciążenia dla $\omega t = \alpha$, a prąd płynący przez tyrystor T1

$$i_T = i_0 - i_D.$$

Przedział II

$$U_m \sin \omega t = \omega L_D \frac{di}{d(\omega t)} + R_0 i_0.$$

Rozwiązaniem tego równania jest wyrażenie:

$$i_0 = \cos \varphi \sin(\omega t - \varphi) + [\sin \varphi \cos \varphi + i_0(0)] \exp\left(-\frac{\omega t}{T_D}\right),$$

gdzie $i_0(0)$ jest wartością początkową na początku II przedziału. Stąd po obliczeniu tej wartości:

$$i_0 = \cos \varphi \sin(\omega t - \varphi) + [\sin \alpha_g - \cos \varphi \sin(\alpha_g - \varphi)] \exp\left(\frac{\alpha_g - \omega t}{T_D \varphi}\right).$$

Przy $\omega t = \alpha_g$ prąd płynący przez tyrystor T1 osiąga wartość 0.

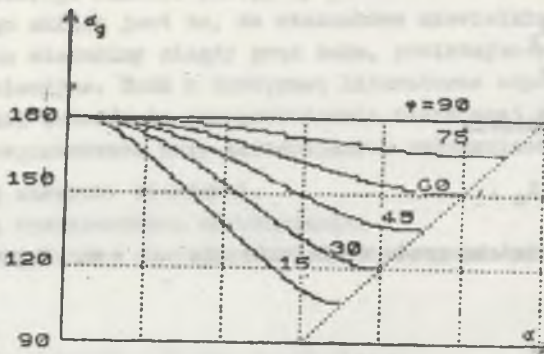
Uwzględniając ten warunek otrzymuje się:

$$\sin \alpha_g - \cos \varphi \sin(\alpha_g - \varphi) + [\sin \alpha_g - \cos \varphi \sin(\alpha_g - \varphi)] \exp\left(\frac{\alpha_g - \alpha_g - \pi}{T_D \varphi}\right) = 0.$$

Równanie to jest transcendentne i możliwe do rozwiązania metodami numerycznymi. Obliczenia wykonano za pomocą mikrokomputera, a na rys. 2 określono zależności $\alpha_g = f(\alpha)$ dla różnych wartości kąta α .

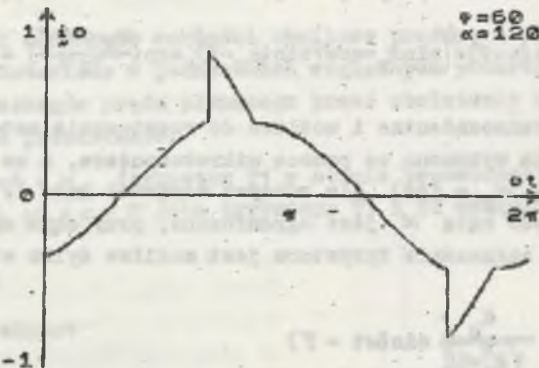
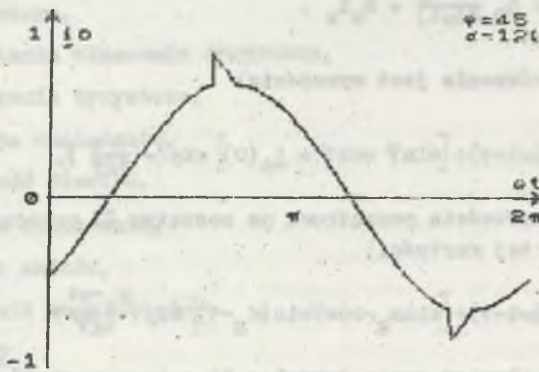
Maksymalna wartość kąta α jest ograniczona, przy czym ograniczenie to wynika stąd, że załączenie tyrystora jest możliwe tylko wtedy, gdy:

$$U_m \sin \alpha > U_m \frac{R_0}{\sqrt{R_0^2 + L_D^2}} \sin(\omega t - \varphi)$$



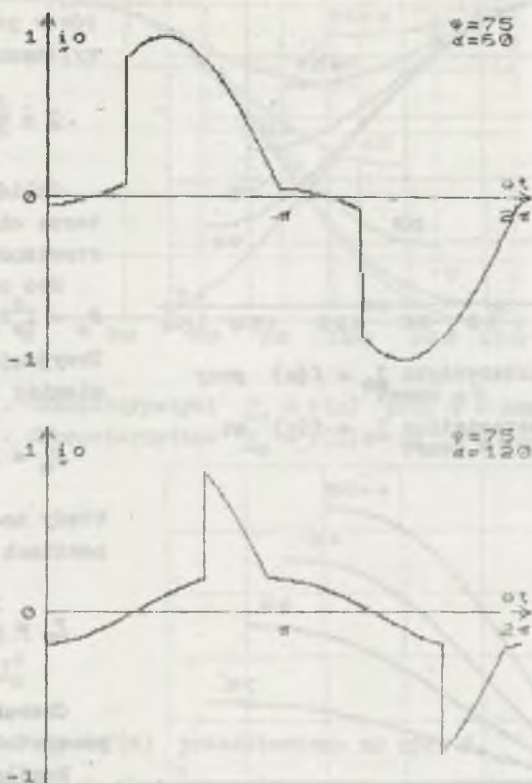
Rys. 2. Charakterystyki $\alpha_g = f(\alpha)$ przy $\psi = \text{const}$

Fig. 2. Characteristics $\alpha_g = f(\alpha)$ at $\psi = \text{const}$



Rys. 3. Przebiegi prądu i_0 przy $\alpha = \text{const}$ i $\psi = \text{const}$

Fig. 3. Waveforms of the current i_0 at $\alpha = \text{const}$ and at $\psi = \text{const}$



Rys. 3. Przebiegi prądu i_o przy $\alpha = \text{const}$ i $\varphi = \text{const}$
 Fig. 3. Waveforms of the current i_o at $\alpha = \text{const}$ and at $\varphi = \text{const}$

czyli

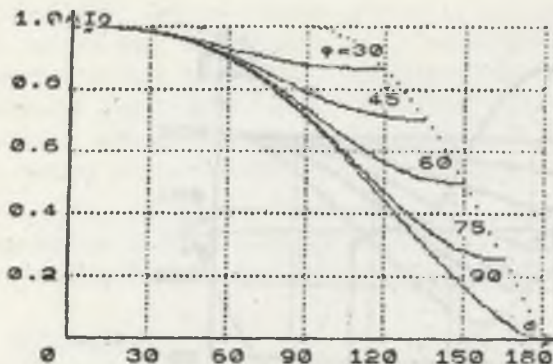
$$\alpha_{\max} = \frac{\pi}{2} + \varphi.$$

Na rys. 2 tę granicę oznaczono linią przerywaną.

Przedstawione rozważania umożliwiły obliczenie przebiegów prądu obciążenia i_o . Na rys. 3 przedstawiono kilka przykładowych przebiegów obliczonych dla różnych kątów φ i α .

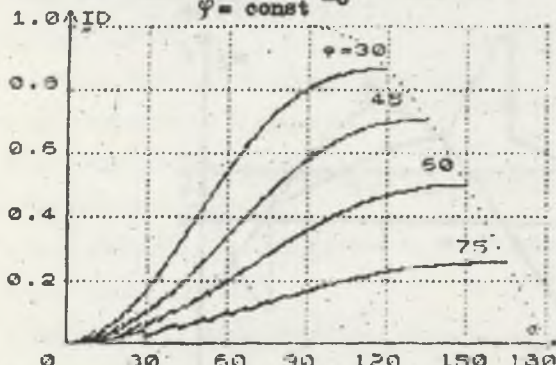
Przeprowadzona wyżej analiza umożliwiła również obliczenie przy różnych kątach φ charakterystyk skutecznych wartości prądów obciążenia I_o , dławika I_D i tyrystora I_R w funkcji kąta α . Prądy te przedstawiono w jednostkach względnych, przy czym wielkością odniesienia był prąd:

$$I_B = \frac{U_B}{\sqrt{2} R_o} = \frac{I_M}{\sqrt{2}}$$



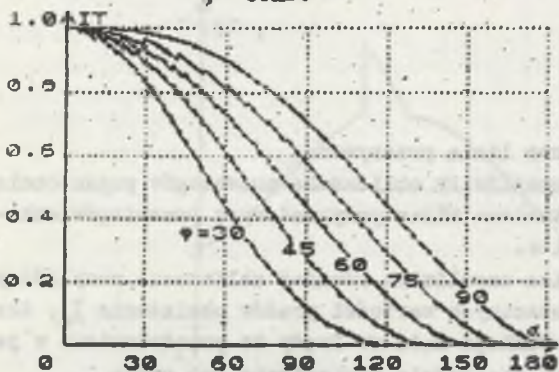
Rys. 4. Charakterystyki $I_0 = f(\alpha)$ przy $\psi = \text{const}$

Fig. 4. Characteristics $I_0 = f(\alpha)$ at $\psi = \text{const}$



Rys. 5. Charakterystyki $I_D = f(\alpha)$ przy $\psi = \text{const}$

Fig. 5. Characteristics $I_D = f(\alpha)$ at $\psi = \text{const}$



Rys. 6. Charakterystyki $I_T = f(\alpha)$ przy $\psi = \text{const}$

Fig. 6. Characteristics $I_T = f(\alpha)$ at $\psi = \text{const}$

stąd wartości skuteczne prądów w jednostkach względnych wyliczono jako:

$$\underline{I} = \frac{I}{I_0}$$

Obliczone na mikrokomputerze charakterystyki przedstawiono na rys. 4, 5 i 6.

Moc czynna obciążenia $P_0 = I_0^2 R_0$.

Przyjmując jako moc odniesienia:

$$P_M = I_M^2 R_0$$

wtedy moc obciążenia w jednostkach względnych:

$$P_0 = \frac{P}{P_M} = I_0^2$$

Charakterystyki $P_0 = f(\alpha)$ przedstawiono na rys. 7.

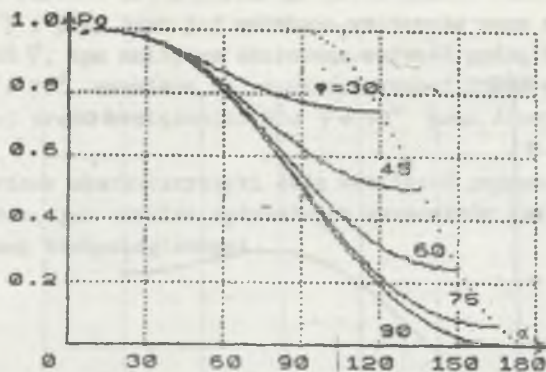
Współczynnik mocy układu jest opisany relacją:

$$\phi = \frac{P_0}{S} = \frac{I_0^2 R_0}{U I_0} = I_0$$

Wynika stąd, że charakterystyki $I_0 = f(\alpha)$ są jednocześnie charakterystykami współczynnika mocy ϕ w funkcji kąta α .

Moc bierna zdefiniowano zgodnie z definicją prof. Fryzego [4], ważną również dla przebiegów odkształconych jako:

$$Q = \sqrt{S^2 - P_0^2}$$

Rys. 7. Charakterystyki $P_o = f(\alpha)$ przy $\varphi = \text{const}$ Fig. 7. Characteristics $P_o = f(\alpha)$ at $\varphi = \text{const}$

stad:

$$Q = \frac{P}{\tan \alpha}$$

$$Q = \sqrt{I_o^2 - I_o^4}$$

Charakterystyki $Q = f(\alpha)$ przedstawiono na rys. 8.

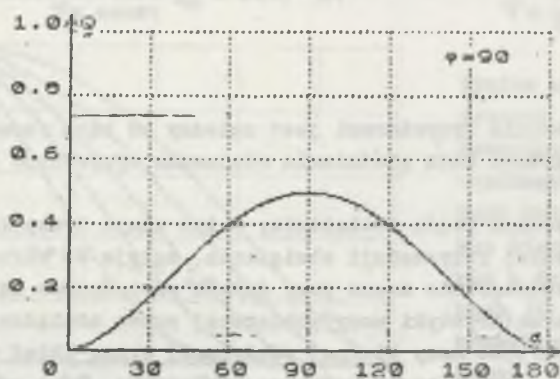
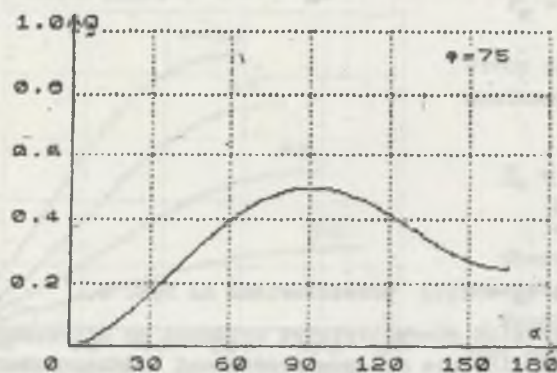
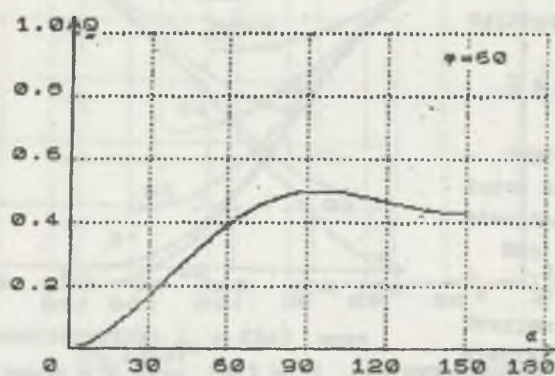
Obliczenia wszystkich charakterystyk wykonano na mikrokomputerze ZX Spectrum. Obliczenia kąta α przeprowadzono z dokładnością do jednego stopnia, co rzutuje na dokładność wszystkich pozostałych obliczeń.

Wnioski

1. Zakres sterowania tyrystorami jest zależny od kąta fazowego φ , przy czym maksymalna wartość kąta opóźnienia włączenia tyrystorów jest równa $\varphi + \frac{\pi}{2}$.

2. Wartość skuteczna prądu obciążenia, a tym samym i współczynnika mocy układu, przy stałej rezystancji obciążenia, maleje ze wzrostem kąta α , przy czym maleje szczególnie mocno przy dużych wartościach kąta φ . Podobny charakter mają charakterystyki mocy pobieranej przez obciążenie.

3. Maksymalna wartość mocy biernej pobieranej przez układ wynosi 50% maksymalnej mocy czynnej pobieranej przez obciążenie, przy czym maksimum to występuje przy kątach $\alpha > \frac{\pi}{2}$. Dla dużych kątów φ można przyjąć, że maksymalna wartość Q wystąpi przy $\alpha = \frac{\pi}{2}$.



Rys. 8. Charakterystyki $Q = f(\alpha)$ przy $\varphi = \text{const}$
 Fig. 8. Characteristics $Q = f(\alpha)$ at $\varphi = \text{const}$

4. Skuteczna wartość prądu płynącego przez dławik zależy zarówno od kąta α , jak i φ , przy czym jej maksimum występuje przy α_{\max} . Im większa jest wartość φ , tym mniejsza skuteczna wartość prądu dławika. Przykładowo, dla $\varphi = 75^\circ$ maksimum tej wartości wynosi 25,9% maksymalnej skutecznej wartości prądu obciążenia. Dla $\varphi = 90^\circ$ prąd dławika jest równy zero.

5. Przedstawione charakterystyki dają możliwość poprawnego doboru dławika i tyrystorów, jak również optymalnych parametrów elektrycznych określonych względami technologicznymi.

LITERATURA

- [1] Poźniak T.: Sterowniki prądu przemiennego tyrystorowo-magnetyczne i tyrystorowe. Przegląd Elektrotechniczny Nr 1, 1976.
- [2] Rodacki T.: Analiza i synteza tyrystorowych układów zasilania odbiorników łukowych. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej. Elektryka z. 96, 1985.
- [3] Gelman M.W., Lochoy S.P.: Tiristornyje regulatory pieremiennogo napriazhenija. Energija, Moskwa 1975.
- [4] Fryze S.: Moc czynna, bierna i pozorna w obwodach o przebiegach odkształconych prądu i napięcia. Przegląd Elektrotechniczny nr 7, 8; 1931.

Recenzent: doc. dr inż. Józef Dancewicz

Wpłynęło do redakcji dn. 1 października 1986 r.

ТИРИСТОРНЫЙ РЕГУЛЯТОР ПЕРЕМЕННОГО НАПЯЖЕНИЯ С РЕАКТОРОМ

Р е з ю м е

В статье представлены результаты анализа системы однофазного тиристорного регулятора переменного напряжения, работающего с чисто резисторной нагрузкой, симулирующей электрическую дугу. При помощи микро-ЭВМ рассчитаны переходные процессы тока нагрузки и характеристики угла выключения тиристоров, характеристики действующих значений токов нагрузки, реактора и тиристора а также характеристики активной и реактивной мощности системы.

Приведённые характеристики используются для подбора реактора и тиристоров а также оптимальных электрических параметров системы питающей электрической дугу.

THYRISTOR A.C. VOLTAGE CONTROLLER WITH REACTOR

Summary

Results of the single-phase thyristor ac voltage controller analysis with resistive load, which simulates electric arc, are presented in the paper.

Using microcomputer there are calculated load current waveforms and characteristics of the thyristor extinction angle, characteristics of the rms load, reactor and thyristor currents and characteristics of the system active and reactive power as a function of the firing angle.

Correct selection of the reactor and thyristors is possible using the presented characteristics. The estimation of the optimal electric arc parameters using this characteristics is possible, too.



Krzysztof KRYKOWSKI

PEWNE ANALOGIE POMIĘDZY UKŁADAMI PROSTOWNICZYMI Z PĘTLĄ SYNCHRONIZACJI
FAZOWEJ A UKŁADAMI PROSTOWNICZYMI STEROWANYMI PRZEZ POZIOMOWANIE
NAPIĘCIEM SYNCHRONIZUJĄCYM

Streszczenie. Formalnie przekształcając równania opisujące układ z pętlą synchronizacji fazowej i sprzężeniem zwrotnym od napięcia wyprostowanego uzyskano wyrażenia opisujące moment pojawiania się impulsów wyzwalających zawory, analogiczne do odpowiednich wyrażeń dla sterowania wykorzystującego poziomowanie napięcia sterującego napięciem synchronizującym w układzie z ujemnym napięciowym sprzężeniem zwrotnym. Napięcie wstępnego wysterowania dla układów z pętlą synchronizacji fazowej powinno być przy tym proporcjonalne do pochodnej napięcia synchronizującego w układach z poziomowaniem. Pozwoliło to wyciągnąć wniosek, że w określonych przypadkach układy z pętlą synchronizacji fazowej zapewniają takie same własności statyczne i dynamiczne prostownika, jak układy z poziomowaniem napięcia sterującego napięciem synchronizującym objęte ujemnym napięciowym sprzężeniem zwrotnym.

1. Wprowadzenie

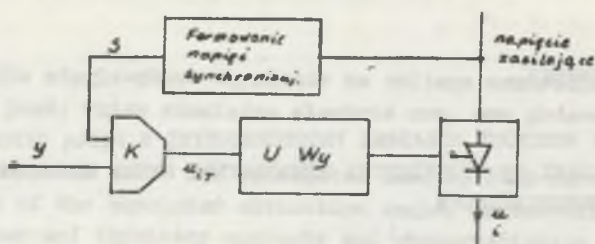
W układach prostowniczych pracujących przy wysokim poziomie zakłóceń często stosuje się układy sterowania z tak zwaną pętlą synchronizacji fazowej PLL - phased locked loop [3], [4]. Panuje ogólna opinia, że układy te charakteryzują się niekorzystnymi własnościami dynamicznymi [3], brak jednak opracowań szczegółowo opisujących własności dynamiczne układów sterowania z PLL. W dalszych rozważaniach wykazano, że pewne własności dynamiczne takich układów są analogiczne do własności układów prostowniczych sterowanych przez poziomowanie napięcia sterującego napięciem synchronizującym.

2. Sterowanie układu prostowniczego przez poziomowanie napięcia sterującego napięciem synchronizującym

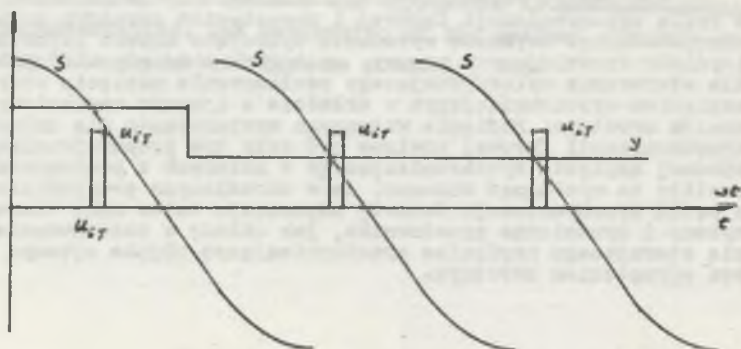
Sterowanie układów prostowniczych przez poziomowanie napięcia sterującego napięciem synchronizującym jest podstawową metodą sterowania fazowego. Napięcia synchronizujące są okresowymi funkcjami czasu. Funkcje te spełniają warunek:

$$s_{n-1}(t-T_0) = s_n(t) \quad (1)$$

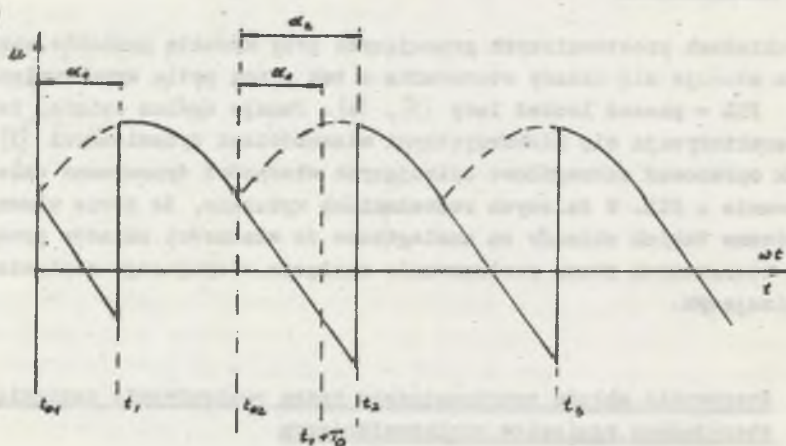
a)



b)



c)



Rys. 1. Sterowanie przez porównanie napięciem synchronizującym

a - schemat blokowy, b - przebiegi czasowe wielkości w układzie sterującym, c - przebiegi napięcia wyjściowego

Fig. 1. Control with comparison of control voltage and reference voltage
 a - block diagram, b - time relation of controlled variables, c - output voltage waveform

Można je również potraktować jako $S(\omega t)$ funkcje bieżącego kąta elektrycznego lub jako $S(\alpha)$ funkcje kąta opóźnienia. Jako napięcie synchronizujących używa się najczęściej napięcie kosinusoidalnych lub liniowych. Zasadę sterowania przedstawiono na rys. 1a-c. Na rysunku a przedstawiono uproszczony schemat blokowy układu sterowania, na rysunkach b oraz c wyidealizowano przebiegi czasowe występujących w układzie wielkości. Rysunki wykonano dla kosinusoidalnego napięcia synchronizującego i 3-fazowego jednokierunkowego układu prostowniczego.

W komparatorze K następuje porównanie wartości chwilowych napięć sterującego y oraz synchronizującego S . W chwili gdy napięcia te zrównają się, na wyjściu komparatora pojawi się impuls taktujący u_{1T} . Impuls ten wysterowuje układ wyzwalania U Wy powodując załączenie odpowiedniego zaworu. Równocześnie następuje załączenie na wejście komparatora napięcia sterującego odpowiadającego wymaganiom następnego taktu pracy układu prostowniczego. Wynikły z warunków sterowania moment załączenia pierwszego analizowanego pulsu oznaczono przez t_1 . Przez t_2 oznaczono moment załączenia następnego pulsu będący równocześnie momentem zakończenia pierwszego analizowanego pulsu. Z kolei przez t_{01} oraz t_{02} oznaczono czas odpowiadający naturalnemu załączeniu analizowanych pierwszego i drugiego pulsu.

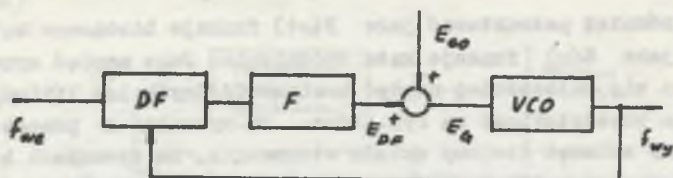
Omówienie układu sterowania przez poziomowanie należałoby jeszcze uzupełnić uwagą, że napięcie sterujące może być zadawane zarówno w układzie otwartym, jak i w układzie zamkniętym. W szczególnie częstym przypadku stosowania ujemnego napięciowego całkowitego sprzężenia zwrotnego napięcie sterujące można opisać zależnością:

$$y = \frac{k_k}{T_0} \int_{t_1}^t (w - u) dt + y(t_1). \quad (2)$$

W zależności (2) przez w oznaczono napięcie wiodące, przez u napięcie wyjściowe; przez T_0 średni czas trwania pulsu, a przez k_k dodatkowy współczynnik korekcji w torze sprzężenia zwrotnego.

3. Układy z pętli synchronizacji fazowej

Ogólny schemat układu synchronizacji fazowej [1], [3], [4] przedstawiono na rys. 2. Poszczególne bloki oznaczają: DF - detektor fazy, F - filtr, VCO - sterowany napięciowo generator częstotliwości. Przy wykorzystaniu układów z PLL do sterowania układów prostowniczych częstotliwością wejściową synchronizującą jest częstotliwość sieci zasilającej lub jej p -ta wielokrotność, a częstotliwością wyjściową jest częstotliwość impuls-



Rys. 2. Ogólny schemat układu z pętlą synchronizacji fazowej
Fig. 2. General diagram of system with phase locked loop

sów taktujących podawanych na układy wyzwalające. Wartość średnia napięcia wyjściowego zależy od przesunięcia fazowego pomiędzy stanowiącymi powielenie impulsów taktujących impulsami wyzwalającymi odpowiednie zawory a zasilającymi te zawory napięciami. Gdy w układzie sterowania zastosować detektor o nastawialnej wartości przesunięcia fazowego pomiędzy impulsami taktującymi a napięciami wyzwalającymi, to uzyska się możliwość sterowania wartości średniej napięcia wyjściowego. Zaletą takich układów jest ich mała wrażliwość na zakłócenia występujące w sieci zasilającej.

Przy konstrukcji pętli możliwe są dwa podejścia. Po pierwsze można korzystać jedynie z wielkości występujących w obwodach sterowania, po drugie - można wykorzystywać również wielkości występujące w układzie obciążenia.

W przypadku pierwszym uzyska się możliwość sterowania parametrów wyjściowych układu prostowniczego w układzie otwartym. Możliwości formowania charakterystyk statycznych będą przy tym takie same jak w układach sterowanych przez poziomowanie. Rozwiązanie takie będzie się jednak charakteryzowało gorszymi własnościami dynamicznymi od własności układów sterowanych przez poziomowanie. Wynika to z istnienia dodatkowych opóźnień spowodowanych pętlą sprzężenia zwrotnego. W dalszych rozważaniach zrezygnowano z analizowania własności tej grupy układów sterowania fazowego.

Przy drugim sposobie podejścia wykorzystuje się fakt, że dla prądów ciągłych zachodzi:

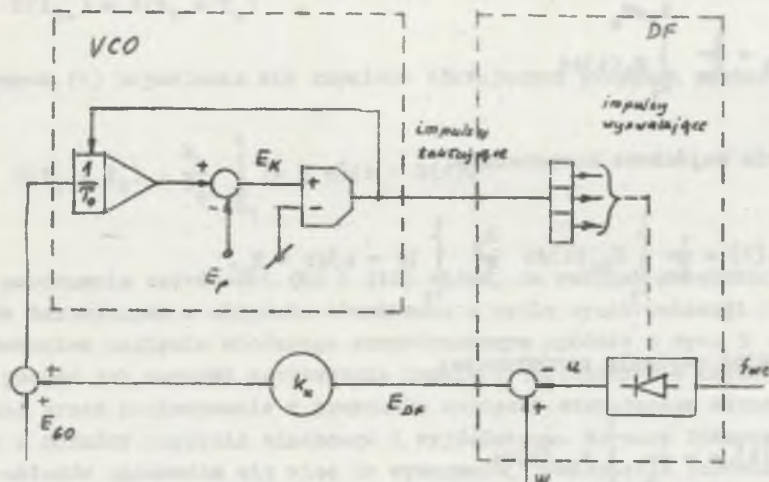
$$U_d \approx U_{d0} \cos \alpha,$$

a zatem dla prądów ciągłych układ prostowniczy stanowi pewnego rodzaju detektor fazy. Schemat układu sterowania fazowego z PLL synchronizacją od sieci zasilającej i wykorzystaniem wyjściowego napięcia wyprostowanego do oceny przesunięcia fazowego przedstawiono na rys. 3. Rolę detektora fazy w powyższym układzie pełni układ prostowniczy wraz z sumatorem, w którym od napięcia wiodącego w odejmuje się napięcie wyjściowe u. Różnica napięć:

$$E_{DF} = w - u$$

(3)

stanowi sygnał wyjściowy detektora. Jeśli przesunięcie fazowe pomiędzy impulsami taktującymi a napięciami zasilającymi jest właściwe, to napięcie E_{DF} jest równe zeru, jeśli nie, to napięcie E_{DF} jest różne od zera.



Rys. 3. Schemat układu sterowania prostownika z pętlą synchronizacji fazowej i synchronizacją napięciem wyjściowym

Fig. 3. Diagram of rectifier control system with phase locked loop and output voltage synchronisation

Jako sterowanego napięciem generatora VCO szczególnie korzystnie jest użyć integratora zerowanego w obwładach, gdy scałkowane napięcie E_G osiąga wartość napięcia przełączania E_p [4].

Rozwiązanie takie przyjęte na rys. 3. Pojawiające się w obwładach zrównania impulsy pełnią równocześnie rolę impulsów zerujących integrator i impulsów taktujących podawanych na układy wyzwalające. Dodatkową zaletą takiego rozwiązania jest to, że taki generator VCO stanowi filtr dolno-przepustowy, dzięki czemu często można zrezygnować ze stosowania w układzie dodatkowego filtra.

Oznaczono przez E_G napięcie sterujące generatora VCO stanowi sumę napięcia detektora fazy E_{DF} i napięcia wstępnego wysterowania generatora E_{G0} . Napięcie wstępnego wysterowania E_{G0} dobiera się przy tym tak, by przy braku sygnału z detektora fazy częstotliwość impulsów taktujących była p -tą wielokrotną częstotliwości napięcia sieci zasilającej.

4. Porównanie struktur sterowania

Występujące w przedstawionej na rys. 3 strukturze sterowania układu prostowniczego z PLL wielkości można formalnie opisać w sposób matematyczny. Napięcie przełączania wynosi wtedy:

$$E_p = \frac{1}{T_0} \int_{t_1}^{t_1 + T_0} E_{G_0}(t) dt \quad (4)$$

a napięcie wejściowe komparatora:

$$E_K(t) = \frac{1}{T_0} \int_{t_1}^t E_{G_0}(t) dt - \frac{k_k}{T_0} \int_{t_1}^t (w - u) dt - E_p. \quad (5)$$

Wprowadzając napięcie porównawcze:

$$S_G(t) = - \frac{1}{T_0} \int_{t_0}^t E_{G_0}(t) dt \quad (6)$$

uzyskuje się po prostych przekształceniach:

$$E_K(t) = - S_G(t) + S_G(t_1 + T_0) + \frac{k_k}{T_0} \int_{t_1}^t (w - u) dt \quad (7)$$

a warunek pojawienia się impulsów taktujących przyjmuje postać:

$$S_G(t_1 + T_0) + \frac{k_k}{T_0} \int_{t_1}^t (w - u) dt > S_G(t). \quad (8)$$

Gdyby w przedstawionym na rys. 1 układzie sterowania przez poziomowanie napięcia sterującego napięciem synchronizującym założyć napięcie sterujące równe całce z różnicy napięć wiodącego i wyjściowego (2), to warunek pojawienia się impulsów taktujących przyjąłby postać:

$$y(t_1) + \frac{k_k}{T_0} \int_{t_1}^t (w - u) dt > S(t) \quad (9)$$

przy czym:

$$y(t_1) = S(t_{1-}) \quad (10)$$

Jeśli założyć stały kształt napięcia synchronizującego, to:

$$S(t_{1-}) = S(t_1 + T_0) \quad (11)$$

a warunek (9) pojawiania się impulsów taktujących przyjmie postać:

$$S(t_1 + T_0) + \frac{k_k}{T_0} \int_{t_1}^t (w - u) dt > S(t). \quad (12)$$

Z porównania zależności (8) i (12) widać, że warunek powstawania impulsów taktujących w układzie sterowania z pętlą synchronizacji fazowej i zadawaniem napięcia wiodącego skonstruowanym zgodnie z rys. 3 ma taką samą postać jak warunek powstawania impulsów taktujących w układzie sterowania przez poziomowanie w przypadku napięcia sterującego stanowiącego całość z różnicy napięcia wiodącego i wyjściowego. Warunek równoważności tych układów sprowadza się więc do wymagania, by napięcie porównawcze $S_G(t)$ miało taki sam przebieg dla sąsiednich pulsów. Warunek ten jest między innymi spełniony w przypadku małych odchyłek od punktu równowagi. Należy przy tym jeszcze zwrócić uwagę na fakt, że pochodnej napięcia synchronizującego (ma ona istotny wpływ na własności dynamiczne układu objętego sprzężeniem zwrotnym) [2] odpowiada w układzie z PLL napięcie wstępne goysterowania wzięte ze znakiem przeciwnym, jako że:

$$S'_G(t) = - E_{GO}(t).$$

Ponieważ prąd wyjściowy układu prostowniczego jest funkcją napięcia wyjściowego i siły elektromotorycznej obciążenia, można więc obwód zadawania prądu również wykorzystywać w charakterze nastawialnego detektora fazy. Taki detektor fazy będzie posiadał jednak dwie istotne cechy różniące go od detektora wykorzystującego obwód zadawania napięcia. Po pierwsze będzie on wprowadzał dodatkową inercję w obwód pętli sprzężenia zwrotnego, po drugie wystąpi w nim silne uzależnienie sygnału napięcia wyjściowego detektora od zakłóceń występujących w obwodzie głównym (wpływ siły elektromotorycznej obciążenia). Szczególnie niebezpieczne jest drugie z opisanych zjawisk. Może ono w przypadku większych zaburzeń powodować "przeskakiwanie" kąta opóźnienia o wartość równą średniemu kątowi impulsowania $\frac{2\pi}{p}$, a w efekcie niestabilną pracę układu.

Nawet w przypadku gdy dla warunku pracy ustalonej uzyska się opis układu z PLL i z poziomowaniem za pomocą identycznych równań, nie będzie to miało żadnej wartości praktycznej, a układ sterowania realizowany w taki sposób nie będzie się nadawał do aplikacji. W tej sytuacji zrezygnowano z poszukiwania analogii pomiędzy układem prostowniczym z zadawaniem prądu i sterowaniem przez poziomowanie oraz sterowaniem za pomocą pętli synchronizacji fazowej.

5. Podsumowanie

Rozważania teoretyczne skonfrontowano z badaniami na modelu symulacyjnym. Potwierdziły one przyjętą tezę, że objęty ujemnym napięciowym całkującym sprzężeniem zwrotnym układ prostowniczy sterowany przez poziomowanie napięcia sterującego napięciem synchronizującym i układ prostowniczy z zadawaniem napięcia i zastosowaniem pętli synchronizacji fazowej, jeśli są skonstruowane tak, by były spełnione przedstawione w rozdziale 3 relacje, posiadają w szerokim zakresie zmian parametrów identyczne własności statyczne i dynamiczne. Różnice w zachowaniu się tych układów występują dopiero przy dużych zakłóceniach, takich, które wymagają dla sąsiednich pulsów skokowej zmiany kąta opóźnienia o wartość rzędu $\frac{2\pi}{p}$ i większych. Przy tak dużych wartościach przyrostów kąta opóźnienia mogą wystąpić zaburzenia w pracy układu prostowniczego polegające na "przeskakiwaniu" kąta opóźnienia o wartość $\frac{2\pi}{p}$ względem zalecanego kąta opóźnienia.

LITERATURA

- [1] Bem D.J.: Pętla synchronizacji fazy. Hi-Fi Audio-Video 1/84. Wyd. NOT - SIGMA.
- [2] Krykowski K.: Zastosowanie równoważnego modelu impulsowego do oceny stanów przejściowych układów prostowniczych objętych sprzężeniem zwrotnym. IKK "Stany przejściowe w tyrystorach i układach tyrystorowych". Wyd. Politechnika Łódzka, Łódź 1985.
- [3] Nieznański J.: Pętla synchronizacji fazowej w układach sterowania fazowego przekształtników tyrystorowych. III KK Elektroenergetyczna Napędu Elektrycznego i Trakcji. Wyd. AGH, Kraków 1984.
- [4] Pelly B.R.: Tyrystorowe przekształtniki i cyklokonwertory. WNT, Warszawa 1976.

Recenzent: prof. dr inż. Mieczysław Wierzejski

Wpłynęło do redakcji dn. 15 czerwca 1986 r.

ОПРЕДЕЛЕННЫЕ АНАЛОГИИ МЕЖДУ ВЫПРЯМИТЕЛЬНЫМИ СИСТЕМАМИ С ПЕТЛЕЙ ФАЗНОЙ СИНХРОНИЗАЦИИ И ВЫПРЯМИТЕЛЬНЫМИ СИСТЕМАМИ УПРАВЛЯЕМЫМИ ПРИ ПОМОЩИ СРАВНИВАНИЯ СИНХРОНИЗУЮЩЕГО НАПРЯЖЕНИЯ

Р е з ю м е

Формально преобразовывая уравнения изображения системы с петлей фазной синхронизации и обратной связи по выпрямленному напряжению, получены отношения изображающие момент появления импульсов зажигающих вентили аналогичны к соответствующим отношениям для управления использующего сравнивание управляющего напряжения синхронизирующим напряжением в системе с обратной связью по напряжению. Предварительное управляющее напряжение для систем с петлей фазной синхронизации должно при этом быть пропорциональное к производной синхронизирующего напряжения для систем со сравниванием. Это дало возможность сделать вывод, что в определенных условиях системы с петлей фазной синхронизации обеспечивают такие же статические и динамические свойства выпрямителя как системы со сравниванием управляющего напряжения и синхронизирующего напряжения, в которых применено обратную связь по напряжению.

SOME ANALOGIES BETWEEN RECTIFIER SYSTEMS WITH PHASE LOCKED LOOP AND THE ONES CONTROLLED WITH COMPARISON OF REFERENCE VOLTAGE

S u m m a r y

By formal changing the equations, which are describing a system with phase locked loop and feedback from output voltage. Expressions which describe a moment of appearing tripping pulse of valves are obtained. This expressions are analogous to the suitable expressions of a control with a comparison of control voltage and reference voltage in a system with the negative voltage feedback. Preliminary control voltage for the systems with phase locked loop ought to be proportional to derivate of reference voltage in systems with a comparison. It allows to conclude, that in definite events the systems with phase locked loop security the same statical and dynamical properties as the systems with comparison of control voltage and reference voltage in case negative voltage feedback.

Marian KALUS

Tadeusz SKOCZKOWSKI

ZASTOSOWANIE MODELU MATEMATYCZNEGO DO OPTIMALIZACJI PROCESU
NAGRZEWANIA INDUKCYJNEGO RUR

Streszczenie. W artykule opisano model matematyczny procesu nagrzewania indukcyjnego stalowych rur ferromagnetycznych. Model ten składa się z równań różniczkowych wraz z warunkami granicznymi, które opisują sprzężone zjawiska cieplne i elektromagnetyczne w nagrzewnicy indukcyjnej. W modelu uwzględniono nieliniowość wszystkich współczynników, wpływ charakteru źródła zasilania i termiczny wpływ wymurówki. Równania modelu zostały rozwiązane metodą różnic skończonych. W celu skrócenia czasu obliczeń zaproponowano nową metodę częściowego rozprężnienia pól. Opisano również rezultaty zastosowania modelu do optymalizacji nagrzewania. Przedstawiono wyniki eksperymentalnej weryfikacji wyników uzyskanych na drodze obliczeniowej.

Ważniejsze oznaczenia

B	- indukcja magnetyczna
C	- ciepło właściwe
D	- indukcja elektryczna
E	- natężenie pola elektrycznego
J	- gęstość prądu
H, Hp	- natężenie pola magnetycznego, jego wartość początkowa
r, r_1, r_2, r_3, r_4	- promień, promienie wewnętrzne i zewnętrzne odpowiednio rury i wymurówki
t	- czas
v	- prędkość liniowa
$T, T_c, T_{ot}, T_p, T_{oo}$	- temperatura; punktu Curie, otoczenia, początkowa, wody chłodzącej wzbudnik
W_o, W_{sr}	- funkcja opisująca rozkład wewnętrznych źródeł ciepła; jej wartość średnia
α	- współczynnik przejmowania ciepła
δ	- gęstość masy; konduktywność

ε	- emisyjność całkowita
λ	- przewodność cieplna właściwa
μ_0, μ	- przenikalność magnetyczna próżni, względna
ρ	- rezystywność
σ_0	- stała Stefana
$f_{1,2}$	- uogólniony średni współczynnik konfiguracji między powierzchniami
e, i	- wielkość na powierzchni zewnętrznej i wewnętrznej rury
$1, 2, w$	- wielkość związana ze wzбудnikiem, wsadem i wymurówka

1. Cel budowy modelu

Podejmowane od paru lat w wielu krajach próby zoptymalizowania procesu nagrzewania indukcyjnego rur są przejawem światowych tendencji zmierzających do obniżenia energochłonności procesów przemysłowych oraz do maksymalnego podniesienia jakości wytwarzanych produktów. Zadanie optymalizacji może być sformułowane wielorako, a minimalizowany w procesie optymalizacji wskaźnik jakości może zapewnić realizację tego procesu, np. przy minimalnym zużyciu energii, w jak najkrótszym czasie, przy minimalnej zgorzelinie, przy określonych błędach między wymaganym a uzyskanym końcowym rozkładem temperatury oraz przy ograniczeniach nałożonych na funkcję sterującą i wielkość charakteryzująca proces nagrzewania, jaką może być np. szybkość nagrzewania, gradient temperatury, średnia temperatura wsadu, naprężenia termiczne itp.

Celem artykułu jest prezentacja modelu matematycznego procesu nagrzewania indukcyjnego rur ferromagnetycznych oraz ilustracja wyników procesu optymalizacji przeprowadzonego na podstawie zbudowanego modelu,

Zadanie optymalizacji procesu nagrzewania indukcyjnego można sformułować np. tak:

poszukuje się takiego sterowania mocą źródła zasilania nagrzewnicy $P(t)$, $t \in [0, t^*]$, należącego do klasy funkcji przedziałami ciągłych i zapewniającego, przy ograniczeniach technologicznych i ograniczeniach nałożonych na wektor sterowania, spełnienie w czasie całego procesu nagrzewania warunku:

$$\max \left[\frac{\partial T}{\partial r} \right] < \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_{\text{dop}}$$

oraz uzyskanie minimalnego czasu nagrzewania. Znalezione algorytm sterowania optymalnego musi ponadto uwzględniać takie czynniki jak np. zmianę asortymentu i parametrów walcowania, różne warunki wymiany ciepła w nagrzewnicy, różnorodność warunków początkowych oraz zmianę parametrów źródła zasilania. Przystępując do poszukiwania algorytmu sterowania należy z góry znać parametry energetyczne źródła zasilania oraz strukturę jego układu regulacji, a ponadto przyjąć typ urządzenia realizującego algorytm, np. maszynę cyfrową, mikroprocesor.

W rozpatrywanym przypadku, zgodnie z tendencjami światowymi założono, że nagrzewnica zasilana będzie z tyrystorowego falownika równoległego, a do sterowania zostanie wykorzystany system mikroprocesorowy.

2. Model matematyczny

Warunkiem niezbędnym rozwiązania zadania optymalizacji jest posiadanie modelu matematycznego procesu nagrzewania - modelu, który z jednej strony ujmowałby całą złożoność procesów fizycznych w nagrzewnicy, z drugiej zaś strony zapewniałby niski koszt i dużą szybkość obliczeń oraz techniczną możliwość jego wykorzystania w układzie sterowania opartym na mikroprocesorze.

Cechą charakterystyczną indukcyjnych układów grzejnych jest występowanie ściśle sprzężonych pól elektromagnetycznych i temperatury. Te silnie nieliniowe pola: elektromagnetyczne i temperatury w nagrzewnicy składającej się ze wsadu oraz ze wzbudnika wraz z izolacją cieplną można ogólnie opisać układem równań Maxwella dla pola elektromagnetycznego i Fouriera-Kirchhoffa.

dla pola temperatury

$$\text{rot } H_1(x, y, z, t) = J_{0a} k_1 \quad ; \quad \text{div } H_1(x, y, z, t) = 0 \quad ;$$

$$\text{rot } E_1(x, y, z, t) = - \frac{\partial B_1(x, y, z, t)}{\partial t} \quad ; \quad \text{div } E_1(x, y, z, t) = \frac{\rho_1(x, y, z, t)}{\epsilon_1(x, y, z, t)}$$

$$\text{rot } H_2(x, y, z, t) = J_{0a} k_2 \quad ; \quad \text{div } H_2(x, y, z, t) = 0 \quad ;$$

$$\text{rot } E_2(x, y, z, t) = - \frac{\partial B_2(x, y, z, t)}{\partial t} \quad ; \quad \text{div } E_2(x, y, z, t) = \frac{\rho_2(x, y, z, t)}{\epsilon_2(x, y, z, t)} \quad ;$$

$$\text{div}(\lambda_1(x, y, z, t) \text{grad } T_1) - c_1(x, y, z, t) \delta_1(x, y, z, t) \frac{\partial T_1(x, y, z, t)}{\partial t} = 0 \quad ;$$

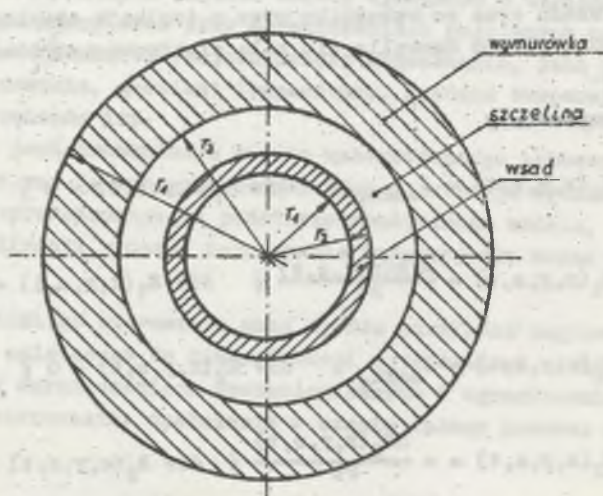
$$\operatorname{div}(\lambda_2(x, y, z, t) \operatorname{grad} T_2) - \alpha_2(x, y, z, t) \cdot T_2(x, y, z, t) \frac{\partial T_2(x, y, z, t)}{\partial t} = W_c(x, y, z, t),$$

gdzie

$$J_{\text{całk}} = \int E + \frac{\partial D}{\partial t} + \int (V \times B) + J_{\text{obs}} + \operatorname{rot}(D \times V) \quad (1)$$

Dopiero jednak pochylenie szeregu założeń upraszczających pozwala układ ten doprowadzić do postaci znacznie prostszej, praktycznie umożliwiającej jego rozwiązanie. Do założeń tych zaliczymy: przyjęcie nieskończonego długiego modelu geometrycznego nagrzewnicy o pełnej symetrii osiowej i ograniczenie rozważań do układów nieruchomych, przyjęcie założenia o jednorodności i izotropii ciał oraz o niezmienności ich wymiarów w czasie, pominięcie prądów przesunięcia, pominięcie polowych zjawisk elektromagnetycznych we wzбудniku, przyjęcie do obliczeń jednoznacznej krzywej magnesowania, przy analizie zjawisk termokinetycznych pominięcie wpływu uzwojeń wzbudnika ograniczając rozważania jedynie do izolacji cieplnej wzbudnika.

Szkiełko nagrzewnicy pokazano na rys. 1. Poprawność przyjęcia tych założeń, w przypadku nagrzewnic przemysłowych, została dokładnie przedyskutowana w pracy [1].



Rys. 1. Szkiełko nagrzewnicy
Rys. 1. Scheme of the heater

Równania pól sprzężonych po uwzględnieniu wszystkich powyższych założeń przyjął postać:

- dla pola elektromagnetycznego we wsadzie:

$$\frac{\partial [\mu_2(H,T)H(r,T)]}{\partial t} - \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} [r\rho_2(T) \frac{\partial H(r,T)}{\partial r}] = 0 \quad (2.1)$$

- dla pola temperatury we wsadzie:

$$\tau_2(T)c_2(T) \frac{\partial T(r,t)}{\partial t} - \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} [r\lambda_2(T) \frac{\partial T(r,t)}{\partial r}] = w_0(r,t) \quad (2.2)$$

- w wymurówce:

$$\tau_w(T)c_w(T) \frac{\partial T(r,t)}{\partial t} - \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} [r\lambda_w(T) \frac{\partial T(r,t)}{\partial r}] = 0 \quad (2.3)$$

Równania (2.1)-(2.3) zostały uzupełnione o odpowiednie warunki początkowe i graniczne, od przyjęcia których o dużej mierze zależy pracobłoność rozwiązania i dokładność wyników:

$$H(r,0) = H_p$$

$$H(r_2,t) = H_e(t)$$

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{2}{\mu_0 \tau_2 r_1} \cdot \frac{\partial H}{\partial r} \Big|_{r=r_1}$$

$$T(r,0) = T_p$$

$$-\lambda_2(T) \frac{\partial T(r_2,t)}{\partial r} = \epsilon_0 f_{2,3}^* [(T_e+273)^4 - (T_{w1}+273)^4] + \alpha_2 (T_e - T_w)$$

$$T_w(r,0) = T_{wp}$$

$$T_{we} = T_{oo}$$

(3)

$$-\lambda_w(T) \frac{\partial T(r_1,t)}{\partial r} = \epsilon_0 f_{3,2}^* [(T_e+273)^4 - (T_{w1}+273)^4] + \alpha_{w3} (T_e - T_1)$$

Współczynniki równań $C(T)$, $\gamma(T)$, $\lambda(T)$, $\rho(T)$ zarówno dla wymurówki, jak i dla wsadu są opisane w szerokim zakresie temperatur (0-1200°C), w zależności od składu chemicznego, wyrażeniami analitycznymi z dokładnością lepszą niż 5%. Zależność μ od H i T została uwzględniona w następującej postaci:

$$\mu(H, T) = \mu_0 \left[1 + \left(\frac{\mu(H)}{\mu_0} - 1 \right) \psi(T) \right],$$

$$\psi(T) = \begin{cases} 1 - \left(\frac{T}{T_0} \right)^6 & T < T_0 \\ 0 & T > T_0 \end{cases} \quad (4)$$

$\mu(H)$ jest nieliniową przenikalnością magnetyczną wyznaczoną z uśrednionej dla różnych gatunków stali krzywej magnesowania przy $H > 10^4$ A/m, co ma miejsce w nagrzewnicach indukcyjnych, błąd wynikający z korzystania z krzywej uśrednionej nie przekracza 2,5%.

3. Stosowane metody numeryczne

Z wielu metod, jakie mogą być użyte przy rozwiązywaniu układu cząstkowych równań różniczkowych (2) wraz z warunkami (3), wybrano metodę siatek. Równania (2) zostały zastąpione równaniami różnicowymi niejawnymi o różnicach centralnych z dokładnością $O(h^2 + \tau)$. Uzyskany w ten sposób liniowy układ równań algebraicznych dla równania przewodnictwa cieplnego rozwiązano metodą przebiegania, a równania dla pola elektromagnetycznego metodą rozkładu macierzy współczynników na macierze L i U .

Porównując zastępcze stałe czasowe procesu elektromagnetycznego i termokinetycznego można stwierdzić, że różnią się one aż o dwa rzędy. Konsekwencją tego jest fakt, że rozwiązywanie równań obu pól z tym samym krokiem czasowym jest bardzo nieefektywne. Zaproponowano zastosowanie jednej z metod mechaniki nieliniowej tzw. metody uśredniania [2]. Idea tej metody polega na wyróżnieniu i oddzieleniu od siebie zjawisk szybkich (elektromagnetycznych) i wolnych (termokinetycznych) - zakłada się, że pole elektromagnetyczne jest okresowe pomiędzy dwoma chwilami próbkowania pola temperatury. Do równania (2.2) w miejsce chwilowych wartości wewnętrznych źródła ciepła $w_0(x, t)$ ustawia się ich wartość uśrednioną obliczoną jako:

$$w_{\text{sr}} = \rho_2 \left[\frac{\partial H_{\text{sr}}}{\partial T} \right]^2 \quad (5)$$

gdzie:

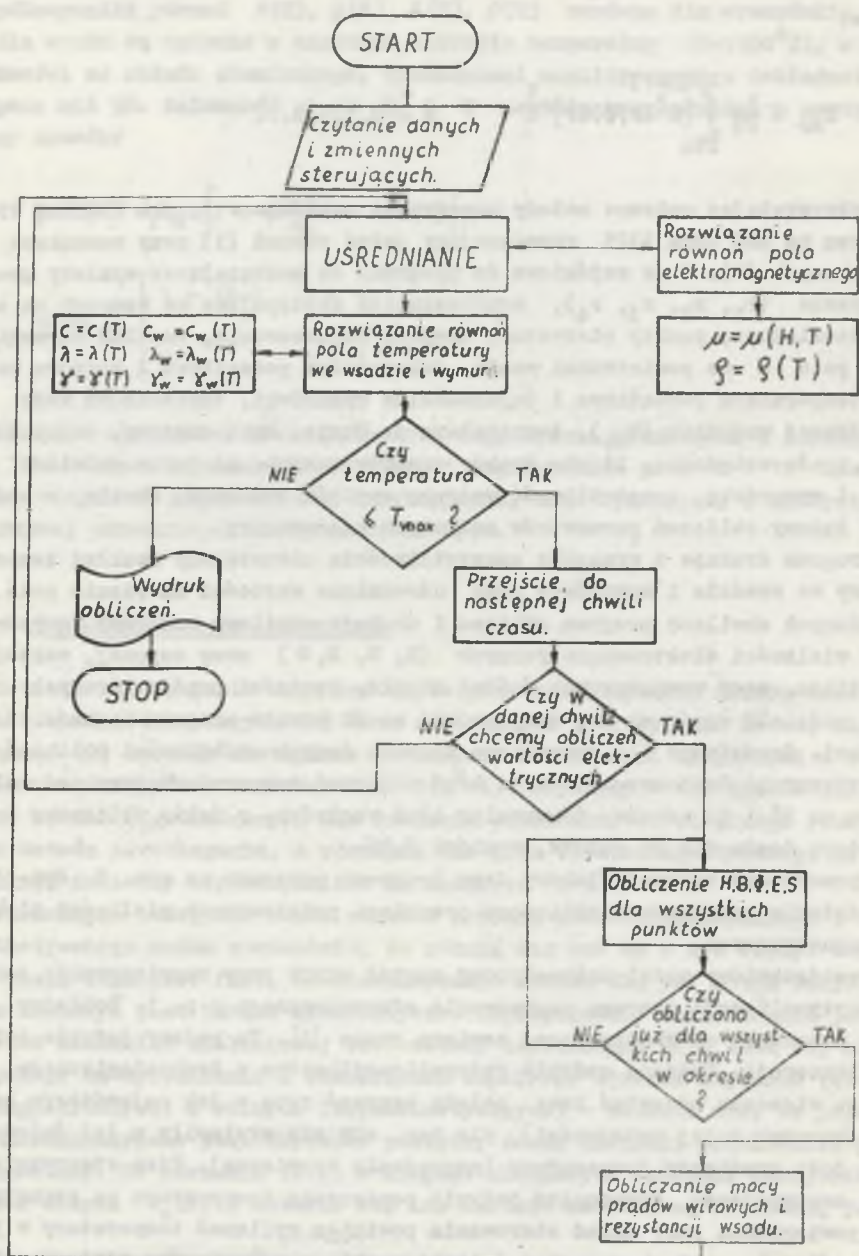
$$H_{sr} = \frac{1}{2\pi} \int_{2\pi n}^{2\pi(n+1)} [H^2(r, \phi) d\phi] \frac{1}{2} \quad n = 0, 1, 2, 3 \dots$$

Wykorzystując opisane metody numeryczne napisano w języku FORTRAN 1900 program na EMC ODRA 1325 rozwiązujący układ równań (1) przy warunkach granicznych (2). Dane wejściowe do programu są następujące: wymiary geometryczne (r_1, r_2, r_3, r_4), współczynniki występujące we wzorach na stałe materiałowe, punkty pierwotnej krzywej magnesowania, rozkład harmonicznych pola H na powierzchni wsadu, temperatura początkowa i końcowa wsadu, temperatura początkowa i dopuszczalna wymurówki, temperatura wody chłodzącej wzbudnik (T_{00}), temperatura p. Curie, krok czasowy, częstotliwość prądu wzbudnika, liczba kroków przestrzennych, na jakie dzielimy wsad i wymurówkę, częstotliwość wydruku wyników obliczeń, chwile, w których żądamy obliczeń parametrów całkowitych nagrzewnicy.

Program drukuje z wymaganą częstotliwością nieustalony rozkład temperatury we wsadzie i wymurówce oraz uśrednione wartości natężenia pola H . W żądanych chwilach program oblicza i drukuje chwilowe rozkłady wszystkich wielkości elektromagnetycznych (H, B, E, ϕ) mocy czynnej, wektora Poyntinga, mocy wewnętrznych źródeł ciepła, gęstości prądów wirowych. Przy podziale wsadu na 50, a wymurówki na 20 warstw program zajmuje 15 k pamięci. Sprawdzono dla szerokiego zakresu danych stabilności obliczeń numerycznych. Oszacowano również błąd obliczeń temperatury przy podziale wsadu na 25 i 50 warstw. Maksymalny błąd względny, z jakim obliczono temperaturę wsadu dla 25 warstw, wyniósł 2,7%.

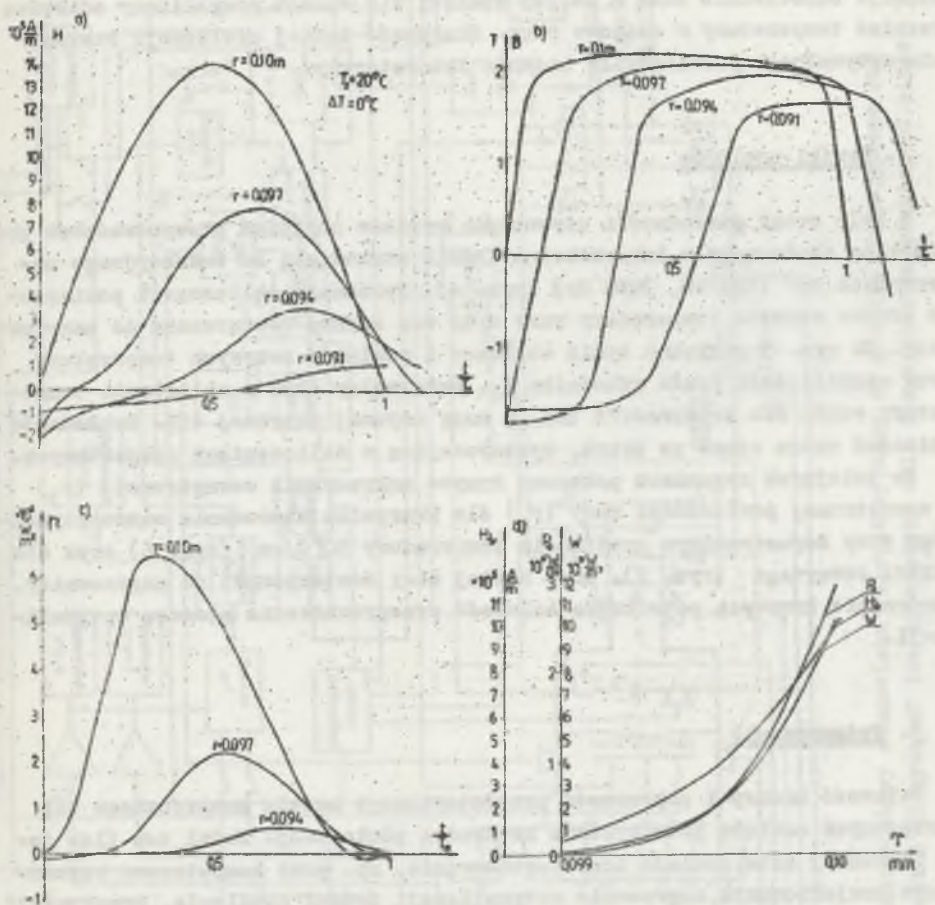
Uproszczony schemat blokowy tego programu pokazano na rys. 2. Rys. 3 przedstawia przykładowo obliczone przebiegi podstawowych wielkości elektromagnetycznych.

Przedstawiony model matematyczny został użyty przy rozwiązywaniu zadania optymalizacji procesu nagrzewania sformułowanego w p. 1. Dokładny opis procedury optymalizującej zawiera praca [3]. Tu podamy jedynie opis jej koncepcji. Opisanie zadanie optymalizacji można z technologicznego punktu widzenia odczytać tak: należy nagrzać rurę w jak najkrótszym czasie (warunek dużej wydajności), ale tak, aby nie wystąpiły w jej ściance zbyt duże gradienty temperatury (naprężenia termiczne). Idea sterowania jest następująca: dysponując jedynie pomierzoną temperaturą na zewnętrznej powierzchni rury układ sterowania powinien wyliczać temperatury w poszczególnych punktach wewnątrz ścianki rurki, a w przypadku stwierdzenia zbyt dużych gradientów temperatury wyłączać moc aż do chwili, gdy na skutek zjawisk termokinetycznych niebezpieczne gradienty znikną. Taka koncepcja układu sterowania zmusza do rozwiązywania równania przewodnictwa ciepłego w nagrzewnicy w rzeczywistym czasie sterowania. Nawet maszyna



Rys. 2. Uproszczony schemat blokowy programu

Fig. 2. Simplified flow chart of the program



Rys. 3. Przebiegi natężenia pola H (a), indukcji magnetycznej B (b), wektora Poyntinga \vec{P} (c) i rozkład uśrednionej mocy powierzchniowej P_0 , wewnętrznych źródeł ciepła W i natężenia H_{av} (d). Stan zimny
 Fig. 3. Waveforms of magnetic strength H (a), magnetic flux density B (b), Poynting's vector \vec{P} (c) and average surface power density P_0 , average heat source W and average magnetic strength H_{av} (d). Ferromagnetic state

o średniej szybkości obliczeń nie jest w stanie w czasie rzeczywistym dokonać tych obliczeń. Chcąc więc wykorzystać do sterowania znacznie wolniejszy system mikroprocesorowy, sterowanie optymalne odbywa się następująco: do pamięci systemu wprowadza się dane uzyskane z rozwiązania równania przewodnictwa cieplnego na dużej maszynie cyfrowej, algorytm sterowania oparty na pomiarach temperatury powierzchni zewnętrznej rury, wyszukuje odpowiednie dane w swojej pamięci i w sposób przybliżony odtwarza rozkład temperatury w ścianie rury. Śluszność takiej realizacji sterowania optymalnego potwierdziły badania laboratoryjne.

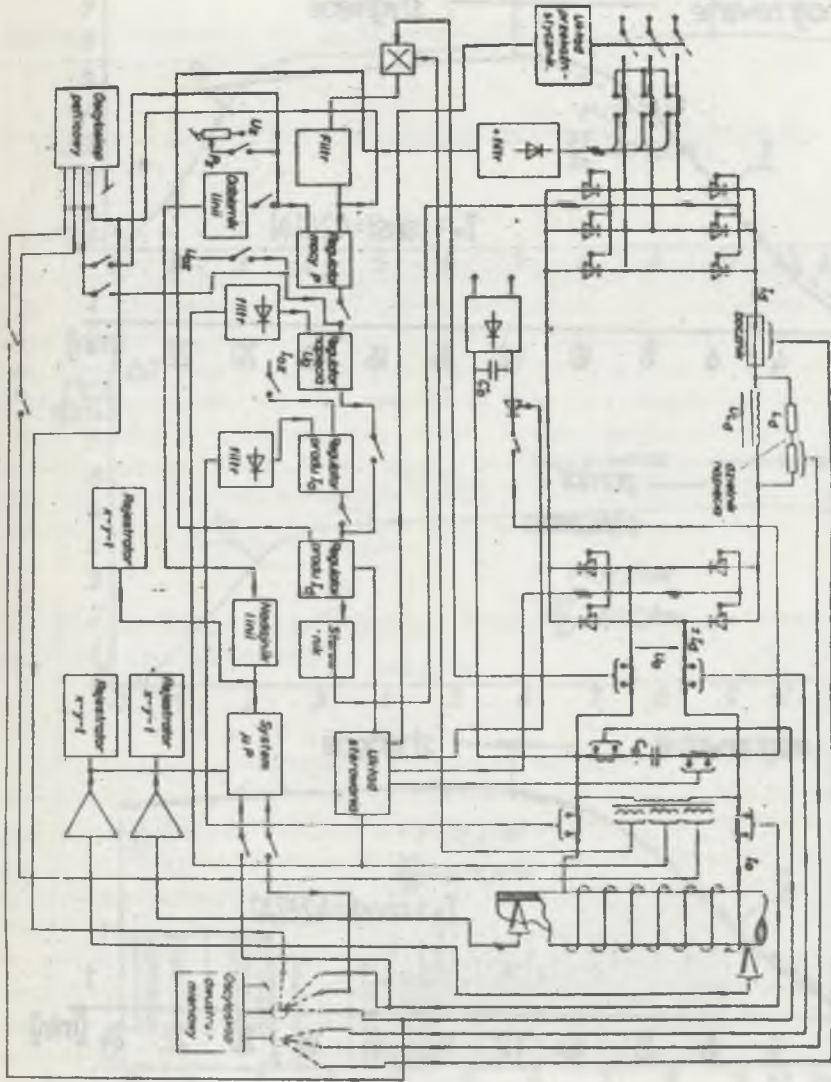
4. Wyniki pomiarów

W celu oceny dokładności uzyskanych wyników obliczeń przeprowadzono pomiary na zbudowanym w laboratorium IPPEiE stanowisku do indukcyjnego nagrzewania rur (100 kW, 3000 Hz) (rys. 4). Porównano obliczone i pomierzone krzywe wzrostu temperatury rury oraz moc czynną dostarczoną do nagrzewnicy. Na rys. 5 pokazano wynik obliczeń i pomiarów krzywych temperatury przy stabilizacji prądu wzbudnika I_0 . Maksymalny błąd w obliczaniu temperatury wsadu nie przekroczył 10%, a mocy czynnej pobranej 12%. Dokładność obliczeń można uznać za dobrą, wystarczającą w obliczeniach projektowych.

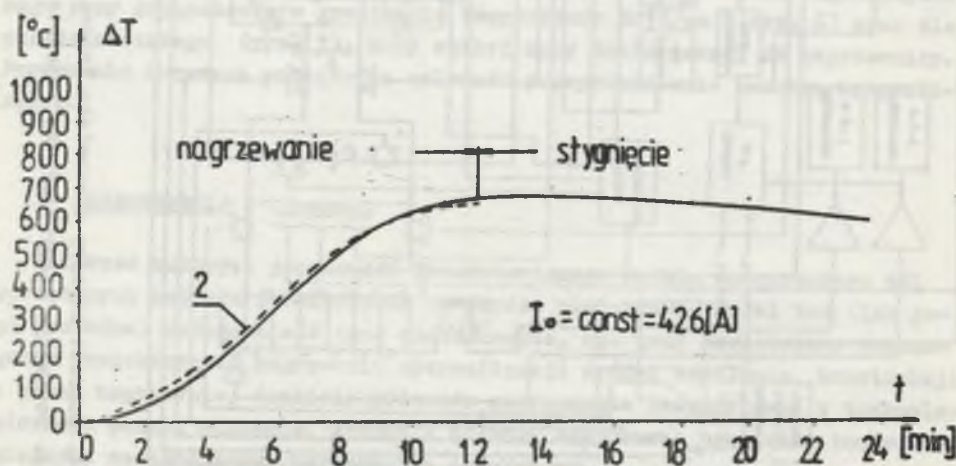
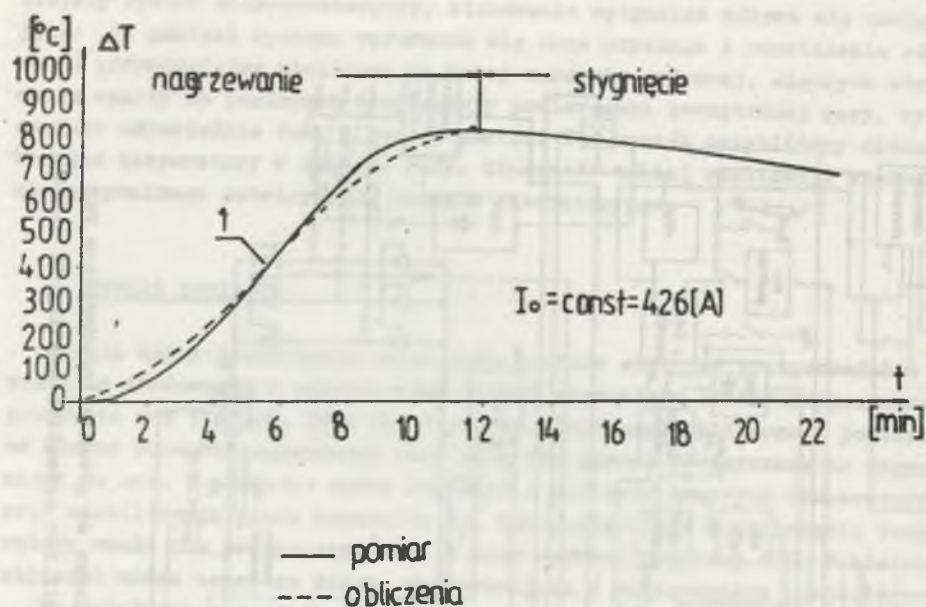
Na kolejnych rysunkach pokazano krzywe nagrzewania zewnętrznej (r_3) i wewnętrznej powierzchni rury (r_0) dla przypadku sterowania czasooptymalnego przy dopuszczalnym gradiencie temperatury $50^\circ\text{C}/\text{cm}$ (rys. 6) oraz dla układu otwartego (rys. 7), przy stałej mocy dostarczonej do nagrzewnicy. Porównanie krzywych potwierdza celowość przeprowadzenia procesu optymalizacji.

5. Podsumowanie

Celowość budowy i poprawność przedstawionego modelu numerycznego pól sprzężonych została potwierdzona na drodze pomiarowej. Model ten (lub jego pochodne) może znaleźć inne zastosowanie, np. przy komputerowo wspomaganym projektowaniu, nagrzewnic optymalizacji źródeł zasilania, konstrukcji i pracy nagrzewnic, analizie procesów nagrzewania indukcyjnego z technologicznego punktu widzenia, syntezie układów sterowania procesami technologicznymi zawierającymi nagrzewnice indukcyjne.

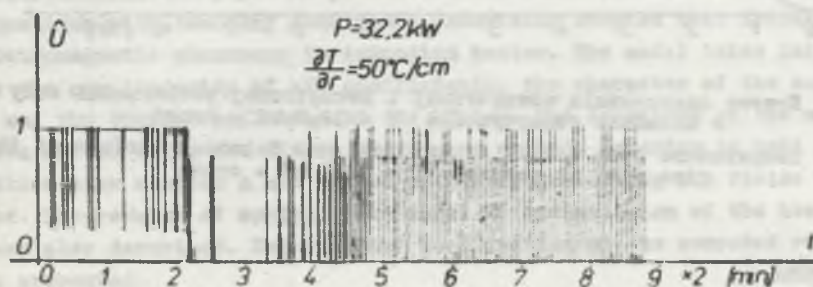
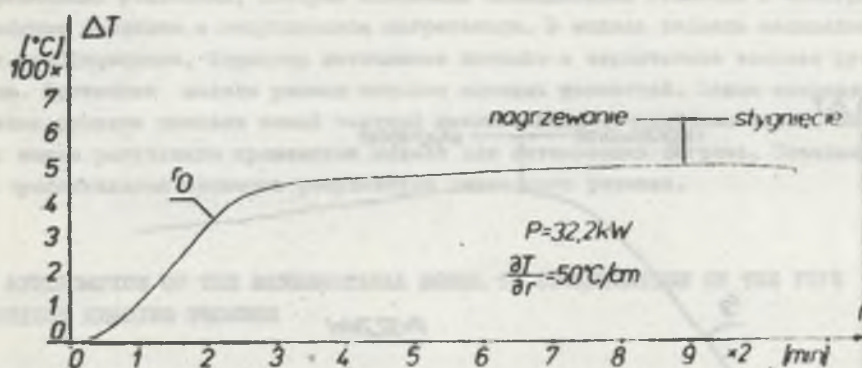
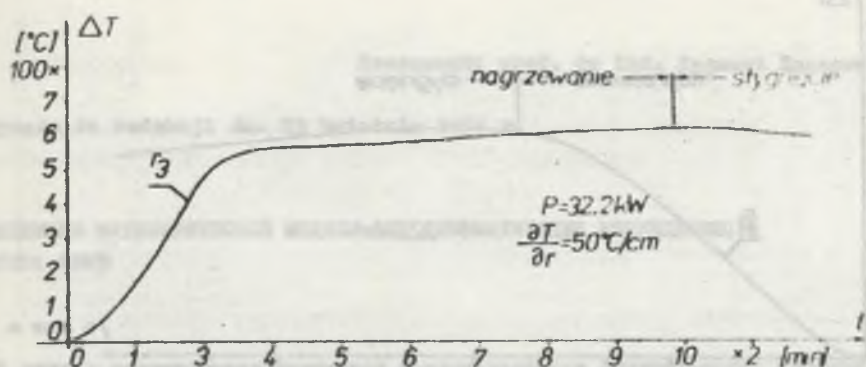


Rys. 4. Schemat blokowy stanowiska laboratoryjnego do grzania indukcyjnego rur
 Fig. 4. Schematic diagram of the laboratory unit for induction heating of pipes



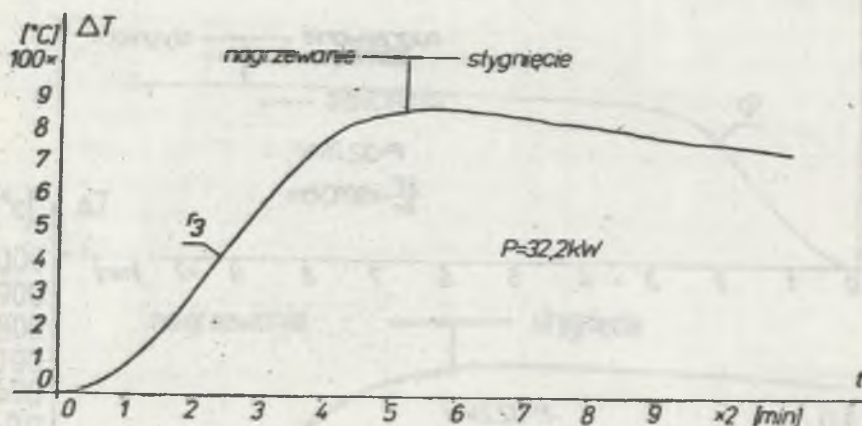
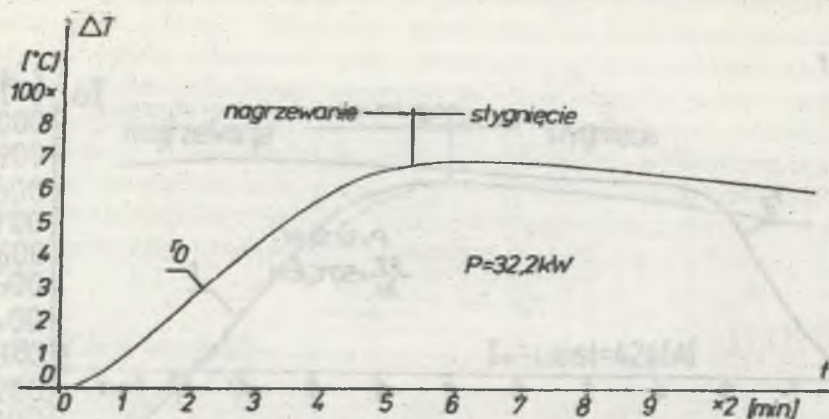
Rys. 5. Krzywe nagrzewania zewnętrznej (1) i wewnętrznej (2) powierzchni rury $I_0 = 426 \text{ A} = \text{const}$

Fig. 5. Temperature rise curves at external and internal surface of the pipe $I_0 = 426 \text{ A} = \text{const}$



Rys. 6. Krzywe nagrzewania zewnętrznej i wewnętrznej powierzchni rury oraz funkcja sterująca w procesie nagrzewania czasooptymalnego

Fig. 6. Temperature rise curves at external and internal surface and the control function in the time optimal control



Rys. 7. Krzywe nagrzewania wewnętrznej i zewnętrznej powierzchni rury w układzie otwartym dla $P = 32,2 \text{ kW} = \text{const}$

Fig. 7. Temperature rise curves at external and internal surface of the pipe with no control $P = 32,2 \text{ kW} = \text{const}$

LITERATURA

- [1] Skoczowski T.: Analiza zjawisk elektromagnetycznych i cieplnych w nagrzewnicach indukcyjnych wsadów walcowych. Gliwice, rozprawa doktorska, 1985.
- [2] Mitropolskij I.A.: Metod usrednienija w nieliniejnoy mechanikie. Naukowa Dumka, Kijów 1971.

- [3] Kalus M.; Sterowanie optymalne grzania indukcyjnego. Gliwice, rozprawa doktorska, 1986.

Recenzent: prof. dr inż. Zygmunt Kuczewski

Wpłynęło do redakcji dn. 15 kwietnia 1986 r.

ПРИМЕНЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ДЛЯ ОПТИМИЗАЦИИ ИНДУКЦИОННОГО НАГРЕВА ТРУБ

Резюме

В статье описана математическая модель процесса индукционного нагрева стальных ферромагнитных труб. Модель состоит из дифференциальных уравнений с граничными условиями, которые описывают объединенные тепловые и электромагнитные процессы в индукционном нагревателе. В модель введена нелинейность всех коэффициентов, характер источников питания и термическое влияние футеровки. Уравнения модели решены методом конечных разностей. Целью сокращения времени решения показан новый частный декомпозиции соединенных полей. Описаны также результаты применения модели для оптимизации нагрева. Показана экспериментальная проверка результатов численного решения.

THE APPLICATION OF THE MATHEMATICAL MODEL TO OPTIMIZATION OF THE PIPE INDUCTION HEATING PROCESS

Summary

In this paper a mathematical model of the process of induction heating of steel ferromagnetic pipes is presented. The model consists of differential equations with boundary conditions describing coupled heat transfer and electromagnetic phenomena in induction heater. The model takes into account the non linearity of all coefficients, the character of the supply source and the thermal influence of the lining. The equations of the model have been solved using the finite difference method. In order to make the computation time shorter a new method of partly decoupling the fields is proposed. The results of applying the model to optimization of the heating have been also described. Experimental verification of the computed results is also presented.

Edward WILCZYŃSKI

ZASTOSOWANIE METODY RÓWNAŃ CAŁKOWYCH DO WYZNACZANIA PARAMETRÓW ELEKTROMAGNETYCZNYCH UKŁADU CEWKA - WALEC PRZEWODZĄCY

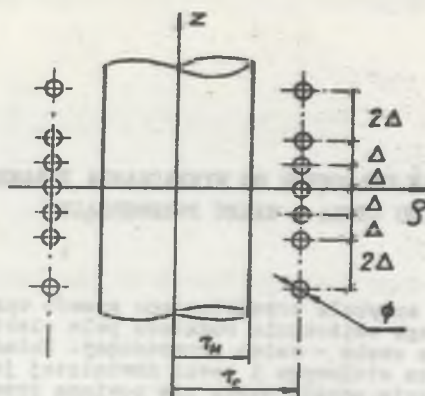
Streszczenie. W artykule przedstawiono sposób opracowania algorytmu umożliwiającego obliczenie rozkładu pola elektromagnetycznego i impedancji układu cewka - walec przewodzący. Układ składa się z nieskończonego walca stalowego i cewki nawiniętej jednowarstwowo. Częstotliwość napięcia zasilającego nie powinna przekraczać wartości 100 kHz. Obliczenia numeryczne wykonuje się dla przypadku odpuszczania spoiny kotła wysokociśnieniowego prądami średniej częstotliwości. Algorytm obliczeń opracowano na podstawie metody równań całkowych prezentowanej w pracach [10], [11], [12], [13]. Metoda została sformułowana w postaci odpowiedniego problemu brzegowego przy założeniu, że metal jest ośrodkiem liniowym, izotropowym i jednorodnym. Rozwiązanie tego problemu sprowadza się do rozwiązania układu równań całkowych na tworzącej powierzchni walcowej metalu. Wykorzystując odpowiednie wzory całkowe oblicza się następnie pole elektromagnetyczne w całej przestrzeni, straty mocy czynnej w metalu oraz impedancję cewki. W trakcie realizacji programu istnieje możliwość weryfikacji dokładności obliczeń poprzez porównanie oporności czynnej impedancji cewki z opornością wynikającą ze strat mocy czynnej w metalu.

1. Wstęp

Istnieje wiele metod wyznaczania pola elektromagnetycznego i impedancji układu cewka - walec przewodzący [3], [4], [5], [8], [9], [14]. Często wymaga się obliczenia tych parametrów w szerokim zakresie częstotliwości i przenikalności magnetycznej rdzenia. Niniejszy artykuł jest propozycją metody użytecznej w obliczeniach za pomocą minikomputera, jak również przy zastosowaniu dużej maszyny cyfrowej. Jest to metoda prowadząca do formułowania układu równań całkowych na granicy ośrodków metalu i powietrza. Po rozwiązaniu tego układu można obliczyć pole elektromagnetyczne w całej przestrzeni.

2. Układ cewka - walec przewodzący

Kształt cewki i rdzenia przyjęto taki jak na rys. 1 (powierzchnia boczna rdzenia ma równanie $\rho = \text{const}$ w układzie współrzędnych cylindrycznych ρ, φ, z , a cewka powstała przez nawijanie rurki lub drutu na taką powierzchnię).



Rys. 1. Układ cewka - walec przewodzący
Fig. 1. The system; coil - conductive cylinder.

Długość rdzenia wielokrotnie przewyższa długość cewki. Cewkę zasila się prądem sinusoidalnie zmiennym o częstotliwości do 100 kHz. Rdzeń jest ośrodkiem izotropowym, jednorodnym i liniowym ze względu na przenikalność magnetyczną μ , elektryczną ϵ i konduktywność metalu σ .

W układzie tym należy określić rozkład pola elektromagnetycznego wokół cewki, na powierzchni metalu oraz wyznaczyć impedancję cewki.

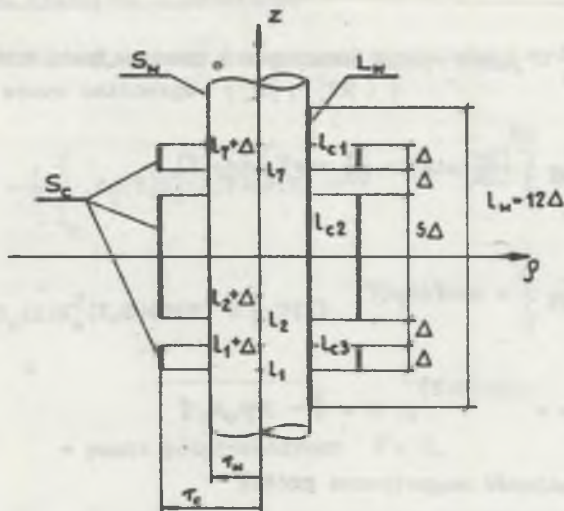
3. Układ równań całkowych

Metodę obliczeń układu z rys. 1 i innych o bardziej dowolnym kształcie prezentuje się szczegółowo w pracach [10], [11], [12], [13]. Układ fizyczny z rys. 1 zastępujemy modelem matematycznym, w którym cewkę opisuje się powierzchnią S_c (rys. 2), z określoną gęstością powierzchniową prądu $\vec{i} = \vec{i}_\varphi \hat{1}_\varphi$, a rdzeń opisuje się obszarem V_m ograniczonym powierzchnią S_w o równaniu $\rho = r_w$ we współrzędnych cylindrycznych ρ, φ, z .

Powierzchnie S_c i S_w są klasy C_2 . Składowa \vec{i}_φ gęstości prądu cewki $\vec{i} = \vec{i}_\varphi \hat{1}_\varphi$ klasy C_0 jest funkcją zmiennej z .

Z prac [10], [11], [12], [13] wynika, że pole elektromagnetyczne można obliczyć w całej przestrzeni po rozwiązaniu układu równań całkowych zapisanych na linii prostej L_w pokazanej na rys. 2 (tworząca powierzchni walcowej S_w). Układ równań całkowych ma następującą postać ([12], [13]):

$$A_\varphi(P) - \int_{L_w} A_\varphi(T) K_0^1(P, T) d\sigma(T) - \int_{L_w} \mu_w B_z(T) K_z^1(P, \bar{T}) d\sigma(T) = 0 \quad (1)$$



Rys. 2. Model matematyczny układu cewka - walec przewodzący

Rys. 2. Mathematical model of the system coil - conductive cylinder

$$A_{\varphi}(P) + \int_{L_w} A_{\varphi}(T) K_G^2(P, T) d^3(T) + \int_{L_w} B_z(T) K_z^2(P, T) d^3(T) = W(P) \quad (2)$$

gdzie:

- φ - nieujemna miara zbioru L_w , $P \in L_w$, $T \in L_w$,
- $A_{\varphi}(P) = A_{\varphi}(P) \mathbf{i}_{\varphi}$ - potencjał wektorowy określony w punkcie P,
- $B_z(P) = B_z(P) \mathbf{i}_z$ - granica jednostronna wartości składowej stycznej indukcji elektromagnetycznej określona w punkcie P przy zbliżaniu się punktu obliczeń do prostej L_w od strony przestrzeni powietrznej,
- μ_w - przenikalność magnetyczna względna rdzenia magnetycznego (stała),

$$\bar{W}(P) = W(P) \mathbf{i}_{\varphi} = \frac{\mu_0}{2\pi} \iint_{S_0} \tau(Y_0) \frac{d^3(Y_0)}{R(P, Y_0)} \quad (3)$$

- podwójna wartość potencjału wektorowego pochodzącego od gęstości prądu τ cewki a obliczonego w punkcie $P \in L_w$,

φ_0 - miara powierzchni S_0 ,

$K_G^1, K_Z^1, K_G^2, K_Z^2$ - jądra równań całkowych o następującej postaci:

$$K_G^1(P, T) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \left[\frac{\partial v}{\partial t} \sin \varphi - \frac{\partial v}{\partial n} \cos \varphi \right] d\lambda_\varphi(\varphi) \quad (4)$$

$$K_Z^1(P, T) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} v \cos \varphi d\lambda_\varphi(\varphi) \quad (5)$$

$$v = \frac{1}{r(P, T)} e^{-jkr(P, T)}, \quad k = \sqrt{-j\omega\mu_0\mu_w f} \quad (6)$$

μ_0 - przenikalność magnetyczna próżni

f - konduktywność metalu,

$$K_G^2(P, T) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \left[\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{r} \right) \sin \varphi - \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{r} \right) \cos \varphi \right] d\lambda_\varphi(\varphi) \quad (7)$$

$$K_Z^2(P, T) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\cos \varphi}{r} d\lambda_\varphi(\varphi) \quad (8)$$

λ_φ - miara zbioru współrzędnej φ na powierzchni metalu,

$t(T) = \mathbf{1}_\varphi$, wektor współrzędnej φ ,

$n(T) = \mathbf{1}_\rho$, wektor współrzędnej ρ .

Równania (1)-(2) są układem dwu równań całkowych skalarnych o niewiadomych funkcjach zespolonych $A_\varphi(T)$ i $B_z(T)$, których dziedziną jest zbiór I_w .

Wartość składowej stycznej indukcji elektromagnetycznej na powierzchni metalu $B_m(T)$, określoną jako granicę jednostronną przy zbliżeniu się punktu obliczeń do powierzchni od strony objętości metalu można obliczyć z równania:

$$B_m(T) - \mu_w B_z(T) = 0. \quad (9)$$

Wymiary cewki na rys. 2 opisane są krotnością parametru Δ , który jest jednocześnie skokiem zwoju na rys. 1. Prosta I_w powinna mieć długość rdzenia.

Do obliczeń obcinamy jej długość do wartości 12Δ , popełniając przy tym pewien błąd.

4. Potencjał wektorowy w powietrzu

Potencjał wektorowy w całej przestrzeni powietrznej wyznacza się z następującego wzoru całkowego ([10], [13]):

$$\begin{aligned}
 A_{\varphi}(X) = & -\frac{1}{2} \int_{L_w} A_{\varphi}(T) K_G^2(X, T) d\vartheta(T) - \\
 & -\frac{1}{2} \int_{L_w} B_z(T) K_z^2(X, T) d\vartheta(T) + \frac{1}{2} W(X)
 \end{aligned}
 \tag{10}$$

gdzie:

X - punkt półpłaszczyzny $\varphi = 0$,

$T \in L_w$

K_G^2 - funkcja (7),

K_z^2 - funkcja (8),

$W(X)$ - wartość funkcji (3) w punkcie X ,

$A(X) = A_{\varphi}(X) \mathbf{1}_{\varphi}$ - potencjał wektorowy w przestrzeni,

$A_{\varphi}(T), B_z(T)$ - rozwiązania układu równań (1) i (2).

Indukcję elektromagnetyczną i pole elektryczne w przestrzeni oblicza się ze wzorów:

$$B = \nabla \times A \tag{11}$$

$$E = -j\omega A. \tag{12}$$

5. Straty mocy czynnej w walcu przewodzącym

Do obliczeń na maszynie cyfrowej wykorzystano układ z rys. 1 o następujących wymiarach: $r_w = 0,636$ m, $r_c = 0,664$ m, $\delta = 0,016$ m, $\Delta = 0,022$ m. Cewkę zasila się prądem do 200 A o częstotliwości 2 kHz. Rys. 1 przedstawia proces technologiczny odpuszczania spójny kotła wysokociśnieniowego prądami średniej częstotliwości. Istotną rzeczą w tym zjawisku jest uzyskanie równomierności rozkładu natężenia pola magnetycznego na całej powierzchni nagrzewanej, dlatego po obu stronach cewki w pewnej od niej odległości dołożono po jednym zwoju. W fazie projektowania takiej cewki należy dokładnie określić wartość jej impedancji, ze względu na potrzebę dopasowania układu do istniejącego generatora i parametrów grzania walca

przewodzącego. Rdzeń nagrzewany jest do temperatury 600°C [poniżej punktu Curie dla stali). Ściany kotła mają grubość 5 cm i są wykonane ze stali austenitycznej ferromagnetycznej. Grubość ściany kotła jest większa kilkudziesiąt razy od głębokości wnikania fali elektromagnetycznej δ . W tym przypadku łatwo udowodnić, że rozkład pola elektromagnetycznego wewnątrz metalu jest identyczny z rozkładem fali płaskiej.

Straty mocy czynnej w rdzeniu (rys. 1, 2) oblicza się stosując prawo Joule'a do rurki z prądem i całkując po powierzchni prostokąta przekroju rdzenia $0 < \rho < r_w$, $-l_w/2 < z < l_w/2$ (rys. 2):

$$P = \int_0^{r_w} \int_{-l_w/2}^{l_w/2} \pi \rho^2 \omega^2 \Delta\varphi \Delta\rho d\rho dz \quad (13)$$

gdzie:

$\Delta\varphi$ - składowa potencjału wektorowego w objętości V_m metalu, liczba zespolona,

$\Delta\varphi^*$ - wielkość sprzężona,

r_w - promień rdzenia (rys. 1, 2),

l_w - długość odcinka l_w (rys. 2).

Potencjał wektorowy dla fali płaskiej określa się wewnątrz metalu wzorem:

$$\Delta\varphi(\rho, z) = \Delta\varphi(T) e^{-\frac{1+i}{\delta}(r_w - \rho)} \quad (14)$$

gdzie:

$\Delta\varphi(T)$ - składowa potencjału wektorowego na prostej l_w , rozwiązanie równań (1), (2),

$\delta = \sqrt{\frac{2}{\mu_0 \mu \omega}}$ - głębokość wnikania fali elektromagnetycznej.

W przypadku ogólnym zależność (14), tzn. rozkład potencjału wektorowego w metalu, oblicza się z odpowiedniego wzoru całkowego [10, s. 110], [13, s. 135], po rozwiązaniu układu równań całkowych (1) i (2). Uwzględniając wzór (14) można wykonać całkowanie względem zmiennej ρ we wzorze (13). Otrzymuje się wyrażenie na moc czynną traconą w rdzeniu stalowym w postaci całki po prostej l_w (rys. 2):

$$P = 0,5 \pi f \omega^2 r_w \delta \int_{-l_w/2}^{l_w/2} A_\varphi(T) A_\varphi^*(T) dz \quad (15)$$

gdzie:

$A_\varphi(T)$ - składowa potencjału wektorowego określona na powierzchni metalu.

Całkę występującą we wzorze (15) można obliczyć dopiero po rozwiązaniu równań całkowych (1), (2). Całka ta jest funkcją gęstości prądu cewki $\tilde{z} = \tilde{z}_\varphi \hat{1}_\varphi$, tak samo zresztą jak i funkcja $A_\varphi(T)$:

$$\int_{-l_w/2}^{l_w/2} A_\varphi(T) A_\varphi^*(T) dz = k_1 \tilde{z}_\varphi^2 \quad (16)$$

k_1 - współczynnik rzeczywisty obliczony za pomocą maszyny cyfrowej,

$$\tilde{z}_\varphi = \frac{1}{l_c} \quad (17)$$

i - prąd cewki (rys. 1),

$m = -7$ - ilość zwojów cewki (rys. 1),

$l_c = 7\Delta$ - długość cewki, tzn. suma szerokości pasków powierzchni S_0 (rys. 2) odwzorowujących cewkę.

Uwzględniając wyrażenia (15), (16), (17), uzyskuje się ostateczną postać wzoru na moc czynną traconą w walcu przewodzącym:

$$P = 0,5 \pi f \omega^2 r_w \delta k_1 \frac{m^2}{l_c^2} i^2 \quad (18)$$

Wyrażenie (18) przepisujemy jako iloczyn części rzeczywistej impedancji cewki i kwadratu prądu cewki:

$$P = R'_0 i^2 \quad (19)$$

gdzie:

$$R'_0 = 0,5 \pi f \omega^2 r_w \delta \left(\frac{m}{l_c} \right)^2 k_1.$$

Po rozwiązaniu równań całkowych (1), (2) zapisanych na powierzchni metalu można obliczyć opór czynny impedancji cewki wg wzoru (19).

6. Impedancja cewki

Strumień indukcji elektromagnetycznej skojarzony z jednym zwojem jest równy całce krzywoliniowej ze średniej wartości potencjału wektorowego w objętości zwoju, liczonej po osi zwoju. Potencjał wektorowy obliczony ze wzoru (10) jest funkcją o wartości modułu stałej przy zmianie współrzędnej kątowej φ [13].

W związku z powyższym strumień indukcji elektromagnetycznej skojarzony ze zwojem nr n cewki (rys. 2) wynosi:

$$\Phi_n = 2\pi r_c \frac{1}{\Delta} \int_{l_n}^{l_n + \Delta} A_\varphi(T) dV_c(T) \quad (20)$$

gdzie:

V_c - miara zbioru $l_{c1} \cap l_{c2} \cap l_{c3}$,

$T \in l_{c1} \cap l_{c2} \cap l_{c3}$,

r_c - promień cewki,

$A_\varphi(T)$ - składowa potencjału wektorowego (10) liczona w punktach powierzchni cewki S_c .

Jak już wcześniej wspomniano, zwoj cewki (rys. 1) zastępujemy modelem matematycznym w postaci paska powierzchni o szerokości Δ [rys. 2].

Całka występująca we wzorze (20) jest liczona wzdłuż odcinka l_{c1} , l_{c2} lub l_{c3} od zmiennej $z = l_n$ do $z = l_n + \Delta$.

Dodając wyrażenia Φ_n (20) dla numerów zwoju od 1 do 7 otrzymujemy wartość całkowitego strumienia indukcji elektromagnetycznej Φ skojarzonego z cewką:

$$\Phi = \sum_{n=1}^7 \Phi_n = \frac{2\pi r_c}{\Delta} \int_{l_{c3} \cap l_{c1} \cap l_{c2}} A_\varphi(T) dz. \quad (21)$$

Składowa $A_\varphi(T)$ (10) potencjału wektorowego obliczona za pomocą komputera jest funkcją składowej wektora gęstości prądu cewki \tilde{e}_φ (17).

Strumień skojarzony Φ (21) można więc zapisać w następującej postaci:

$$\Phi = \frac{2\pi r_c}{\Delta} k_2 \tilde{e}_\varphi \quad (22)$$

gdzie:

k_2 - współczynnik zespolony obliczony za pomocą maszyny cyfrowej.

Uwzględniając wzory (17), (22) oraz wartość napięcia na cewce:

$$U = j\omega \Phi \quad (23)$$

możemy wyrazić napięcie cewki U w funkcji prądu i :

$$U = j\omega \frac{2\pi r_c}{\Delta l_c} k_2 \frac{m}{l_0} i \quad (24)$$

Ze wzoru (24) oblicza się impedancję układu cewka - walec przewodzący:

$$Z_0 = R'_0 + j X_0 = \frac{2\pi r_c m}{\Delta l_c} j k_2 \quad (25)$$

Rezystancje R'_0 (25) i R'_0 (19) oznaczają tę samą wielkość fizyczną. Różnica między liczbami R'_0 i R''_0 jest miarą dokładności obliczeń. Należy dodać, że rezystancję R'_0 (19) wolno liczyć za pomocą wzorów (14)-(19), jedynie wtedy, gdy pole elektromagnetyczne w metalu można traktować jako falę płaską w ośrodku przewodzącym. W artykule nie uwzględnia się rezystancji przewodu lub rurki z której jest wykonana cewka.

7. Przybliżone rozwiązanie układu równań całkowych

Układ równań całkowych (1), (2) rozwiązuje się poprzez:

a) dyskretyzację odcinka L_w (podział na $2t$ części):

$$\varphi(L_w) = \sum_{n=1}^{2t} \varphi(l_1) \quad (26)$$

gdzie:

$$\varphi(l_1) = b \quad \text{dla } i = 1, 2, \dots, 2t,$$

b) zastąpienie funkcji $A_\varphi(T)$, $B_z(T)$ w równaniach (1), (2) wektorami $\{a_1\}$, $\{b_1\}$, $i = 1, 2, \dots, t$, tzn. w punktach odcinka l_1 zastępują się funkcje $A_\varphi(T)$ i $B_z(T)$ liczbami a_1 , b_1 ,

b) zamianę całek równań (1), (2) na sumy skończone:

$$S_k = \int_{L_k} x_1 K(P_k, T_1) d\varphi(T_1) = \sum_{i=1}^{2t} x_1 \int_{l_1} K(P_k, T_1) d\varphi(T_1) \quad (27)$$

gdzie:

x_1 - składowe wektorów $\{a_1\}$ lub $\{b_1\}$.

$K(P_k, T_1)$ - jądra K_G^1, K_G^2, K_Z^1 lub K_Z^2 równań (1), (2).

W punkcie b) wektory $\{a_1\}$ i $\{b_1\}$ mają wymiar dwukrotnie mniejszy niż liczba podziału odcinka L_w , bowiem rozkład pola elektromagnetycznego w układzie z rys. 1, 2 jest symetryczny względem płaszczyzny $z = 0$ i funkcje A_φ, B_z dyskretyzuje się dla zmiennej $z > 0$.

Błąd dyskretyzacji można zmniejszyć poprzez aproksymację funkcji A_φ, B_z np. wzorem interpolacyjnym Legendre'a i zastosowanie do całek kwadratur Gaussa-Legendre'a [1], [6]. Innym sposobem zmniejszenia globalnego błędu obcięcia, tzn. zamiany całki sumą skończoną, będzie podział prostej L_w na większą liczbę odcinków, pod warunkiem że nie przekroczymy pamięci: maszyny cyfrowej.

Całki w równaniu (27) liczy się wykorzystując wzory (4), (5), (7), (8). Można je wyrazić analitycznie poprzez funkcje eliptyczne $E(k), K(k), \pi(\alpha, n, k)$ [2], [7], [8]. Analityczne wyznaczenie tych całek lub numeryczne ich obliczenie jest zagadnieniem obszernym i wymaga oddzielnego opracowania.

Podstawiając do równań (1) i (2) w miejsce całek sumy (27) i porządkując współczynniki przy składowych wektorów $\{a_1\}$ i $\{b_1\}$ otrzymuje się układ $2t$ równań liniowych o współczynnikach zespolonych z $2t$ niewiadomymi (zapisany w formie równania macierzowego):

$$AX = B \quad (28)$$

gdzie:

X - macierz jednokolumnowa szukanych wartości $a_1, b_1, i = 1, 2, \dots, t$, stopnia $2t$,

B - macierz jednokolumnowa współczynników wolnych (elementy od 1 do t równają się zeru, a pozostałe są równe wartościom składowej $W(P)$ potencjału $W(P)$ (3) liczonego w punktach $P_k, L_w, k = 1, 2, \dots, t$).

Elementami macierzy kwadratowej A (28) stopnia $2t$ są sumy współczynników postaci:

$$a_{ki} = \int_{L_1} K(P_k, T_1) d\sigma(T_1) \quad (29)$$

gdzie:

$$P_k \in L_k, \quad T_1 \in L_1 \quad \begin{matrix} k = 1, 2, \dots, t \\ i = 1, 2, \dots, 2t. \end{matrix}$$

Jak widać ze wzoru (27), w całkach równań (1), (2) dyskretyzuje się funkcje A_φ i B_z , a nie całe wyrażenie podcałkowe, przez co znacząco zwiększa się dokładność obliczeń.

Poprzez rozwiązanie układu równań (28) wyznacza się macierz X wektorów $\{a_i\}$, $\{b_i\}$. Następnie ze wzoru (10), oblicza się potencjał wektorowy w przestrzeni, rezystancję R'_0 (19) oraz impedancję Z_0 (25). Całki w wyrażeniu (10) zamienia się sumami skończonymi (27), analogicznie jak w przypadku równań (1) i (2).

8. Przykład obliczeniowy

Do obliczeń na maszynie cyfrowej przyjęto układ taki jak na rys. 2 z wymiarami określonymi w punkcie 5 pracy. Rdzeń cewki jest ferromagnetykiem, tzn. nie spełnia założeń metody równań całkowych [10]-[13] (ośrodek nieliniowy). Pomimo to przyjmujemy do obliczeń taki przypadek ze względu na jego duże znaczenie praktyczne. Popełniony przy tym błąd obliczeń jest pomijalnie mały dla niedużych prądów cewki. Z kolei dla dużych prądów metoda jest stosunkowo nieskomplikowanym i dokładnym sposobem oszacowania wielkości i rozkładu przestrzennego pola elektromagnetycznego wokół układu cewka - walec przewodzący.

Prosta L_w została podzielona na $2t = 36$ odcinków l_1 , każdy o długości $a = \Delta/3 = 7,33$ mm. Otrzymano równanie (28) z macierzą A kwadratową zespoloną stopnia $n = 36$.

Układ z rys. 2 został obliczony dla 3 przypadków:

- a) $\mu_w = 600$, $f = 2$ kHz,
- b) $\mu_w = 3500$, $f = 2$ kHz,
- c) $\mu_w = 600$, $f = 5$ kHz.

Wyniki zestawiono w tabeli 1

Tabela 1

L_p		$\mu_w = 600$ $f = 2$ kHz	$\mu_w = 3500$ $f = 2$ kHz	$\mu_w = 600$ $f = 5$ kHz
1	R'_0 [Ω]	0,361097	0,5501418	0,6520577
2	R''_0 [Ω]	0,363259	0,5535332	0,65572
3	X_0 [Ω]	0,8675827	1,411771	1,73346
4	A [m]	3,89-2,4	7,17-4,73	2,7-1,57
5	B	56,4-34,8	43,1-28,4	61,9-36,0

Rozbieżność rzędu 0,5% między rezystancją R'_0 a R''_0 wynika z przystosowania programu do obliczeń na minikomputerze (znaczne obciążenie prostej L_w i duża wartość odcinka h).

W wierszach 4 i 5 tabeli 1 podano wartości modułów $|A_1|$, $|A_{18}|$, $|B_1|$, $|B_{18}|$ równe składowej potencjału wektorowego i składowej stycznej indukcji elektromagnetycznej w środku odcinka L_w (A_1, B_1) i na jego końcu (A_{18}, B_{18}) w ten sposób, że liczby A i B oznaczają następujące wielkości:

$$A = \frac{100}{\mu_0 \tilde{c}_\varphi} [|A_1| - |A_{18}|] \quad [\text{m}] \quad (30)$$

$$B = \frac{100}{\mu_0 \tilde{c}_\varphi} [|B_1| - |B_{18}|] \quad (31)$$

Dokładne obliczenie prądu cewki nie jest zagadnieniem łatwym ze względu na nieliniowość charakterystyki magnesowania rdzenia (dla dużych prądów). Problem ten wymaga oddzielnego opracowania.

W sposób przybliżony prąd (i) cewki oblicza się w następującej kolejności ($\mu_w = 600$, $f = 2$ kHz):

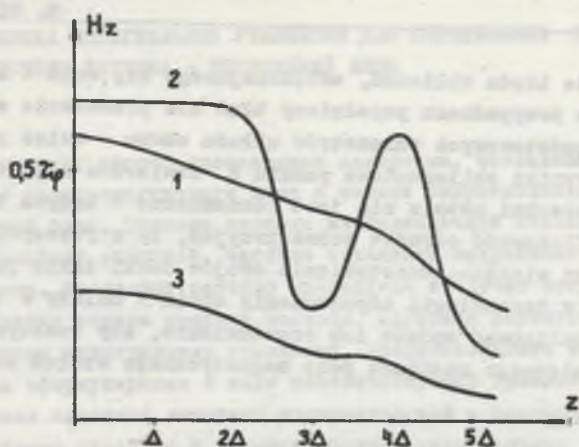
- z charakterystyki magnesowania rdzenia stalowego dla przenikalności względnej $\mu_w = 600$ wynika średnia wartość natężenia pola magnetycznego na powierzchni metalu $H_{\text{sr}} = 4200 \frac{\text{A}}{\text{m}}$,
- natężenie pola magnetycznego na powierzchni metalu zmienia się od wartości $H_{\text{max}} = 0,564 \tilde{c}_\varphi$ do $H_{\text{min}} = 0,348 \tilde{c}_\varphi$ (tabela 1, wiersz 5), tzn. średnia wartość natężenia pola magnetycznego na powierzchni metalu wynosi:

$$H_{\text{sr}} = \frac{1}{2}(H_{\text{max}} + H_{\text{min}}) = 0,456 \tilde{c}_\varphi \quad (32)$$

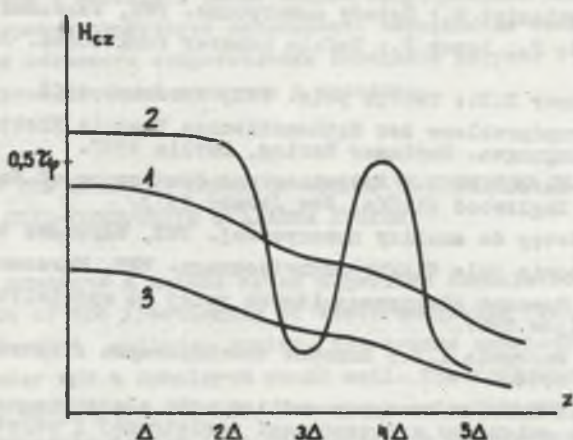
- uwzględniając wzory (17), (32) oblicza się prąd (i) cewki:

$$i = \frac{H_{\text{sr}} l_0}{0,456 \text{ m}} = \frac{4200 \cdot 0,154}{0,456 \cdot 7} = 202 \text{ A.}$$

Rozkład składowej w kierunku osi (z) natężenia pola magnetycznego dla $\mu_w = 600$, $f = 2$ kHz przedstawiają rys. 3 i 4 (w funkcji zmiennej z). Na obu rysunkach krzywe 1 dotyczą pola przy powierzchni metalu ($\rho = 0,637$ rys. 2), krzywe 2 przedstawiają rozkład pola w pobliżu cewki ($\rho = 0,663$), natomiast krzywe 3 podają rozkład pola poza cewką ($\rho = 0,694$). Natężenie pola magnetycznego wyrażono w krotności składowej gęstości prądu cewki \tilde{c}_φ . Rys. 3 przedstawia pole sumaryczne rdzenia i cewki, a rys. 4 tylko pole pochodzące od prądu cewki.



Rys. 3. Składowa osiowa natężenia pola magnetycznego w układzie rys. 2
 Fig. 3. Axial component of magnetic field strength in a system from fig. 2



Rys. 4. Składowa osiowa natężenia pola magnetycznego pochodząca od prądu cewki (rys. 2)
 Fig. 4. Axial component of magnetic field strength resulting from the coil current

9. Podsumowanie

Sposób wyznaczania parametrów elektromagnetycznych układu cewka - wałec przewodzący dla przebiegów sinusoidalnie zmiennych opracowano na podstawie metody równań całkowych zakładającej, że rdzeń cewki jest ośrodkiem izotropowym, jednorodnym i liniowym. Przy takich założeniach uzyskane wyniki są dokładne. Przyjęcie w układzie z rys. 2 rdzenia ferromagnetycznego

go powoduje powstanie błędu obliczeń, zwiększającego się wraz z amplitudą prądu cewki. W wielu przypadkach popełniony błąd nie przesłania zalet metody w wyznaczaniu podstawowych parametrów układu cewka - walec przewodzący. Analizując np. wyniki obliczeniowe punktu 8 stwierdza się, że pole magnetyczne na powierzchni metalu nie jest równomierne - krzywa 1 rys. 3, a uwzględniając nieliniowość ośrodka można przyjąć, że w rzeczywistości nierównomierność jest większa. Rozstawienie zwojów cewki takie jak na rys. 1 jest typowe w technologii odpuszczania spoin i należy w tym przypadku od nowa przeanalizować sposób ich rozstawienia, aby rzeczywiście uzyskać efekt równomiernego rozkładu pola magnetycznego wzdłuż szczeliny powietrznej.

LITERATURA

- [1] Björck A., Dahlquist G.: Metody numeryczne. PWN, Warszawa 1983.
- [2] Janke E., Emde F., Losch F.: Tafeln hoherer Funktionen. Stuttgart 1960.
- [3] Moon P., Spencer D.E.: Teoria pola. PWN, Warszawa 1966.
- [4] Müller C.: Grundprobleme der Mathematischen Theorie Elektromagnetischer Schwingungen. Springer Verlag, Berlin 1957.
- [5] Felsen L.B., Marcuvitz N.: Radiation and Scattering of Waves, Prentice Hall. Englewood Cliffs, New Jersey 1973.
- [6] Ralston A.: Wstęp do analizy numerycznej. PWN, Warszawa 1983.
- [7] Sikora R.: Teoria pola elektromagnetycznego. WNT, Warszawa 1977.
- [8] Tozoni O.V.: Rasczot elektromagnitnych polej na wyczislitelnyh maszinach. Kijów 1967.
- [9] Tozoni O.V., Maergoiz I.D.: Rasczot trechmiernych elektromagnitnych polej. Kijów 1974.
- [10] Wilczyński E.: Problem brzegowy analizy pola elektromagnetycznego sinusoidalnie zmiennego w przestrzeni powietrznej i objętości metalu. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, s. Elektryka nr 75, 1981.
- [11] Wilczyński E.: Potencjał wektorowy na granicy środowiska powietrza i przewodnika metalowego, dyskusja poprawności postawionego problemu brzegowego. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, s. Elektryka nr 75, 1981.
- [12] Wilczyński E.: Zagadnienie istnienia rozwiązania problemu brzegowego analizy pola elektromagnetycznego w przestrzeni powietrznej i objętości metalu. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, s. Elektryka nr 75, 1981.
- [13] Wilczyński E.: Problem brzegowy obliczania pola elektromagnetycznego w układzie: bryła metalu - gaz. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, s. Elektryka nr 88, 1984.
- [14] Zienkiewicz O.C.: Metoda elementów skończonych. Arkady, Warszawa 1972.

Recenzent: doc. dr hab. inż. Stanisław K. Krzemiński

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПАРАМЕТРОВ СИСТЕМЫ КАТУШКА - ПРОВОДЯЩИЙ БЛОК

Резюме

В работе показан способ составления алгоритма, позволяющего рассчитать распределение электромагнитного поля и полное сопротивление системы катушка - проводящий блок. Система состоит из бесконечной стальной балки и катушки с однослойной обмоткой. Частота питающего напряжения не может превышать 100 кГц. Численные расчёты проводятся в случае отпуска шва котла высокого давления токами средней частоты. Алгоритм расчётов составлен на основании метода интегральных уравнений, представленного в работах [10], [11], [12], [13]. Метод сформулирован в виде соответствующей краевой проблемы, принимая, что металл является линейной изотропической и однородной средой. Решение этой проблемы сводится к решению системы интегральных уравнений по образующей поверхности балки металла. Используя соответствующие интегральные формулы, рассчитывается электромагнитное поле во всём пространстве, потери активной мощности в металле а также полное сопротивление катушки. Во время реализации программы существует возможность верификации точности расчётов, путём сравнения активного сопротивления импеданса катушки с сопротивлением, вызванным потерями активной мощности в металле.

APPLICATION OF THE INTEGRAL EQUATION METHOD TO DEFINING ELECTROMAGNETIC PARAMETERS OF COIL-CONDUCTIVE CYLINDER SYSTEM

This paper presents a method of an algorithm formulation which enables the calculation of the fractioning of electromagnetic field and impedance of a coil-conductive cylinder system. The system consists of an infinite steel cylinder and a monolayer wound coil. The frequency of the supply voltage should not exceed 100 kHz. Numerical calculations are made for the case of tempering a weld in a high-pressure boiler by medium frequency current. The algorithm of calculations has been carried out on the basis of the integral equation method presented in the following works [10], [11], [12], [13]. The method has been formulated as a suitable boundary problem with the assumption that a metal is a linear, isotropic and homogeneous medium. The solution of this problem resolves itself into solving the system of integral equations on the creative of the cylindrical surface of the metal. Then using adequate integral formulas, electromagnetic fields in the whole space, active power losses in the metal and a coil impedance are computed. During the program realization there is a possibility to verify the exactness of calculations by comparing the effective resistance of the coil impedance with the reasistance resulting from the active power losses in the metal.

Stefan PASZEK

Instytut Podstawowych Problemów
Elektrotechniki i Energoelektroniki
Politechniki Śląskiej

Maciej ŚIWZYŃSKI

Wyższa Szkoła Inżynierska
W Zielonej Górze

ZASTOSOWANIE CZASOWO ZMIENNEJ TRANSFORMACJI DO WYZNACZANIA STANÓW
NIEUSTALONYCH ELEKTROMAGNETYCZNYCH ZMIENNYCH STANU W NIESYMETRYCZNEJ
OBCIĄŻONEJ MASZYNE SYNCHRONICZNEJ

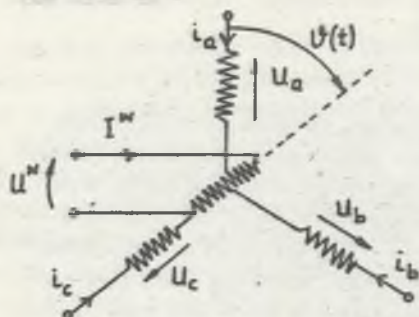
Streszczenie. Dla wybranego modelu maszyny synchronicznej wyznaczono układ równań różniczkowych elektromagnetycznych zmiennych stanu opisujący układ maszyn synchronicznych - trójfazowy liniowy niesymetryczny obwód zewnętrzny. Zastosowano odpowiednią czasową - zmienną unitarną transformację do równań stojana maszyny synchronicznej połączonego z obwodem zewnętrznym i otrzymano dogodną postać równań opisujących układ. Przedstawiono rozwiązanie przykładu bezpośredniego zwarcia jednofazowego do przewodu zerowego metodą operatorową bazującą na przewidzeniu rozwiązania nieustalonych przebiegów prądu fazowego stojana i prądu wzbudzenia w postaci nieskończonych szeregów, a następnie wyznaczeniu operatorowych "amplitud" harmonicznych poszukiwanych zmiennych stanu. Przedstawiono również rozwiązanie analizowanego przykładu niesymetrycznego obciążenia maszyny synchronicznej metodą przekształcenia biliniowego.

W układzie równań różniczkowych stanu zastąpiono t (czas) przez $n\tilde{t}$ i $\frac{d}{dt}$ przez $\frac{z}{\tilde{t}} \cdot \frac{1-z}{1+z}$, gdzie \tilde{t} - okres próbkowania, a z - operator jednostkowego opóźnienia i otrzymano rozwiązanie numeryczne na maszynie cyfrowej.

Przedstawiono przebiegi nieustalone prądu fazowego stojana, prądu wzbudzenia i momentu elektromagnetycznego przy zwarciu jednofazowym do przewodu zerowego.

1. Wyprowadzenie równań różniczkowych opisujących maszynę synchroniczną obciążoną niesymetrycznie

Przy formułowaniu modelu matematycznego przyjęto: liniowość obwodu magnetycznego, sinusoidalne rozłożenie uzwojeń twornika, stałość prędkości kątowej ($\omega = \text{const}$). Ponadto założono, że maszyna synchroniczna jest z biegunami niewydatnymi (symetria w osi wzdłużnej i poprzecznej $L_d = L_q$) oraz prymitywna (wirnik jest reprezentowany tylko przez uzwojenie wzbudzenia).



Rys. 1. Schemat fazowy prymitywnej maszyny synchronicznej

Fig. 1. Primitive synchronous machine

Przy tych założeniach układ równań fazowych maszyny synchronicznej przedstawionej na rys. 1 wygląda następująco:

$$U^S(f) = r^S I^S(f) + L^S \frac{dI^S(f)}{dt} + \frac{d\phi^{SW}(f)}{dt}$$

(1)

$$U^W = r^W I^W + L^W \frac{dI^W}{dt} + \frac{d\phi^{WS}(f)}{dt}$$

gdzie:

$$U^S(f) = \begin{bmatrix} U_a \\ U_b \\ U_c \end{bmatrix} \quad \text{wektor napięć fazowych stojana,}$$

$$I^S(f) - \text{wektor prądów fazowych stojana,}$$

$$U^W - \text{napięcie wzbudzenia,}$$

$$I^W - \text{prąd wzbudzenia,}$$

$$r^S - \text{rezystancja stojana na jedną fazę,}$$

$$L^S = \begin{bmatrix} L^S & L^S \cos \frac{2}{3}\pi & L^S \cos \frac{4}{3}\pi \\ L^S \cos \frac{4}{3}\pi & L^S & L^S \cos \frac{2}{3}\pi \\ L^S \cos \frac{2}{3}\pi & L^S \cos \frac{4}{3}\pi & L^S \end{bmatrix} \quad \text{- macierz fazowych indukcji stojana,}$$

$$\phi^{SW}(f) = \begin{bmatrix} \cos \omega t \\ \cos(\omega t + \frac{4}{3}\pi) \\ \cos(\omega t + \frac{2}{3}\pi) \end{bmatrix} L^{SW} I^W \quad \text{- wektor strumieni fazowych stojana wytworzonych przez wirnik,}$$

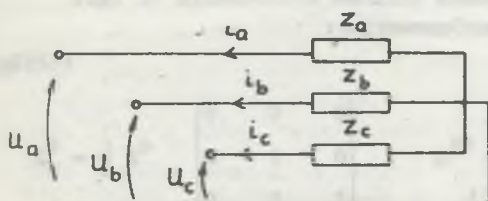
L^{SW} - indukcyjność wzajemna stojana i wirnika,

r^W - rezystancja wirnika,

L^W - indukcyjność własna wirnika,

$\Phi^{WS}(t) = [\cos \omega t, \cos(\omega t + \frac{4}{3}\pi), \cos(\omega t + \frac{2}{3}\pi)] L^{SW} I^S(t)$ - strumień wirnika wytworzony przez stojan.

W chwili $t = 0$ do obwodów stojana dołączono liniowy niesymetryczny obwód zewnętrzny pokazany na rys. 2.



Rys. 2. Schemat liniowego, niesymetrycznego obwodu trójfazowego

Fig. 2. Asymmetric linear 3-phase network

Macierz jego fazowych impedancji operatorowych ma następującą postać:

$$Z(f) = \begin{bmatrix} Z_a(p) & 0 & 0 \\ 0 & Z_b(p) & 0 \\ 0 & 0 & Z_c(p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\sum_a n_a^a p^q}{\sum_q d_q^a p^q} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\sum_a n_a^b p^q}{\sum_q d_q^b p^q} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\sum_a n_a^c p^q}{\sum_q d_q^c p^q} \end{bmatrix}$$

Ponieważ układ zewnętrzny jest liniowy, impedancje fazowe są wymiernymi funkcjami operatora p skończonej wartości najwyższej potęgi.

Układ równań opisujący przedstawiony obwód ma następującą postać:

$$U(f) = - Z(f) I(f) \Rightarrow \sum_q \frac{D_q}{(f)} p^q U(f) = - \sum_q \frac{N_q}{(f)} p^q I(f) \quad (2)$$

gdzie:

$$D_q = \begin{bmatrix} d_q^a & 0 & 0 \\ 0 & d_q^b & 0 \\ 0 & 0 & d_q^c \end{bmatrix} \quad N_q = \begin{bmatrix} n_q^a & 0 & 0 \\ 0 & n_q^b & 0 \\ 0 & 0 & n_q^c \end{bmatrix}$$

2. Transformacja równań maszyny synchronicznej i układu zewnętrznego do nowego układu współrzędnych

Przyjęto następujące macierze transformacyjne:

dla równań stojana:

$$S^S(t) = \frac{1}{\sqrt{3}} e^{-j\omega t} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \end{bmatrix},$$

dla wirnika

$$S^W(t) = 1.$$

Tego typu transformacje jak dla równań stojana mają następujące własności:

- $\frac{dS}{dt} = -j\Omega S$, gdzie Ω - macierz własna transformacji,
- unitarność $S^{-1}(t) = S^*(t)$.

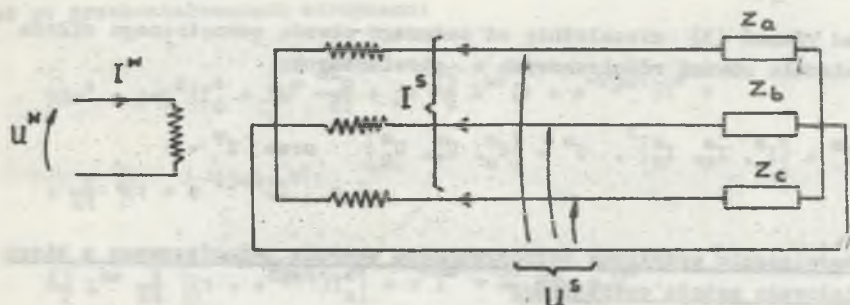
Zastosowano macierze transformacyjne $S^S(t)$ i $S^W(t)$ do układu równań (1) opisującego maszynę synchroniczną i układu równań (2) opisującego obwód zewnętrzny. Otrzymano układ równań różniczkowych opisujący maszynę synchroniczną z obwodem zewnętrznym.

Wygląda on następująco:

$$U^S = r^S I^S + L_B^S (j\omega + \frac{d}{dt}) I^S + (j\omega + \frac{d}{dt}) \Phi^{SW}$$

$$U^W = r^W I^W + L^W \frac{dI^W}{dt} + \frac{d\Phi^{WS}}{dt} \quad (3)$$

$$\sum_q (j\omega + \frac{d}{dt})_q D_q U^S = - \sum_q (j\omega + \frac{d}{dt})_q N_q I^S$$



Rys. 3. Schemat maszyny synchronicznej połączonej z obwodem zewnętrznym

Fig. 3. Synchronous machine connected with external network

gdzie:

$$L_B^S = \frac{3}{2} L^S \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \phi^{SW} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ e^{-2j\omega t} \end{bmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} L^{SW} I^W,$$

$$\phi^{WS} = [0, 1, e^{2j\omega t}] \frac{\sqrt{3}}{2} L^{SW} I^S, \quad I^S = \begin{bmatrix} I_0^S \\ I_1^S \\ I_2^S \end{bmatrix}.$$

$$U_B = \begin{bmatrix} U_0^S \\ U_1^S \\ U_2^S \end{bmatrix}, \quad D_q = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_q^a & 0 & 0 \\ 0 & d_q^b & 0 \\ 0 & 0 & d_q^c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix}.$$

$$N_q = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_q^a & 0 & 0 \\ 0 & n_q^b & 0 \\ 0 & 0 & n_q^c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix}.$$

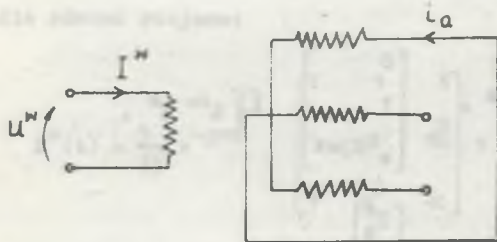
Można zauważyć, że macierze D_q i N_q w ogólnym przypadku różnych impedancji w poszczególnych fazach są niediagonalne.

Układ równań (3) niezależnie od zadanego obwodu zewnętrznego składa się z siedmiu równań różniczkowych o niewiadomych:

$$I^S = [I_0^S, I_1^S, I_2^S]^T, \quad U^S = [U_0^S, U_1^S, U_2^S]^T \quad \text{oraz} \quad I^W.$$

3. Rozwiązanie przykładu bezpośredniego zwarcia jednofazowego z biegu jałowego metoda operatorowa

Z układu (3) dla przypadku zwarcia jednofazowego (rys. 4) wynika:



Rys. 4. Schemat maszyny synchronicznej przy zwarciu jednofazowym

Fig. 4. Synchronous machine with one phase short circuited

$$r^S I_0^S = U_0^S$$

$$(r^S + j\omega \frac{3}{2} L^S) I_1^S + \frac{3}{2} L^S \frac{dI_1^S}{dt} + j\omega \frac{\sqrt{3}}{2} L^{SW} I^W + \frac{\sqrt{3}}{2} L^{SW} \frac{dI^W}{dt} = U_1^S$$

$$(r^S + j\omega \frac{3}{2} L^S) I_2^S + \frac{3}{2} L^S \frac{dI_2^S}{dt} + j\omega \frac{\sqrt{3}}{2} L^{SW} e^{-2j\omega t} I^W +$$

$$+ \frac{\sqrt{3}}{2} L^{SW} \frac{d}{dt} (e^{-2j\omega t} I^W) = U_2^S \quad (4)$$

$$r^W I^W + L^W \frac{dI^W}{dt} + \frac{\sqrt{3}}{2} L^{SW} \frac{dI_1^S}{dt} + \frac{\sqrt{3}}{2} L^{SW} \frac{d}{dt} (e^{2j\omega t} I_2^S) = U^W$$

$$U_0^S + U_1^S + U_2^S = 0$$

$$I_0^S = I_1^S = I_2^S = \frac{1}{\sqrt{3}} e^{-j\omega t} I_a$$

Stąd po przekształceniach otrzymano:

$$3(r^S + j\omega L^S)I_0^S + 3L^S \frac{dI_0^S}{dt} + j\omega \frac{\sqrt{3}}{2} L^{SW} (1 + e^{-2j\omega t})I^W + \\ + \frac{d}{dt} [(1 + e^{-2j\omega t})I^W] = 0 \quad (5)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} L^{SW} \frac{d}{dt} [(1 + e^{2j\omega t})I_0^S] + r^W I^W + L^W \frac{dI^W}{dt} = U^W.$$

Równania (5) są równaniami parametrycznymi, można więc wytłumaczyć matematycznie znany fakt występowania wyższych harmonicznych prądu w niesymetrycznie obciążonym generatorze synchronicznym.

Ponieważ w stanie ustalonym w stojanie powstają nieparzyste harmoniczne prądu, a w wirniku wyłącznie parzyste i składowa stała, rozwiązanie układu (5) dla stanu nieustalonego można przewidzieć w postaci [1]:

$$I_0^S(t) = \sum_{q=-\infty}^{\infty} e^{j2q\omega t} J_{2q}^S(t), \quad I^W(t) = \sum_{q=-\infty}^{\infty} e^{j2q\omega t} J_{2q}^W(t) \quad (6)$$

Ponadto założono, że $J_{2q}^S(0) = 0$ dla $q \in (-\infty, \infty)$

oraz $J_{2q}^W(0) = 0$ dla $q \neq 0$ i $J_0^W(0) = J^W(0)$.

Wstawiając funkcje (6) do (5) otrzymujemy:

$$\sum_{q=-\infty}^{\infty} e^{2jq\omega t} \left\{ 3[r^S + j(2q+1)\omega L^S + L^S \frac{d}{dt}] J_{2q}^S + \frac{\sqrt{3}}{2} L^{SW} [j(2q+1)\omega + \frac{d}{dt}] (J_{2q}^W + J_{2(q+1)}^W) \right\} = 0$$

$$\sum_{q=-\infty}^{\infty} e^{2jq\omega t} \left\{ \frac{\sqrt{3}}{2} L^{SW} (j2q\omega + \frac{d}{dt}) (J_{2(q-1)}^S + J_{2q}^S) + (r^W + j2q\omega L^W + L^W \frac{d}{dt}) J_{2q}^W \right\} = U^W$$

stad:

$$\sqrt{3} \left[r^S + j(2q+1)\omega L^S + L^S \frac{d}{dt} \right] J_{2q}^S + \frac{\sqrt{3}}{2} L^{SW} \left[j(2q+1)\omega + \frac{d}{dt} \right] \cdot (J_{2q}^W + J_{2(q+1)}^W) = 0 \quad (7)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} L^{SW} (j2q\omega + \frac{d}{dt})(J_{2(q-1)}^S + J_{2q}^S) + (r^W + j2q\omega L^W + L^W \frac{d}{dt}) J_{2q}^W = 0, \quad \text{dla } q \neq 0$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} L^{SW} \left(\frac{d}{dt}(J_{-2}^S + J_0^S) + (r^W + L^W \frac{d}{dt}) J_0^W \right) = U^W, \quad \text{dla } q = 0.$$

Po przekształceniu Laplace'a otrzymano:

$$a_q X_q + b_q (Y_q + Y_{q+1}) = V_q \quad (8)$$

$$c_q (X_{q-1} + X_q) + d_q Y_q = W_q$$

gdzie:

$$X_q = J_{2q}^S(p), \quad Y_q = J_{2q}^W(p),$$

$$a_q = 3 \left[r^S + j(2q+1)\omega L^S + L^S \right], \quad b_q = \frac{\sqrt{3}}{2} L^{SW} \left[j(2q+1)\omega + p \right],$$

$$c_q = \frac{\sqrt{3}}{2} L^{SW} (j2q\omega + p), \quad d_q = r^W + j2q\omega L^W + L^W p,$$

$$V_q = \begin{cases} \frac{\sqrt{3}}{2} L^W I^W(0) & \text{dla } q = 0, -1 \\ 0 & \text{dla } q \neq 0 \end{cases} \quad i -1,$$

$$W_q = \begin{cases} \frac{U^W}{p} + L^W I^W(0) & \text{dla } q = 0 - \text{przy założeniu że } U^W(t) = U^W \mathbf{1}(t) \\ 0 & \text{dla } q \neq 0 \end{cases}$$

Ponadto z uwagi na rzeczywiste wartości przebiegu prądu w stanie i wirniku zachodzą związki:

$$X_q = X_{-(q+1)}^*, \quad Y_q = Y_{-q}^*.$$

Regulując Y z układu równań (8) otrzymano równanie rekurencyjne:

$$X_{q+1} + A_q X_q + B_q X_{q-1} = M_q \quad (9)$$

gdzie:

$$A_q = 1 + \frac{d}{C} \frac{C}{q+1} - \frac{a}{b} \frac{d}{C} \frac{C}{q+1}, \quad B_q = \frac{d}{C} \frac{C}{q+1},$$

$$M_q = \frac{W}{C} \frac{C}{q+1} + \frac{W}{C} \frac{d}{q+1} \frac{C}{q} - \frac{V}{b} \frac{d}{C} \frac{C}{q+1}.$$

Można podać następujący algorytm wyznaczania operatorowych transformatach współczynników nieskończonego szeregu prądu stojana:

$$\begin{aligned} \text{zadajemy } X_0 \rightarrow X_{-1} = X_0^* \rightarrow X_1 = -A_0 X_0 - B_0 X_{-1} + M_0 \rightarrow X_2 = \\ = -A_1 X_1 - B_1 X_0 \rightarrow X_3 = -A_2 X_2 - B_2 X_1 \rightarrow \text{itd.} \end{aligned}$$

W celu wyznaczenia X_0 równanie rekurencyjne (9) zapisano następująco:

$$\begin{bmatrix} \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \dots B_{-2} & \boxed{A_{-2}} & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \dots \\ \dots 0 & B_{-1} & \boxed{A_{-1}} & 1 & 0 & 0 & 0 \dots \\ \dots 0 & 0 & B_0 & \boxed{A_0} & 1 & 0 & 0 \dots \\ \dots 0 & 0 & 0 & B_1 & \boxed{A_1} & 1 & 0 \dots \\ \dots 0 & 0 & 0 & 0 & B_2 & \boxed{A_2} & 1 \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{-2} \\ X_{-1} \\ X_0 \\ X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ M_{-1} \\ M_0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

Przez obcięcie nieskończonego układu równań (10) można wyznaczyć X_0 , np.:

$$X_0 = \frac{M_0}{A_0} \quad \text{lub} \quad X_0 = \frac{M_0 - \frac{B_0}{A_{-1}} M_{-1}}{A_0 - \frac{B_0}{A_{-1}} - \frac{B_1}{A_1}} \quad \text{itp.}$$

Wyrażenia operatorowe $X_q = I_{2q}^d(p)$ są bardzo skomplikowane (mimo uproszczonego modelu maszyny synchronicznej), coraz bardziej dla rosnących waleńników q . Wyrażenia te posiadają ponadto bieguny na osi urojonej, ponieważ prąd w stojanie zawiera również składowe ustalone.

Otrzymanie przebiegów czasowych $I_{2q}^B(t)$ jest jednak możliwe, ale bardzo uciążliwe, np. przy zastosowaniu przekształcenia biliniowego i zmiany całki okrężnej na sumę skończoną we wzorze na odwrotne Z przekształcenie [4].

4. Rozwiązanie zwarcia jednofazowego metoda przekształcenia biliniowego

Układ równań różniczkowych (5) opisujący stan nieustalony maszyny synchronicznej podczas zwarcia jednofazowego można również zapisać następująco:

$$a_0(t) \cdot Y(t) + \frac{d}{dt} [a_1(t) \cdot Y(t)] = X(t)$$

gdzie:

$$a_0(t) = \begin{bmatrix} 3(r^B + j\omega L^B), & j\omega L^{BW} \frac{\sqrt{3}}{2} (1 + e^{-2j\omega t}) \\ 0, & r^W \end{bmatrix}$$

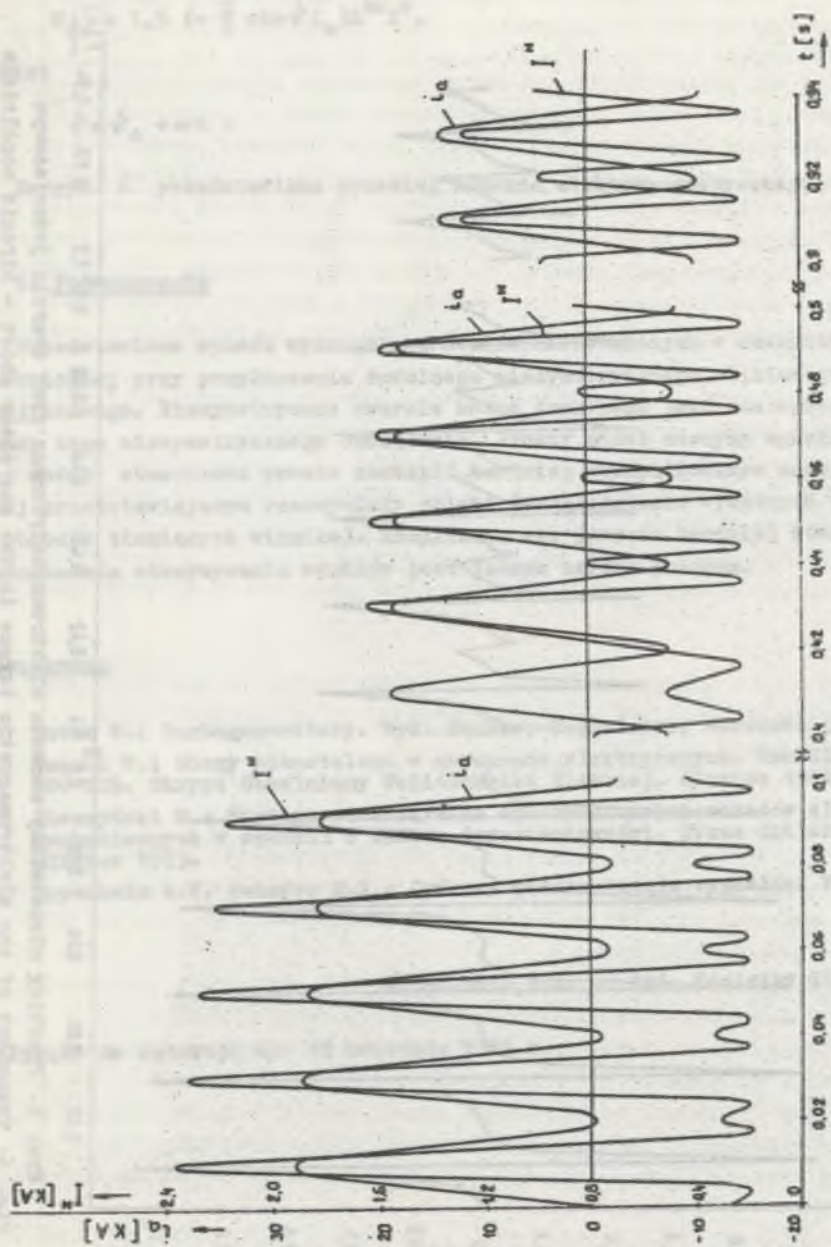
$$a_1(t) = \begin{bmatrix} 3L^B, & \frac{\sqrt{3}}{2} L^{BW} (1 + e^{-2j\omega t}) \\ -\frac{3}{2} L^{BW} (1 + e^{2j\omega t}), & \overline{L^W} \end{bmatrix}$$

$$Y(t) = \begin{bmatrix} I_o^B(t) \\ I^W(t) \end{bmatrix}, \quad X(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ U^W \end{bmatrix}$$

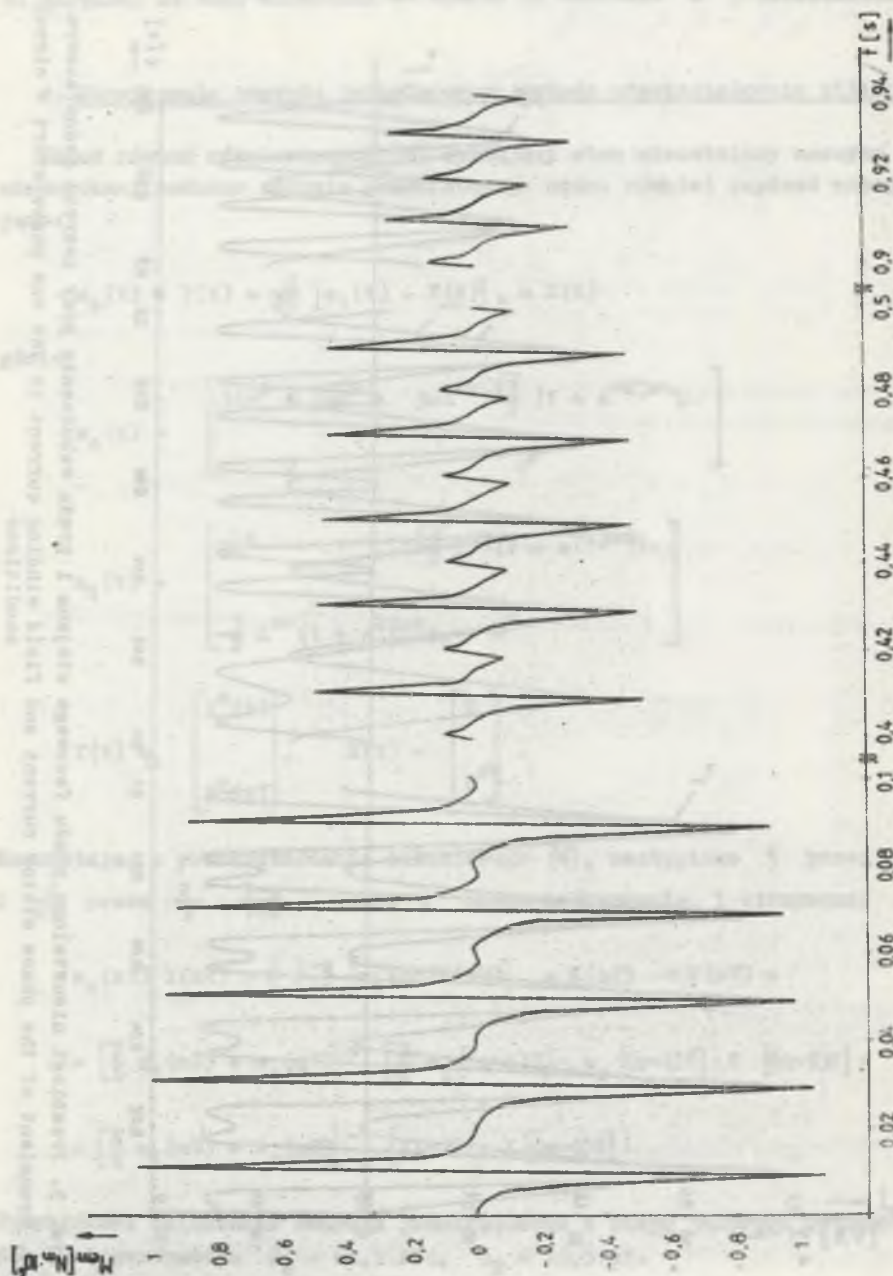
Korzystając z przekształcenia biliniowego [4], zastąpiono t przez $n\tilde{t}$ i $\frac{d}{dt}$ przez $\frac{2}{\tilde{t}} \cdot \frac{1-z}{1+z}$, gdzie \tilde{t} okres próbkowania, i otrzymano:

$$\begin{aligned} a_0(n\tilde{t}) Y(n\tilde{t}) + \frac{2}{\tilde{t}} \frac{1-z}{1+z} [a_1(n\tilde{t}) Y(n\tilde{t})] &= X(n\tilde{t}) \longrightarrow Y(n\tilde{t}) = \\ &= \left[\frac{2}{\tilde{t}} a_1(n\tilde{t}) + a_0(n\tilde{t}) \right]^{-1} \left[\frac{2}{\tilde{t}} a_1[(n-1)\tilde{t}] - a_0[(n-1)\tilde{t}] \right] Y[(n-1)\tilde{t}] + \\ &+ \left[\frac{2}{\tilde{t}} a_1(n\tilde{t}) + a_0(n\tilde{t}) \right]^{-1} [X(n\tilde{t}) + X[(n-1)\tilde{t}]] \end{aligned} \quad (11)$$

Przykładowe obliczenie zwarcia jednofazowego z biegu jałowego wykonano dla turbogeneratorsa $S_N = 62,5$ MVA, $U_N = 10,5$ kV.



Rys. 5. Przebiegi niestabilne prądu fazowego stojana i prądu wzbudzenia przy zwarciu jednofazowym
 Fig. 5. Transient of the phase stator current and field winding current in the one phase short - circuit conditions



rys. 6. Przebieg nieustalony momentu elektromagnetycznego przy zwarciu jednofazowym
 FIG. 6. Transient of the electromagnetic torque in the one phase short - circuit conditions

Na rys. 5 przedstawiono przebiegi nieustalone prądu fazowego w stojanie oraz prądu wzbudzenia. Korzystając z wyznaczonych prądów w stojanie i wirnika wyliczono przebieg nieustalony momentu elektromagnetycznego [2]:

$$M_{em} = 1,5 \left(-\frac{2}{3} \sin \psi_0\right) L^{sw} I^w. \quad (12)$$

gdzie:

$$\psi = \psi_0 + \omega t.$$

Na rys. 6 przedstawiono przebieg momentu elektromagnetycznego.

5. Podsumowanie

Przedstawiono sposób wyznaczania stanów nieustalonych w maszynie synchronicznej przy przyłączeniu dowolnego niesymetrycznego, liniowego obwodu trójfazowego. Niesymetryczne zwarcie można traktować jako szczególny przypadek tego niesymetrycznego obciążenia. Prosty model maszyny synchronicznej można stosunkowo prosto zastąpić bardziej skomplikowanym modelem, lepiej przedstawiającym rzeczywisty obiekt (uwzględnienie wydatnych biegunów i obwodów tłumiących wirnika). Komplikuja się jeszcze bardziej równania, sama zasada otrzymywania wyników jest jednak bardzo podobna.

LITERATURA

- [1] Latek W.: Turbogeneratory. Wyd. Naukowo-Techniczne, Warszawa 1973.
- [2] Paszek W.: Stany nieustalone w maszynach elektrycznych. Tom II ss. 186-225. Skrypt Uczelniany Politechniki Śląskiej, Gliwice 1981.
- [3] Siwczyński M.: Synteza strukturalna synchronicznych układów elektromechanicznych w oparciu o zasadę inwariantowości. Praca doktorska. Gliwice 1973.
- [4] Oppenheim A.V. Schafer R.W.: Cyfrowe przetwarzanie sygnałów. WKŁ 1979.

Recenzent: doc. dr inż. Zdzisław Klonowicz

Wpłynęło do redakcji dn. 15 kwietnia 1986 r.

ПРИМЕНЕНИЕ ВРЕМЕННО - ПЕРЕМЕННОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ К ОПРЕДЕЛЕНИЮ ПЕРЕХОДНЫХ РЕЖИМОВ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВЕЛИЧИН В НЕСИМЕТРИЧНО НАГРУЖЕННОЙ СИНХРОННОЙ МАШИНЕ

Резюме

Для избранной модели синхронной машины определена система дифференциальных уравнений, описывающая систему: синхронная машина - трехфазная линейная несимметричная внешняя цепь. Применено соответствующее временно-переменное унитарное преобразование к уравнениям статора синхронной машины, соединенного с внешней цепью и получен удобный вид уравнений описывающих систему. Представлено решение примера непосредственного однофазного короткого замыкания операторным методом, базирующим на предвидении решения переходного фазного тока статора и тока возбуждения в виде бесконечных рядов а затем определены операторные "амплитуды" гармоник, отсискиваемых переменных состояния.

Представлено также решение исследованного примера несимметричной нагрузки синхронной машины, методом билинейного преобразования.

В системе дифференциальных уравнений состояния t - время замещено $n\tau + \frac{d}{dt}$ через $\frac{1}{s}$ $\frac{1}{s^2}$ где τ - период опроса, а s - оператор единичной задержки. Получено численное решение системы уравнений на вычислительной машине. Представлен переходный фазный ток статора, ток возбуждения и электромагнитного момента во время однофазного короткого замыкания на нулевой провод.

THE USE OF TIME - VARYING TRANSFORM FOR DETERMINATION OF THE TRANSIENT STATES OF THE ELECTROMAGNETIC STATE VARIABLES IN THE ASYMETRICALLY LOADED SYNCHRONOUS MACHINE

Summary

The set of differential equations of the electromagnetic state variables describing the system consisting of the synchronous machine and the 3 - phase external asynetrical network has been determined for the choosen model of synchronous machine.

The suitable time - varying transform has been used and a convenient form of the equations describing the system has been obtained.

The solution of the case of the phase short circvited to the neutral wire by means of Laplace transform based on the expectations of the solution of the transients of the stator phase current and the field winding current in the form of infinite series and then the determination of the operational "amplitudes" of the harmonics of the state variables has been presented.

The solution of this example of asyemtrical load with the use of bili-near transformation method has been shown.

Some substitutions have been done in state differential equations i.e. t (time) has been replaced by nT and $\frac{d}{dt}$ by $\frac{2}{T} \frac{1-z}{1+z}$ where T - sampling period, and z - unitary delay operator.

The numerical solution has been obtained by means of computer.

The transients of the stator phase current, field current and electromagnetic torque for the case of one phase short circuited to the neutral wire have been presented.

Witold HORST

Instytut Elektrotechniki Przemysłowej
Politechnika Poznańska

O PEWNYM SPOSOBIE WYZNACZANIA STACJONARNEGO ROZKŁADU TEMPERATURY W TORACH PRĄDOWYCH SKOKOWO NIEJEDNORODNYCH

Streszczenie. Do opisu zjawisk fizycznych w układach jednowymiarowych często korzysta się z ich analogii z procesami elektrycznymi w obwodach o parametrach rozłożonych. Pozwala to na wykorzystanie do ich rozwiązywania znanych metod analizy linii długiej. W szczególności możliwe jest wykorzystanie teorii linii w ujęciu dwójnikowym. W podejściu tym, zgodnie z ideą twierdzenia Thevenina-Mortona, odcinki linii widziane od strony wybranego punktu obserwacji $x = x_0$ zastępowane są dwójnikami aktywnymi, których struktura zależy od warunków brzegowych.

Wykorzystując analogie między wielkościami cieplnymi i elektrycznymi, przedstawiono w pracy metodę wyznaczania przyrostu temperatury w torach prądowych o skokowej niejednorodności parametrów z zastosowaniem obwodowych modeli zjawisk.

1. Wprowadzenie

W pracy zaprezentowano sposób rozwiązywania problemów przewodnictwa cieplnego w jednowymiarowych układach linearnych z wykorzystaniem teorii linii długiej w ujęciu dwójnikowym. Opracowana przez L. Różańskiego metoda obwodowych modeli elektrycznych [3] pozwala na ukazanie oddziaływania wymuszeń oraz warunków brzegowych na zjawiska w dowolnym miejscu x układu fizycznego. Może ona być stosowana do rozwiązywania układów niejednorodnych, a w szczególności - do najczęściej spotykanych w praktyce - o niejednorodności skokowej. Przykładem tych ostatnich mogą być tory prądowe aparatów bądź urządzeń elektrycznych charakteryzujące się - dla poszczególnych odcinków - odmiennymi własnościami termokinetycznymi (warunkami wymiany ciepła z otoczeniem, gęstością strat mocy wzdłuż toru itp.).

2. Zjawisko dyfuzji ciepła w układzie jednowymiarowym w ujęciu obwodowym o stałych rozłożonych

Jednym z wielu zastosowań teorii linii długiej jest jej wykorzystanie do rozwiązywania jednowymiarowych zagadnień związanych a propagacją ciepła [1, 3].

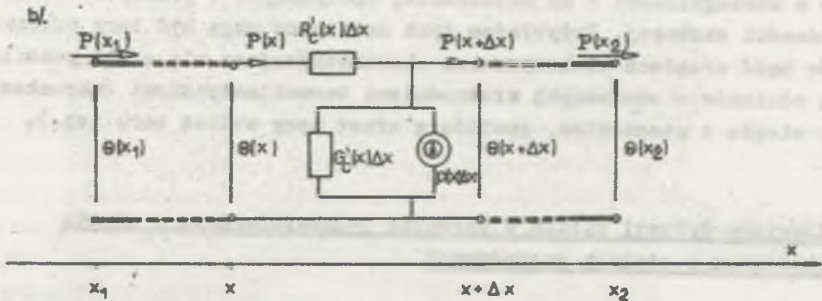
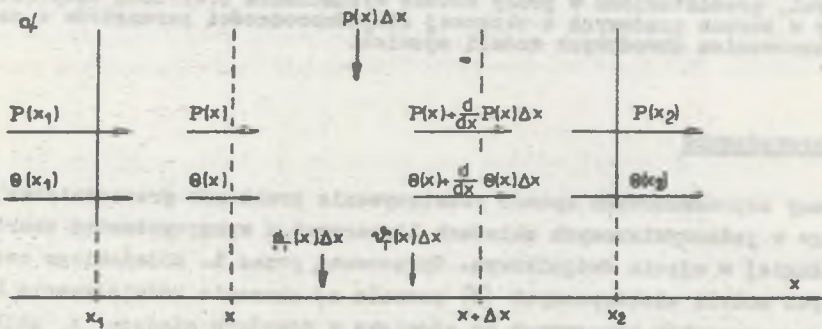
Dla układów stacjonarnych z rozłożonymi źródłami mocy cieplnej p opisujący linię długą układ równań upraszcza się do postaci:

$$\frac{d\theta}{dx} = -\frac{P}{\lambda S}$$

$$\frac{dP}{dx} = -k \Delta\theta + p$$

gdzie:

- θ - przyrost temperatury (ponad temperaturę otoczenia) (K),
- P - strumień ciepła (mocy cieplnej) (W),
- p - gęstość wydzielanej w torze mocy cieplnej (W/m),
- λ - przewodność cieplna (W/Km),
- S - powierzchnia przekroju poprzecznego (m^2),
- k - współczynnik oddawania ciepła (W/Km^2),
- A - obwód przekroju poprzecznego (m).



Rys. 1. Termokinetyczny liniowy tor prądowy a) i jego model w postaci aktywnej linii długiej b)

Fig. 1. Thermokinetic linear bus-bar element a), and its model in the form of active long line b)

Można zatem [3] dla fizycznego układu przepływu ciepła z rys. 1a zaproponować realizację obwodową podaną na rys. 1b, gdzie:

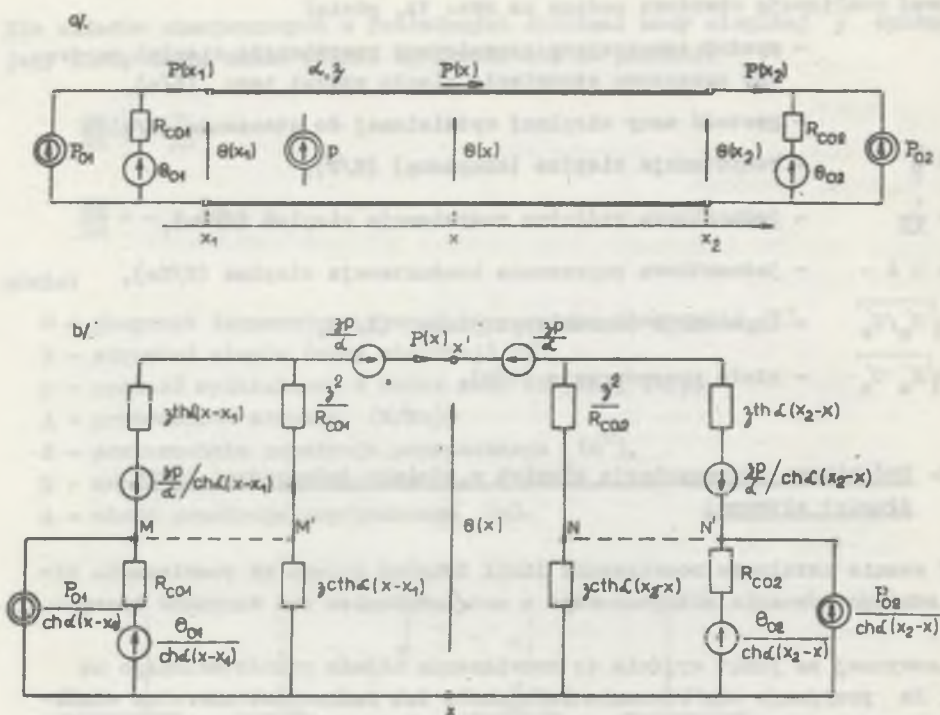
- ψ_x - spadek temperatury spowodowany rezystancją cieplną na drodze przepływu strumienia ciepła wzdłuż toru (K/m),
- P_T - gęstość mocy cieplnej wydzielanej do otoczenia (W/m),
- $R_o = \frac{\theta}{P}$ - rezystancja cieplna (skupiona) (K/W),
- $R'_o = \frac{1}{kS}$ - jednostkowa wzdłużna rezystancja cieplna (K/Wm),
- $G_o = kA$ - jednostkowa poprzeczna konduktancja cieplna (W/Km),
- $\xi = \sqrt{R'_o/G'_o}$ - impedancja charakterystyczna (K/W),
- $\alpha = \sqrt{R'_o G'_o}$ - stała przenoszenia (1/m).

3. Dwójnikowa reprezentacja zjawisk w odcinku jednorodnej linii długiej aktywnej

W stanie ustalonym rozwiązanie linii długiej polega na rozwiązaniu odpowiedniego równania różniczkowego z uwzględnieniem dwu warunków brzegowych:

Zazwyczaj za punkt wyjścia do rozwiązania układu przedstawionego na rys. 2a przyjmuje się równania łańcuchowe lub łańcuchowe odwrotne wiążące przyrost temperatury $\theta(x)$ i przepływ mocy $P(x)$ w miejscu x linii z wartościami θ_o oraz P_o na jej krańcach. Jeśli poszukiwana wielkością jest $\theta(x)$, to warunek brzegowy I rodzaju realizowany będzie przez zadanie θ_o , II rodzaju przez P_o , III zaś rodzaju przez (skupioną) rezystancję cieplną R_{co} . Ogólnym obwodowym modelem warunków brzegowych (III rodzaju) jest trójelementowy dwójnik (rys. 2a), który poprzez redukcję niektórych elementów upraszcza się do postaci realizującej warunki brzegowe dowolnego rodzaju.

W celu rozwiązania postawionego zagadnienia dla wybranego miejsca układu a także ukazania wpływu wymuszeń tak skupionych, jak i rozłożonych oraz warunków brzegowych skorzystać można z obwodowego modelu (rys. 2b) zjawisk zachodzących w miejscu xx' linii (rys. 2a). Cechą charakterystyczną tego modelu jest zależność jego struktury od warunków brzegowych (w przypadku warunków I lub II rodzaju ulega ona znacznemu uproszczeniu), a także fakt, że wymuszenia zostają jakoby przetransponowane do miejsca obserwacji (xx').



Rys. 2. Jednorodna aktywna (z rozłożonymi wymuszeniami p) linia długa R'_0, G'_0 z dwójnikami o zasilaniu mieszanym realizującymi warunki brzegowe a) oraz obwodowy model zjawisk w miejscu xx' tej linii b). (Punkty MM' oraz NN' można parami zwierać bez wpływu na szukane wielkości $P(x)$ i $\theta(x)$).

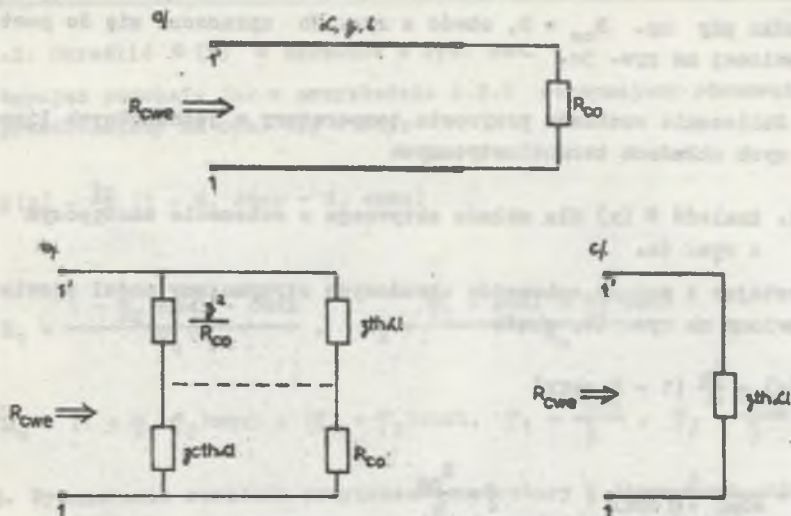
Fig. 2. Active uniform R'_0, G'_0 long line (with distributed sources p) with the two-terminals realizing boundary conditions a), and circuit-model of phenomena at the point x of the line b). There is a possibility to connect the points MM' and NN' without affecting the quantities $P(x)$ and $\theta(x)$

4. Przykłady zastosowanie metody obwodowych schematów zjawisk

4.1. Wyznaczanie rezystancji wejściowej układu termokinetycznego

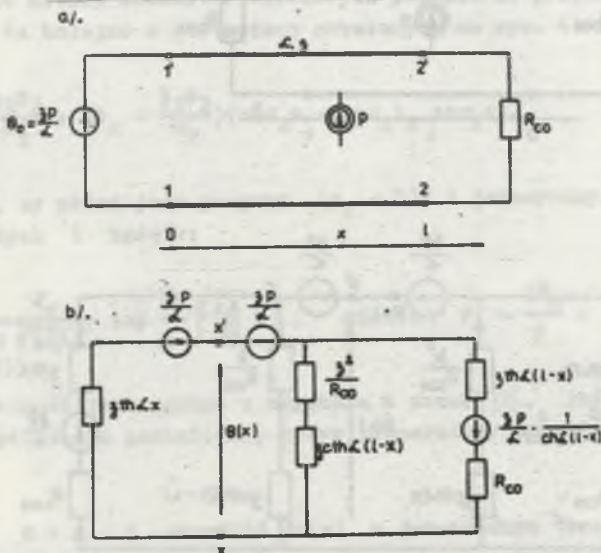
Niech dany będzie układ podany na rys. 3a, o długości l i parametrach charakterystycznych α, β . Zgodnie z ideą schematów zastępczych, układowi temu, ze względu na zaciski $11'$, odpowiada obwodowa reprezentacja przedstawiona na rys. 3b. Stąd łatwo już wyznaczamy impedancję wejściową:

$$R_{owe} = \frac{R_{oo} \operatorname{ch} \alpha l + \beta \operatorname{sh} \alpha l}{\beta \operatorname{ch} \alpha l + R_{oo} \operatorname{sh} \alpha l}$$



Rys. 3. Układ termokinetyczny w postaci linii długiej o parametrach charakterystycznych α_1, α_2 oraz długości l a) i jego reprezentacje obwodowe dla $R_{co} \neq 0$ b) oraz $R_{co} = 0$ c)

Fig. 3. Thermokinetic system in the form of a long line with characteristic parameters α_1, α_2 of the length l a), and its circuit representation for $R_{co} \neq 0$ b), and $R_{co} = 0$ c)



Rys. 4. Jednorodny termokinetyczny układ aktywny z warunkami brzegowymi I (zaciski 11') i III (zaciski 22') rodzaju a) oraz jego schemat obwodowy b).

Fig. 4. Uniform thermokinetic active system with boundary conditions of the 1-st (terminals 11') and the 3-rd (terminals 22') type a), and its equivalent network b)

W przypadku gdy np. $R_{co} = 0$, obwód z rys. 3b upraszcza się do postaci przedstawionej na rys. 3c.

4.2. Obliczanie rozkładu przyrostu temperatury w jednorodnych liniarnych układach termokinetycznych

4.2.1. Znaleźć $\Theta(x)$ dla układu aktywnego o schemacie zastępczym z rys. 4a.

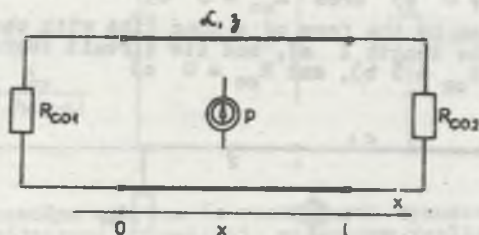
Korzystając z metody schematów obwodowych otrzymujemy model zjawisk przedstawiony na rys. 4b, skąd:

$$\Theta(x) = \frac{\beta P}{\alpha} (1 - H \operatorname{sh} \varphi x)$$

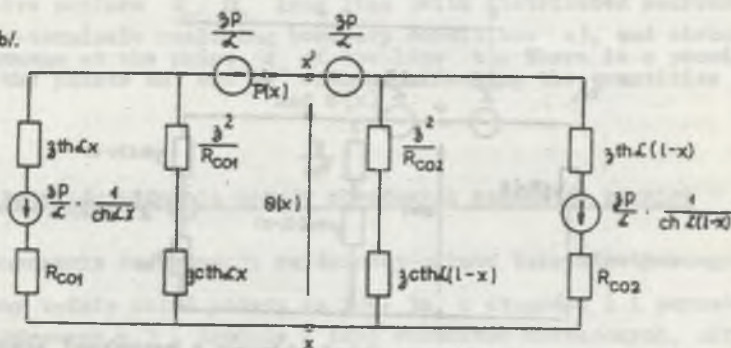
gdzie:

$$H = \frac{1}{\operatorname{sh} \varphi l + \varphi \operatorname{ch} \varphi l}; \quad \varphi = \frac{R_{co}}{\lambda}$$

a/.



b/.



Rys. 5. Jednorodny termokinetyczny układ aktywny z warunkami brzegowymi III rodzaju a) oraz jego realizacja obwodowa b)

Fig. 5. Uniform active system with boundary conditions of the 1-st type a), and its circuit realization b)

4.2.2. Określić $\Theta(x)$ w układzie z rys. 5a.

Postępując podobnie jak w przykładzie 4.2.1 otrzymujemy równoważny obwód przedstawiony na rys. 5b; wtedy:

$$\Theta(x) = \frac{\dot{q}D}{\alpha} (1 - H_1 \operatorname{sh}\alpha x - H_2 \operatorname{ch}\alpha x)$$

gdzie:

$$H_1 = \frac{1 - \varphi_2 \operatorname{sh}\alpha l - \operatorname{ch}\alpha l}{H_0}, \quad H_2 = \frac{\varphi_1 + \operatorname{sh}\alpha l + \varphi_2 \operatorname{ch}\alpha l}{H_0}$$

$$H_0 = (1 + \varphi_1 \varphi_2) \operatorname{sh}\alpha l + (\varphi_1 + \varphi_2) \operatorname{ch}\alpha l, \quad \varphi_1 = \frac{R_{co1}}{\dot{q}}, \quad \varphi_2 = \frac{R_{co2}}{\dot{q}}.$$

4.3. Wyznaczanie rozkładu przyrostu temperatury w linearnych układach termokinetycznych o skokowej niejednorodności parametrów

4.3.1. Dla $0 < x < l_2$ znaleźć $\Theta(x)$ wywołane źródłem ciepła w zestyku czołowym dwu torów o różnych parametrach termokinetycznych (rys. 6a).

Zastosowanie metody schematów obwodowych pozwala na przedstawienie układu z rys. 6a kolejno w postaciach pokazanych na rys. 6b i 6c; zatem:

$$\Theta(x) = \frac{\dot{q}_2 P_2}{\alpha_2} + (\Theta_0 - \frac{\dot{q}_2 P_2}{\alpha_2})(\operatorname{ch}\alpha_2 x - \operatorname{th}\alpha_2 l_2 \operatorname{sh}\alpha_2 x).$$

Jeśli założyć, że układ jest pasywny ($p_2 = 0$) i jednorodny, to dla dostatecznie dużych l będzie:

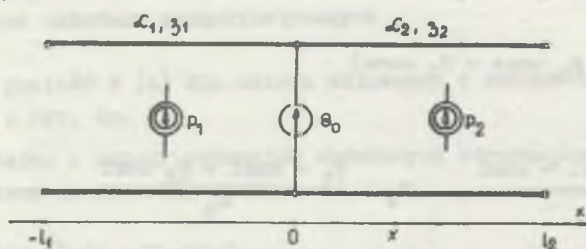
$$\Theta(x) = \frac{P_0}{2 \sqrt{kAAS}} \exp \left\{ -\sqrt{\frac{kA}{AS}} x \right\}, \quad \text{gdzie: } P_0 = \frac{2\Theta_0}{\dot{q}}.$$

Otrzymana zależność jest zgodna z uzyskaną w pracy [2], jeśli dla otrzymanego tam rozwiązania pominie się wpływ temperatury na wydzieloną w torze moc.

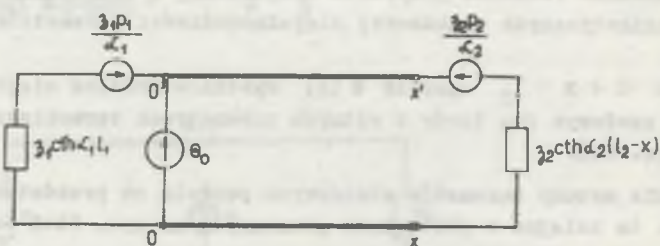
4.3.2. Dla $0 < x < l$ określić $\Theta(x)$ w jednorodnym torze prądowym z przewężeniem (rys. 7a).

Z racji symetrii (mamy wtedy $P(0) = 0$) część układu na lewo od $x = 0$ zastąpić można rezystancją cieplną $R_{c1} = \infty$, a część układu na prawo od $x = l$ (przy $l_1 \rightarrow \infty$) przez $R_{c2} = \frac{1}{\dot{q}_1}$ (rys. 7b).

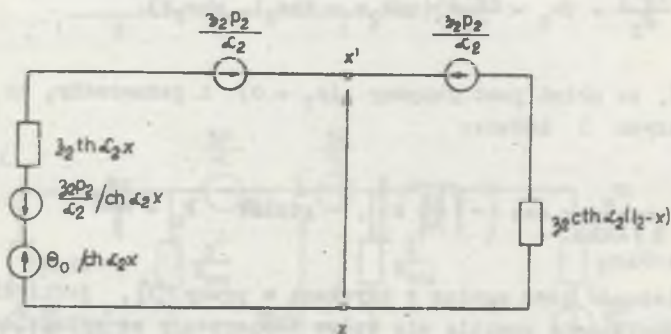
a/.



b/.



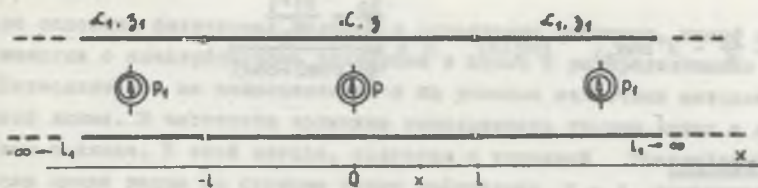
c/.



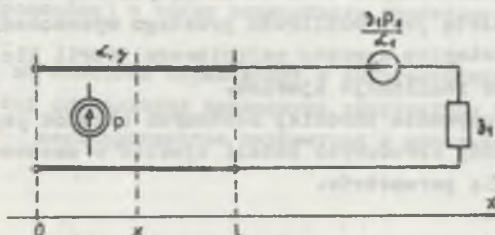
Rys. 6. Zestaw czokoowy torów prądowych o odmiennych parametrach termokinetycznych a) i jego reprezentacje obwodowe b), c) dla $0 < x < l_2$

Fig. 6. Butt joint of current lines of different thermokinetic parameters a), and its circuit representations b), c) for $0 < x < l_2$

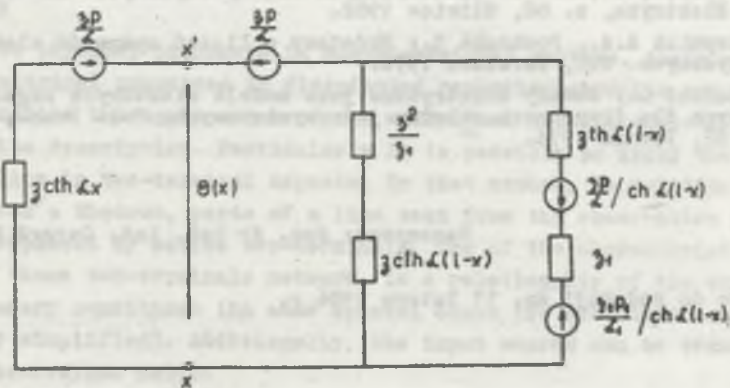
a).



b).



c).



Rys. 7. Jednorodny tor prądowy $(\alpha_1, \mathcal{Z}_1, \mathcal{P}_1)$ z przewężeniem $(\alpha, \mathcal{Z}, \mathcal{P})$ a) i jego realizacje obwodowe b), c) dla $0 < x < \mathcal{L}$

Fig. 7. Uniform current line $(\alpha_1, \mathcal{Z}_1, \mathcal{P}_1)$ with contraction $(\alpha, \mathcal{Z}, \mathcal{P})$ a) and its circuit realizations b), c) for $0 < x < \mathcal{L}$

Można zatem rozważany układ, ze względu na zaciski xx' , przedstawić w sposób pokazany na rys. 7c. W wyniku otrzymujemy:

$$e(x) = \frac{2p}{\alpha} - H \operatorname{ch} \alpha x, \quad \text{gdzie: } H = \frac{\frac{2p}{\alpha} - \frac{21p_1}{\alpha_1}}{\frac{21}{\alpha} \operatorname{sh} \alpha l + \operatorname{ch} \alpha l}.$$

5. Uwagi końcowe

Zaprezentowana metoda pozwala na wyznaczanie rozkładu przyrostu temperatury w torach prądowych jednorodnych oraz składających się z odcinków jednorodnych. Główną jej zaletą jest możliwość prostego wyznaczania rozkładu temperatury z wykorzystaniem aparatu pojęciowego teorii linii długiej rozszerzonej o obwodowe realizacje zjawisk.

Wydaje się możliwe rozwiązywanie bardziej złożonych układów poprzez odpowiednią modyfikację metody obwodowych modeli zjawisk w zastosowaniu do układów o skokowej zmianie parametrów.

LITERATURA

- [1] Bartodziej G.; Modele elektrycznych złączy stykowych. ZN. Pol. Śl., s. Elektryka, z. 80, Gliwice 1982.
- [2] Maksymiuk A.A., Pochonke Z.; Podstawy obliczeń aparatów elektroenergetycznych. WNT, Warszawa 1976.
- [3] Różański L.; Obwody elektryczne jako modele niektórych zagadnień brzegowych dla fizycznych układów jednowymiarowych. Pol. Pozn., Rozprawy Nr 62, Poznań 1974.

Recenzent: doc. dr hab. inż. Gerard Bartodziej

Wpłynęło do redakcji dn. 11 lutego 1986 r.

ОБ ОДНОМ СПОСОБЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ СТАЦИОНАРНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ
В СКАЧКООБРАЗНО - НЕОДНОРОДНЫХ ТОКОПРОВОДАХ

Р е з ю м е

Для описания физических явлений в одномерных системах, часто используются их аналогии с электрическими явлениями в цепях с распределенными параметрами. Позволяет это на использование в их решении известных методов анализа длинной линии. В частности возможно использовать теорию линии в двухполюсном подходе. В этой методе, согласно с теоремой Thevenina-Nortona участки линии видны со стороны точки наблюдения $x = x_0$ замещаются активными двухполюсниками. Характерной их чертой является зависимость их структуры от граничных условий (в частном случае может она подвергаться значительным упрощениям) а также возможность транспонирования источников к месту наблюдения.

Базируя на аналогии термических и электрических величин, в работе представлен метод определения превышения температуры в токоведущих узлах со скачкообразной неоднородностью параметров с использованием цепных моделей явлений.

ON A METHOD OF CALCULATING THE STATIONARY TEMPERATURE DISTRIBUTION
IN BUS-BAR ELEMENTS WITH PARAMETERS OF JUMPING HETEROGENEITY

S u m m a r y

To describe physical phenomena in one-dimensional systems, their analogies to electrical processes in distributed parameter circuits are often used. This enables the application of the well-known methods of long line analysis to its description. Particularly it is possible to apply the theory of long line in two-terminal aspects. By that method, in relation to Thevenin-Norton's theorem, parts of a line seen from the observation point $x = x_0$ are replaced by active two-terminals. One of the characteristic features, of these two-terminals network, is a relationship of the structure with boundary conditions (in some special cases the structure can be substantially simplified). Additionally, the input source can be transposed to the observation point.

The paper, using an analogy between heat and electric quantities, presents the method of computing temperature increments in bus-bars with jumping heterogeneity of their parameters. A circuit model of the phenomena is also shown.

Witold HORST

Instytut Elektrotechniki Przemysłowej
Politechnika PoznańskaPRZESUWANIE ŹRÓDEŁ PRĄDU W LINII DŁUGIEJ RG I WYKORZYSTANIE TEJ PROCEDURY
W MODELOWANIU ZJAWISK W UKŁADACH JEDNOWYMIAROWYCH

Streszczenie. Opis matematyczny wielu zagadnień technicznych zawiera się w równaniach aktywnej linii długiej. Fakt ten pozwala na ich rozwiązywanie z bezpośrednim wykorzystaniem aparatu matematycznego stosowanego w teorii linii długiej, zwłaszcza w ujęciu dwójnikowym. Metoda ta, zgodnie z twierdzeniem o dwójniku zastępczym, pozwala na ukazanie wpływu warunków brzegowych, wymuszeń źródłowych oraz parametrów układu na zjawiska w dowolnym miejscu układu fizycznego.

W pracy przedstawiono możliwość rozwinięcia tej metody poprzez wykorzystanie procedury przesuwania wzdłuż linii długiej skupionych i rozłożonych wymuszeń prądowych. Wprowadzona procedura pozwala na znaczne uproszczenie konstruowania obwodowego modelu zjawisk, a tym samym ułatwia rozwiązywanie jednowymiarowych zagadnień brzegowych. Możliwości wykorzystania omawianej procedury prezentują zamieszczone przykłady.

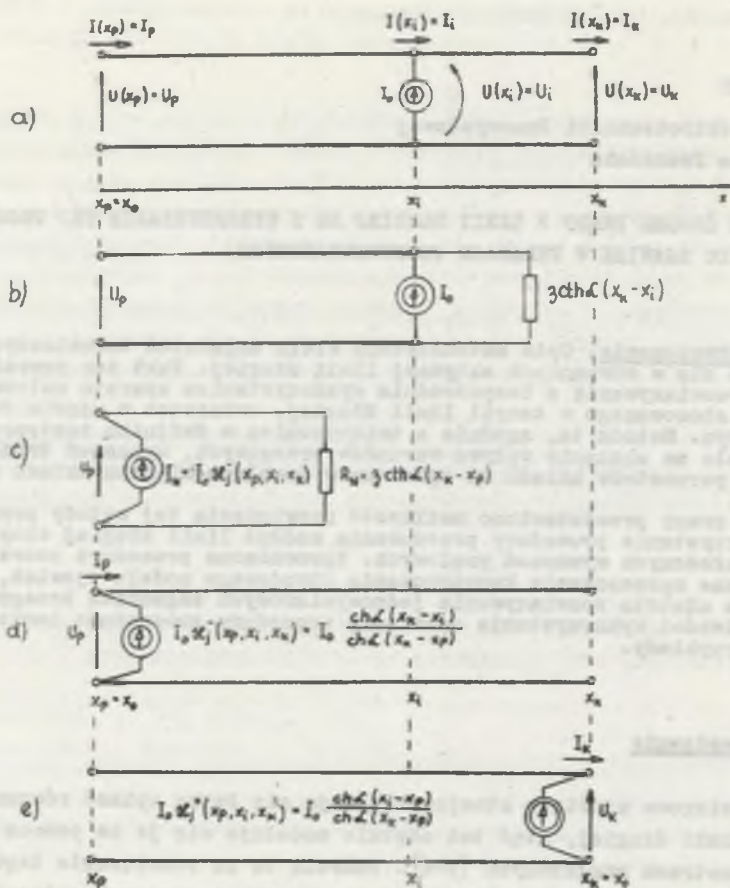
1. Wprowadzenie

Jednowymiarowe zjawiska stacjonarne dają się łatwo opisać równaniami aktywnej linii długiej, stąd też chętnie modeluje się je za pomocą układów o parametrach rozłożonych [1-6]. Pozwala to na rozwiązanie tego typu zagadnień z wykorzystaniem metod matematycznych stosowanych w teorii linii długiej.

2. Przesuwanie skupionych źródeł prądu w linii długiej

Niech dana będzie jednorodna (o impedancji charakterystycznej Z_0 i stałej przenoszenia α) linia długa (rys. 1a) w miejscu x_1 ($x_p < x_1 < x_k$), której załączono skupione źródło prądu I_a . Ze względu na zjawiska w linii dla $x < x_1$ można jej odcinek $\langle x_1, x_k \rangle$ zastąpić (rys. 1b) jego rezystancją wejściową. Jeśli dla otrzymanego obwodu, opisanego równaniami:

$$\begin{bmatrix} U_p \\ I_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \operatorname{ch}\alpha(x_1 - x_p) & \frac{1}{Z_0} \operatorname{sh}\alpha(x_1 - x_p) \\ \frac{1}{Z_0} \operatorname{sh}\alpha(x_1 - x_p) & \operatorname{ch}\alpha(x_1 - x_p) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ I_1 \end{bmatrix}$$



Rys. 1. Ilustracja kolejnych etapów a, b, c, d, przesuwania (w kierunku malejącego x) źródła prądu I_0 oraz (e) - obwód z rys. a po przetransponowaniu źródła do punktu obserwacji $x_0 = x_k$; tj. w kierunku rosnącego x

Fig. 1. Sequence of consecutive phases a, b, c, d, of displacement of the current source I_0 (in the direction of decreasing x), and (e) the circuit from the fig. a after transposing the source to the observation point $x_0 = x_k$ (ie. in the direction of increasing x)

gdzie:

$$U_1 = (I_1 + I_0) Z \text{cth}L(x_k - x_1),$$

zastosować twierdzenie Nortona, otrzymamy dwójnik zastępczy podany na rys. 10, gdzie:

$$I_N = I_0 \mathcal{K}_j^-(x_p, x_1, x_k) = I_0 \frac{\operatorname{ch}\alpha(x_k - x_p)}{\operatorname{ch}\alpha(x_k - x_1)}, \quad R_N = \frac{1}{2} \operatorname{cth}\alpha(x_k - x_p).$$

Dwójnik ten przedstawić można w postaci równoważnego obwodu o parametrach rozłożonych (rys. 1d), który różni się od obwodu z rys. 1a zmianą lokalizacji źródła prądu I_0 . Zatem wpływ źródła I_0 włączonego w miejscu x_1 na zjawiska w miejscu obserwacji $x_0 = x_p$ jest identyczny jak źródła $I_0 \mathcal{K}_j^-(x_p, x_1, x_k)$ załączonego w miejscu x_p .

Przekładnia \mathcal{K}_j^- uwiadczenia sposób oddziaływania źródła I_0 na wielkości w wybranym miejscu x_0 transponując je jak gdyby do tego miejsca (indeks "-" informuje o przesuwaniu źródła w kierunku ujemnym osi x). Identyczne wyrażenie na \mathcal{K}_j^- znaleźć można w pracy [5].

Postępując podobnie, wyznaczyć można przekładnię \mathcal{K}_z^- również dla linii (przy zaciskach x_k) w stanie zwarcia: \mathcal{K}_z^- oraz dla linii nieskończenie długiej: \mathcal{K}_0^- . W wyniku otrzymamy:

$$\mathcal{K}_j^-(x_p, x_1, x_k) = \frac{\operatorname{ch}\alpha(x_k - x_1)}{\operatorname{ch}\alpha(x_k - x_p)}$$

$$\mathcal{K}_0^-(x_p, x_1) = e^{-\alpha(x_1 - x_p)}$$

$$\mathcal{K}_z^-(x_p, x_1, x_k) = \frac{\operatorname{sh}\alpha(x_k - x_1)}{\operatorname{sh}\alpha(x_k - x_p)}$$

Jeśli za punkt obserwacji przyjmiemy $x_0 = x_k$ (rys. 1e), tzn. będzie miało miejsce przypadki przesuwania źródła w kierunku dodatnim osi x , to wyrażenia opisujące przekładnię w odpowiednich stanach pracy linii (przy zaciskach x_p) przyjmą postać:

$$\mathcal{K}_j^+(x_p, x_1, x_k) = \frac{\operatorname{ch}\alpha(x_k - x_p)}{\operatorname{ch}\alpha(x_k - x_1)}$$

$$\mathcal{K}_0^+(x_1, x_k) = e^{-\alpha(x_k - x_1)}$$

$$\mathcal{K}_z^+(x_p, x_1, x_k) = \frac{\operatorname{sh}\alpha(x_k - x_p)}{\operatorname{sh}\alpha(x_k - x_1)}$$

3. Przesuwanie wymuszeń rozłożonych

Wykorzystując uzyskane dotychczas zależności oraz zasadę superpozycji można znaleźć wyrażenia pozwalające na określenie sposobu oddziaływania rozłożonych poprzecznie źródeł prądu (linia aktywna). Operacja ta jest równoważna wyłączeniu źródeł poza układ.

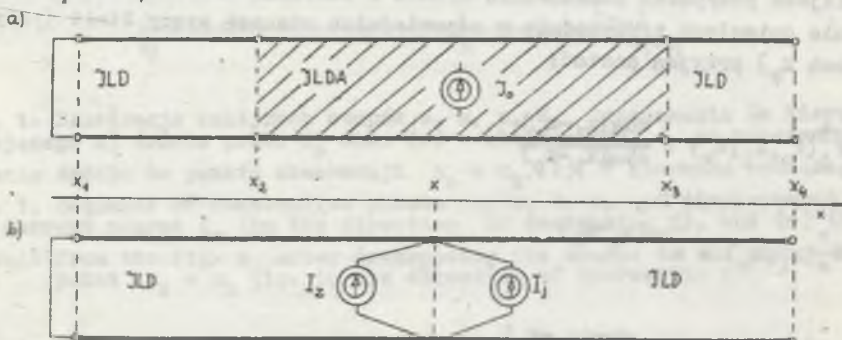
Niech dana będzie jednorodna linia długa aktywna (JLDA) zwarta na początku i rozwarta na końcu z rozłożonymi równomiernie z gęstością $J(x) = J_0 = \text{const}$ źródłami prądu (rys. 2a). Wtedy I_z oraz I_j z rys. 2b dane będą (patrz również [4]) zależnościami:

od strony odcinka zwartego

$$I_z = \int_{x_1}^x \mathcal{K}_z^+(x_1, \xi, x) J(\xi) d\xi = \int_{x_2}^x \frac{\text{sh}\alpha(\xi - x_1)}{\text{sh}\alpha(x - x_1)} J_0 d\xi = \frac{J_0}{\alpha \text{sh}\alpha(x - x_1)} \cdot [\text{ch}\alpha(x - x_1) - \text{ch}\alpha(x_2 - x_1)]$$

od strony rozwartego krańca linii

$$I_j = \int_x^{x_4} \mathcal{K}_j^-(x, \eta, x_4) J(\eta) d\eta = \int_x^{x_3} \frac{\text{ch}\alpha(x_4 - \eta)}{\text{ch}\alpha(x_4 - x)} J_0 d\eta = \frac{J_0}{\alpha \text{ch}\alpha(x_4 - x)} [\text{sh}\alpha(x_4 - x) - \text{sh}\alpha(x_4 - x_3)]$$



Rys. 2. Wyłączanie rozłożonych źródeł prądu poza układ:

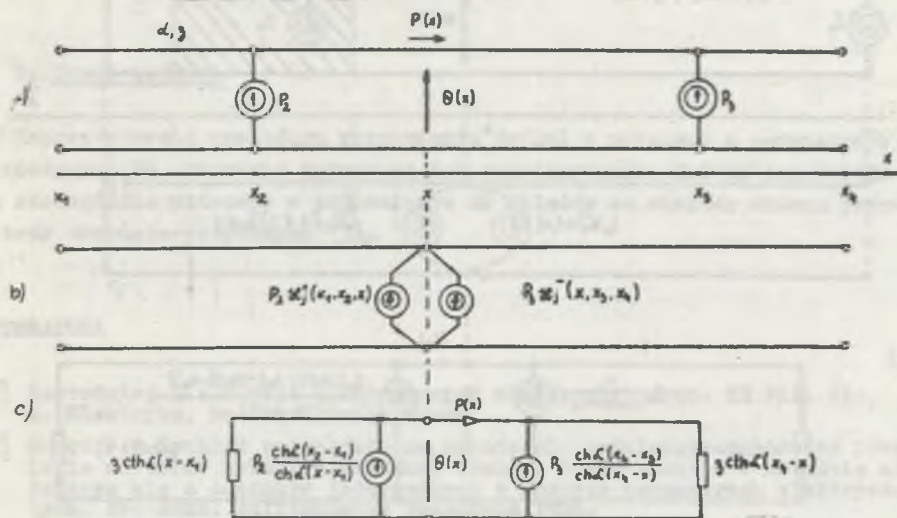
(a) - układ aktywny, (b) - układ z wyłączonymi źródłami (JLDA - jednorodna linia długa aktywna, JLD - jednorodna linia długa pasywna)

Fig. 2. Exclusion of distributed current sources out of the system
(a) - active system, (b) - system with excluded sources (JLDA - uniform active long line, JLD - uniform passive long line)

4. Przykłady

Przykład 1

Wyznaczyć rozkład temperatury $\Theta(x)$ dla $x_2 < x < x_3$ w jednorodnym układzie termokinetycznym [1] pokazanym na rys. 3a.



Rys. 3. Rozważany w przykładzie 1 układ termokinetyczny w postaci równoważnej [1] linii długiej o parametrach α [1/m] i ζ [°K/W] (a), oraz etapy jego przekształcania (b, c), gdzie: $\Theta(x)$ - przyrost temperatury [°K]; P_2, P_3 - skupione źródła mocy cieplnej [W].

Fig. 3. Thermokinetic system considered in the example 1 in the form of equivalent [1] long line of the parameters α [1/m] and ζ [°K/W] (a), and the phases of its transforming (b, c) where $\Theta(x)$ - the increase of temperature [°K], P_2, P_3 - lumped sources of thermal - power [W].

Rozwiązanie 1

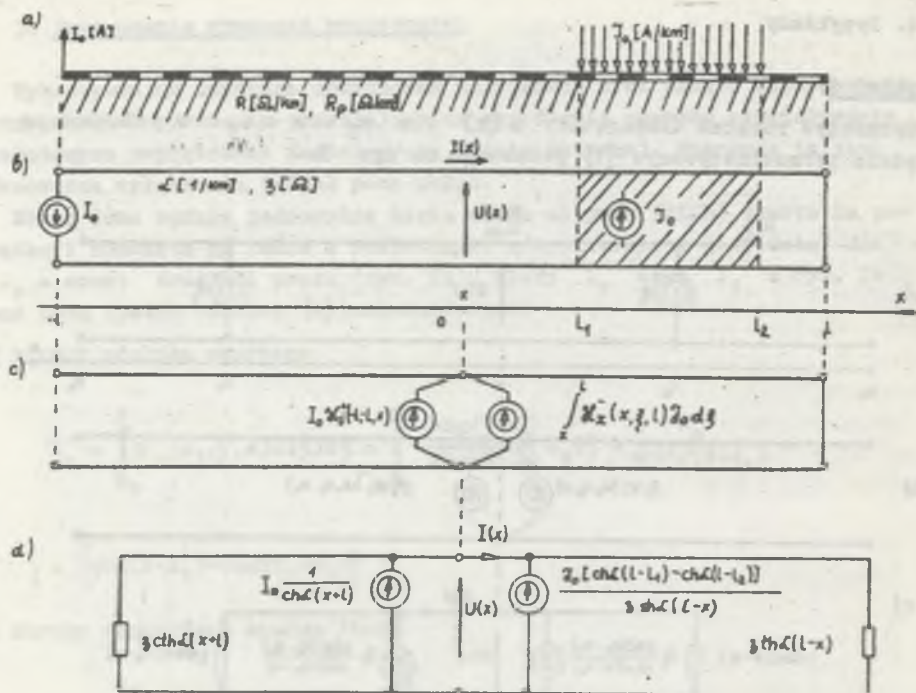
Po zastosowaniu procedury przesuwania źródeł otrzymany równowatny (za względu na zjawiska w miejscu x) układ podany na rys. 3b.

Po zastąpieniu odcinków linii ich impedancjami wejściowymi otrzymamy obwód (rys. 3c), skąd:

$$\Theta(x) = \frac{P_2 \operatorname{ch} \alpha(x_2 - x_1) \operatorname{ch} \alpha(x_4 - x) + P_3 \operatorname{ch} \alpha(x_4 - x_3) \operatorname{ch} \alpha(x - x_1)}{\operatorname{sh} \alpha(x_4 - x_1)}$$

Przykład 2

Na rys. 4a przedstawiono rozptyw prądu w szynach pewnej trakcji elektrycznej prądu stałego (o jednostkowej rezystancji wzdłużnej szyn R i następnej rezystancji przejścia szyny-ziemia R_p).



Rys. 4. Odcinek układu szyny-ziemia pewnej trakcji elektrycznej ze stacją powrotną (dla $x = -1$) oraz z równomiernym dla $l_1 < x < l_2$ okładem prądowym J_0 a), jego model w postaci linii długiej b), jego postać po przetransponowaniu wymuszeń prądowych do miejsca x c) oraz równoważny schemat obwodowy o parametrach skupionych d)

Fig. 4. Section of the rails - earth system of direct - current electric traction with returning point (for $x = -1$) and with uniform electric load (current density J_0) for $l_1 < x < l_2$ (a), its model as RG long line (b), its form after transforming current sources to the place x (c), and its equivalent diagram with lumped parameters (d)

Znaleźć wyrażenia opisujące prąd $I(x)$ w szynach oraz potencjał $\varphi(x)$ szyn względem ziemi dalekiej dla $-1 < x < l_1$.

Rozwiązanie 2

Rozważany układ przedstawić można [2, 3] w postaci linii długiej o parametrach jednostkowych $\alpha = \sqrt{R/R_p}$ i $\beta = \sqrt{R \cdot R_p}$ jak na rys. 4b. Po przetransponowaniu wymuszeń do miejsca obserwacji x (rys. 4c) oraz zastąpieniu odcinków linii ich rezystancjami wejściowymi otrzymamy obwód ukazany na rys. 4d, skąd (patrz również [6]) uzyskamy:

$$I(x) = \frac{A \cdot \text{sh}\alpha(x+1) - I_0 \text{ch}\alpha(1-x)}{\text{ch}2\alpha l}$$

$$\psi(x) = \frac{1}{\operatorname{ch} 2\alpha l} [A \cdot \operatorname{ch} \alpha(x+1) - I_0 \operatorname{sh} \alpha(1-x)]$$

gdzie:

$$A = \operatorname{const} = \frac{J_0}{\alpha} [\operatorname{ch} \alpha(1-l_2) - \operatorname{ch} \alpha(1-l_1)]$$

5. Uwagi końcowe

Zaprezentowana procedura przesuwania źródeł w układach o parametrach rozłożonych RG znacznie upraszcza ich rozwiązywanie. Zalety tej metody są szczególnie widoczne w odniesieniu do układów ze skokową zmianą parametrów charakterystycznych [3].

LITERATURA

- [1] Bartodziej G.: Modele elektrycznych złączy stykowych. ZN Pol. Śl., s. Elektryka, z. 80, Gliwice 82.
- [2] Horst W.: Rozkład potencjału na urządzeniu podziemnym położonym równolegle do torów zelektryfikowanej trakcji prądu stałego w układzie składającym się z odcinków jednorodnych o różnych parametrach elektrycznych. Pr. dokt. Politechnika Poznańska 1980.
- [3] Horst W.: Wykorzystanie procedury elektrycznej zmiany długości linii RG w tworzeniu obwodowego modelu zjawisk w fizycznych układach jednowymiarowych. Poznań 1985 (maszynopis).
- [4] Różański L.: Obwody elektryczne jako modele niektórych zagadnień brzegowych dla fizycznych układów jednowymiarowych. Politechnika Poznańska, S. Rozprawy, Nr 62, Poznań 1974.
- [5] Sibila J.: Określenie rozkładu potencjałów na dwóch metalowych urządzeniach podziemnych położonych równolegle do torów trakcji elektrycznej. Praca doktorska Politechnika Poznańska 1975.
- [6] Striżewski J.W.: Teoria i rachunek drenażnej i katodnej zaszczepity magistralnych truboprowadów ot korrozji błędajuszczimi tokami. Moskwa 1963.

Recenzent: doc. dr hab. inż. Gerard Bartodziej

Wpłynęło do redakcji dn. 15 czerwca 1986 r.

ПЕРЕМЕЩЕНИЕ ИСТОЧНИКОВ ТОКА ВДОЛЬ ДЛИННОЙ ЛИНИИ RG И ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЭТОЙ ПРОЦЕДУРЫ В МОДЕЛИРОВАНИИ ЯВЛЕНИЯ В ОДНОМЕРНЫХ СИСТЕМАХ

Резюме

Математическое описание многих технических проблем заключается в уравнениях активной длинной линии. Это позволяет использовать в их решении математический аппарат применяемый в теории длинной линии, особенно в двухполюсниковом подходе. Этот метод, согласно с теоремой эквивалентного двухполюсника, даёт возможность указать влияние краевых условий, источников тока и параметров цепи на явления в любом месте физической системы.

В настоящей работе представлена возможность развития этого метода используя процедуру перемещения, вдоль длинной линии, сосредоточенных и распределённых источников тока. Эта процедура позволяет на значительное упрощение конструирования цепной модели явлений. Возможности использования введённой процедуры представляют помещённые примеры.

DISPLACEMENT OF CURRENT SOURCES IN RG - TRANSMISSION LINES AND ITS APPLICATION TO MODELING PHENOMENA IN ONE - DIMENSIONAL SYSTEMS

Summary

Mathematical description of many technical problems are given by the equations of the active long line. One can notice that these problems can be solved by using the theory of long lines especially active two-terminal networks approach. That method, corresponding to the equivalent two-terminal theory, enables to show the influence of boundary conditions, input signals and system parameters on the described phenomenon at any point of the system.

The paper presents the possibility to extend the above method by making use of the displacement of distributed and lumped current sources along the RG-line. This simplifies the construction of the network model, and the solution of one-dimensional boundary problems. The possible applications are illustrated by several examples.

Krzysztof KLUSZCZYŃSKI

METODA 4-FAZOWYCH SKŁADOWYCH SYMETRYCZNYCH W ANALIZIE I KOMPUTEROWO WSPOMAGANYM PROJEKTOWANIU JEDNOFAZOWYCH SILNIKÓW Z POMOCNICZYM UZWOJENIEM ZWARTYM

Streszczenie. Przedstawiono metodę obliczeń silników jednofazowych z pomocniczym uzwojeniem zwartym, opartą na modelu maszyny 4-fazowej i na metodzie 4-fazowych składowych symetrycznych. Zaproponowano metodę umożliwiającą uwzględnianie w przybliżony sposób nieliniowości głównego obwodu magnetycznego oraz nasycania się bocznika magnetycznego. Opracowano program obliczeń na maszynę cyfrową. Wykonano obliczenia ilustrujące wpływ wybranych parametrów konstrukcyjnych na charakterystykę mechaniczną silnika.

1. Wstęp

Indukcyjne silniki jednofazowe ze zwartym uzwojeniem pomocniczym są stosowane w sprzęcie powszechnego użytku. Zróżnicowane wymagania dotyczące własności eksploatacyjnych i wymiarów zewnętrznych są przyczyną dużej różnorodności spotykanych rozwiązań. Zasadnicze znaczenie posiada obwód elektromagnetyczny stojana, a zwłaszcza boczniki magnetyczne i zwoje zwarte. Są one elementami, poprzez które w istotny sposób można wpływać na kształt charakterystyki mechanicznej.

Dążenie do zapewnienia optymalnych własności eksploatacyjnych silnika oraz dopasowania jego wymiarów w przypadku różnych urządzeń mechanicznych wymaga efektywnych metod obliczeniowych, mogących współdziałać z różnymi metodami programowania matematycznego. Efektywność metod obliczeń elektromagnetycznych, przewidywanych jako podprogramy w programach komputerowo wspomaganego projektowania wyraża się z jednej strony w dokładności obliczeń, z drugiej zaś strony - w ich szybkości (miarą jest czas przeliczenia pojedynczego wariantu). Do istotnych walorów należy również zaliczyć uniwersalność metod, a więc możliwość uwzględniania różnych rozwiązań (np. różnej liczby zwojów zwartych).

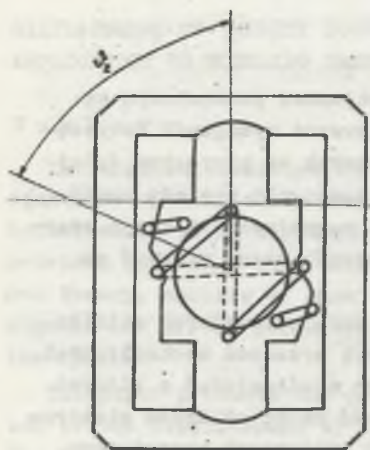
Szczególnie korzystna z punktu widzenia CAD byłaby metoda, obejmująca wszystkie indukcyjne silniki jednofazowe.

W publikacjach [3] [4] przedstawiono metodę obliczeń silników jednofazowych z kondensatorem roboczym o dowolnym układzie połączeń uzwojeń stojana (połączenie L, połączenie T, połączenia umożliwiające nastawę dwóch lub trzech prędkości obrotowych oraz zmianę kierunku obrotów), opartą na metodzie 4-fazowych składowych symetrycznych.

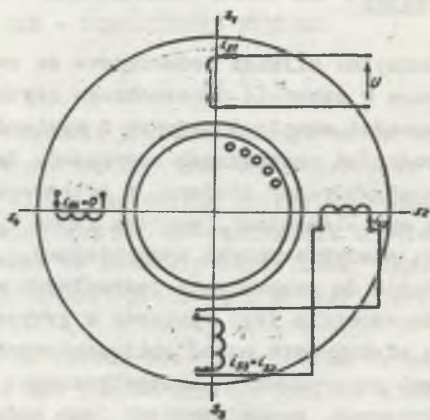
Niniejsza praca jest próbą rozszerzenia tejże metody na silniki indukcyjne ze zwartym uzwojeniem pomocniczym i dotyczy wyłącznie silników o równomiernej szczelinie powietrznej.

2. Metoda 4-fazowych składowych symetrycznych w obliczeniach elektromagnetycznych silników ze zwartą fazą pomocniczą

Na wstępie rozważmy jednofazowy silnik indukcyjny z jednym uzwojeniem pomocniczym. Przy analizie zjawisk związanych ze strumieniem magnetycznym głównym czyni się zazwyczaj założenie, że bok zewnętrzny (nie umieszczony w żłobku) leży w osi prostopadłej do osi uzwojenia głównego. Rozszerzmy to założenie zakładając ponadto, że drugi z boków znajduje się w osi uzwojenia głównego (taki zwój zwarty o poskoku równym połowie podziałki biegunowej będziemy określać jako zastępczy). Kąt elektryczny pomiędzy osią uzwojenia głównego a osią zwoju zastępczego wynosi wówczas $\frac{\pi}{4}$.



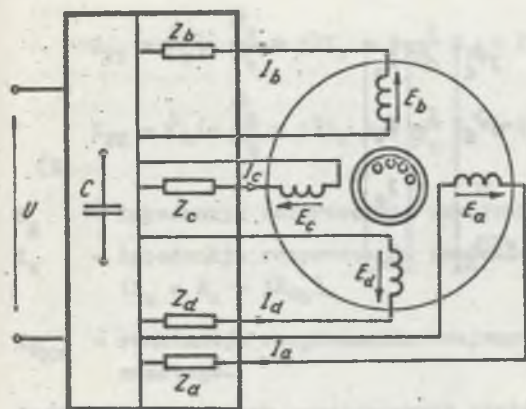
Rys. 1. Zwoje zwarte; rzeczywiste i równoważne
Fig. 1. Shaded coil; real equivalent and replacing one



Rys. 2. Silnik ze zwartym uzwojeniem pomocniczym jako niesymetryczna maszyna 4-fazowa

Fig. 2. Shaded-pole motor as asymmetrical four-machine

Jest to istotne uproszczenie, znacznie jednak mniejsze niż to, które przyjmuje wielu autorów, a mianowicie, że osie obu uzwojeń: głównego i zwartego są wzajemnie prostopadłe i tworzą kąt $\frac{\pi}{2}$. W większości silników kąt pomiędzy osiami uzwojeń zawiera się w granicach 50° - 55° , a więc przyjęcie w modelu wartości 45° jest znacznie bliższe stanowi faktycznemu. Zastępcze zwoje zwarte (o rozpiętości równej połowie podziałki biegunowej) można przekształcić do równoważnej postaci dwóch zwojów wzajemnie prostopadłych



Rys. 3. Symetryczna maszyna 4-fazowa i asymetryczny układ zasilania

Fig. 3. Symmetrical four-phase machine and asymmetrical supply circuit

niesymetryczną maszynę 4-fazową analizować jako symetryczną maszynę 4-fazową (niesymetrię dotyczącą liczby zwojów można łatwo usunąć na drodze transformacji zwojowej) przyłączoną do sieci jednofazowej poprzez asymetryczny układ zasilający (zawiera on wyodrębnione wcześniej rezystancje i indukcyjności rozproszenia stojana).

W stanie ustalonym macierz transformacji dla maszyny 4-fazowej przyjmuje postać będącą iloczynem macierzy 4-fazowych składowych symetrycznych i macierzy transformacji zwojowej:

- dla napięć

$$\begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_{O1} \\ E_{O2} \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & 1 \\ 1 & \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} & 1 \\ \sqrt{2} & 0 & \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 \\ 0 & \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_a \\ E_b \\ E_c \\ E_d \end{bmatrix} \quad (1)$$

o rozpiętości równej podziące biegunowej (nazywać je będziemy zwojami równoważnymi). Ostatecznie więc model silnika przyjmuje postać podana na rys. 2.

Przy przyjętych założeniach jednofazowy silnik ze zwartym uzwojeniem pomocniczym jest więc niesymetryczną maszyną 4-fazową. Asymetria dotyczy liczby zwojów, średnicy przewodów (przekroju zwojów zwartych) oraz niesymetrycznego połączenia uzwojeń stojana. Wyodrębniając rezystancje i reaktancje rozproszenia stojana i traktując je formalnie jako obciążenie zewnętrzne można

- dla prądów

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_{O1} \\ I_{O2} \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & -j\psi_b & -\psi_o & j\psi_d \\ 1 & j\psi_b & -\psi_o & -j\psi_d \\ \sqrt{2} & 0 & \sqrt{2}\psi_o & 0 \\ 0 & \sqrt{2}\psi_b & 0 & \sqrt{2}\psi_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_o \\ I_d \end{bmatrix} \quad (2)$$

gdzie:

$$\psi_i = \frac{z_i}{z_a} \quad (i = b, c, d),$$

z_a, z_b, z_c, z_d - liczby zwojów poszczególnych faz stojana (w rozważanym przypadku $z_b = z_c = 1, z_d = 0$).

Współrzędna o indeksie 1 wyznacza składową zgodną, współrzędna o indeksie 2 - składową przeciwną, a współrzędne O1 i O2 - składowe zerowe. Relacje pomiędzy składowymi symetrycznymi prądów a napięciem zasilania U otrzymuje się w wyniku rozwiązania równań Kirchoffa dla asymetrycznego układu zasilającego:

$$I_1 = \frac{2UZ_{22}}{Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}}$$

$$I_2 = \frac{-2UZ_{21}}{Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}}$$

$$I_{O1} = \frac{1}{\sqrt{2}\psi_b} \left\{ [(1-j)\psi_b + 2j\psi_o] I_1 + [(1+j)\psi_b - 2j\psi_o] I_2 \right\} \quad (3)$$

$$I_{O2} = \frac{1}{\sqrt{2}\psi_b} \left\{ [(1+j)\psi_b + 2j\psi_o] I_1 + [(1-j)\psi_b - 2j\psi_o] I_2 \right\}$$

gdzie impedancje charakterystyczne:

$$Z_{11} = Z_1 + 2(1 + j \frac{\psi_o}{\psi_b})Z_g - \frac{2}{\psi_b} X_{G_{gz}},$$

$$Z_{12} = Z_2 + 2(1 - j \frac{\psi_o}{\psi_b})Z_g + \frac{2}{\psi_b} X_{G_{gz}},$$

$$Z_{21} = \psi_b \left(-\frac{\psi_c}{\psi_b} + j \right) Z_1 + j \frac{2}{\psi_b} Z_2 + 2 \left(\frac{\psi_c}{\psi_b} + j \right) X_{G_{gz}},$$

$$Z_{22} = \psi_b \left(-\frac{\psi_c}{\psi_b} - j \right) Z_2 - j \frac{2}{\psi_b} Z_3 - 2 \left(\frac{\psi_c}{\psi_b} - j \right) X_{G_{gz}}$$

Z_G - impedancja rozproszenia uzwojenia głównego ($Z_G = R_G + jX_{G_{gz}}$),

Z_Z - impedancja rozproszenia pomocniczego uzwojenia zwartego ($Z_Z = R_Z + jX_{G_{gz}}$),

$X_{G_{gz}}$ - reaktancja rozproszenia wzajemnego uzwojenia głównego i uzwojenia zwartego.

Znajomość składowych symetrycznych prądów umożliwia wyznaczenie wszystkich pozostałych wielkości elektrycznych i magnetycznych (wzory te, identyczne jak dla silników z kondensatorem pracy, zawarte są w pracy [4]).

Błąd wynikający z przyjęcia kąta położenia osi zwoju zwartego ψ (zamiast rzeczywistego kąta ψ_b) można zmniejszyć przyjmując, że liczba zwojów w równoważnych uzwojeniach zwartych (wynosząca $z_b = z_{o1} = 1$) jest różna i taka, że harmoniczne główne przepływu magnetycznego rzeczywistych uzwozwarowanych i równoważnych uzwojeń zwartych są identyczne. Spełnienie powyższego warunku prowadzi do liczby zwojów, określonych wzorami:

$$z_b = \sin \frac{\psi}{2} \cos \frac{\psi}{2}$$

$$z_o = \sin \frac{\psi}{2} \sin \frac{\psi}{2}.$$

W taki sam jak opisany powyżej sposób można przeprowadzić analizę silnika z dwoma pomocniczymi uzwojeniami zwartymi. Modelem, do którego przekształca się wówczas silnik, jest niesymetryczna maszyna 4-fazowa o podwójnym uzwojeniu stojana.

Przedstawioną metodę obliczeń obwodu elektromagnetycznego wraz z koncepcją przybliżonego uwzględniania kąta położenia zwojów zwartych sprawdzono na przykładzie silników DF-1180 oraz SAZ-1,9 tr. produkowanych przez PSM SILMA.

3. Przybliżona metoda uwzględniania nieliniowości obwodu magnetycznego silników z pomocniczymi uzwojeniami zwartymi

Obliczenia elektromagnetyczne, oparte na metodzie 4-fazowych składowych symetrycznych, można uściślić uwzględniając, chociażby w przybliżony sposób, nasycenie się obwodu magnetycznego głównego, a przede wszystkim - bocznika magnetycznego.

W klasycznej teorii maszyn nieliniowość charakterystyki magnesowania obwodu głównego 3-fazowych maszyn indukcyjnych, zasilanych 3-fazowym symetrycznym układem napięć, uwzględnia się w przybliżony sposób za pomocą współczynnika nasycenia k_n . W niniejszej pracy metodę tę rozszerzono, wprowadzając dodatkowo współczynnik charakteryzujący nasycenie się bocznika magnetycznego (jego definicja jest związana z konstrukcją bocznika).

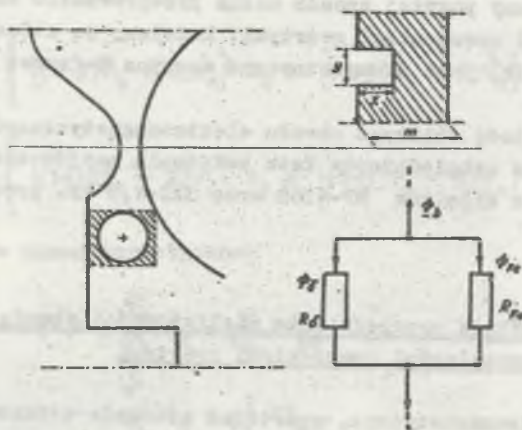
Współczynnik nasycenia obwodu magnetycznego głównego k_n obliczano w tradycyjny sposób opierając się na krzywych $\alpha_1 = f(k_\alpha)$ i $k_B = f(k_\alpha)$ dla zastępczego pola kołowego (zastępcze kołowe pole magnetyczne indukuje w uzwojeniu głównym takie samo napięcie jak rzeczywiste pole eliptyczne) o amplitudzie, określonej wzorem:

$$\beta = \frac{|I_1 Z_1 + I_2 Z_2|}{8k_B I_m k_{na} \alpha_1} \quad (5)$$

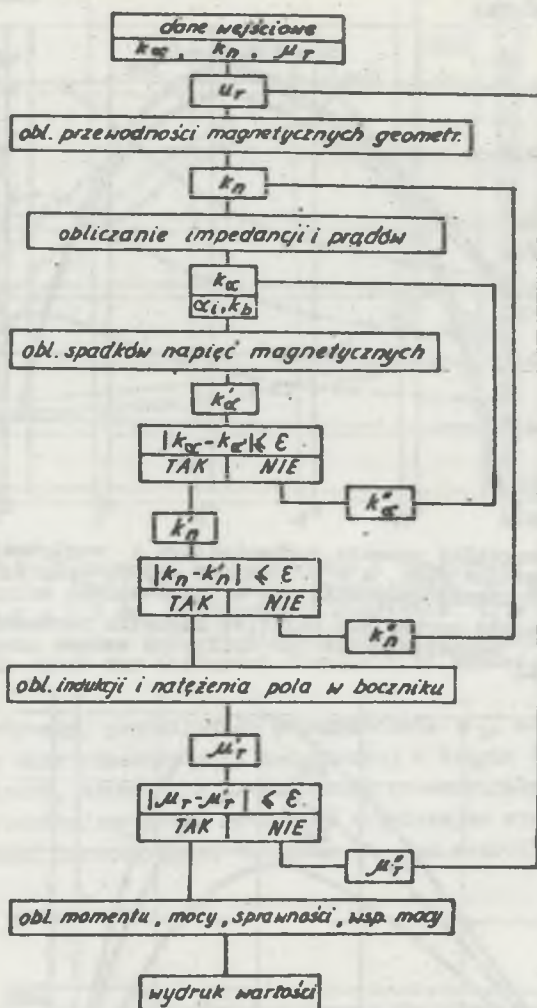
Względna przenikalność bocznika μ_r zdefiniowano dla bocznika magnetycznego, którego reluktancję można zmieniać poprzez wykonywanie odpowiednich wycięć. Przyjęto, że reluktancja bocznika jest związana wyłącznie z fragmentem obejmującym wycięcie. Poprzez pozorne powiększenie wycięcia można formalnie uwzględnić reluktancję pozostałej części bocznika.

Permeanoję geometryczną zastępczego bocznika magnetycznego określa wzór:

$$\chi_b = \frac{\chi}{y} + \mu_r \left(\frac{b}{y} - \frac{\chi}{y} \right) \quad (6)$$



Rys. 4. Zastępczy bocznik magnetyczny i jego schemat
Fig. 4. Magnetic shunt and its equivalent circuit



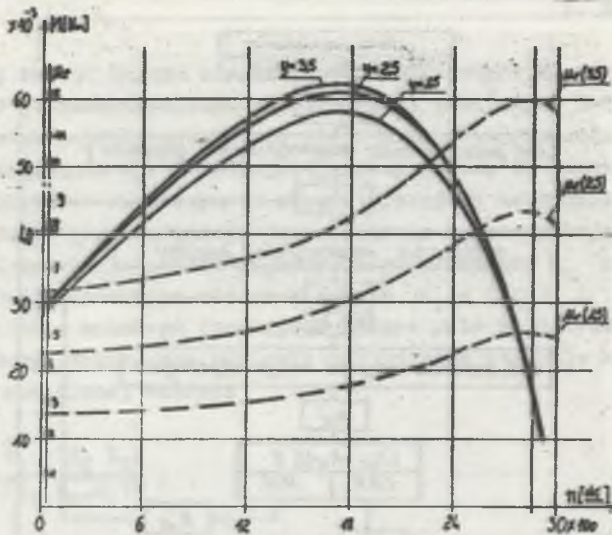
Rys. 5. Schemat blokowy obliczeń obwodu elektromagnetycznego z uwzględnieniem nieliniowości obwodu głównego i bocznika magnetycznego

Fig. 5. Block diagram of performance calculations taking into account non-linear magnetization curves

gdzie:

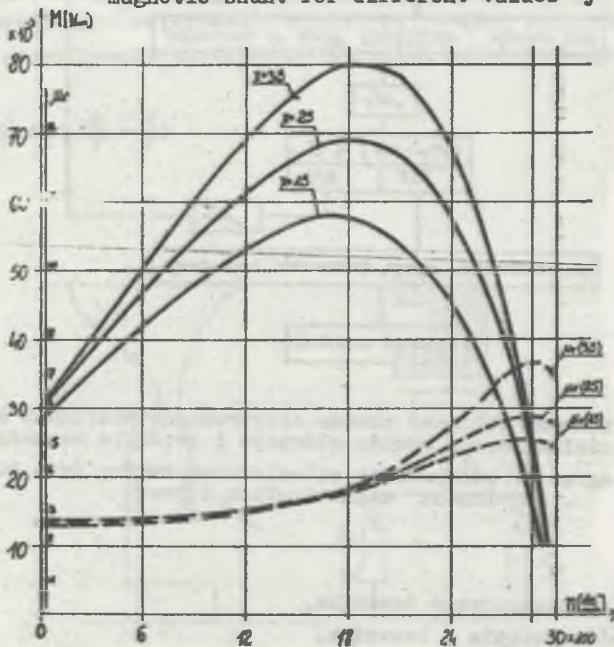
- m - szerokość zastępczego bocznika,
- x - szerokość wycięcia w boczniku,
- y - długość wycięcia w boczniku.

Schemat obwodu magnetycznego bocznika przedstawia rys. 4.



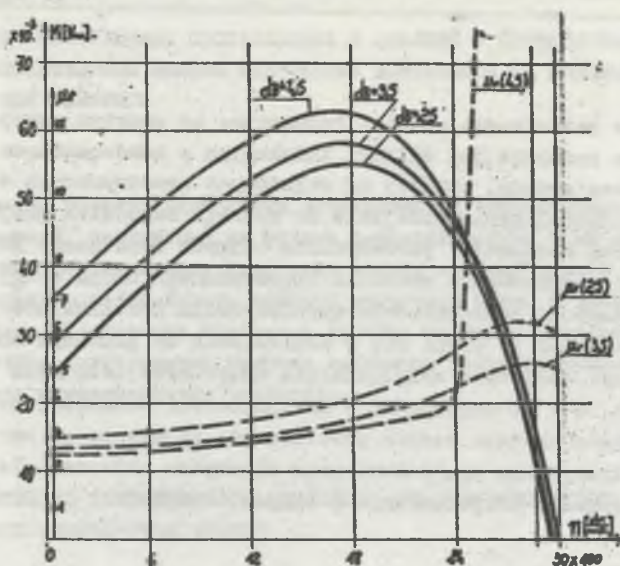
Rys. 6. Charakterystyka momentu mechanicznego i względnej przenikalności magnetycznej bocznika dla: $x = 1,5$ mm, $y = 1,5, 2,5, 3,5$ mm, $m = 4,5$.
Współczynnik nasycenia $k_n = 1,217-1,208$

Fig. 6. Torque-speed curves and relative magnetic permeability curves of magnetic shunt for different values y



Rys. 7. Charakterystyka momentu mechanicznego i względnej przenikalności magnetycznej bocznika dla: $y = 1,5$ mm, $x = 1,5, 2,5, 3,5$ mm, $m = 4,5$

Fig. 7. Torque-speed curves and relative magnetic permeability curves of magnetic shunt for different values x



Rys. 8. Charakterystyka momentu mechanicznego i względnej przenikalności magnetycznej bocznika dla średnicy zwoju ekranującego $d_s = 2,5, 3,5, 4,5$ mm przy $x = y = 1,5$ mm. Współczynnik nasycenia $k_n = 1,217-1,208$

Fig. 8. Torque-speed curves and relative magnetic permeability curves of magnetic shunt for different diameters of shaded coils d_s

Strumień magnetyczny, przenikający przez bocznik Φ_b , można wyznaczyć na podstawie siły elektromotorycznej indukowanej w drugim (ekranującym) uzwojeniu pomocniczym, strumień Φ_{Fe} (strumień przenikający przez żelazo) i Φ (strumień przenikający przez wycięcie) - opierając się na schemacie z rys. 4, a względną przenikalność bocznika μ_r ze wzoru:

$$\mu_r = \frac{B_{Fe}}{B_g}$$

Uproszczony schemat blokowy obliczeń obwodu elektromagnetycznego przy uwzględnieniu nieliniowości obwodu głównego i bocznika magnetycznego przedstawiono na rys. 5.

Program obliczeń sprawdzono na przykładzie silnika SAZ-1,9 tr. Między innymi wykonano obliczenia ilustrujące wpływ szerokości i długości wycięcia w boczniku magnetycznym oraz średnicy zwoju ekranującego na charakterystykę mechaniczną (rys. 6, 7 i 8). Na tle poszczególnych charakterystyk naniesiono przebieg współczynnika przenikalności magnetycznej μ_r bocznika. Wartość współczynnika nasycenia k_n ulega nieznacznym wahaniom (zakres jego zmian podano wprost na rysunkach).

4. Wnioski

Wykazano, że jednofazowe silniki indukcyjne ze zwartym uzwojeniem pomocniczym można podobnie jak silniki indukcyjne z kondensatorem pracy analizować za pomocą metody, opartej na składowych symetrycznych 4-fazowych. Pozwala to na ujednoczenie podejścia do szeregu zagadnień projektowych, a ponadto stwarza możliwości porównywania różnych rozwiązań. Nieliniowość charakterystyki magnesowania bocznika magnetycznego można uwzględnić w przybliżony sposób za pośrednictwem współczynnika przenikalności magnetycznej μ_r , podobnie jak to czyni się w odniesieniu do głównego obwodu magnetycznego maszyny. Możliwość uwzględnienia wszystkich istotnych parametrów konstrukcyjnych, a w szczególności - nieliniowości bocznika, przy równocześnie stosunkowo krótkim czasie przeliczenia pojedynczego wariantu pozwala na wykorzystywanie przedstawionego algorytmu obliczeń elektromagnetycznych w programach projektowania i optymalizacji.

LITERATURA

- [1] Brown J.E., Ihs C.S.: Generalized rotating field theory of polyphase induction motors and its relationship to symmetrical component theory. Proceedings IEE Vol. 109A. 1962.
- [2] Butler O.I., Wallace A.K.: Generalized theory of induction motors with asymmetrical primary windings. Proceedings IEE Vol. 115, 1968.
- [3] Kluszczyński K., Miksiewicz R.: Projektowanie indukcyjnych silników jednofazowych z kondensatorem pracy za pomocą maszyny cyfrowej. Rozprawy Elektrotechniczne, 1983 z. 1.
- [4] Kluszczyński K., Miksiewicz R.: Ogólna metoda obliczeń silników indukcyjnych jednofazowych z kondensatorem roboczym. Przegląd Elektrotechniczny, 1984 z. 2.
- [5] Pustoła J., Sliwiński T.: Budowa i działanie silników jednofazowych. WNT, Warszawa 1964.

Recenzent: doc. dr inż. Jerzy Hickiewicz

Wpłynęło do redakcji dn. 15 października 1986 r.

МЕТОД 4-ФАЗНЫХ СИММЕТРИЧНЫХ СОСТАВЛЯЮЩИХ В АНАЛИЗЕ И ПРОЕКТИРОВАНИИ С ПОМОЩЬЮ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ МАШИНЫ ОДНОФАЗНЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ СО ВСПОМОГАТЕЛЬНОЙ КОРОТКОЗАМКНУТОЙ ОБМОТКОЙ

Р е з ю м е

Представлен метод расчёта однофазных двигателей со вспомогательной короткозамкнутой обмоткой, основанный на модели 4-фазной машины и на методе 4-фазных симметричных составляющих. Предложен метод, который делает возможным учёт приблизительно нелинейность главной магнитной цепи, а также насыщение магнитного шунта. Составлена программа расчёта на вычислительной машине. Выполнены расчёты иллюстрируют влияние избранных конструктивных параметров на механическую характеристику двигателя.

4-PHASE SYMMETRICAL COMPONENTS IN ANALYSIS AND COMPUTER-SIDED DESIGN OF SINGLE-PHASE SHADED-POLE MOTORS

S u m m a r y

The method of performance calculations of single-phase shaded-pole motors, basing on a model of four-phase machine and on four-phase symmetrical components as well as a method which makes it possible to take into account in an approximate way non-linear magnetization curve of main magnetic circuit and saturation of a magnetic shunt are presented. The performance calculations have been programmed on a computer. Influence of chosen parameters on torque-speed curves are considered and discussed.

Krzysztof KLUSZCZYŃSKI

Roman MIKSIEWICZ

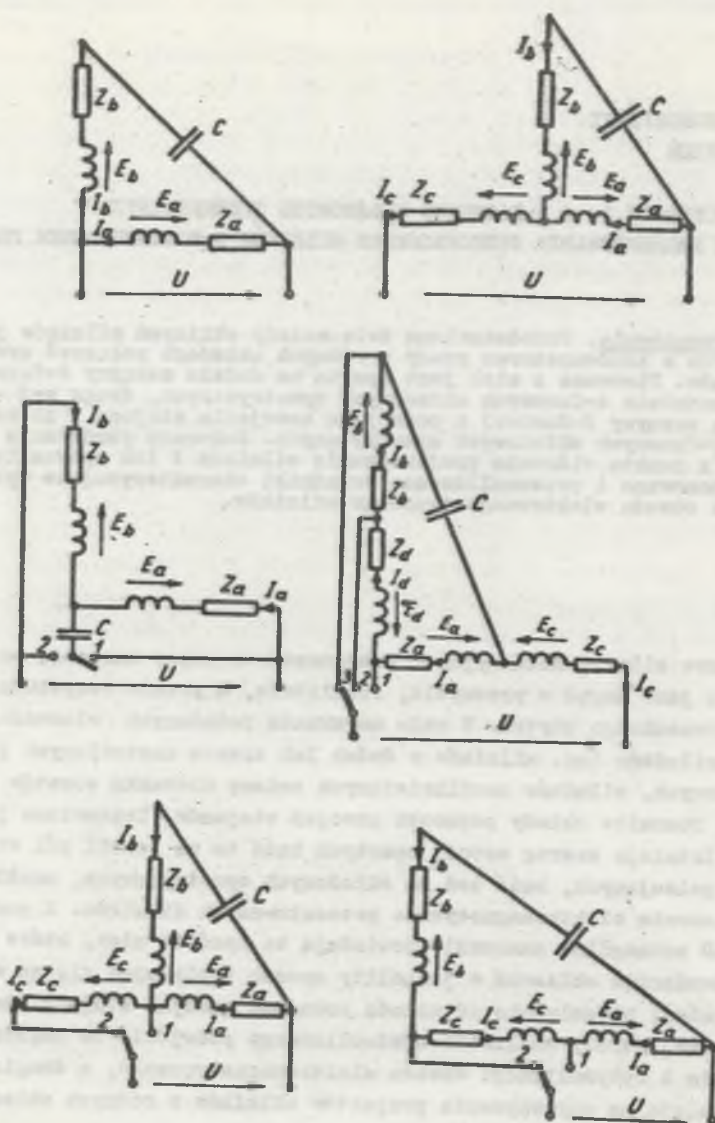
**ZASTOSOWANIE METODY 2- i 4-FAZOWYCH SKŁADOWYCH SYMETRYCZNYCH
DO ANALIZY I PROJEKTOWANIA JEDNOFAZOWYCH SILNIKÓW Z KONDENSATOREM PRACY**

Streszczenie. Przedstawiono dwie metody obliczeń silników jednofazowych z kondensatorem pracy o różnych układach połączeń uzwojeń stojanów. Pierwsza z nich jest oparta na modelu maszyny 4-fazowej i na metodzie 4-fazowych składowych symetrycznych, druga zaś - na modelu maszyny 2-fazowej o podwójnym uzwojeniu stojana i na metodzie 2-fazowych składowych symetrycznych. Dokonano porównania obu metod z punktu widzenia projektowania silników i ich optymalizacji. Zaproponowano i przeanalizowano wskaźniki charakteryzujące wykorzystanie obwodu elektromagnetycznego silników.

1. Wstęp

Jednofazowe silniki indukcyjne z kondensatorem pracy znajdują szerokie zastosowanie jako napęd w przemyśle, rolnictwie, a przede wszystkim w sprzęcie powszechnego użytku. W celu uzyskania pożądanych własności eksploatacyjnych silników (np. silników o dwóch lub trzech nastawianych prędkościach obrotowych, silników umożliwiających zmianę kierunku obrotów itp.) stosuje się rozmaite układy połączeń uzwojeń stojanów. Zestawiono je na rys. 1. Istnieje szereg metod, opartych bądź to na teorii pół wirujących i pół pulsujących, bądź też na składowych symetrycznych, umożliwiających obliczenia elektromagnetyczne prezentowanych silników. Z punktu widzenia CAD szczególne znaczenie posiadają te spośród nich, które pozwalają na prowadzenie obliczeń w jednolity sposób (opierając się na wspólnym algorytmie), niezależnie od układu połączeń uzwojeń stojana. Dają one bowiem z jednej strony możliwość ujednoczonego podejścia do zagadnień projektowania i optymalizacji obwodu elektromagnetycznego, z drugiej zaś strony pozwalają na porównywanie projektów silników o różnych układach połączeń.

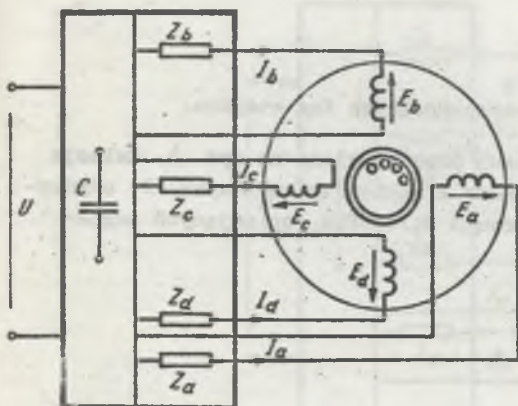
Metoda, czyniąca zadość powyższym wymaganiom, jest metoda obliczeń silników jednofazowych z kondensatorem roboczym, oparta na składowych symetrycznych 4-fazowych [1], [2]. Głównym celem niniejszej pracy jest przedstawienie równoważnej metody obliczeń, opartej na składowych symetrycznych 2-fazowych i na modelu maszyny 2-fazowej o podwójnym uzwojeniu stojana.



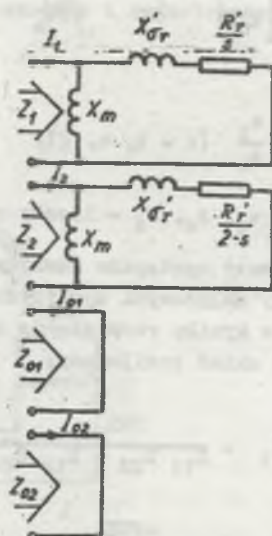
Rys. 1. Różne układy połączeń uzwojeń stojanów silników jednofazowych
 Fig. 1. Various connections of stator windings of single-phase capacitor motors

2. Metoda składowych symetrycznych 4-fazowych

Metoda ta została omówiona szczegółowo w publikacjach [1], [2]. Stąd też w niniejszej pracy zostanie przedstawiona w pobieżny sposób z wyeksponowaniem tych elementów, które różnią ją lub upodabniają do metody składowych symetrycznych 2-fazowych.



Rys. 2. Silnik jednofazowy jako niesymetryczna maszyna 4-fazowa
Fig. 2. Single-phase motor as asymmetrical four-phase machine



Rys. 3. Schematy zastępcze maszyny 4-fazowej dla poszczególnych składowych symetrycznych

Fig. 3. Equivalent circuits of four-phase machine for symmetrical components

Wszystkie silniki jednofazowe o układach połączeń uzwojeń stojanów z rys. 1 można traktować jako niesymetryczne maszyny 4-fazowe. Wyodrębnienie rezystancji i reaktancji rozproszonych stojana pozwala analizować niesymetryczne maszyny 4-fazowe jako symetryczne maszyny 4-fazowe (niesymetrię zwojową można usunąć na drodze transformacji zwojowej), przyłączone do sieci jednofazowej poprzez asymetryczny układ zasilający (sawiera on pródc kondensatora pracy wyodrębnione wcześniej rezystancje i reaktancje rozproszonych stojanów).

4-fazowe składowe symetryczne prądów wprowadza się opierając się na macierzy będącej iloczynem macierzy składowych symetrycznych i macierzy transformacji zwojowej:

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_{01} \\ I_{02} \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & -j\psi_b & -\psi_c & j\psi_d \\ 1 & j\psi_b & -\psi_c & -j\psi_d \\ \sqrt{2} & 0 & \sqrt{2}\psi_c & 0 \\ 0 & \sqrt{2}\psi_b & 0 & \sqrt{2}\psi_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \\ I_d \end{bmatrix} \quad (1)$$

gdzie:

$$\psi_i = \frac{z_i}{z_a} \quad (i = b, c, d),$$

z_a, z_b, z_c, z_d - liczby zwojów poszczególnych faz stojana.

Schematy zastępcze maszyny 4-fazowej przedstawiono na rys. 3. Relacje pomiędzy składowymi symetrycznymi prądów a napięciem zasilania U uzyskuje się w wyniku rozwiązania układu równań Kirchoffa, opisujących asymetryczny układ zasilający:

$$I_1 = \frac{2UZ_{22}}{Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}}$$

$$I_2 = \frac{-2UZ_{21}}{Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}}$$

(2)

$$I_{01} = f_1(I_1, I_2)$$

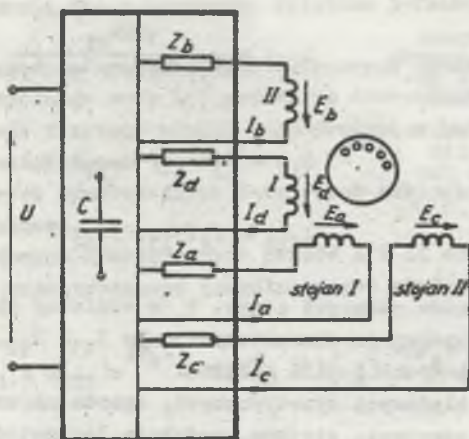
$$I_{02} = f_2(I_1, I_2)$$

Dla poszczególnych układów połączeń uzwojeń stojanów w odmienny sposób oblicza się wyłącznie impedancje charakterystyczne $Z_{11}, Z_{12}, Z_{21}, Z_{22}$ oraz prądy składowych zerowych I_{01}, I_{02} . Wszystkie pozostałe wielkości elektryczne i magnetyczne wyznacza się na podstawie tych samych wzorów [2].

Wskaźniki, charakteryzujące wykorzystanie obwodu elektromagnetycznego, można sformułować opierając się na prądach składowych symetrycznych. Wiąże się one z interpretacją fizyczną poszczególnych składowych [3]. W maszynie o sinusoidalnym rozkładzie przepływu składowa zgodna I_1 wytwarza pole magnetyczne współbieżne, składowa przeciwna I_2 - pole magnetyczne przeciwbieżne, a składowe zerowe I_{01}, I_{02} - nie wytwarzają pola magnetycznego w szczelinie powietrznej i tym samym nie uczestniczą w przemianie elektromechanicznej (przy uwzględnieniu wyższych harmonicznych przestrzennych przepływu uzwojeń można wykazać, że wiążą się one wyłącznie z elektromagnetycznymi momentami pasożytniczymi).

3. Metoda składowych symetrycznych 2-fazowych

Silniki jednofazowe o układach połączeń uzwojeń stojanów podanych na rys. 1 można również rozważać jako niesymetryczne maszyny 2-fazowe o podwójnym uzwojeniu stojana. Uzwojenie stojana I składa się z uzwojeń fazowych a i b, a uzwojenie stojana II - z uzwojeń fazowych c i d. Również i w tym przypadku celowe jest wyodrębnienie rezystancji i reaktancji rozproszonych stojana i formalny podział niesymetrycznej maszyny na symetryczną maszynę 2-fazową o podwójnym uzwojeniu stojana i asymetryczny układ zasilający (rys. 4).



Rys. 4. Silnik jednofazowy jako maszyna 2-fazowa o podwójnym uzwojeniu stojana

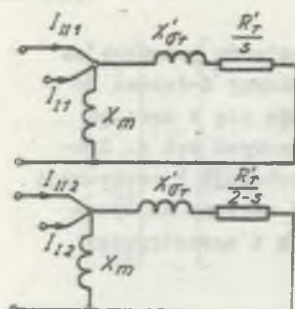
Fig. 4. Single-phase motor as two-phase machine with double stator windings

Składowe symetryczne prądów I i II uzwojenia stojana określają macierze, będące iloczynem macierzy składowych symetrycznych 2-fazowych i macierzy transformacji zwojowych:

$$\begin{bmatrix} I_{I1} \\ I_{I2} \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & j\sqrt{2} \\ 1 & -j\sqrt{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} I_{II1} \\ I_{II2} \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 & j\sqrt{2} \\ 0 & -j\sqrt{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_c \\ I_d \end{bmatrix}$$

(3)



Rys. 5. Schematy zastępcze dla składowych symetrycznych dla maszyny 2-fazowej o podwójnym uzwojeniu stojana

Fig. 5. Equivalent circuits of two-phase machine with double stator windings for symmetrical components

Schematy zastępcze dla składowych symetrycznych dla 2-fazowej maszyny o podwójnym uzwojeniu stojana przedstawia rys. 5. Relacje, wiążące składowe symetryczne prądów z napięciem zasilania U , wynikają z równań, opisujących układ zasilający. Można im nadać ogólną postać:

$$I_{I1} = \frac{2UZ_{22}}{Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}}$$

$$I_{III1} = \frac{-2UZ_{21}}{Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}}$$

(4)

$$I_{I2} = f_3(I_{I1}, I_{III1})$$

$$I_{III2} = f_4(I_{I1}, I_{III1})$$

Dla poszczególnych układów połączeń z rys. 1 w odmienny sposób wyznacza się wyłącznie cztery impedancje charakterystyczne Z_{11} , Z_{12} , Z_{21} , Z_{22} oraz prądy składowych przeciwnych I i II stojana.

Metoda 2-fazowych składowych symetrycznych, oparta na modelu maszyny 2-fazowej o podwójnym uzwojeniu stojana, podobnie jak metoda 4-fazowych składowych symetrycznych, oparta na modelu maszyny 4-fazowej, obejmuje wszystkie silniki jednofazowe z kondensatorem pracy. Z punktu widzenia obliczeń elektromagnetycznych i komputerowo wspomaganego projektowania metody te są równoważne. W przypadku metody składowych symetrycznych 2-fazowych wzory, określające impedancje charakterystyczne oraz prądy składowych symetrycznych odpowiednio zerowych i przeciwnych, są tylko nieco bardziej złożone. Przykłady zastosowania metody 4-fazowych składowych symetrycznych do projektowania i optymalizacji obwodów elektromagnetycznych silników przy współdziałaniu z różnymi metodami nieliniowego programowania matematycznego przedstawiono w pracy [1].

W analogiczny sposób można również użytkować metodę 2-fazowych składowych symetrycznych.

Metoda 2-fazowych składowych symetrycznych daje się z łatwością rozszerzyć na silniki o jeszcze bardziej złożonych układach połączeń uzwojeń stojanów poprzez przyjęcie modelu maszyny 2-fazowej o 1-krotnym uzwojeniu stojana.

4. Ocena wykorzystania obwodu elektromagnetycznego silnika w metodzie składowych symetrycznych 2-fazowych

Omówione metody obliczeń prowadzą do odmiennego i odrębnego punktu widzenia na wykorzystanie obwodu elektromagnetycznego silników. Rozważenie tego zagadnienia w świetle obu metod: składowych symetrycznych 2-fazowych i składowych symetrycznych 4-fazowych, pozwala na lepsze i głębsze zrozumienie problemu wzajemnego równoważenia się i wygaszania przepływów (pól magnetycznych) poszczególnych uzwojeń fazowych. Problem ten jest bardzo istotny w silnikach jednofazowych o złożonym układzie połączeń uzwojeń stojana, a nie ujawnia się w przypadku silników 3-fazowych, zasilanych symetrycznie.

W metodzie składowych symetrycznych 4-fazowych ocena wykorzystania obwodu elektromagnetycznego może być oparta na stosunkach: I_2/I_1 , I_{01}/I_1 , I_{02}/I_1 , których sens fizyczny wynika bezpośrednio z interpretacji fizycznej składowych symetrycznych [3].

W metodzie składowych symetrycznych 2-fazowych analogiczne wskaźniki mają bardziej złożoną budowę.

Znajomość składowych symetrycznych prądów I i II stojana umożliwia wyznaczenie wektora przestrzennego (uogólnionego) prądu $\underline{i}(t)$:

$$\underline{i}(t) = 2(I_{I1} + I_{III1})e^{j\omega_0 t} + 2(I_{II2}^* + I_{III2})e^{-j\omega_0 t}, \quad (5)$$

a tym samym i przepływu wypadkowego w szczelinie powietrznej maszyny. Wypadkowe pole magnetyczne w szczelinie powietrznej jest w ogólnym przypadku polem eliptycznym. Składowa współbieżna jest sumą przepływu współbieżnego I stojana, generowanego przez składową zgodną prądu I_{I1} oraz przepływu współbieżnego II stojana, generowanego przez składową zgodną prądu I_{III1} . Podobnie składowa przeciwbieżna jest sumą przepływów przeciwbieżnych I i II stojana, generowanych odpowiednio przez składowe przeciwne prądu I_{II2} i I_{III2} . Amplituda składowych współbieżnej i przeciwbieżnej wypadkowego przepływu magnetycznego zależy więc nie tylko od modułu przepływów składowych (wartości skutecznych składowych symetrycznych prądów), ale również od wzajemnego przesunięcia przestrzennego przepływów składowych względem obwodu maszyny, czyli od faz prądów składowych symetrycznych.

Warunki przemiany elektromechanicznej będą tym dogodniejsze, im wypadkowe pole magnetyczne będzie bardziej zbliżone do kołowego i im mniejsze prądy fazowe będą płynęły w poszczególnych uzwojeniach. W odniesieniu do składowych symetrycznych oznacza to dążenie do spełnienia następujących warunków:

$$|I_{I2}| \rightarrow 0 \quad |I_{II2}| \rightarrow 0$$

$$\text{Arg } I_{I2} - \text{Arg } I_{II2} \rightarrow \pi \quad (6)$$

$$\text{Arg } I_{I1} - \text{Arg } I_{II1} \rightarrow 0.$$

Najlepsze wykorzystanie obwodu elektromagnetycznego ma miejsce wówczas, gdy składowe symetryczne przeciwne prądów I i II stojana są równe zero, a składowe zgodne prądów I i II stojana mają równe argumenty (moduł sumy geometrycznej składowych jest wówczas równy ich sumie algebraicznej).

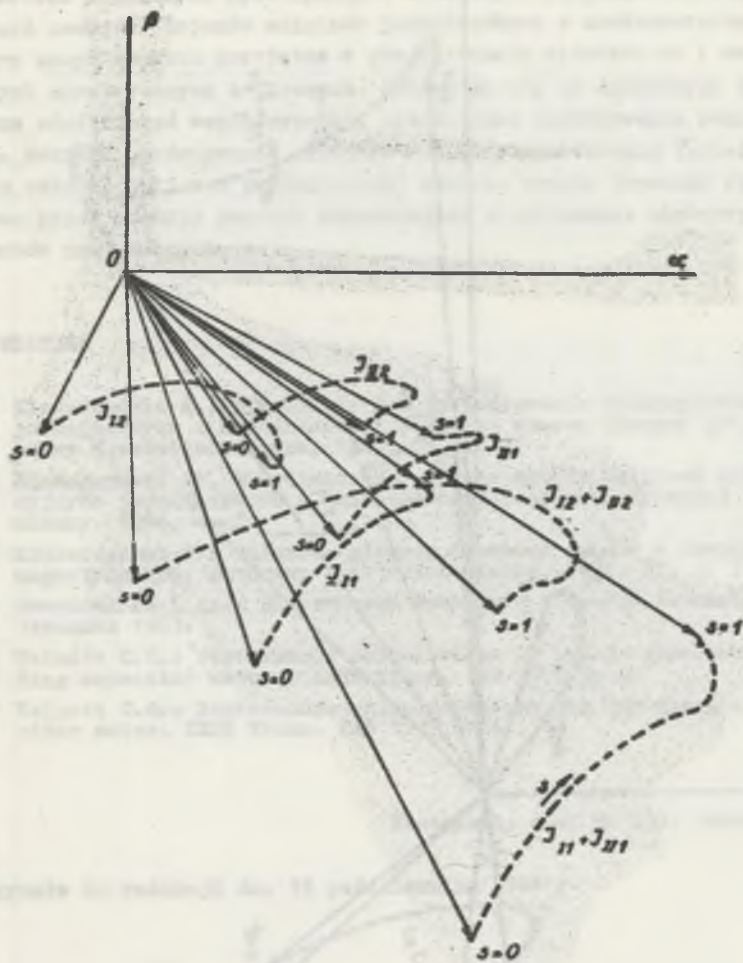
Opierając się na powyższych rozważaniach można zaproponować dwa współczynniki ułatwiające ocenę wykorzystania obwodu elektromagnetycznego silnika:

$$\epsilon = \frac{|I_{I1} + I_{II1}|}{|I_{I1} + I_{II1}| + |I_{I2} + I_{II2}|} \quad (7)$$

$$\kappa = \frac{|I_{I1} + I_{II1}| + |I_{I2} + I_{II2}|}{|I_{I1}| + |I_{II1}| + |I_{I2}| + |I_{II2}|}$$

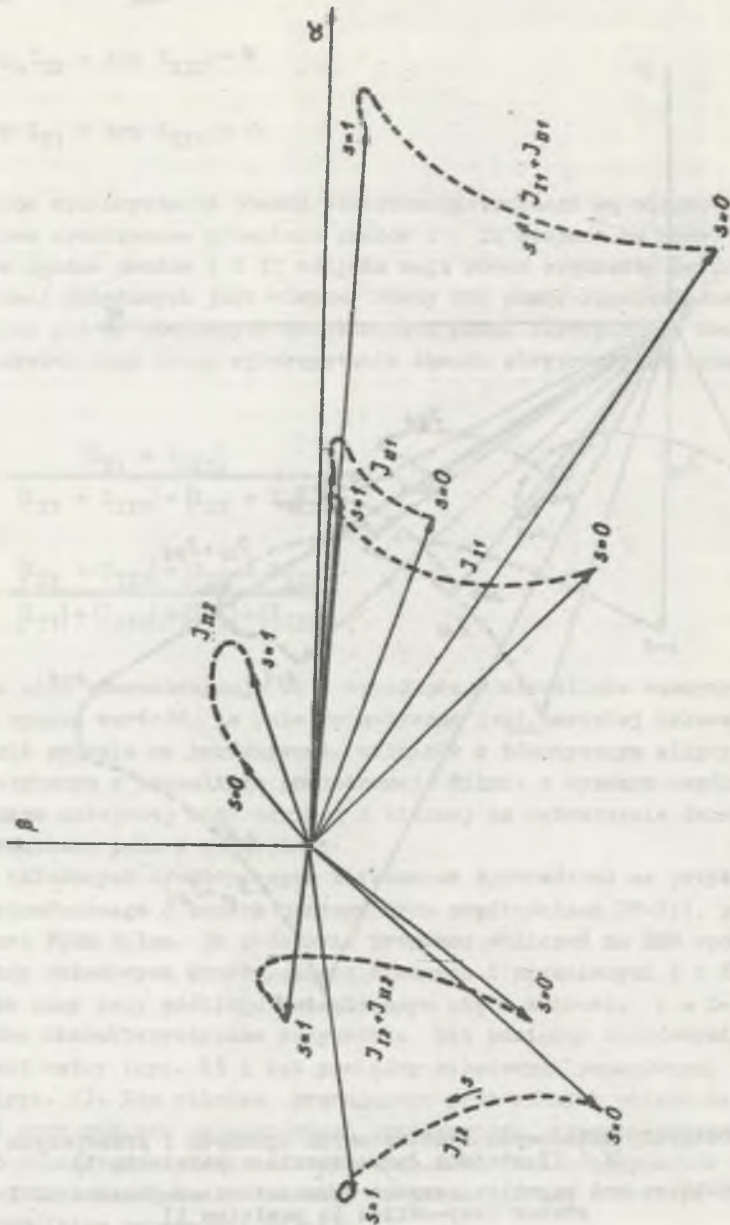
Pierwszy z nich charakteryzuje pole wypadkowe w szczelinie maszyny i przybiera tym wyższą wartość, im pole magnetyczne jest bardziej kołowe. Drugi współczynnik pozwala na porównywanie silników o identycznym eliptycznym polu magnetycznym w szczelinie powietrznej. Silnik o wyższym współczynniku κ wymaga mniejszej mocy czynnej i biernej na wytworzenie danego eliptycznego rozkładu pola w szczelinie.

Metodę składowych symetrycznych 2-fazowych sprowadzono na przykładzie silnika jednofazowego o trzech nastawianych prędkościach DF-711, produkowanego przez FSEM Silma. Na podstawie programu obliczeń na EMC sporządzono hodografy składowych symetrycznych zgodnych i przeciwnych I i II stojana oraz ich sumy przy poślizgu zmieniającym się w zakresie $s = 0-1$. Przedstawiono dwa charakterystyczne przypadki: kąt pomiędzy składowymi przeciwnymi jest ostry (rys. 6) i kąt pomiędzy składowymi przeciwnymi jest rozwarty (rys. 7). Dla silnika, pracującego przy różnych położeniach przełącznika i przy różnych pojemnościach kondensatora, wybrano przypadki o zbliżonych charakterystykach mechanicznych. Dla takich przypadków obliczono współczynniki ϵ i κ i stwierdzono, że pozostają one w ścisłym związku ze współczynnikiem sprawności silnika.



Rys. 6. Hodograpy składowych symetrycznych zgodnych i przeciwnych prądów I i II stojana (przełącznik w położeniu 1)

Fig. 6. Positive and negative current symmetrical components of I and II stator (tap-switch in position 1)



Rys. 7. Hodografy składowych symetrycznych zgodnych i przeciwnych prądów I i II stojana (przełącznik w położeniu 2)

Fig. 7. Positive and negative current symmetrical components of I and II stator (tap-switch in position 2)

5. Wnioski

Metoda składowych symetrycznych 2-fazowych obejmuje wszystkie układy połączeń uzwojeń stojanów silników jednofazowych z kondensatorem pracy i jest w tym samym stopniu przydatna w projektowaniu silników co i metoda składowych symetrycznych 4-fazowych. Opierając się na składowych symetrycznych można zdefiniować współczynniki, ułatwiające porównywanie różnych rozwiązań. Możliwość porównywania silników w toku projektowania (przed zakończeniem całości obliczeń projektowych) stwarza szansę lepszego wykorzystania czasu pracy maszyny poprzez wcześniejsze eliminowanie niekorzystnych wariantów projektowych.

LITERATURA

- [1] Kluszczyński K., Miksiewicz R.: Projektowanie indukcyjnych silników jednofazowych z kondensatorem pracy za pomocą maszyny cyfrowej. *Rozprawy Elektrotechniczne*, 1983, 29, z. 1.
- [2] Kluszczyński K., Miksiewicz R.: Ogólna metoda obliczeń silników indukcyjnych jednofazowych z kondensatorem roboczym. *Przegląd Elektrotechniczny*. 1984, z. 2.
- [3] Kluszczyński K.: Składowe aktywne i zerowe prądów w obwodach elektromagnetycznych. *Rozprawy Elektrotechniczne*, 1981, 27, z. 3.
- [4] Owczarek J. i in.: *Elektryczne maszynowe elementy automatyki*. WNT, Warszawa 1983.
- [5] Veinott C.G.: Performance calculations L- and T-connected tapped-winding capacitor motors. *IEEE Trans. PAS* 1977 No 4.
- [6] Veinott C.G.: Performance calculations on the two-speed shunted capacitor motor. *IEEE Trans. PAS* 1977 No 4.

Recenzent: doc. dr inż. Jerzy Hickiewicz

Wpłynęło do redakcji dn. 15 października 1986 r.

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА 2- и 4-ФАЗНЫХ СИММЕТРИЧНЫХ СОСТАВЛЯЮЩИХ В АНАЛИЗЕ И ПРОЕКТИРОВАНИИ ОДНОФАЗНЫХ КОНДЕНСАТОРНЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ

Резюме

Представлены два метода расчёта однофазных конденсаторных двигателей с различными соединениями статорных обмоток. Первый основан на модели 4-фазной машины и на методе 4-фазных симметричных составляющих, второй же на модели 2-фазной машины с двойной статорной обмоткой и на методе 2-фазных симметричных составляющих. Оба метода сравнены с собой с точки зрения проектирования двигателей и их оптимизации. Предложены и проанализированы показатели изображающие использование электромагнитной цепи двигателей.

APPLICATION OF 2- AND 4-PHASE SYMMETRICAL COMPONENTS TO ANALYSIS AND DESIGN OF SINGLE-PHASE CAPACITOR MOTORS

Summary

Two methods of analysis of single-phase capacitor motors with different connections of stator windings are presented. The first of them is based on a model of four-phase machine and on a method of four-phase symmetrical components, the second one - on a model of two-phase machine with double stator windings and on a method of two-symmetrical components. Above methods are compared from design and optimization point of view. Some coefficients which enable us to estimate the efficiency of motors on the basis of current symmetrical components are formulated and analysed.