

SPIS TREŚCI

	Str.
1. Marek Brunon: Trendy rozwojowe napędów z silnikami prądu przemiennego zasilanymi z cyklokonwertora	7
2. Władysław Paszek, Andrzej Kapłon: Anizotropowy model wielowarstwowy odtwarzający stan elektrodynamiczny maszyny indukcyjnej z klatką głębokożłobkową w litym wirniku	15
3. Władysław Paszek, Andrzej Kapłon: Stany nieustalone maszyny indukcyjnej z głębokożłobkową strukturą wtórną odwzorowywane za pomocą modelu o anizotropowej strukturze wielowarstwowej	25
4. Stanisław Nitka: Metoda wyznaczania statycznych charakterystyk elektromechanicznych indukcyjnych silników liniowych płaskich o małych prędkościach ruchu	37
5. Zbigniew Pawelec: Wpływ prądów upływu do pakietu blach wirnika na parametry modelu matematycznego silnika indukcyjnego	55
6. Jerzy Kokotkiewicz: Określenie dodatkowych momentów elektromagnetycznych powstających w czasie pracy ustalonej silnika asynchronicznego klatkowego, przy zasilaniu napięciem niesinusoidalnym przemiennika częstotliwości z obwodem pośrednim napięciowym	73
7. Andrzej Boboń, Jan Kapinos, Jerzy Kudła, Władysław Mizia: Zastosowanie metody niesymetrycznego zasilania do wyznaczania strat dodatkowych obciążeniowych w silniku indukcyjnym	91
8. Piotr Zuziak: Analiza naprężeń mechanicznych w klatkach silników indukcyjnych	101
9. Bronisław Drak: Wyznaczanie sił elektrodynamicznych działających na czoła uzwojeń stojanów maszyn indukcyjnych dużej mocy	115
10. Bronisław Drak: Geometria i kształtowanie czoł uzwojeń stojanów maszyn indukcyjnych dużej mocy	139
11. Andrzej Gioska, Zbigniew Ryczko: Strumień unipolarny w maszynach indukcyjnych	161

СОДЕРЖАНИЕ

	Стр.
1. Марек Б.: Тенденции развития приводов с двигателями переменного тока питаемых из циклоконвертеров	7
2. Пашек В., Каплон А.: Анизотропная многослойная описывающая электродинамическое состояние асинхронной машины с широкополосной беличьей клеткой в сплошном роторе	15
3. Пашек В., Каплон А.: Переходные режимы асинхронной машины с широкополосной вторичной частью описываемые моделью с анизотропной многослойной структурой	28
4. Битка С.: Метод определения статических электромеханических характеристик плоских асинхронных линейных двигателей с небольшими скоростями движения	37
5. Павелец З.: Влияние токов утечки между стержнями ротора на параметры математической модели асинхронного двигателя	65
6. Локоткевич В.: Определение добавочных электромагнитных моментов возникающих в установившемся режиме работы асинхронного двигателя с беличьей клеткой при питании несинусоидальным напряжением преобразователя частоты с напряженной промежуточной цепью	73
7. Бобонь А., Капикос Я., Фудла В., Мизя В.: Применение метода несимметричного питания статора для определения нагрузочных добавочных потерь в асинхронных двигателях	91
8. Зузяк П.: Анализ механических напряжений в беличьих клетках индукционных двигателей	101
9. Драк Б.: Определение электродинамических усилий действующих на лобовые части обмоток статоров индукционных машин большой мощности	115
10. Драк В.: Геометрия и формирование лобовых частей обмоток статоров индукционных машин большой мощности	139
11. Циоска А., Рычко С.: Униполярный магнитный поток в индукционных машинах	161

5.370

CONTENTS

Page

1. Marek Brunon: Trends of development concerning drives with alternating current motors supplied by the cycloconverter	7
2. Władysław Paszek, Andrzej Kapłon: Anisotropic multilayer model reproducing the electrodynamic state of induction machine with deep-slotted cage in a solid iron rotor core	15
3. Władysław Paszek, Andrzej Kapłon: Transient states of induction machine with deep slotted secondary represented by means of the model with anisotropic multilayer structure	25
4. Stanisław Niłka: Method of determination of steady - state electromechanical characteristics of flat linear induction motors of low operating speeds	37
5. Zbigniew Pawelec: Influence of bakage currents in the sheet pack of the rotor on parameters of the induction motor mathematical model	55
6. Jerzy Kokotkiewicz: Determination of additional electromagnetic moments arising during stable operation of asynchronous squirrel - cage motor when supplying - with unsinusoidal voltage - a frequency converter with intermediate voltage circuit	73
7. Andrzej Boboń, Jan Kapinos, Jerzy Kudźa, Władysław Mizia: Application of asymmetrical supply method to determination of additional stray - load losses in induction motor	91
8. Piotr Zuziak: Analysis of mechanical stresses in squirrel cages of induction motors	101
9. Bronisław Drak: Determination of electrodynamic forces acting on the end stator windings of large - power induction machines	115
10. Bronisław Drak: Geometry and forming of stator end windings of large - power induction machines	139
11. Andrzej Cioska, Zbigniew Ryczko: Unipolar flux in induction machines	161

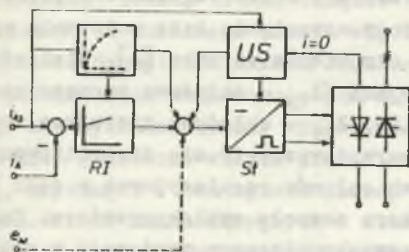
Brunon MAREK

TRENDY ROZWOJOWE NAPĘDÓW Z SILNIKAMI PRĄDU PRZEMIENNEGO
ZASILANYMI Z CYKLOKONWERTORA

Streszczenie. Przedstawiono rozwiązania techniczne i przedyskutowano własności regulacyjne układów sterowania silników prądu przemiennego zasilanych z cyklokonwertora. W przypadku silników asynchronicznych klatkowych zastosowano metodę ustawiania kąta położenia wskazu prądu stojana względem strumienia skojarzonego wirnika. W przypadku silników synchronicznych przedstawiono sterowanie silnika metodą ustawiania kąta położenia wskazu prądu twornika względem strumienia skojarzonego twornika. Strumień twornika wyznaczono przy zastosowaniu: analogowego bądź cyfrowego układu liczącego lub analizatora wskazów. Przy zastosowaniu układu liczącego, strumień twornika wyznacza się na podstawie równań stanu wykorzystując mierzone prądy; twornika oraz wzbudzenia. Wymagane jest zastosowanie czujnika położenia osi magnesńicy. Układ może pracować w całym zakresie zmian prędkości obrotowej silnika. Przy zastosowaniu analizatora wskazów strumień twornika wyznacza się pomiarowo na podstawie napięć i prądów twornika.

Cyklokonwertor znalazł zastosowanie jako źródło zasilania maszyn prądu przemiennego (asynchronicznych, dwustronnie zasilanych i synchronicznych).

Bezpośredni przemiennik częstotliwości zapewnia uzyskanie napięcia trójfazowego o nastawianej amplitudzie i częstotliwości przy wykorzystaniu korzystnej zewnętrznej sieciowej komutacji odznaczającej się dużą niezawodnością [5], [9]. Cyklokonwertor składa się z trzech nawrotnych przekształtników tyrystorowych. Schemat jednej fazy cyklokonwertora przedstawia rys. 1. Trzy elementy układu przekształtnika wpływają na jego własności: 1 - układ blokady prądów wyrównawczych US, 2 - sterownik St, 3 - regulator prądu fazowego RI. Klasyczny układ blokady prądów wyrównawczych (stosowany przy zasilaniu maszyn prądu stałego) charakteryzuje



Rys. 1. Schemat blokowy układu sterowania przekształtnika

US - blokada prądów wyrównawczych, St - sterownik, RI - regulator prądu fazowego

Fig. 1. Block diagram of converter control system

US - equalizing current interlocking, St-SCR controller, RI - phase current regulator

rującymi: przez prąd wzbudzenia i_f z dużą stałą czasową i małą inercyjną składową prądu twornika I_x równoległą do strumienia. Składowa prądu twornika I_y prostopadła do strumienia twornika jest wielkością sterującą proporcjonalną do momentu elektromagnetycznego. Przy zastosowaniu podporządkowanej regulacji prądu fazowego uzyskuje się możliwość prostej realizacji układu sterowania silnika synchronicznego przy jednoczesnym odsprężeniu głównych pętli regulacyjnych: momentu elektromagnetycznego i strumienia skojarzonego twornika. Rys. 3a przedstawia schemat układu sterowania silnika synchronicznego z biegunami utajonymi, w których zastosowano analogowy układ liczący (AUL) wykorzystując mierzone prądy twornika oraz wzbudzenia dla wyznaczenia strumienia w stanach przejściowych na podstawie równań stanu [1], [8]. Układ ten wymaga zastosowania czujnika położenia osi magnesnicy. Może on pracować w całym zakresie zmian prędkości obrotowej silnika. Na rys. 3b przedstawiono schemat układu sterowania silnika synchronicznego, w którym zastosowano analizator wskazów (AW) dla pomiarowego wyznaczenia strumienia [8]. Układ ten bazujący na pomierzonych zmiennych stanu wolny jest od błędów modelu matematycznego aproksymującego [5]. Przy małych prędkościach kątowych układ ten obciążony jest dużym błędem pomiaru (odejmowanie rezystancyjnego spadku napięcia od napięcia twornika). Dlatego stosuje się dodatkowo czujnik położenia osi magnesnicy i uproszczony analogowy układ liczący w celu wyznaczenia strumienia twornika. Można tak nastawić układ regulacji, by pracował w normalnych warunkach ustalonych przy $I_x = 0$. Odpowiada to współczynnikowi mocy $\cos\varphi = 1$ przy obciążeniu i prądowi wzbudzenia $i_f = i_{f0}$ przy znamionowym biegu jałowym. Obecnie opracowywany jest układ sterowania silnika synchronicznego będącego silnikiem asynchronicznym synchronizowanym o mocy 800 kW dla maszyny wyciągowej. Układ sterowania wykorzystuje zasadę działania przedstawioną na rys. 3b przy jednoczesnym wykorzystaniu czujnika położenia osi magnesnicy dla wyznaczenia strumienia skojarzonego twornika przy małych prędkościach obrotowych, tak jak to przedstawiono na rys. 3a. W tym celu zastosowano prosty analogowy układ liczący strumień dla odzworowania stanu pracy maszyny dla przebiegów quasi-ustalonych.

LITERATURA

- [1] Bayer K., Weibelzahl M.: Die Transvektor-Regelung für den feldorientierten Betrieb einer Synchronmaschine. Siemens-Zeitschrift, 1971, H. 10.
- [2] Blaschke F.: Das Prinzip der Feldorientierung die Grundlage für die Transvektor-Regelung von Drehfeldmaschinen, Siemens Z. 1971, H. 10.
- [3] Böhm K., Wesselak F.: Drehzahlregelbare Drehstromantriebe mit Umrichterpeisung. Siemens-Zeitschrift, 1971, H. 10.
- [4] Grzybowski W.: Własności regulacyjne silnika indukcyjnego zasilanego z tyrystorowego przemiennika częstotliwości. Praca doktorska. Politechnika Śląska, Gliwice 1980.

- [5] Marek B.: Własności regulacyjne napędu z silnikiem synchronicznym zasilanym poprzez bezpośredni przemiennik częstotliwości. XXI Sympozjum Maszyn Elektrycznych, Kazimierz Dolny 1985.
- [6] Mazurek J., Przywara G.: Tyristorowe układy napędowe z maszyną synchroniczną. WNT, Warszawa 1980.
- [7] Mikoś Z., Zygmunt H.: Zasady sterowania napędów maszyn wyciągowych z silnikami synchronicznymi zasilanymi z cyklokonwertorów. Konferencja "Napędy 85", Lubliniec 1985.
- [8] Paszek W., Marek B.: Weiterentwicklung des über Direktumrichter gespeisten Drehstromtriebese, Int. Wiss. Konf., Karl-Marx-Stadt, 1986.
- [9] Siwiński J., Paszek W., Zygmunt J.: Bezpośrednie przemienniki częstotliwości w napędzie elektrycznym z silnikami indukcyjnymi. Prace VI Krajowej Konferencji Automatyki. Poznań 1974.

Recenzent: doc. dr inż. Jerzy Hickiewicz

Wpłynęło do redakcji dnia 15 czerwca 1987 r.

ТЕНДЕНЦИИ РАЗВИТИЯ ПРИВОДОВ С ДВИГАТЕЛЕМ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА ПИТАЕМЫМ ИЗ ЦИКЛОКОНВЕРТЕРОВ

Резюме

Представлено техническое решение и рассмотрены регуляционные свойства систем управления двигателями переменного тока питаемых из циклоконвертера. в случае двигателей с беличьей клеткой использован метод установления угла между пространственными векторами тока статора и магнитного потока ротора. в случае синхронных двигателей применен метод управления двигателя установившая угол между током якоря и магнитным потоком якоря. Магнитный поток якоря определен используя аналоговую или цифровую систему счета либо анализатора пространственных векторов. При использовании цифровой системы счета магнитный поток якоря рассчитан на основании управления состоянием двигателя используя измеренные токи якоря и возбуждения. Необходимо при этом применение датчика положения ротора. Система может работать во всем диапазоне вращающей скорости двигателя. При использовании анализатора пространственных векторов, магнитный поток якоря определяется по измерениям на основании напряжений и токов якоря.

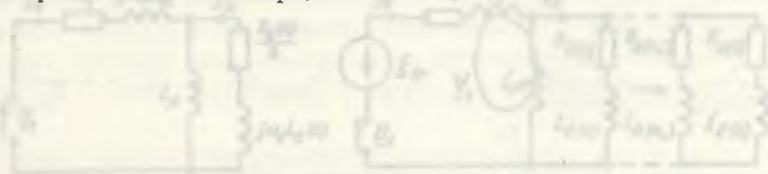


Fig. 1. Equivalent circuit of the machine

TRENDS OF DEVELOPMENT CONCERNING DRIVES WITH ALTERNATING CURRENT MOTORS SUPPLIED BY THE CYCLOCONVERTER

Summary

The article presents technical solutions and discusses the governing properties of the control system of alternating current motors supplied by the cycloconverter. In case of the asynchronous squirrel - cage motors, the method of setting up the position angle of the stator current phasor in relation to the interconnected rotor flux has been applied. In case of the synchronous motors, the method of controlling the drives by setting up the position angle of the armature current phasor in relation to the inter-connected armature flux has been presented. The armature flux has been determined with the use of the analogue or digital counting system or with the use of the phasor analyser. When using the counting system, the armature flux is determined on the basis of the engine's state equations using the measured values of armature and field current. Then the application of the field magnet position detector is required. This system can operate within all range of the motor rotational speed changes. In case of applying the phasor analyser, the armature flux is determined by measuring the armature currents and armature voltages.

[1] Marek B., Białobłoniński E.: Działanie i sterowanie przemiennymi napędami indukcyjnymi zmiennymi. Warszawa-Łódź, 1977, S. 16.

[2] Białobłoniński E.: Sterowanie przemiennymi napędami indukcyjnymi zmiennymi. Warszawa-Łódź, 1977, S. 16.

[3] Marek B., Białobłoniński E.: Sterowanie przemiennymi napędami indukcyjnymi zmiennymi. Warszawa-Łódź, 1977, S. 16.

[4] Białobłoniński E.: Sterowanie przemiennymi napędami indukcyjnymi zmiennymi. Warszawa-Łódź, 1977, S. 16.

Władysław PASZEK

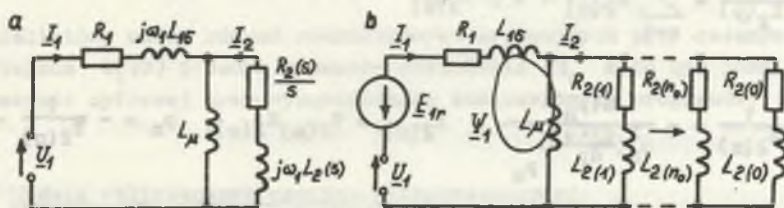
Andrzej KAPŁON

ANIZOTROPOWY MODEL WIELOWARSTWOWY ODTWARZAJĄCY STAN ELEKTRODYNAMICZNY
MASZYNY INDUKCYJNEJ Z KLATKĄ GŁĘBOKOŻŁOBKOWĄ W LITYM WIRNIKU

Streszczenie. Miedziana klatkę umieszczoną między litymi zębami wirnika głębokożłobkowego zastąpiono anizotropową wielowarstwową strukturą ciągłą. W wyniku rozwiązania dwuwymiarowego zagadnienia polowego otrzymano impedancję operatorową strony pierwotnej dla poszczególnych modeli obliczeniowych maszyny. Przez rozłożenie admittancji operatorowej w ciąg ułamków prostych uzyskano schemat zastępczy o stałych skupionych w postaci równoległe połączonych dwójników R, L. Ograniczając liczbę dwójników R, L otrzymano przybliżone schematy zastępcze, a na ich podstawie wyprowadzono równania różniczkowe zwyczajne opisujące stan elektromagnetyczny maszyny, które uzupełnione równaniem stanu elektromechanicznego opisują stan elektrodynamiczny maszyny indukcyjnej. Na wykresach pokazano poślizgowe charakterystyki ustalonej admittancji stojana oraz trajektorie punktu pracy w stanie nieustalonym maszyny po przyłączeniu silnika na znamionowe napięcie stojana.

1. Równania stanu elektromagnetycznego i elektrodynamicznego

Ocena wpływu litego żelaza wirnika, w którym umieszczone są pręty silnika głębokożłobkowego, na elektromagnetyczne stany nieustalone jest utrudniona ze względu na zjawisko wypierania prądu zarówno w prętach, jak i litym żelazie wirnika powodujące, że strona wtórna jest obiektem o parametrach rozłożonych. Zastąpienie równań różniczkowych o pochodnych cząstkowych opisujących stan elektromagnetyczny nieustalony maszyny równaniami różniczkowymi zwyczajnymi ułatwia ich rozwiązanie i w konsekwencji prowadzi do zbudowania schematu zastępczego maszyny o parametrach skupionych (rys. 1a).



Rys. 1. Schemat zastępczy maszyny

Fig. 1. Equivalent circuit of the machine

Parametry te otrzymuje się z rozkładu pola elektromagnetycznego w stanach przejściowych w magnetycznie anizotropowym wirniku przy wymuszeniu okładem prądowym

$$a(x, t) = -2\sqrt{\frac{m_1}{2}} \cdot \frac{N}{p\tau} I_1(t) \sin(\bar{p}x) \text{ sinusoidalnie rozłożonego}$$

dwufazowego uzwojenia zastępczego stojana przewodzącego prąd $I_1(t)$ otrzymany z ortogonalnej transformacji dwuosiowej prądów fazowych stojana.

Równania stanu elektromagnetycznego przy nienasyconym obwodzie magnetycznym maszyny są liniowe i zapisane w postaci operatorowej. Strumień skojarzony zastępczego uzwojenia stojana $\Psi_{1\delta}(p)$ określa indukcyjność operatorową stojana $L_{1\delta}(p) = \Psi_{1\delta}(p)/I_1(p)$. W indukcyjności tej można wyodrębnić indukcyjność magnesującą L_μ oraz admitancję wirnika $\frac{1}{Z_2(p)}$.

$$\frac{1}{Z_2(p)} = p \frac{1}{L_{1\delta}(p)} - \frac{1}{pL_\mu} \quad (1)$$

$$L_{1\delta}(p) = \frac{N(p)}{M(p)}, \quad L_\mu = L_{1\delta}(p=0) = \frac{N(p=0)}{M(p=0)}.$$

Dla stanu ustalonego pracy przy sinusoidalnym, symetrycznym zasilaniu napięciem o pulsacji ω_1 otrzymuje się w schemacie zastępczym maszyny zależną od poślizgu impedancję wirnika (rys. 1a)

$$\frac{R_2(s)}{s} + j\omega_1 L_2(s) = \frac{Z_2(p=j s \omega_1)}{s}. \quad (2)$$

Indukcyjność operatorowa jest funkcją przestępną względem \sqrt{p} i posiada nieskończoną liczbę prostych, ujemnych miejsc zerowych p_n [1], które są biegunami admitancji operatorowej wirnika. W schemacie zastępczym przydatnym do opisu stanów nieustalonych otrzymuje się szukane parametry składowe $R_2(n)$, $L_2(n)$ poprzez rozkład na ułamki proste admitancji operatorowej wirnika:

$$\frac{1}{Z_2(p)} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{R_2(n)} \frac{1}{1 + p T_2(n)} \quad (3)$$

$$\frac{1}{R_2(n)} = -\frac{M(p_n)}{p_n^2 \left(\frac{dN(p)}{dp} \right)_{p_n}}, \quad L_2(n) = T_2(n) R_2(n), \quad p_n = -\frac{1}{T_2(n)}.$$

Stosunkowo dobrze zbieżnemu nieskończonemu szeregowi (3) odpowiada w dokładnym schemacie zastępczym wiązka nieskończenie wielu równolegle połączonych dwójników $R_2(n)$, $L_2(n)$. W przybliżonym schemacie zastępczym moż-

na szereg (3) urwać na n_0 -tym wyrazie i uzupełnić go dwójnikiem resztkowym $R_2(0)$, $L_2(0)$. Parametry dwójnika resztkowego wynikają z warunków jednakowej wypadkowej rezystancji R_2 dla prądu stałego i jednakowej zastępczej stałej czasowej T_{2e} wirnika dla rozwiązania dokładnego i przybliżonego [1]:

$$\begin{cases} \frac{T_{2e}}{R_2} = - \frac{d}{dp} \left(\frac{1}{z_2(p)} \right)_{p=0} = \sum_{n=0}^{n_0} \frac{T_2(n)}{R_2(n)} \\ \frac{1}{R_2} = \frac{1}{z_2(p=0)} = \sum_{n=0}^{n_0} \frac{1}{R_2(n)} \end{cases} \quad (4)$$

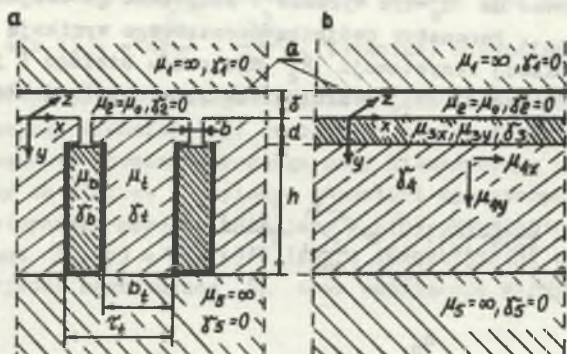
Z przybliżonego schematu zastępczego wynikają równania stanu elektromagnetycznego maszyny. Uzupełnione równaniem stanu elektromechanicznego opisują stan elektrodynamiczny maszyny. Przyjmując jako płaszczyznę odniesienia płaszczyznę liczb zespolonych wirująca ze stałą prędkością ω_1 stan elektrodynamiczny maszyny opisany jest za pomocą kanonicznych równań stanu [1, 2, 3]:

$$\begin{cases} \frac{d\Psi_1}{dt} = U_1(0) - j\omega_1\Psi_1 - R_1 I_1 \\ \frac{d\Psi_2(i)}{dt} = -R_2(i)I_2(i) - j(\omega_1 - \omega)\Psi_2(i) \\ \frac{d\omega}{dt} = -\frac{\bar{P}}{J}(M_e - M_o(\omega)) \\ M_e = \bar{P} \operatorname{Re}(j\Psi_1 I_1), \quad [\Psi] = [L] [I] \end{cases} \quad i = 0, 1, \dots, n_0 \quad (5)$$

Ten nieliniowy układ równań różniczkowych zwyczajnych przy zadanym napięciu stojana $U_1(0)$ i danym momencie obciążenia M_o może być rozwiązany na maszynie cyfrowej przy wykorzystaniu standardowych programów.

2. Modele obliczeniowe maszyny głębokożłobkowej

Do rozważań przyjęto dwie wersje maszyny różniące się między sobą sposobem wykonania zęba wirnika. Sposób przekształcania wirnika głębokożłobkowego z prętami prostokątnymi w wirnik z przewodzącymi warstwami anizotropowymi pokazano na rys. 2 [2, 3].



Rys. 2. Zastąpienie wirnika głębokożłobkowego z prętami prostokątnymi (a) w wirnik z przewodzącą warstwą anizotropową (b)

Fig. 2. Substitution of the deep - slotted rotor with rectangular bars (fig. a) by the rotor with anisotropic conducting layer (fig. b)

Pole elektromagnetyczne wyznaczone jest w oparciu o model wielowarstwowy wirnika. Przy pominięciu efektów krawędziowych wirnika jest ono polem dwuwymiarowym. W przypadku maszyn wirujących o dużych średnicach wirnika model cylindryczny można bez większego błędu zastąpić modelem płaskim, co odpowiada analizie zjawisk w maszynach liniowych, a jednocześnie daje przejrzyste rozwiązanie analityczne. Parametry zastępcze warstw anizotropowych wirnika $\mu_{nx}, \mu_{ny}, \gamma_{nz}$ wynikają z równoległego połączenia konduktancji pręta i zęba dla prądu płynącego w kierunku osi z , równoległego połączenia permeancji magnetycznych pręta i zęba dla strumienia indukcji magnetycznej w kierunku osi y oraz szeregowego połączenia tych permeancji w kierunku osi x .

$$\begin{cases} \gamma_{nz} = \frac{b_t}{\tau_t} \gamma_t + \frac{\tau_t - b_t}{\tau_t} \gamma_b \\ \mu_{nx} = \frac{\tau_t}{\frac{b_t}{\mu_t} + \frac{\tau_t - b_t}{\mu_b}}, \quad \mu_{ny} = \frac{b_t}{\tau_t} (\mu_t - \mu_b) + \mu_b \end{cases} \quad (6)$$

3. Wyznaczenie parametrów schematu zastępczego

Rozkład pola elektromagnetycznego w poszczególnych warstwach, przy pominięciu prądów przesunięcia, opisują równania Maxwella w postaci operatorowej:

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \mathbf{H}(p) &= \mathbf{J}(p), \quad \operatorname{rot} \mathbf{E}(p) = -p\mathbf{B}(p), \quad \mathbf{J}(p) = \nabla \mathbf{E}(p) \\ \mathbf{B}(p) &= \operatorname{rot} \mathbf{A}(p), \quad \operatorname{div} \mathbf{A}(p) = 0, \quad \mathbf{A}(p) = \vec{n}_z A(x, y, p). \end{aligned} \quad (7)$$

Rozwiązanie ogólne na potencjał wektorowy w dowolnej warstwie

$$A_n(x, y, p) = [C_{1n}(p)\exp(-\varepsilon_n y) + C_{2n}(p)\exp(\varepsilon_n y)] \operatorname{Re} \left[\exp(-j \frac{\pi}{\tau} x) \right] \quad (8a)$$

przy czym obowiązują:

$$\text{dla szczeliny powietrznej: } \varepsilon_2^2 = \left(\frac{\pi}{\tau} \right)^2,$$

$$\text{dla warstw anizotropowych: } \varepsilon_n^2 = \frac{\mu_{nx}}{\mu_{ny}} \left(\frac{\pi}{\tau} \right)^2 + \nabla_{nz}^2 \mu_{nx} p,$$

oraz

$$\begin{cases} H_{2x}(x, y, p) = \frac{1}{\mu_2} \cdot \frac{\partial A_2}{\partial y} \\ H_{2y}(x, y, p) = -\frac{1}{\mu_2} \cdot \frac{\partial A_2}{\partial x} \end{cases} \quad \text{- dla szczeliny powietrznej} \quad (8b)$$

$$\begin{cases} H_{nx}(x, y, p) = \frac{1}{\mu_{nx}} \cdot \frac{\partial A_n}{\partial y} \\ H_{ny}(x, y, p) = -\frac{1}{\mu_{ny}} \cdot \frac{\partial A_n}{\partial x} \end{cases} \quad \text{- dla dowolnej warstwy anizotropowej} \quad (8c)$$

$$[B_{nx}, B_{ny}]^T = \operatorname{diag}[\mu_{nx}, \mu_{ny}] [H_{nx}, H_{ny}]^T. \quad (8d)$$

Stałe całkowania w równaniach (7), (8) wynikają z warunków na granicach oddzielających poszczególne warstwy:

$$\begin{cases} A_n(p) = A_{n+1}(p) \\ \vec{n}_y \frac{1}{\mu_{(n+1)x}} \operatorname{rot}_x A_{n+1}(p) - \frac{1}{\mu_{nx}} \operatorname{rot}_x A_n(p) = \begin{cases} a(x, p) & \text{między stojanem} \\ & \text{a szczeliną} \\ 0 & \text{między pozostałymi} \\ & \text{warstwami.} \end{cases} \end{cases} \quad (9)$$

Uwzględniając w zależnościach (8) warunki (9) wyznaczamy strumień skoja-

$$\text{rzony uzwojenia zastępczego } \Psi_{1\delta}(p) = \sqrt{\frac{3}{2}} z_1 \xi_1 l_i \int_{-\tau/2}^{\tau/2} B_y(x, y = -\delta, p) dx,$$

a w konsekwencji indukcyjność operatową stojana dla wrotki maszyny z li-
tym żelazem wirnika (rys. 1):

$$L_{1\delta}(p) = \frac{C\mu_2}{\varepsilon_2} \cdot \frac{\frac{\varepsilon_4}{\mu_{4x}} \operatorname{sh}(\varepsilon_4 h) \left[\frac{\varepsilon_3}{\mu_{3x}} \operatorname{ch}(\varepsilon_3 d) \operatorname{sh}(\varepsilon_2 \delta) + \frac{\varepsilon_2}{\mu_2} \operatorname{sh}(\varepsilon_3 d) \operatorname{ch}(\varepsilon_2 \delta) \right] + \frac{\varepsilon_3}{\mu_{3x}} \operatorname{ch}(\varepsilon_4 h) \left[\frac{\varepsilon_2}{\mu_2} \operatorname{ch}(\varepsilon_3 d) \operatorname{ch}(\varepsilon_2 \delta) + \frac{\varepsilon_3}{\mu_{3x}} \operatorname{sh}(\varepsilon_3 d) \operatorname{sh}(\varepsilon_2 \delta) \right]}{\frac{\varepsilon_4}{\mu_{4x}} \operatorname{sh}(\varepsilon_4 h) \left[\frac{\varepsilon_3}{\mu_{3x}} \operatorname{ch}(\varepsilon_3 d) \operatorname{ch}(\varepsilon_2 \delta) + \frac{\varepsilon_2}{\mu_2} \operatorname{sh}(\varepsilon_3 d) \operatorname{sh}(\varepsilon_2 \delta) \right] + \frac{\varepsilon_3}{\mu_{3x}} \operatorname{ch}(\varepsilon_4 h) \left[\frac{\varepsilon_2}{\mu_2} \operatorname{ch}(\varepsilon_3 d) \operatorname{ch}(\varepsilon_2 \delta) + \frac{\varepsilon_3}{\mu_{3x}} \operatorname{sh}(\varepsilon_3 d) \operatorname{sh}(\varepsilon_2 \delta) \right]} + \frac{\varepsilon_3}{\mu_{3x}} \operatorname{ch}(\varepsilon_4 h) \left[\frac{\varepsilon_2}{\mu_2} \operatorname{ch}(\varepsilon_3 d) \operatorname{ch}(\varepsilon_2 \delta) + \frac{\varepsilon_3}{\mu_{3x}} \operatorname{sh}(\varepsilon_3 d) \operatorname{sh}(\varepsilon_2 \delta) \right]}{\frac{\varepsilon_3}{\mu_{3x}} \operatorname{ch}(\varepsilon_4 h) \left[\frac{\varepsilon_2}{\mu_2} \operatorname{ch}(\varepsilon_3 d) \operatorname{ch}(\varepsilon_2 \delta) + \frac{\varepsilon_3}{\mu_{3x}} \operatorname{sh}(\varepsilon_3 d) \operatorname{sh}(\varepsilon_2 \delta) \right]} \quad (10)$$

gdzie:

$$C = 6 \frac{l_1 (z_1 \xi_1)^2}{\bar{p} \tau}$$

Jeżeli pręty miedziane znajdują się w idealnym pakietowanym ferromagnetyku ($\mu_t = \infty$, $\gamma_t = 0$) równanie (10) sprowadza się do postaci:

$$L_{1\delta}(p) = \frac{C\mu_2}{\varepsilon_2} \cdot \frac{\frac{\varepsilon_4}{\mu_{4x}} \operatorname{sh}(\varepsilon_4 h) \left[\frac{\operatorname{sh}(\varepsilon_2 \delta)}{\mu_{3x}} + \frac{\varepsilon_2 d}{\mu_2} \operatorname{ch}(\varepsilon_2 \delta) \right] + \operatorname{ch}(\varepsilon_4 h) \frac{\varepsilon_2}{\mu_2 \mu_{3x}} \operatorname{ch}(\varepsilon_2 \delta)}{\frac{\varepsilon_4}{\mu_{4x}} \operatorname{sh}(\varepsilon_4 h) \left[\frac{\operatorname{ch}(\varepsilon_2 \delta)}{\mu_{3x}} + \frac{\varepsilon_2 d}{\mu_2} \operatorname{sh}(\varepsilon_2 \delta) \right] + \operatorname{ch}(\varepsilon_4 h) \frac{\varepsilon_2}{\mu_2 \mu_{3x}} \operatorname{sh}(\varepsilon_2 \delta)} \quad (11)$$

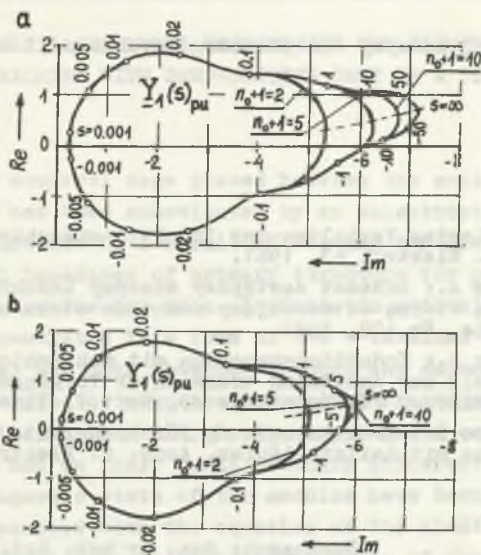
Wykorzystując w zależnościach (1), (2), (3) równania (10), (11), otrzymamy szukane parametry dwójników schematu zastępczego dla poszczególnych modeli obliczeniowych maszyny.

4. Modelowanie stanów przejściowych

Na rys. 3 przedstawiono poślizgowe charakterystyki admitancji stojana 8-biegunowej, trójfazowej, 6000 V, 400 kW maszyny indukcyjnej głębokożłobkowej z prostokątnymi prętami miedzianymi ($4 \times 53 \text{ mm}^2$, $l_1 = 35 \text{ cm}$, $\delta = 1,5 \text{ mm}$, $d = 2 \text{ mm}$, $b = 2 \text{ mm}$, $\tau = 27,8 \text{ cm}$, $\tau_t = 2,53 \text{ cm}$, $\mu_b = \mu_0$, $\gamma_b = 57 \cdot 10^6 \frac{1}{\Omega \text{ m}}$) umieszczonymi: a) w litych ($\mu_t = 100 \mu_0$, $\gamma_t = 4,6 \cdot 10^6 \frac{1}{\Omega \text{ m}}$), b) w pakietowanych ($\mu_t = \infty$, $\gamma_t = 0$) zębach z główkami.

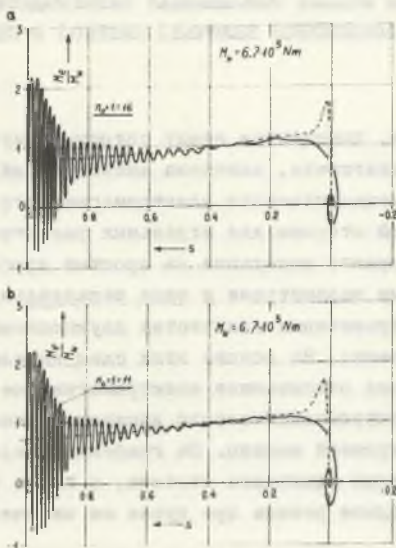
Lite żelazo zwiększa liczbę dwójników R, L uwzględnianych w schemacie zastępczym odwzorowującym stany przejściowe maszyny, gdyż szereg (3) jest słabiej zbliżony.

Rys. 4 przedstawia obliczone na maszynie cyfrowej trajektorie $M_s(s)$ rozruchu nieobciążonej maszyny ($J = 80 \text{ kgm}^2$) po przyłączeniu stojana na napięcie znamionowe. Na rysunku tym zamieszczono również mechaniczne cha-



Rys. 3. Poślizgowe charakterystyki admitancji stojana dla maszyny (a) z litym, b) z pakietowanym żelazem wirnika

Fig. 3. Slip dependent stator admittance characteristics for the machine with a) - solid iron rotor, b) - the sheet packed one



Rys. 4. Trajektorie $M_e(s)$ przy rozruchu nieobciążonego silnika a) z litym, b) z pakietowanym żelazem wirnika

Fig. 4. Trajectories $M_e(s)$ at the run up of the unloaded motor with a) - solid iron motor, b) with the sheet packed one

rakterystyki tej samej maszyny dla poszczególnych modeli obliczeniowych (linia przerywana).

LITERATURA

- [1] Paszek W.: Transientes Verhalten der Induktionsmaschine mit Hochstabläufer. Arch. f. Elektr., 63, 1981.
- [2] Paszek W., Kapłon A.: Schemat zastępczy maszyny indukcyjnej z dwuwarstwową częścią wtórną odtwarzający równania stanu elektrodynamicznego. ZN WSI Opole, Nr 109, 1985.
- [3] Paszek W., Kapłon A.: Induktionsmaschine mit mehrschichtiger Läuferstruktur als Modell zur Abbildung transients Vorgänge. 31. Internationales Wiss. Kolloq., Vortragsreihe A3, Heft 1, Ilmenau, 1986.
- [4] Paszek W., Pawelec Z.: Ersatzschaltung für transiente Vorgänge der Induktionsmaschine mit Keilstabläufer. Arch. f. Elektr., 67, 1984.

Recenzent: doc. dr hab. inż. Ernest Mendrela

Wpłynęło do redakcji dnia 15 czerwca 1987 r.

АНИЗОТРОПНАЯ МНОГОСЛОЙНАЯ МОДЕЛЬ ОПИСЫВАЮЩАЯ ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКОЕ СОСТОЯНИЕ АСИНХРОННОЙ МАШИНЫ С ГЛУБОКОПАЗНОЙ БЕЛИЧЬЕЙ КЛЕТКОЙ В СПЛОШНОМ РОТОРЕ

Резюме

Медная беличья клетка, помещенная между сплошными зубцами ротора глубоководного асинхронного двигателя, заменена анизотропной многослойной структурной. В результате решения плоского электромагнитного поля получен операторный импеданс первичной стороны для отдельных расчётных моделей машины. Путём разложения операторного импеданса на простые дроби получена схема замещения со средоточенными параметрами в виде параллельно соединённых R , L двухполюсников. Путём ограничения количества двухполюсников R , L получены приближенные схемы замещения. На основе этих схем выведены обыкновенные дифференциальные уравнения описывающие электромагнитное состояние машины, которые с уравнением электромеханического движения описывают электродинамическое состояние асинхронной машины. На графиках представлены зависимые от скользя характеристики адмитанса статора, а также траектория рабочей точки двигателя в переходном режиме при пуске по включению на номинальные напряжение.

ANISOTROPIC MULTILAYER MODEL REPRODUCING THE ELECTRODYNAMIC STATE
OF INDUCTION MACHINE WITH DEEP-SLOTTED CAGE IN A SOLID IRON ROTOR CORE

S u m m a r y

The copper squirrel cage placed between the solid teeth of the deep-slotted rotor has been substituted by an anisotropic multilayer continuous secondary structure. As a result of solving two-dimensional field problem an operational impedance of primary structure for particular calculation models of the machine has been obtained. An equivalent diagram of the constants concentrated in a form of two-terminal networks R, L connected in parallel has been obtained through the expansion of the operational admittance into the sequence of partial fractions. Limiting the number of two-terminal networks R, L the approximate equivalent diagrams have been obtained and on their basis ordinary differential equations describing electromagnetic state of the machine have been derived; these equations - supplemented with the equation of the electromechanical state equation - describe the electrodynamic state of the induction machine. Slip dependent characteristics of the stator stationary admittance and working point trajectories at the machine run up after switching on the stator rated voltage have been shown on diagrams.

Władysław PASZEK

Andrzej KAPŁON

STANY NIEUSTALONE MASZYNY INDUKCYJNEJ Z GŁĘBOKOŻŁÓBKOWĄ STRUKTURĄ WTÓRNĄ
ODWZOROWYWANE ZA POMOCĄ MODELU O ANIZOTROPOWEJ STRUKTURZE WIELOWARSTWOWEJ

Streszczenie. Model maszyny indukcyjnej zawiera część wtórną o dwóch lub o wielu warstwach izotropowych bądź anizotropowych. Z rozwiązań pola elektromagnetycznego w warunkach nieustalonych wynikają parametry elementów w schemacie zastępczym maszyny. Parametry te otrzymuje się z rozkładu odwrotności indukcyjności operatorowej strony pierwotnej modelu maszyny na ułamki proste. Ograniczając liczbę uwzględnianych wartości własnych w indukcyjności operatorowej otrzymuje się przybliżone schematy zastępcze maszyny. Przebiegi elektrodynamiczne maszyny są opisane przez równania różniczkowe zwyczajne. Model maszyny o anizotropowej strukturze warstwowej dobrze odwzorowuje maszynę z wirnikiem żłobkowym, w szczególności maszynę z wirnikiem głębokożłobkowym o żłobkach prostokątnych. Przedstawiono częstotliwościowe charakterystyki admitancji oraz poślizgowe charakterystyki momentu elektromagnetycznego maszyny z litymi i pakietowanymi zębami wirnika.

1. Wprowadzenie

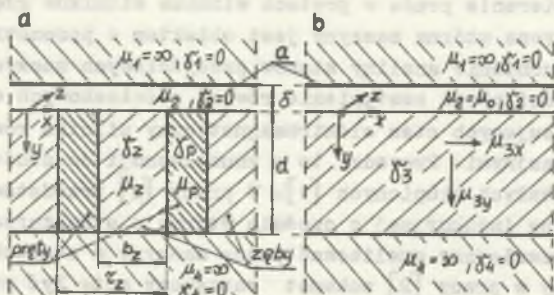
Zjawisko wypierania prądu w prętach wirnika silników głębokożłobkowych powoduje, że strona wtórna maszyny jest obiektem o parametrach rozłożonych. Powoduje to utrudnienie analizy stanów przejściowych maszyny. Można uniknąć tych trudności przez zastąpienie równań różniczkowych o pochodnych cząstkowych opisujących stan elektromagnetyczny silnika równaniami różniczkowymi zwyczajnymi. Prowadzi to w konsekwencji do zbudowania schematu zastępczego o stałych skupionych [1]. W pracy [2] przedstawiono schemat zastępczy maszyny indukcyjnej z częścią wtórną o strukturze wielowarstwowej ciągłej, pozwalający analizować pracę maszyny w stanach nieustalonych.

Zaproponowany w pracy [2] schemat zastępczy może być przydatny w analizie stanów nieustalonych silników głębokożłobkowych, po uprzednim zastosowaniu zabiegu polegającego na zastąpieniu struktury żłobkowej strony wtórnej silnika warstwą anizotropową ciągłą. Rozłożenie indukcyjności operatorowej strony pierwotnej otrzymanej w wyniku rozwiązania zagadnienia polewego z uwzględnieniem anizotropii części wtórnej maszyny na ułamki proste pozwala wyprowadzić schemat zastępczy o stałych skupionych. Równania różniczkowe zwyczajne otrzymane na podstawie takiego schematu zastępczego, uzupełnione równaniem stanu elektromechanicznego, opisują stan elektrodynamiczny maszyny indukcyjnej.

2. Model obliczeniowy maszyny głębokożłobkowej

Obliczeniowy model warstwowy maszyny głębokożłobkowej (rys. 1) wprowadzono w oparciu o następujące założenia upraszczające:

- 1) Analiza pola elektromagnetycznego odbywa się w prostokątnym układzie współrzędnych x, y, z związanym ze stroną wtórną maszyny.
- 2) Obwód magnetyczny maszyny jest nienasycony.
- 3) Stronę pierwotną, szczelinę powietrzną oraz ostatnią warstwę strony wtórnej stanowią warstwy jednorodne i izotropowe, przy czym $\mu = \infty, \delta = 0$ dla pierwszej i ostatniej warstwy ferromagnetycznej.
- 4) Żęby i pręty żłobków zastąpiono warstwą anizotropową o konduktywności μ_z oraz przenikalności μ_x na kierunku obwodowym i μ_y na kierunku promieniowym (rys. 1b).
- 5) Zjawiska krańcowe są pomijalne.
- 6) Okład prądowy trójfazowego symetrycznego uzwojenia pierwotnego o rozłożeniu sinusoidalnym zastępującego realne uzwojenie strefowe sprowadzony jest do nieskończonej cienkiej warstwy prądowej przylegającej do żelaza strony pierwotnej i opisany jest funkcją: $a = a(t) \operatorname{Re} \left\{ \exp \left[j(\alpha(t)) \left(\frac{r}{r_0} - x \right) \right] \right\}$.
- 7) Przy ortogonalnej dwuosiowej transformacji wielkości fazowych do układu współrzędnych nieruchomego względem części wtórnej składowe dwuosiowe wielkości elektromagnetyczne przedstawione są na zespolonej płaszczyźnie d, q strony wtórnej. Ze względu na symetrię maszyny analizę pola przeprowadza się w jednej osi (np. w osi d) i uogólnia zależności dla osi q . Dla skrócenia zapisu wygodnie przyjąć $a_d = a$.



Rys. 1. Sposób zastąpienia wirnika głębokożłobkowego z prętami prostokątnymi a), przez wirnik z przewodzącą warstwą anizotropową b)

Fig. 1. Way of substitution of the deep - slotted rotor with rectangular bars (fig. a) by the rotor with anisotropic conducting layer (fig. b)

3. Indukcyjność operatorowa strony pierwotnej maszyny

Indukcyjność operatorową strony pierwotnej $L_{1\delta}(p) = \Psi_{1\delta}(p)/I_1(p)$ określa strumień $\Psi_{1\delta}(p)$ sprzężony z uzwojeniem pierwotnym, w którym płynie prąd $I_1(p)$. Pole elektromagnetyczne w poszczególnych warstwach opisane jest równaniami Maxwella w postaci operatorowej:

$$\text{rot } \mathbf{B}(p) = \mu \mathbf{J}(p), \quad \text{rot } \mathbf{E}(p) = -p \mathbf{B}(p). \quad (1)$$

Równania (1) rozwiązano metodą potencjału wektorowego \mathbf{A} , spełniającego warunki: $\mathbf{B}(p) = \text{rot } \mathbf{A}(p)$, $\text{div } \mathbf{A}(p) = 0$, przy czym dla przyjętego układu współrzędnych przestrzennych x, y, z (rys. 1) oraz przy pominięciu prądów przesunięcia $\mathbf{J}(p) = \gamma \mathbf{E}(p)$. Składowa z układu prądowego $\mathbf{a}(x, p) = \mathbf{a}(p) \text{Re} \left[\exp(-j \frac{\pi}{\tau} x) \right]$ wymusza (po zastosowaniu metody rozdzielania zmiennych) rozwiązanie równań (1) w postaci:

$$\mathbf{A}(x, y, p) = \left[C_{1n}(p) \exp(-\epsilon_n y) + C_{2n}(p) \exp(\epsilon_n y) \right] \text{Re} \left[\exp(-j \frac{\pi}{\tau} x) \right] \quad (2)$$

przy czym uwzględniono $\bar{n}_z N(x, y, p)$ oraz obowiązują:

$$\text{a) dla szczeliny powietrznej } \epsilon_2^2 = \left(\frac{\pi}{\tau} \right)^2, \quad (3a)$$

$$\text{b) dla warstwy anizotropowej } \epsilon_3^2 = \frac{\mu_{3x} \gamma_3}{\mu_{3y}} \left(\frac{\pi}{\tau} \right)^2 + \gamma_3^2 \mu_{3x} p \quad (3b)$$

po uwzględnieniu:

$$H_{3x}(x, y, p) = \frac{1}{\mu_{3x}} \cdot \frac{\partial A_3}{\partial y}, \quad H_{3y}(x, y, p) = -\frac{1}{\mu_{3y}} \cdot \frac{\partial A_3}{\partial x}.$$

Stan całkowania $C_{1n}(p)$, $C_{2n}(p)$ w równaniu (2) wyznaczone są z warunków brzegowych na granicach oddzielających jedną warstwę od drugiej:

$$\left\{ \begin{array}{l} A_k = A_{k+1} \\ \bar{n}_y \left[\frac{1}{\mu_{(k+1)x}} \text{rot}_x A_{k+1} - \frac{1}{\mu_{kx}} \text{rot}_x A_k \right] = \begin{cases} \text{a(p) dla granicy między} \\ \text{stojaniem a szczeli-} \\ \text{ną powietrzną} \\ 0 \text{ dla pozostałych granic} \end{cases} \end{array} \right. \quad (4)$$

Uwzględniając w zależności (2) warunki (4) otrzymamy ostatecznie dla szczeliny powietrznej:

$$\mathbf{A}(x, y, p) = \frac{\mu_2^a}{\epsilon_2} \cdot \frac{\frac{\epsilon_3}{\mu_{3x}} \text{sh}(\epsilon_3 d) \text{sh}(\epsilon_2 y) - \frac{\epsilon_2}{\mu_2} \text{ch}(\epsilon_3 d) \text{ch}(\epsilon_2 y)}{\frac{\epsilon_3}{\mu_{3x}} \text{sh}(\epsilon_3 d) \text{sh}(\epsilon_2 \delta) + \frac{\epsilon_2}{\mu_2} \text{ch}(\epsilon_3 d) \text{ch}(\epsilon_2 \delta)} \text{Re} \left[\exp(-j \frac{\pi}{\tau} x) \right]. \quad (5)$$

Strumień skojarzony rozpatrywanego uzwojenia zastępczego związany ze strumieniem w szczelinie

$$\Psi_{1\delta}(p) = z\xi l_i \int_{-\tau/2}^{\tau/2} B_y(x, y = -\delta, p) dx,$$

przy czym

$$B_y(x, y, p) = \frac{\partial A(x, y, p)}{\partial x},$$

$(z\xi) = \sqrt{\frac{2}{\pi}}(z_1\xi_1)$ - efektywna liczba zwojów uzwojenia zastępczego otrzymana w drodze transformacji trójfazowego uzwojenia do układu dwufazowego.

Indukcyjność operatorowa strony pierwotnej przy uwzględnieniu $a(p) = I_1(p) \frac{\pi}{\bar{p}\tau} \frac{\tau}{2}$ wyraża się wzorem:

$$L_{1\delta}(p) = \cdot \frac{C\mu_2}{\varepsilon_2} \frac{\frac{\varepsilon_3}{\mu_{3x}} \operatorname{sh}(\varepsilon_3 d) \operatorname{sh}(\varepsilon_2 \delta) + \frac{\varepsilon_2}{\mu_2} \operatorname{ch}(\varepsilon_3 d) \operatorname{ch}(\varepsilon_2 \delta)}{\frac{\varepsilon_3}{\mu_{3x}} \operatorname{sh}(\varepsilon_3 d) \operatorname{ch}(\varepsilon_2 \delta) + \frac{\varepsilon_2}{\mu_2} \operatorname{ch}(\varepsilon_3 d) \operatorname{sh}(\varepsilon_2 \delta)}, \quad C = 6 \frac{l_i (z_1 \xi_1)^2}{\bar{p}\tau} \quad (6)$$

Z uwagi na założoną symetrię maszyny indukcyjności operatorowe uzwojeń zastępczych w osiach d, q są jednakowe, tak więc indukcyjność operatorowa strony pierwotnej z uwzględnieniem rozproszenia żłobkowego i rozproszeń czołowych $L_1(p) = L_{1\delta}(p) + L_{1\sigma}$.

Parametry zastępcze warstwy anizotropowej $\mu_3, \mu_{3x}, \mu_{3y}$ wynikają z równoległego połączenia konduktancji pręta i zęba dla prądu płynącego w kierunku osi z , równoległego połączenia permeancji magnetycznych pręta i zęba dla składowej promieniowej strumienia indukcji oraz szeregowego połączenia tych permeancji dla składowych stycznych strumienia:

$$\mu_3 = \frac{b_z}{\tau_z} \mu_z + \frac{\tau_z - b_z}{\tau_z} \mu_p, \quad \mu_{3x} = \frac{\tau_z}{\frac{b_z}{\mu_z} + \frac{\tau_z - b_z}{\mu_p}}, \quad \mu_{3y} = \frac{b_z}{\tau_z} (\mu_z - \mu_p) + \mu_p. \quad (7)$$

Wyodrębniając w impedancji operatorowej $pL_{1\delta}(p)$ reaktancję magnesującą $pL_{\mu} = pL_{1\delta}(p=0)$ otrzymuje się impedancję operatorową strony wtórnej:

$$\frac{1}{Z_2(p)} = \frac{1}{pL_{1\delta}(p)} - \frac{1}{pL_{\mu}}. \quad (8)$$

Uwzględniając zależności (7) w równaniu (8), a następnie przyjmując $\gamma_3 = 0$, $\mu_3 = \infty$ otrzymamy zastępczą impedancję części żłobkowej pręta o przekroju prostokątnym. Dla $\delta = 0$ impedancja operatorowa strony wtórnej $Z_2(p)$ jest identyczna z impedancją pręta głębokożłobkowego odwzorowanego za pomocą linii długiej na końcu otwartej [3]:

$$Z_2(p) = c \sqrt{\frac{\mu_3 x}{\gamma_3}} p \operatorname{ctgh} \sqrt{\mu_3 x \gamma_3} p.$$

4. Schemat zastępczy maszyny

Rozkład funkcji $\frac{1}{Z_2(p)}$ na ułamki proste (występują tylko jednokrotne bieguny proste różne od zera) przy spełnieniu warunku $\lim_{p \rightarrow \infty} \frac{1}{p L_{1\delta}(p)} = 0$ daje [2]:

$$\frac{1}{Z_2(p)} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{p - p_n} \lim_{p \rightarrow p_n} \left[\frac{L(p)}{M(p)} \frac{p - p_n}{p} \right] \quad (9)$$

gdzie:

p_n - miejsca zerowe funkcji $Z_2(p)$ - takie same jak i dla funkcji $L_{1\delta}(p)$, przy czym przyjęto $\frac{1}{L_{1\delta}(p)} = \frac{L(p)}{M(p)}$.

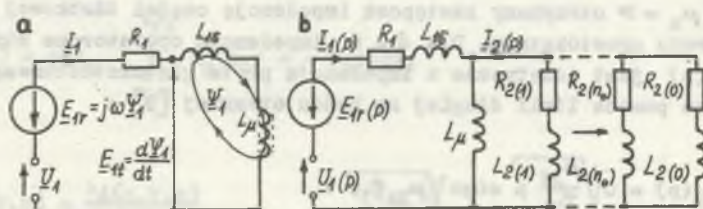
Po prostych przekształceniach oraz zastosowaniu reguły de l'Hospitala przy liczeniu granicy z prawej strony równania (9) otrzymamy:

$$\frac{1}{Z_2(p)} = \frac{1}{p L_{1\delta}(p)} - \frac{1}{p L_{\mu}} = \sum_{n=1}^{\infty} R_2(n) \cdot \frac{1}{1 + p T_n} \quad (10)$$

gdzie:

$$R_2(n) = - \frac{L(p_n)}{p_n^2 \left[\frac{dM(p)}{dp} \right]_{p_n}}, \quad T_n = - \frac{1}{p_n}, \quad L_{\mu} = \frac{M(p=0)}{L(p=0)}.$$

Impedancję operatorową $Z_2(p)$ zgodnie ze wzorem (10) stanowi nieskończony ciąg równolegle połączonych dwójników $R_2(n)$, $L_2(n)$. Szereg w równaniu (10) można urwać na n_0 -tym wyrazie i uzupełnić schemat zastępczy dwójnikiem resztkowym $R_2(0)$, $L_2(0)$. Parametry dwójnika resztkowego wynikają z warunków jednakowej rezystancji wypadkowej R_2 oraz jednakowej



Rys. 2. Schemat zastępczy maszyny indukcyjnej z wirnikiem głębokożłobkowym

Fig. 2. Equivalent diagram of the induction machine with deep - slotted rotor

zastępczej stałej czasowej T_{2e} strony wtórnej [1] dla rozwiązania dokładnego oraz rozwiązania przy ograniczonej liczbie obwodów zastępczych, przy czym obowiązują zależności:

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{T_{2e}}{R_2} &= - \lim_{p \rightarrow 0} \left\{ \frac{d}{dp} \left[\frac{1}{Z_2(p)} \right] \right\} = \frac{T_0}{R_2(0)} + \sum_{n=1}^{n_0} \frac{T_n}{R_2(n)} \\ \frac{1}{R_2} &= \lim_{p \rightarrow 0} \left[\frac{1}{Z_2(p)} \right] = \frac{1}{R_2(0)} + \sum_{n=1}^{n_0} \frac{1}{R_2(n)}, \quad T_0 = \frac{L_2(0)}{R_2(0)}, \quad T_n = \frac{L_2(n)}{R_2(n)} \end{aligned} \right. \quad (11)$$

5. Odzworowanie admitancji strony wtórnej wiązka równoległe połączonych dwójników R, L

Parametry schematu zastępczego dla przypadku litych zębów wirnika wyznaczają się z zależności (10), (11), w których indukcyjność operatorowa strony pierwotnej jest określona równaniem (6), natomiast parametry zastępcze warstwy anizotropowej równaniem (7). Podstawienie $\epsilon_3 = j \frac{p}{d}$ powoduje przejście przestępnosci hiperbolicznej z zależności (6) w przestępnosc trygonometryczną. Ze wzoru (10) wynikają parametry dwójników R, L:

$$\frac{1}{R_2(n)} = E \frac{q_n \sin(q_n) - \frac{\epsilon_2 d \mu_2 x}{\mu_2} \operatorname{ctgh}(\epsilon_2 \delta) \cos(q_n)}{p_n^2 \left[\frac{\sin(q_n)}{q_n} \left(1 + \frac{\epsilon_2 d \mu_2 x}{\mu_2} \operatorname{ctgh}(\epsilon_2 \delta) \right) + \cos(q_n) \right]}, \quad L_2(n) = - \frac{1}{p_n} R_2(n) \quad (12)$$

$$E = \frac{2\epsilon_2 \operatorname{ch}(\epsilon_2 \delta)}{C \mu_2 \mu_{3x} \gamma_3 d^2 \operatorname{sh}(\epsilon_2 \delta)}, \quad p_n = - \frac{\frac{\mu_{3x}}{\mu_{3y}} \left(\frac{q}{d}\right)^2 + \left(\frac{q}{d}\right)^2}{\mu_{3x} \gamma_3}. \quad (12)$$

Wartości q_n są pierwiastkami równania trygonometrycznego:

$$-q \sin(q) + 2 \mu_{3x} \frac{d}{2} \operatorname{ctgh}\left(\frac{d}{2}\right) \cos(q) = 0. \quad (13)$$

Zależności (11) wyznaczają parametry $R_2(0)$, $I_2(0)$ dwójnika resztkowego oraz wielkości wypadkowe $1/R_2$, T_0/R_2 , przy czym przykładowo konduktancja wypadkowa $1/R_2$ określona jest zależnością:

$$\frac{1}{R_2} = \frac{\gamma_3 \mu_{3x}^2}{2C \epsilon_2 \sqrt{\frac{\mu_{3x}}{\mu_{3y}}}} \cdot \frac{\operatorname{sh}\left(\sqrt{\frac{\mu_{3x}}{\mu_{3y}}} \epsilon_2 d\right) \operatorname{ch}\left(\sqrt{\frac{\mu_{3x}}{\mu_{3y}}} \epsilon_2 d\right) + \epsilon_2 d \sqrt{\frac{\mu_{3x}}{\mu_{3y}}}}{\left[\mu_2 \sqrt{\frac{\mu_{3x}}{\mu_{3y}}} \operatorname{sh}(\epsilon_2 \delta) \operatorname{sh}\left(\sqrt{\frac{\mu_{3x}}{\mu_{3y}}} \epsilon_2 d\right) + \mu_{3x} \operatorname{ch}(\epsilon_2 \delta) \operatorname{ch}\left(\sqrt{\frac{\mu_{3x}}{\mu_{3y}}} \epsilon_2 d\right)\right]^2} \quad (14)$$

Przyjęcie idealnego bezstratnego ferromagnetyka ($\gamma_z = 0$, $\mu_z = \infty$) otaczającego pręt implikuje parametry warstwy anizotropowej:

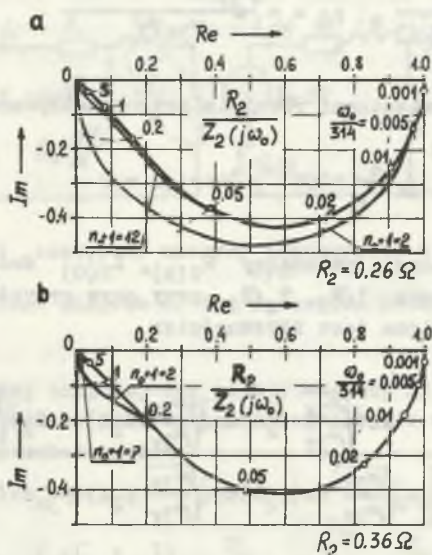
$$\gamma_3 = \frac{\tau_z - b_z}{\tau_z} \gamma_p, \quad \mu_{3x} = \frac{\tau_z}{\tau_z - b_z} \mu_p, \quad \mu_{3y} = \infty. \quad (15)$$

Parametry schematu zastępczego wyznaczają równania (12), (13), (11), w których:

$\epsilon_3 = \sqrt{\mu_{3x} \gamma_3 p}$, $p_n = - \frac{\left(\frac{q}{d}\right)^2}{\mu_{3x} \gamma_3}$, a równanie (14) sprowadza się do postaci:

$$\frac{1}{R_2} = \frac{\gamma_3 d}{C \operatorname{ch}^2(\epsilon_2 \delta)}. \quad (16)$$

Rys. 3 przedstawia względne częstotliwościowe charakterystyki admittancji operatorowej strony wtórnej: aproksymujące i dokładną, przy czym $p = j\omega_0$, a wielkość odniesienia dla charakterystyk stanowi konduktancja wypadkowa $\frac{1}{R_2}$. Obliczenia przeprowadzono dla silnika indukcyjnego SZJr-138 (6000 V, 400 kW) mającego prostokątne pręty w wirniku o wymia-



Rys. 3. Częstotliwościowa charakterystyki admitancji operatorowej strony wtórnej dla maszyny a) z litym, b) z pakietowanym ferromagnetykiem części wtórnej

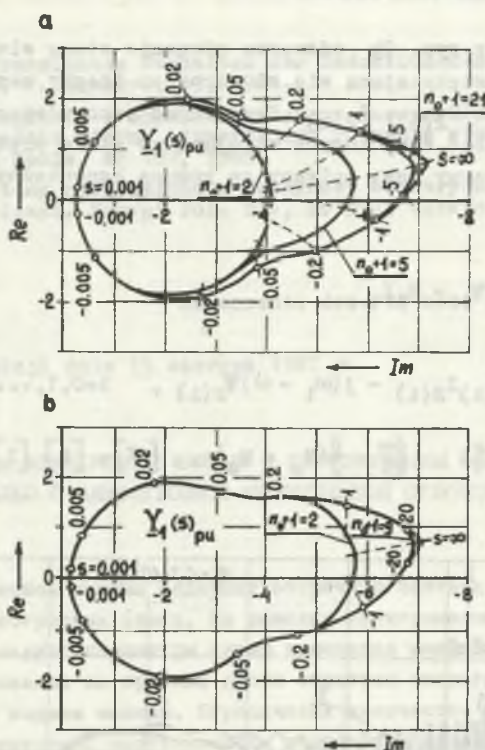
Fig. 3. Frequency plots of the operational secondary admittance for the machine a) with solid ferromagnetic of the secondary structure b) with the sheet - packed one

racz $4 \times 53 \text{ mm}^2$ i konduktywności $\gamma_p = 57 \cdot 10^6 \text{ S/m}$ umieszczone w:
 a) litym ($\mu_z = 100 \mu_0$, $\gamma_z = 4.6 \cdot 10^6 \text{ S/m}$), b) pakietowanym ($\mu_z = \infty$, $\gamma_z = 0$)
 ferromagnetyku strony wtórnej. Pominięto impedancję pierścieni zwierających. Przy zachowaniu tej samej szerokości dolnoprzepustowego pasma częstotliwości trzeba uwzględnić większą liczbę dwójników aproksymujących w przypadku litego wirnika.

6. Ocena dokładności odwzorowania admitancji strony pierwotnej

W przypadku symetrycznego napięcia sinusoidalnego strony pierwotnej $\underline{U}_1 = \underline{U}_1(0)\exp(j\omega_1 t)$ poślizgowa admitancja strony pierwotnej:

$$\underline{Y}_1(s) = \frac{1}{R_1 + j\omega_1 L_1 (p=j\omega_1)} \quad (17a)$$



Rys. 4. Poślizgowe charakterystyki admittancji strony pierwotnej dla maszyny a) z litym, b) z pakietowanym ferromagnetykiem części wtórnej
 Fig. 4. Primary slip dependent admittance characteristics for the machine: a) - with solid ferromagnetic of the secondary structure, b) - with the sheet - packed one

Z przybliżonego schematu zastępczego dla stanu ustalonego wynika przybliżenie poślizgowej admittancji strony pierwotnej:

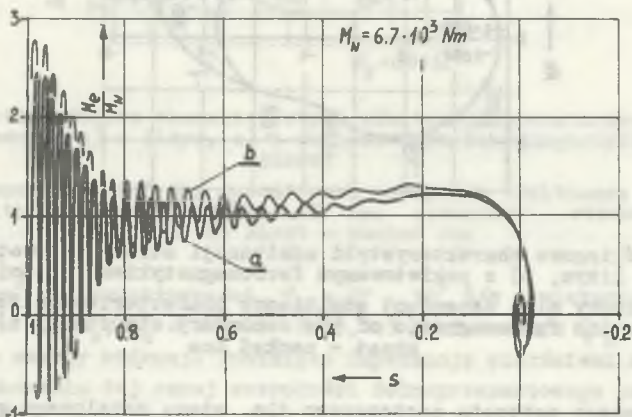
$$\underline{Y}_1(s) = \frac{1}{R_1 + j\omega_1 L_{1\sigma} + \frac{1}{\frac{1}{j\omega_1 L_{1\mu}} + \sum_{n=1}^{n_0} \left(\frac{1}{\frac{R_2(n)}{s} + j\omega_1 L_2(n)} \right) + \frac{1}{\frac{R_2(0)}{s} + j\omega_1 L_2(0)}}}$$
(17b)

Na rys. 4 pokazano poślizgowe charakterystyki admittancji strony pierwotnej dokładne i przybliżone dla obu wersji maszyny.

7. Stan elektrodynamiczny maszyny

Schemat zastępczy z rys. 2b odtwarza równanie stanu elektrodynamicznego z dokładnością zwiększającą się ze wzrostem liczby uwzględnianych dwójników zastępczych $R_{2(n)}$, $L_{2(n)}$. Przyjmując jako płaszczyznę odniesienia płaszczyznę liczb zespolonych wirująca ze stałą prędkością ω_1 stan elektrodynamiczny maszyny jest opisany za pomocą kanonicznych równań stanu:

$$\begin{cases} \frac{d\Psi_1}{dt} = U_1 - j\omega_1\Psi_1 - R_1 I_1 \\ \frac{d\Psi_{2(i)}}{dt} = -R_{2(i)} I_{2(i)} - j(\omega_1 - \omega)\Psi_{2(i)}, \quad i=0,1,\dots,n_0 \\ M_e = \bar{p} \operatorname{Re}(j\Psi_1 I_1^*), \quad \frac{d\omega}{dt} = \frac{\bar{p}}{J}(M_e + M_m), \quad [\Psi] = [L][I]. \end{cases} \quad (18)$$



Rys. 5. Trajektorie $M_e(s)$ rozruchu silnika a) z litym, b) z pakietowanym ferromagnetykiem części wtórnej

Fig. 5. Trajectories $M_e(s)$ at the motor run up a) - with solid ferromagnetic of the secondary structure, b) - with the sheet - packed one

Układ równań (18) rozwiązano za pomocą maszyny cyfrowej z wykorzystaniem metody Rungego-Kutty czwartego rzędu. Dokonano symulacji rozruchu nieobciążonej maszyny (rys. 5) przy symetrycznym sinusoidalnym napięciu zasilania U_{1N} jednakowym dla obu modeli maszyny.

LITERATURA

- [1] Paszek W.: Transientes Verhalten der Induktionsmaschine mit Hochstabiläufer. Arch. f. Elektr., 63, 1981.
- [2] Paszek W., Kapłon A.: Schemat zastępczy maszyny indukcyjnej z dwuwarstwowa częścią wtórną odtwarzający równania stanu elektrodynamicznego. ZN WSI Opole, Nr 109, 1985.
- [3] Paszek W.: Stany nieustalone w maszynach elektrycznych. Cz. I.: Maszyny asynchroniczne. Skrypt Pol. Śl., Nr 992, Gliwice 1981.

Recenzent: doc. dr hab. inż. Ernest Mendrela

Wpłynęło do redakcji dnia 15 czerwca 1987 r.

ПЕРЕХОДНЫЕ РЕЖИМЫ АСИНХРОННОЙ МАШИНЫ С ГЛУБОКОПАЗНОЙ ВТОРИЧНОЙ ЧАСТЬЮ
ОПИСЫВАЕМЫЕ МОДЕЛЬЮ С АНИЗОТРОПНОЙ МНОГОСЛОЙНОЙ СТРУКТУРОЙ

R e z y m e

Model asynchronicznej maszyny zawiera wtórną część o dwóch albo o wielu izotropnych i anizotropnych warstwach. Z rozwiązania elektromagnetycznego pola w przejściowych trybach otrzymuje się parametry schematu zastępczego maszyny. Te parametry otrzymuje się z rozkładu na proste ułamki odwrotnej operatornej indukcyjności pierwotnej strony modelu maszyny. Ograniczając liczbę uwzględnianych własnych wartości operatornej indukcyjności otrzymuje się przybliżone schematy zastępcze maszyny. Przejściowe tryby opisuje się zwykłymi różniczkowymi równaniami. Model z anizotropną warstwową strukturą dobrze opisuje maszyny z pазным rotorem i szczególnie, maszyny z głębokimi, prostokątnymi pazami rotora. Przedstawione są charakterystyki admittancji rotora, charakterystyki admittancji statora zależne od poślizgu w trybie stacjonarnym, a także charakterystyki elektromagnetycznego momentu w przejściowym trybie jako funkcji poślizgu dla maszyny z gładkimi i szkieletowanymi zębami rotora przy włączeniu do nominalnego napięcia statora.

TRANSIENT STATES OF THE INDUCTION MACHINE WITH DEEP SLOTTED SECONDARY
REPRESENTED BY MEANS OF THE MODEL WITH ANISOTROPIC MULTILAYER STRUCTURE

S u m m a r y

The induction machine model contains a secondary structure of two or more isotropic or anisotropic layers.

The parameters of elements in the equivalent machine diagram result from the solution of electromagnetic field in transient states. These pa-

parameters are obtained from the expansion of the inverse primary operational inductance of the machine model into partial fractions.

Limiting the number of operational inductance eigenvalues the approximate equivalent diagrams of the machine are obtained. Electrodynamics transients of the machine are described by ordinary differential equations.

The machine model of anisotropic layer structure represents well a machine with a slotted rotor and particularly a machine with a deep - slotted rotor of rectangular slots. There have been presented the frequency characteristics of the rotor admittance, stationary slip dependent stator admittance and slip dependent electromagnetic torque of the motor in transient state (with solid or sheet packed rotor), at run up after switching on the rated stator voltage.

Stanisław NITKA

METODA WYZNACZANIA STATYCZNYCH CHARAKTERYSTYK ELEKTROMECHANICZNYCH
INDUKCYJNYCH SILNIKÓW LINIOWYCH PŁASKICH O MAŁYCH PRĘDKOŚCIACH RUCHU

Streszczenie. W artykule omówiono typowe konstrukcje indukcyjnych silników liniowych płaskich oraz uzwojeń induktorów. Przedstawiono również konstrukcję uzwojeń stosowanych w induktorach typu SL-5 produkowanych w Polsce. Podano zależności pozwalające na wyznaczenie parametrów induktorów, głównego obwodu magnetycznego jedno oraz dwuwarstwowych bieźników dla silników z jednostronnym i dwustronnym induktorem. Omówiono warunki, w jakich rezystancja i reaktancja bieźnika mogą być traktowane jako parametry stałe, niezależne od częstotliwości indukowanych prądów. Zostały podane równania pozwalające na obliczenia w stanach statycznych prądów induktora i bieźnika, siły ciągu oraz siły normalnej działającej między induktorem i bieźnikiem silnika z jednostronnym induktorem. Została określona dokładność, z jaką przedstawiona metoda pozwala na obliczenia parametrów indukcyjnych silników liniowych.

1. Wprowadzenie

Prosta konstrukcja silników liniowych, pożądana przez użytkownika, stwarza trudności produkcyjne. W odróżnieniu bowiem od silników wirujących, w indukcyjnych silnikach liniowych płaskich tylko część pierwotna - induktor - stanowiąca odpowiednik stojana silnika wirującego, może być rozpatrywana jako element nadający się do unifikacji, a więc również do produkcji seryjnej. Natomiast część wtórna - bieźnik - odpowiednia wirnikowi silnika wirującego, może posiadać różne rozwiązania konstrukcyjne i najczęściej stanowi integralną część napędzanego urządzenia. Stąd też produkcja seryjna indukcyjnych silników liniowych płaskich ogranicza się na ogół do samych induktorów.

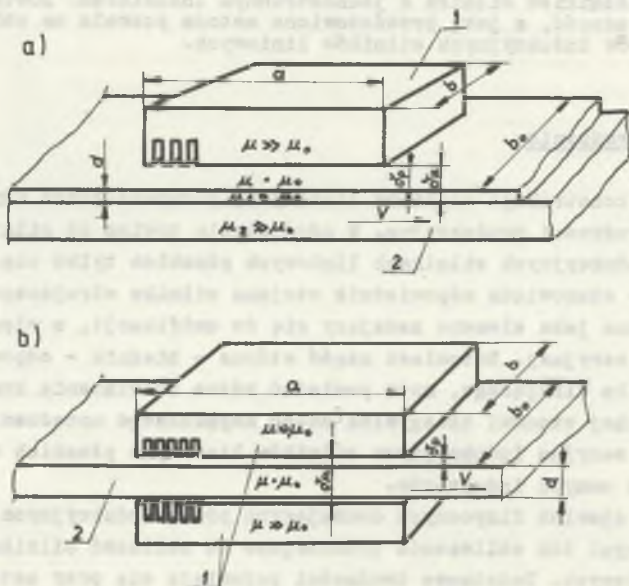
Istota zjawisk fizycznych cechujących pracę indukcyjnych silników liniowych czyni ich obliczenia trudniejsze od obliczeń silników indukcyjnych wirujących. Dodatkowe trudności pojawiają się przy ustaleniu danych znamionowych. W odróżnieniu bowiem od silników wirujących, indukcyjne silniki liniowe posiadają charakterystyki elektromechaniczne pozwalające na pracę w dużym zakresie poślizgów oraz na stosowanie jednego typu silnika przy różnych napięciach zasilania. Poza tym brak mechanicznych więzów między częścią pierwotną i wtórną daje możliwość dużej dowolności w ich kompletowaniu, co jest związane ze zmianą parametrów znamionowych.

Stąd konstruktor, decydujący się na zastosowanie indukcyjnych silników liniowych, staje sam wobec konieczności wyznaczania ich parametrów oraz osiągnięć układu napędowego.

Dla projektowania układów napędowych z indukcyjnymi silnikami liniowymi w wielu przypadkach zupełnie wystarcza posiadanie danych dotyczących stanów statycznych. Przy pracy silników w zakresie dużych poślizgów często wystarczy posługiwanie się danymi dla stanu zwarcia, które przyjmuje się na ogół jako parametry znamionowe dla seryjnie produkowanych induktorów.

2. Konstrukcja induktorów

Indukcyjny silnik liniowy płaski składa się z dwóch zasadniczych części nazywanych dalej induktorem i bieźnikiem (rys. 1).



Rys. 1. Indukcyjny silnik liniowy

a - z jednostronnym induktorem, b - z dwustronnym induktorem, 1 - induktor; 2 - bieźnik, δ_p - szczelina powietrzna (mechaniczna) między induktorem i bieźnikiem, δ_μ - szczelina magnetyczna

Fig. 1. Linear induction motor

a - with single - sided stator, b - with double - sided stator, 1 - stator, 2 - reaction plate, δ_p - air gap between stator and reaction plate, δ_μ - magnetic gap

Induktorem została nazwana część pierwotna silnika wyposażona w żłobki, w których rozmieszczone są uzwojenia wytwarzające podstawowy strumień magnetyczny. Induktor, podobnie jak stojan maszyn indukcyjnych wirujących, wykonuje się z cienkich izolowanych względem siebie blach dynamowych. Może być on rozpatrywany jako sektor stojana maszyny wirującej, którego promień krzywizny osiąga nieskończenie duże wartości.

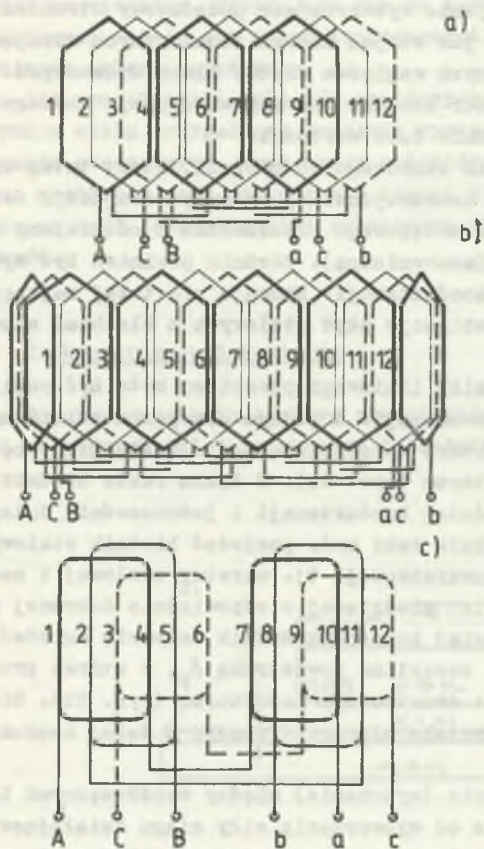
Druga podstawowa część silnika liniowego to bieźnik, który tutaj spełnia rolę analogiczną do wirnika konwencjonalnej maszyny wirującej. Jest on wykonany najczęściej z litego metalowego płaskownika i oddzielony od induktora szczeliną powietrzną (mechaniczną). Bieźnik powinien być wykonany z metalu o możliwie dużej konduktancji. Stosuje się tutaj najczęściej aluminium, miedź i stal oraz kombinacje płyt stalowych z blachami aluminiowymi lub miedzianymi.

Konstrukcja indukcyjnego silnika liniowego płaskiego może być realizowana według dwóch podstawowych koncepcji. W jednym przypadku silnik może się składać z pojedynczego induktora współdziałającego z bieźnikiem; będzie to silnik z jednostronnym induktorem (rys. 1a). W takim razie bieźnik powinien być wykonany z metalu o dużej konduktancji i jednocześnie dużej przenikalności magnetycznej. Silnik taki może posiadać bieźnik stalowy jednorodny lub o konstrukcji dwuwarstwowej, tj. warstwy stalowej i nałożonej na nią warstwy aluminiowej lub miedzianej o odpowiednio dobranej grubości d (rys. 1a). Według drugiej koncepcji silnik może się składać z dwóch induktorów przedzielonych szczeliną powietrzną δ_p , w której przesuwają się bieźniki. Jest to silnik z dwustronnym induktorem (rys. 1b). Bieźnik tego silnika jest wykonywany z metalu niemagnetycznego o dużej konduktancji (aluminium, miedź).

Wystąpienie efektu przesunięcia (wypchania) między współrzednymi induktora i bieźnika jest uzależnione od wytworzenia siły ciągu działającej między tymi częściami silnika. Siła ciągu jest tutaj wynikiem wzajemnego oddziaływania indukowanego w bieźniku prądu i składowej normalnej indukcji elektromagnetycznej wytwarzanej w uzwojeniach induktora. Jest to jednak uwarunkowane ściśle określoną konfiguracją uzwojenia induktora oraz odpowiednim systemem pobudzeń elektrycznych. Warunki te sprowadzają się technicznie do wykonania induktora jako wielofazowego o liczbie faz dostosowanej do systemu zasilania. W praktyce uzwojenia induktorów wykonywane są jako trójfazowe.

W płaskich induktorach indukcyjnych silników liniowych stosowane są uzwojenia o konstrukcji podobnej do uzwojeń stosowanych w maszynach wirujących. Przy projektowaniu tych uzwojeń należy jednak uwzględnić wpływ ograniczonej długości induktora na zjawiska zachodzące w czasie pracy silnika. Czynnikiem ten określa się jako "efekt krótkiego induktora", na którego wpływ wywierają:

- zjawiska wynikające z niesymetrii obwodów elektrycznych i magnetycznych,
- zjawiska wynikające z ruchu bieźnika względem induktora.



Rys. 2. Przykłady uzwojeń indukcyjnych silników liniowych (dla induktora o liczbie par biegunów $p = 2$)

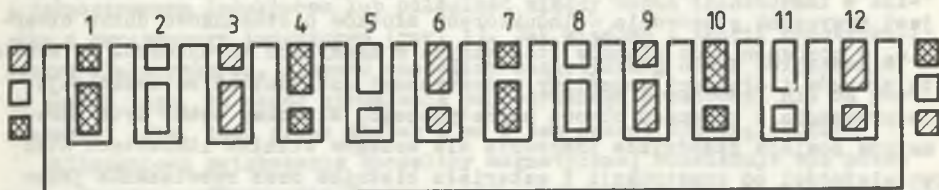
a - uzwojenie dwuwarstwowe ze stałym poskokiem żłobkowym, b - uzwojenie dwuwarstwowe z dodatkowymi zezwojami krańcowymi, c - uzwojenie jednowarstwowe ze stałym poskokiem żłobkowym

Fig. 2. Examples of stator windings of linear induction motors (for stator with number of poles $p = 2$)

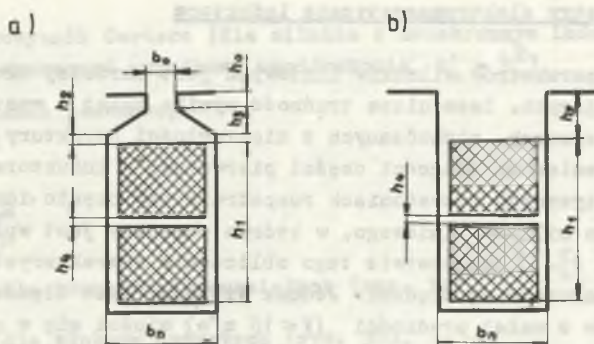
a - double - layer winding with constant slot pitch, b - double - layer winding with additional end coils, c - single - layer winding with constant slot pitch

Wymienione zjawiska są przyczyną występowania nierównomierności rozkładu pola magnetycznego w szczelinie powietrznej między induktorem i bieźnikiem, tym większej, im krótszy jest induktor. Przeciwdziałanie tym zjawiskom jest możliwe przez odpowiedni dobór konstrukcji uzwojenia induktora.

Przykłady konstrukcji uzwojeń induktorów zamieszczono na rys. 2. Najkorzystniejszy rozkład pola magnetycznego uzyskuje się przez zastosowanie uzwojenia dwuwarstwowego z dodatkowymi zezwojami krańcowymi (rysunek 2b). Zezwój ten zawiera trzy boki zezwojów fazowych i są umieszczone poza krawędziami rdzenia induktora. Jeżeli to uzwojenie posiada boki zezwojów umieszczonych w żłobkach, składające się z jednakowej liczby przewodów, to w zezwojach krańcowych znajdzie się półtora-krotna liczba przewodów rozmieszczonych w jednym żłobku (przy $q = 1$). Induktory typu SL produkowane w Polsce posiadają uzwojenia dwuwarstwowe składające się z dwóch grup zezwojów, w których stosunek liczby zwojów ma się jak 2:1 [3]. Sposób połączenia tego uzwojenia jest taki, że w zezwojach krańcowych znajduje się tylko tyle przewodów, ile jest rozmieszczonych w jednym żłobku. Uzwojenie to pozwala na osiągnięcie nieco lepszych parametrów elektromechanicznych silnika od innych znanych rozwiązań.



Rys. 3. Przykład rozmieszczenia uzwojeń w żłobkach induktorów typu SL-5
 Fig. 3. Example of stator windings arrangement in the slots of the stator SL-5



Rys. 4. Przekroje żłobków induktorów silników liniowych
 a - żłobek półzamknięty, b - żłobek otwarty
 Fig. 4. Cross section of linear induction motor slots
 a - semi - closed slot, b - open slot

Przykład rozmieszczenia zezwojów jednej fazy takiego uzwojenia w żłobkach induktora zamieszczono na rys. 3.

Efektywność stosowania tego uzwojenia maleje ze wzrostem długości induktora. Ze względu na nieco większą pracochłonność ich wykonania, dla induktorów z uzwojeniem o $p > 4$ bardziej wskazane jest stosowanie uzwojeń o jednakowej liczbie zwojów we wszystkich zezwojach.

W indukcyjnych silnikach liniowych zwykle stosuje się uzwojenia o rozpiętości zezwoju (y) równej podziółce biegunowej τ . Możliwe jest jednak stosowanie uzwojeń niesymetrycznych dających nieparzystą lub ułamkową liczbę biegunów [7].

Konstrukcja obwodów magnetycznych induktora jest podobna do satorów maszyn wirujących, co pozwala na stosowanie znanych metod obliczeniowych. Jednak w celu uniknięcia możliwości popełnienia nawet znacznych błędów należy pamiętać, że silnik liniowy w odróżnieniu od wirującego jest maszyną

o dużej długości szczeliny magnetycznej. Ta własność silników liniowych jest przyczyną stosowania w induktorach żłobków o stosunkowo dużym otwarciu, w porównaniu do żłobków stosowanych w maszynach wirujących. Od kształtu żłobków i długości szczeliny magnetycznej uzależnione są reaktancje rozproszenia i głównego obwodu magnetycznego. Właściwy dobór tych parametrów posiada zasadnicze znaczenie dla osiągnięć silnika liniowego. Stąd w zależności od konstrukcji i materiału bieźnika oraz rozwiązania jedno lub dwuinduktorowego. W induktorach stosuje się żłobki o prostokątnym kształcie obrysu, półzamknięte i otwarte (rys. 4). Otwarcie żłobka należy dobrać tym większe, im dłuższa jest szczelina magnetyczna.

3. Parametry elektromagnetyczne induktora

Analiza parametrów silników liniowych jest bardziej złożona od analizy maszyn wirujących. Zasadnicza trudność wynika tutaj z występowania tzw. efektów brzegowych, pochodzących z nieciągłości struktury systemu wzbudzenia (ograniczone długości części pierwotnej - induktora). Dlatego nawet w teoretycznych rozważaniach rozpatruje się często idealizowany model indukcyjnego silnika liniowego, w którym pomijany jest wpływ efektów brzegowych [1, 2]. W następstwie tego obliczenia charakterystyk elektromechanicznych obarczone są błędami. Jednak wielkość tych błędów szczególnie dla silników o małej prędkości ($V < 10$ m/s) mieści się w granicach praktycznie dopuszczalnych tolerancji. Kierując się względami praktycznymi do dalszych rozważań przyjęto uproszczony model indukcyjnego silnika liniowego. Wyniki uzyskane z badań praktycznych potwierdzają słuszność takich założeń.

Elementarny indukcyjny silnik liniowy posiada induktor o długości równej dwóm podziałkom biegunowym jego uzwojenia ($a = 2\tau$). W rzeczywistych przypadkach, dla uzyskania odpowiedniej siły ciągu, w jednym wspólnym induktorze rozmieszcza się często uzwojenia pewnej liczby takich elementarnych silników, czyli jest on wtedy proporcjonalnie dłuższy.

Dla dalszej analizy modelu matematycznego indukcyjnego silnika liniowego zakłada się, że induktor ma mieć symetrycznie rozłożone uzwojenia, czyli ma być symetryczny elektrycznie. Zakłada się również symetrię magnetyczną.

Przechodząc do wyznaczania indukcyjności własnych i wzajemnych związanych z głównym obwodem magnetycznym należy zauważyć, że na drodze strumienia magnetycznego szczelina magnetyczna stanowi element o największej reaktancji. Zjawisko to szczególnie ostro występuje w silnikach liniowych, gdzie szczelina ta przekracza na ogół wartość 10^{-3} m. Ta własność silników liniowych pozwala na przeprowadzenie obliczeń przy założeniu, że w szczelinie magnetycznej występuje praktycznie całkowity spadek napięcia magnetycznego. Za długość szczeliny magnetycznej przyjmuje się najkrótszą

odległość między induktorem i ferromagnetyczną częścią bieźnika w silniku z jednostronnym induktorem lub odległość między dwoma induktorami w silniku z dwustronnym induktorem (rys. 1). Jak wiadomo z teorii konstrukcji maszyn elektrycznych, długość szczeliny magnetycznej ulega zwiększeniu na skutek tego, że część strumienia magnetycznego przechodzi nie od powierzchni zęba, lecz przez żłobek i ma w ten sposób dłuższą drogę.

Obliczeniowe zwiększenie szczeliny magnetycznej rozwiązuje się przez wprowadzenie współczynnika Cartera, który można wyznaczyć z zależności [6]:

$$k_c = \frac{t_z}{t_z - \gamma \delta_\mu} \quad (1)$$

gdzie:

k_c - współczynnik Cartera (dla silnika z dwustronnym induktorem należy wyznaczyć wypadkowy współczynnik $k'_c = k_c^2$),

t_z - podziałka żłobkowa,

$$\gamma = \frac{\left(\frac{b}{\delta_\mu}\right)^2}{5 + \frac{b}{\delta_\mu}}$$

$b = \begin{cases} b_o & \text{dla żłobków półzamkniętych (rys. 3a)} \\ b_n & \text{dla żłobków otwartych (rys. 3b),} \end{cases}$

δ_μ = długość szczeliny magnetycznej (dla silnika z bieźnikiem stalowym równa długości szczeliny powietrznej δ_p ; dla silnika z bieźnikiem stalowym i nakładką Al lub Cu, oznacza odległość między induktorem i stalową częścią bieźnika; dla silnika z dwustronnym induktorem i bieźnikiem z Al lub Cu, oznacza odległość między induktorami).

W ogólnym przypadku induktor silnika liniowego jest złożony z p elementarnych induktorów (p - liczba par biegunów) oraz może posiadać uzwojenie o liczbie zezwojów (żłobków) przypadających na biegun i fazę $q > 1$. W takim razie oraz po uwzględnieniu obliczeniowego zwiększenia szczeliny magnetycznej zależności dla indukcyjności własnych uzwojeń induktora odpowiedniej pierwszej harmonicznej przestrzennej pola elektromagnetycznego w szczelinie można przedstawić w postaci:

$$L_\mu = \frac{4\mu_0 (z_s k_u)^2 \tau_1}{\pi^2 k_c \delta_\mu p} \quad (2)$$

gdzie:

z_s - liczba szeregowo połączonych zwojów uzwojenia jednej fazy induktora (należy uwzględnić tylko boki zwojów rozmieszczonych w żłobkach, czyli $z_s = \frac{1}{2} \times$ liczba boków przewodów jednej fazy rozmieszczonych w żłobkach),

k_u - współczynnik uzwojenia,

k_c - współczynnik Cartera,

L - czynna szerokość stalowego rdzenia induktora,

τ - podziałka biegunowa.

Stąd reaktancja głównego obwodu magnetycznego:

$$X_{\mu} = \omega_0 \frac{3}{2} L_{\mu} \quad (3)$$

Część strumienia magnetycznego wywołanego przepływem uzwojeń induktora nie przechodzi do bieznika, lecz jest sprzężona tylko z jego uzwojeniem.

Ta część strumienia nazywana jest strumieniem rozproszenia, a związana z nim indukcyjność - indukcyjnością rozproszenia L_g .

Indukcyjność L_g jest zależna od wymiarów geometrycznych drogi strumienia rozproszonego i przenikalności magnetycznej μ . W schemacie zastępczym indukcyjnego silnika liniowego posługujemy się pojęciem reaktancji rozproszenia induktora X_i .

Dokładne wyznaczenie strumieni rozproszenia, a następnie reaktancji rozproszenia induktora silnika liniowego, podobnie jak stojana silnika indukcyjnego wirującego, jest zadaniem bardzo złożonym. Dlatego w praktycznych obliczeniach stosuje się metody przybliżone, których dostateczna dokładność potwierdzona została doświadczalnie.

W obliczeniach maszyn indukcyjnych wirujących przyjmuje się podział pola rozproszenia na trzy części, którym odpowiadają trzy rodzaje rozproszeń: żłobkowe, różnicowe i części czołowych uzwojenia.

W indukcyjnych silnikach liniowych z płaskimi induktorami należałoby dodatkowo uwzględnić wpływ strumienia rozproszenia zamykającego się między głowicami zębów. Zjawisko to występuje w maszynach z dużą szczeliną powietrzną, co jest również cechą silników liniowych.

Jeśli wprowadzić współczynniki permeancji - rozproszenia żłobkowego λ_z , rozproszenia różnicowego λ_r , głowic zębów λ_g , odniesione do jednostek długości, to można zapisać wzór na reaktancję rozproszenia induktora w postaci [6] :

$$X_i = 4\pi f_1 \mu_0 z_s^2 l \frac{\sum \lambda}{pq} \quad (4)$$

gdzie:

$$L_g^i = 2 \mu_0 z_s^2 l \frac{\sum \lambda}{pq},$$

$$\sum \lambda = \lambda_z + \lambda_r + \lambda_o + \lambda_g,$$

μ_0 - przenikalność magnetyczna próżni,

z_s - liczba szeregowo połączonych zwojów uzwojenia jednej fazy induktora (należy uwzględnić tylko boki zwojów rozmieszczonych w żłobkach),

l - czynna szerokość stalowego rdzenia induktora,

p - liczba par biegunów uzwojenia induktora,

q - liczba żłobków induktora przypadających na biegun i fazę.

W przypadku silników dwuinduktorowych (z bieżnikiem Al lub Cu), reaktancję X_1 obliczamy dla jednego induktora, a następnie mnożymy ją przez 2 przy szeregowym połączeniu induktorów oraz dzielimy przez 2 przy połączeniu równoległym.

Współczynnik permeancji rozproszenia żłobkowego λ_z (dla $y = \tau$) zależy od geometrycznych kształtów żłobków. Dla żłobków półzamkniętych (rys. 4a) współczynnik λ_z można wyznaczyć z zależności:

$$\lambda_z = \frac{h_1 - h_4}{3b_n} + \frac{3h_3}{2b_o + b_n} + \frac{h_2}{b_n} + \frac{b_o}{b_o} + \frac{h_4}{4b_n}. \quad (5)$$

Natomiast dla żłobków otwartych:

$$\lambda_z = \frac{h_1 - h_4}{3b_n} + \frac{h_2}{b_n} + \frac{h_4}{4b_n}. \quad (6)$$

Współczynnik permeancji rozproszenia różnicowego λ_r uwzględnia wpływ różnicy kształtu rzeczywistego przebiegu pola magnetycznego w szczelinie powietrznej (δ_p) silnika i jego podstawowej harmonicznej, dla której prowadzone są obliczenia. Współczynnik ten po uwzględnieniu dużej wartości szczeliny powietrznej w indukcyjnych silnikach liniowych można obliczać ze wzoru:

$$\lambda_r = \frac{0,9}{k_o \delta_{\mu}} \tau_z (qk_u)^2 \epsilon_d \quad (7)$$

gdzie:

δ_{μ} - długość szczeliny magnetycznej,

k_o - współczynnik Cartera (wyznaczony wg 1.1),

τ_z - podziałka żłobkowa,

q - liczba żłobków na biegun i fazę określona zależnością $q = \frac{z}{2pn}$,

n - liczba faz uzwojenia induktora,

k_u - współczynnik uzwojenia,

$$\sigma_d = \begin{cases} 0,1 & \text{dla } q = 1 \\ 0,023 & \text{dla } q = 2. \end{cases}$$

Ze względu na zależność λ_r od współczynnika k_u , w dokładniejszych obliczeniach (przy uwzględnieniu wyższych harmonicznych) reaktancję rozproszenia X_1 (oraz L_G^1) należałoby obliczać oddzielnie dla każdej harmonicznej przestrzennej rozkładu pola magnetycznego.

Współczynnik permeancji rozproszenia części czołowych uzwojenia induktora λ_o można wyznaczyć z następującego empirycznego wzoru [6]:

$$\lambda_o = \alpha \frac{q}{1} (1_o - 0,64\tau) \quad (8)$$

gdzie:

$$\alpha = \begin{cases} 0,34 & \text{- dla uzwojeń dwuwarstwowych (rys. 2a, b),} \\ 0,67 & \text{- dla uzwojeń jednowarstwowych (rys. 2c),} \end{cases}$$

τ - podziałka biegunowa uzwojenia induktora,

1_o - średnia długość części czołowych uzwojenia (w przybliżeniu można przyjąć $1_o = 1,4\tau$).

Współczynnik permeancji rozproszenia główic zębów λ_g można wyznaczyć z zależności:

$$\lambda_g = \frac{5\delta_u}{5b + 4\delta_u} \beta \quad (9)$$

przy czym:

$$\beta = 1 \text{ dla } y = \tau$$

$$b = \begin{cases} b_o & \text{- dla żłobków półzamkniętych} \\ b_n & \text{- dla żłobków otwartych.} \end{cases}$$

4. Parametry elektromagnetyczne bieźnika

Gdyby szerokość indukcyjnego silnika liniowego była wiele razy większa od podziałki biegunowej, prądy indukowane w litej szynie bieźnika byłyby równoległe do prądów w żłobkach induktora wzdłuż całej jego szerokości. Praktycznie biorąc jednak, szerokość induktora może być nawet mniejsza od podziałki biegunowej; wtedy prądy w bieźniku w pierwszym przybliżeniu zamykają się po obwodach eliptycznych. Jeśli rdzeń induktora jest szerszy od podziałki biegunowej, to parametry bieźnika można z dostateczną dokład-

nością wyznaczyć pomijając efekt zniekształcenia torów prądowych oraz mnożąc wartości impedancji odniesione do jego szerokości przez wyznaczony doświadczalnie współczynnik. Dalsze rozważania ograniczają się do indukcyjnych silników liniowych odpowiadających tym warunkom. Do takich silników można zaliczyć silniki o małych prędkościach ruchu ($V < 10$ m/s). Dla silników o dużych prędkościach, które mogą posiadać podziałkę biegunową znacznie większą od szerokości induktora, pominięcie efektów zniekształcenia torów prądowych może prowadzić do dużych błędów.

Uzwojenia induktora zasilane prądem o częstotliwości f_1 wytwarzają dla pierwszej harmonicznej przestrzennej pola indukcji biegnące z prędkością:

$$V_0 = 2\pi f_1 \cdot \quad (10)$$

Pole indukcji przesuwają się po bieźniku z prędkością określoną różnicą prędkości synchronicznej pola V_0 i prędkości bieźnika względem induktora V :

$$V_0 - V = sV_0 \cdot$$

Prędkości tej odpowiada częstotliwość prądu w bieźniku $f_2 = sf_1$. Zależnie od częstotliwości f_2 (i od wartości prądu dla bieźnika ferromagnetycznego), pole i prąd wnikają płycej lub głębiej do masy bieźnika. Dla wysokich częstotliwości prądy i pole bieźnika występują tylko w warstwach powierzchniowych o nieznacznych grubościach. Przy niskich częstotliwościach pole przenika znacznie głębiej i w pewnym zakresie częstotliwości i grubości bieźnika można przyjąć równomierny jego rozkład na całej grubości części czynnej.

Uwzględniając charakter zjawisk fizycznych "uzwojenie" litego bieźnika można przedstawić w postaci przewodzącej warstwy (lub warstw dla bieźnika dwuwarstwowego) rozłożonej w sposób ciągły na całej jego długości.

Wyznaczenie parametrów takiego "uzwojenia" wymaga rozpatrzenia praw związanych z rozkładem pola elektromagnetycznego w samym materiale bieźnika. Ścisłe rozwiązanie tego zagadnienia jest trudne, co zmusza autorów licznych publikacji do przyjmowania założeń upraszczających.

Praktycznie wystarczającą dokładność obliczeń można otrzymać wyznaczając parametry bieźnika z następujących wzorów [4]:

- Dla litego ferromagnetycznego bieźnika silnika z jednostronnym induktorem (rys. 1a)

$$\underline{Z}_b = \frac{kb}{\gamma} (a_r + ja_x) k_{oz} \quad (11)$$

gdzie:

Z_b - impedancja bieźnika przypadająca na jednostkę długości podziałki biegunowej induktora,

$$k = \sqrt{\frac{v_0 s \gamma \mu \pi}{2 \tau}}$$

s - poślizg,

γ - konduktywność materiału bieźnika,

μ - przenikalność magnetyczna bieźnika,

a_r - 1,4,

a_x = 0,85,

k_{cz} = $1 + 0,5 \frac{f}{b_0}$ - współczynnik korekcyjny uwzględniający wpływ bocznych krawędzi bieźnika,

b_0 - szerokość bieźnika,

b - szerokość rdzenia induktora.

Wyznaczone doświadczalnie wartości współczynników a_r i a_x są zbliżone do przyjętych wyżej dla znacznego przedziału częstotliwości natężenia pola magnetycznego w litym materiale ferromagnetycznym. Jednak dla małych częstotliwości zależność stosunku $\frac{a_x}{a_r}$ ulega dość znacznym zmianom, tym większym, im częstotliwość jest bliższa wartości zerowej (czyli im mniejszy jest poślizg s silnika).

Dla $f < 10$ Hz stosunek $\frac{a_x}{a_r}$ wraz z częstotliwością szybko maleje do zera. Stąd wynika ważny wniosek, że przy obliczeniach parametrów litego ferromagnetycznego bieźnika, w zakresie małych poślizgów przyjęcie stałych wartości dla współczynników a_r i a_x prowadzić może do znacznych błędów. Zjawisko to jednak nie ma istotnego znaczenia praktycznego, gdyż ze względu na miękki przebieg charakterystyki mechanicznej silników z litym ferromagnetycznym bieźnikiem ich praca rzeczywista przebiega najczęściej w zakresie dużych poślizgów.

- Dla dwuwarstwowego bieźnika litego silnika z jednostronnym induktorem (rys. 1a)

$$Z_b = \frac{k_1}{\tau_1} b \frac{\{A^2 + 2A \sin(2k_1 d) - 1\} + j \{A^2 - 2A \sin(2k_1 d) - 1\}}{A^2 - 2A \cos(2k_1 d) + 1} k_{cz} \quad (12)$$

gdzie:

$$k_1 = \sqrt{\frac{v_0 s \gamma_1 \mu_1 \pi}{2 \tau}}$$

d - grubość warstwy górnej, której parametry oznaczono indeksem 1,

$A = e^{2k_1 d}$ dla $\mu_2 \gamma_1 \gg \mu_1 \gamma_2$,

2 - indeks oznaczający parametry warstwy dolnej.

Ponieważ grubość warstwy górnej bieżnika d jest na ogół dużo mniejsza od głębokości wnikania pola elektromagnetycznego, rozkład gęstości prądu w tej warstwie jest praktycznie równomierny w całym przekroju. Nie trudno dowieść, że logicznym następstwem takiego rozumowania jest sprowadzenie obliczeń impedancji bieżnika dwuwarstwowego do:

$$\underline{Z}_b = r_b = \frac{b}{\gamma_1 d} k_{cz} \quad (13)$$

Praktyczne doświadczenia potwierdzają dopuszczalność posługiwania się wzorem (13) przy obliczeniach impedancji bieżnika dwuwarstwowego przy odpowiednio dużych wartościach iloczynu $k_1 d$. Na przykład dla $k_1 d \geq 0,1$ posługiwanie się wzorem (13) daje błędy obliczeń mniejsze od 10%.

Wpływ głębokości wnikania pola do bieżnika powodujący zwiększenie się rezystancji górnej warstwy zaczyna się uwidaczniać dopiero dla $k_1 d > 1$. Warunki takie występują na przykład w przypadku bieżnika, którego górna warstwa jest wykonana z blachy aluminiowej o grubości $d \geq 12 \cdot 10^{-3}$ m przy pracy silnika w zakresie poślizgów $s \geq 1$ (dla $f_1 = 50$ Hz), co nie ma praktycznego zastosowania (szczególnie dla silników o małych prędkościach synchronicznych $V_0 \leq 10 \frac{m}{s}$).

- Dla litego bieżnika silnika z dwustronnym induktorem (rys. 1b):

$$\underline{Z}_b = \frac{k}{2\gamma} b \frac{\{\operatorname{sh}(kd) + \sin(kd)\} + j\{\operatorname{sh}(kd) - \sin(kd)\}}{\operatorname{ch}(kd) - \cos(kd)} k_{cz} \quad (14)$$

Analizując zależność parametrów elektrycznych bieżnika od wartości iloczynu kd można zauważyć, że wyraźny jego wpływ ujawnia się dopiero dla $kd > 2$. Warunki, w których $kd = 2$, wystąpią na przykład przy częstotliwości pola $f_2 = 75$ Hz w bieżniku wykonanym z litej aluminiowej szyny grubości $d = 20 \cdot 10^{-3}$ m. Dla bieżników o mniejszej grubości wartość tę iloczynu kd osiąga przy odpowiednio wyższych częstotliwościach.

Z powyższych rozważań wynika ważny wniosek, że parametry elektryczne bieżnika wykonanego z litej metalowej szyny można uznać za stałe dla tych rozwiązań konstrukcyjnych i warunków pracy indukcyjnego silnika liniowego z dwustronnym induktorem, dla których występuje $kd < 2$.

Warunek ten jest spełniony w przypadku bieżników aluminiowych i miedzianych o grubości $d_{Al} \leq 25 \cdot 10^{-3}$ m lub $d_{Cu} \leq 20 \cdot 10^{-3}$ m przy częstotliwości napięcia zasilania $f_1 = 50$ Hz w całym zakresie pracy silnikowej. Praktycznie oznacza to, że warunkom tym odpowiada większość znanych rozwiązań konstrukcyjnych indukcyjnych silników liniowych z dwustronnym induktorem i bieżnikiem litym nieferromagnetycznym.

W związku z tym dla $kd < 2$ impedancję jednostkową bieźnika można obliczać z uproszczonego wzoru:

$$Z_b = \frac{b}{\gamma} \left(\frac{1}{\delta} + j \frac{1}{\delta} k^2 d \right) k_{oz} \quad (15)$$

przy czym wprowadzony do obliczeń błąd przy $kd = 2$ wynosi około 8%, natomiast przy mniejszych wartościach tego iloczynu jest on mniejszy.

Dla $kd < 1$ istnieje możliwość dalszych uproszczeń prowadzących do przyjęcia:

$$Z_b = \text{Re} \{ Z_b \}.$$

Impedancję bieźnika sprowadzoną do 3-fazowego induktora można wyznaczyć ze wzoru:

$$Z'_b = \frac{6(z_g k_u)^2}{p\tau} Z_b. \quad (16)$$

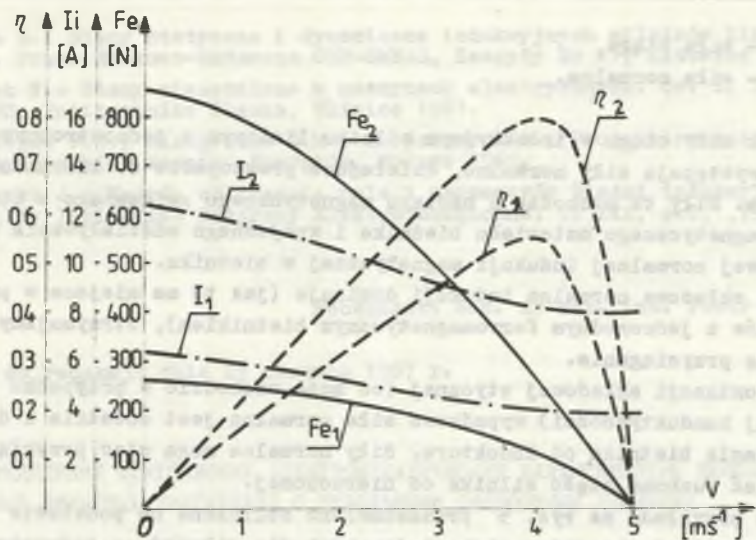
W przypadku indukcyjnych silników liniowych z dwustronnym induktorem ze wzoru (16) należy korzystać w ten sposób, że wyniki obliczone dla jednego induktora przy szeregowym połączeniu induktorów należy mnożyć przez 4, natomiast przy połączeniu równoległym pozostają one niezmienione.

5. Elektromagnetyczna siła ciągu i normalna

Podobnie jak w przypadku silników indukcyjnych wirujących, do wyznaczenia statycznych charakterystyk elektromechanicznych indukcyjnego silnika liniowego można posłużyć się schematem zastępczym [5].

Równania opisujące pracę 3-fazowego indukcyjnego silnika liniowego w stanach statycznych można przedstawić w postaci:

$$\left. \begin{aligned} \underline{U} &= \{R_1 + j(X_1 + X_\mu)\} \underline{I}_1 + jX_\mu \underline{I}'_b \\ 0 &= \{R'_b + js(X'_b + X_\mu)\} \underline{I}'_b + jsX_\mu \underline{I}_1 \\ F_e &= j \frac{\pi}{\tau} \frac{X_\mu}{\omega_o} \{ \underline{I}'_1 \underline{I}'_b - \underline{I}_1 \underline{I}'_b \} \\ F_n &= - \frac{X_\mu}{\delta_\mu \omega_b} \{ \underline{I}'_1 + \underline{I}'_b \} \{ \underline{I}_1 + \underline{I}_b \} \end{aligned} \right\} \quad (17)$$



Rys. 5. Obliczone charakterystyki statyczne siły ciągu F_e , prądu indukcyjnego I i sprawności η dla indukcyjnych silników liniowych z jednostronnym i dwustronnym induktorem typu SL-5 przy zasilaniu napięciem $U = 220 \text{ V}$, $f = 50 \text{ Hz}$

- 1 - silnik z jednostronnym induktorem (bieżnik Fe z warstwą Al o grubości $d = 2 \cdot 10^{-3} \text{ m}$; $\delta_p = 10^{-3} \text{ m}$; $\delta_\mu = 3 \cdot 10^{-3} \text{ m}$)
- 2 - silnik z dwustronnym induktorem (induktory połączone równolegle; bieżnik Al o grubości $d = 4 \cdot 10^{-3} \text{ m}$; $\delta_\mu = 6 \cdot 10^{-3} \text{ m}$)

Fig. 5. Calculated (steady - state) characteristics of the thrust force F_e , stator current I and efficiency η for linear induction motors with single and double - sided stator SL-5 for input voltage $U = 220 \text{ V}$, $f = 50 \text{ Hz}$

- 1 - linear induction motor with single - sided stator (reaction plate Fe with Al plates of the thickness $d = 2 \cdot 10^{-3} \text{ m}$; $\delta_p = 10^{-3} \text{ m}$; $\delta_\mu = 1 \cdot 10^{-3} \text{ m}$)
- 2 - linear induction motor with double - sided stator (stators are connected in parallel; Al reaction plate of the thickness $d = 4 \cdot 10^{-3} \text{ m}$, $\delta_\mu = 6 \cdot 10^{-3} \text{ m}$)

gdzie:

- U - skuteczna wartość fazowego napięcia zasilania,
- I_i - skuteczna wartość prądu indukcyjnego,
- I'_b - skuteczna wartość prądu bieżnika odniesiona do indukcyjnego,
- R_i - rezystancja fazowa indukcyjnego,
- R'_b - rezystancja fazowa bieżnika sprowadzona do indukcyjnego,
- \checkmark - umieszczone nad wielkością oznacza sprzężenie,
- δ_μ - długość szczeliny magnetycznej,

Fe - siła ciągu,
Fn - siła normalna.

Obok siły ciągu w indukcyjnym silniku liniowym z jednostronnym induktorem występują siły normalne, działające prostopadle do kierunku ruchu silnika. Siły te pochodzą z naciągu magnetycznego związanego z obecnością ferromagnetycznego materiału bieźnika i wzajemnego oddziaływania prądu i składowej normalnej indukcji magnetycznej w bieźniku.

Jeżeli składowa normalna indukcji dominuje (jak to ma miejsce w przypadku silników z jednorodnym ferromagnetycznym bieźnikiem), otrzymujemy w wyniku siłę przyciągania.

Przy dominacji składowej stycznej (co może zachodzić w przypadku bieźników o dużej konduktywności) wypadkowa siła normalna jest dodatnia i daje efekt odpychania bieźnika od induktora. Siły normalne mogą więc przyciągać bądź odpychać ruchomą część silnika od nieruchomej.

Dla przykładu na rys. 5 przedstawiono obliczone na podstawie równań (17) przebiegi charakterystyk statycznych dla silników z jednostronnym i dwustronnym induktorem typu SL-5-270.

6. Zakończenie

Przedstawiona w tym artykule metoda wyznaczania parametrów elektromechanicznych indukcyjnych silników liniowych płaskich pozwala na prowadzenie obliczeń z dokładnością wystarczającą dla celów praktycznych.

Oczywiście dokładność obliczeń w porównaniu z danymi eksperymentalnymi będzie tym większa, im dłuższy będzie induktor ($p > 1$) oraz im rdzeń jego będzie szerszy w porównaniu do podziałki biegunowej uzwojeń. Zakładając, że projektant przystępując do obliczeń będzie dysponował tylko danymi zawartymi w karcie uzwojeń induktora oraz danymi o parametrach materiału bieźnika, można przyjąć, że wyniki obliczeń w stosunku do rzeczywistych osiągnięć nie będą wykazywały rozbieżności większej od 20%.

Dla silników z dwustronnym induktorem na ogół osiąga się dokładności obliczeń znacznie lepsze.

LITERATURA

- [1] Freeman E.M., Lowther D.A., Laithwaite E.R.: Scale-model linear induction motors Proc. IEE, 1975, 122 Nr 7.
- [2] North G.G.: Harmonic analysis of a short stator linear induction machine using a transformation technique. IEEE Trans. on Power App and Systems, Vol PAS-92 Sept/Oct. 1973.
- [3] Nitka S.: Uzwojenie asynchronicznego silnika liniowego. Patent PRL Nr 73970.

- [4] Nitka S.: Stany statyczne i dynamiczne indukcyjnych silników liniowych. Prace Naukowo-Badawcze OBR-SMEAG, Zeszyty Nr 11, Katowice 1980.
- [5] Paszek W.: Stany nieustalone w maszynach elektrycznych. Cz. I. Skrypt nr 992, Politechnika Śląska, Gliwice 1981.
- [6] Sergiejew P.S., Winogradow N.M., Gorjainow E.A.: Projektowanie elektrycznych maszyn. Energija, Moskwa 1969.
- [7] Turowski J.: Metody obliczania pola i parametrów bieźni indukcyjnych silników liniowych. Rozprawy Elektrotechniczne. T. XIX, s.2, 1973.

Recenzent: doc. dr hab. inż. Piotr Wach

Wpłynęło do redakcji dnia 25 czerwca 1987 r.

МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ СТАТИЧЕСКИХ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ПЛОСКИХ АСИНХРОННЫХ ЛИНЕЙНЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ С НЕБОЛЬШИМИ СКОРОСТЯМИ ДВИЖЕНИЯ

Р е з ю м е

В статье обсуждены разные типы конструкции плоских асинхронных линейных двигателей и обмоток индукторов. Представлена также конструкция обмоток применяемых в индукторах типа SL-5, которые производятся в Польше. Рассмотрены способы позволяющие на определение параметров индукторов, основной магнитной цепи и одно или двухслойных роторов для двигателей с односторонним и двухсторонним индуктором. Дается анализ условий, при которых активное и индуктивное сопротивление ротора может быть записано как неизменный параметр, независимый от частоты токов в роторе. Описаны уравнения позволяющие на вычисления в статических состояниях токов индуктора и ротора а также сил движущей и притяжения, действующих между индуктором и ротором двигателя с односторонним индуктором. Обращено внимание на точность, с которой при использовании представленного метода, можно вычислить рабочие характеристики двигателей.

METHOD OF DETERMINATION OF STEADY - STATE ELECTROMECHANICAL CHARACTERISTICS OF FLAT LINEAR INDUCTION MOTORS OF LOW OPERATING SPEEDS

S u m m a r y

Typical constructions of the flat linear induction motors and stator windings have been discussed in the paper. Also a construction of windings used in the induction motor s stator SL-5 made in Poland has been presented. The dependences which allow to determine parameters of the stators of the main magnetic circuit and of one or two - layer reaction plates for motors with single or double - sided stator have been given.

The conditions have been discussed in which the resistance and reactance of the reaction plate can be treated as constant parameters regardless the frequency of induced currents. The equations allowing to calculate in steady states the currents of the stator and reaction plate, thrust force and normal force acting between the stator and reaction plate of the motor with single - sided stator have been given. Accuracy of calculating the linear induction motor parameters by means of the presented method has been determined.

[The following text is mirrored bleed-through from the reverse side of the page and is largely illegible.]

[The following text is mirrored bleed-through from the reverse side of the page and is largely illegible.]

Zbigniew PAWELEC

**WPLYW PRĄDÓW UPŁYWU DO PAKIETU BLACH WIRNIKA NA PARAMETRY MODELU
MATEMATYCZNEGO SILNIKA INDUKCYJNEGO**

Streszczenie. Przy założeniu skończonej wartości rezystancji pakietu blach obwodu magnetycznego wirnika sformułowano układ niejednorodnych równań różniczkowych drugiego rzędu opisujących rozkład gęstości prądów upływu pomiędzy prętami klatki wirnika silnika indukcyjnego głębokożłobkowego. W analizie uwzględniono jednocześnie zjawisko wypierania prądu wzdłuż wysokości poszczególnych prętów klatki. Po dokonaniu transformacji tych równań wraz z warunkami brzegowymi na krańcach pakietu blach do układu współrzędnych kompleksorowych znaleziono ich rozwiązania operatorowe obowiązujące dla stałej prędkości wirowania wirnika. Rozwiązania te dla wektorów przestrzennych poszczególnych harmonicznych pola magnetycznego w szczelinie posłużyły do sformułowania równań napięciowych obwodów stojana i wirnika. Podano przykłady rozkładu gęstości prądów upływu w pakiecie blach podczas pracy silnika o stanie ustalonym z różnymi poślizgami. Przedstawiono wykresy poślizgowych charakterystyk admittancji stojana dla różnych wartości rezystywności pakietu blach wirnika. Zaproponowano modyfikację tradycyjnego modelu matematycznego silnika pozwalającą na przybliżoną analizę stanów niestabilnych przy uwzględnieniu prądów upływu wirnika.

1. Wstęp

Przeprowadzając analizę stanów niestabilnych silników asynchronicznych klatkowych korzysta się z modelu matematycznego wyprowadzonego przy założeniu, że rezystywność blach wirnika jest nieskończenie wielka. W rzeczywistości ma ona wartość skończoną, w wyniku czego pomiędzy nieizolowanymi prętami klatki, poprzez pakiet blach wirnika przepływają prądy o nierównomiernym rozkładzie gęstości. Zjawisko to można określić jako wypieranie prądu w żelazie wirnika wzdłuż osi maszyny. W odróżnieniu od wypierania prądu w żłobkach wirnika związanego tylko z polem rozproszenia żłobkowego, jest ono uzależnione także od rozkładu pola magnetycznego szczeliny powietrznej. Analizę tego zjawiska utrudnia skomplikowany rozkład przestrzenny gęstości prądów upływu, jak również fakt, że rezystancja styku pomiędzy prętami a żelazem wirnika jest zależna od wielu czynników: technologii i dokładności wykonania, czasu eksploatacji maszyny i innych.

W literaturze rozkład prądów upływu w pakiecie blach wirnika jest jak dotąd analizowany jedynie w stanach ustalonych, przy zasilaniu uzwojeń stojana symetrycznymi napięciami sinusoidalnymi [3, 4, 5]. Na podstawie analizy przestrzennego rozkładu gęstości prądów upływu pomiędzy prętami

wirnika bez skosu oraz przebiegu poślizgowych charakterystyk admitancji stojana można sformułować przybliżony model matematycznego silnika indukcyjnego, oddający charakter fizyczny wypierania prądów upływu do krańców pakietu blach i dający się w prosty sposób zastosować również do analizy stanów nieustalonych.

2. Równania różniczkowe rozkładu prądu wewnątrz pakietu blach wirnika

Na rys. 1a przedstawiono fragment obwodu elektromagnetycznego wirnika. Część czynna pakietu blach podzielono na elementarne odcinki o długości Δz i założono, że prądy upływu i_{qk} tych odcinków przepływają jedynie w kierunku prostopadłym do prętów. Każdej strudze prądu pomiędzy prętami, odpowiadającej wycinkowi maszyny o długości z przyporządkowuje się skupioną konduktancję $G_q \cdot \Delta z$ (G_q - konduktancja przypadająca na jednostkę długości pręta); każdemu wycinkowi o długości Δz odpowiada elementarny obwód przedstawiony na rys. 1b. Prąd pręta $i_{pk}(z)$ jest funkcją zmiennej z mierzonej od środka maszyny. Napięcie na elementarnym odcinku pręta umieszczonego w głębokim żłobku oznaczono przez $\Delta U_{pk}(z)$, a strumień skojarzony z elementarnym obwodem, a pochodzący od pola magnetycznego szczeliny powietrznej, przez $\Delta \Psi_{gk}(z)$. Indukcyjność $L_{ln} \frac{\Delta z}{l_1}$ odpowiada konduktancji szczyrbiny żłobka przypadającej na odcinek Δz .

Przedstawione wyżej założenia można interpretować przyjmując, że maszyna na długości pakietu blach została podzielona na $\frac{l_1}{\Delta z}$ maszyn elementarnych o długości Δz , dla których obowiązują znane równania i transformacje układów współrzędnych [1, 2, 6].

Dla pojedynczego obwodu z rys. 1b obowiązuje równanie napięć:

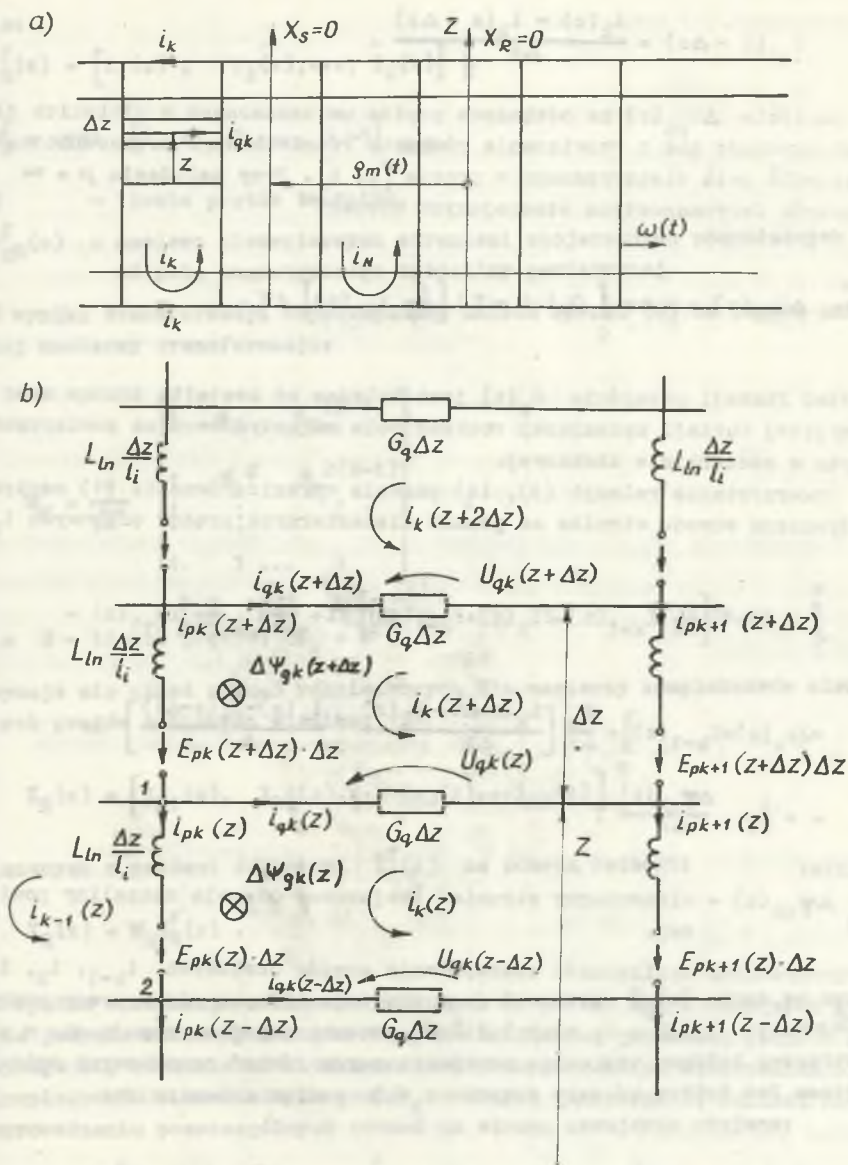
$$\begin{aligned} & \left[\Delta U_{p(k+1)}(z) - \Delta U_{pk}(z) \right] \Delta z + L_{ln} \frac{\Delta z}{l_1} \cdot \frac{d}{dt} \left[i_{p(k+1)}(z) - i_{pk}(z) \right] + \\ & + U_{qk}(z) - U_{qk}(z - \Delta z) = - \frac{d}{dt} \Delta \Psi_{qk}(z) \end{aligned} \quad (1)$$

gdzie:

$$U_{qk} = i_{qk}(z) R_q, \quad R_q = \frac{1}{G_q}. \quad (2)$$

Przez analogię do prądów oczkowych i_k klatki [6] wprowadza się elementarne prądy oczkowe $i_k(z)$, przy czym:

$$i_{qk}(z) = \frac{i_k(z + \Delta z) - i_k(z)}{\Delta z} \quad (3a)$$



Rys. 1. Podział pojedynczego obwodu wirnika na elementarne odcinki o długości Δz

Fig. 1. Division of the individual rotor circuit into elementary sections of the length Δz

$$i_{qk}(z - \Delta z) = \frac{i_k(z) - i_k(z - \Delta z)}{\Delta z} \quad (3b)$$

Napięcia $\Delta U_{pk}(z)$ na odcinkach prętów umieszczonych w głębokich żłobkach uzyskuje się z rozwiązania równania różniczkowego przewodnictwa dla nabeżenia pola elektrycznego w przecie [2, 6]. Przy założeniu $\mu = \infty$ dla otazarów ferromagnetyka otaczających żłobek:

$$\Delta U_{pk}(z) = -\Delta z \int_0^t G_p(t - \tau) \left[\frac{d}{d\tau} i_{pk}(z) \right] d\tau \quad (4)$$

Postać funkcji przejścia $G_p(t)$ jest zależna od kształtu żłobka oraz od przyjętej funkcji opisującej rozkład pola magnetycznego na powierzchni pręta w szczybinie żłobkowej.

Wykorzystanie relacji (3), (4) pozwala wyrazić równanie (1) napięcie pojedynczego obwodu wirnika za pomocą elementarnych prądów oczkowych $i_k(z)$:

$$\begin{aligned} & \int_0^t G_p(t - \tau) \left[\frac{d}{d\tau} [i_{k+1}(z) - 2i_k(z) + i_{k-1}(z)] \right] d\tau + \frac{L_{1n}}{I_1} \cdot \frac{d}{dt} [i_{k+1}(z) - \\ & - 2i_k(z) + i_{k-1}(z)] + \frac{R_q}{\Delta z} \left[\frac{i_k(z + \Delta z) - i_k(z)}{\Delta z} - \frac{i_k(z) - i_k(z - \Delta z)}{\Delta z} \right] = \\ & = - \frac{d}{dt} \cdot \frac{\Delta \Psi_{sk}(z)}{\Delta z} \end{aligned} \quad (5)$$

gdzie:

$\Delta \Psi_{sk}(z)$ - elementarny strumień skojarzony od pola szczeliny powietrznej.

Wykorzystując cykliczność występowania prądów oczkowych i_{k-1} , i_k , i_{k+1} dla kolejnych k (od $k=1$ do N) oraz zważanie ilorazu różnicowego przy R_q do drugiej pochodnej podług zmiennej przestrzennej otrzymuje się w zapisie macierzowym układ wzajemnie powiązanych równań cząstkowych opisujących rozkład przestrzenny prądów $i_k(z)$ wzdłuż osi wirnika:

$$\begin{aligned} \frac{d^2}{dz^2} \mathbf{I}_R^+(z) &= \frac{1}{R_q} \left\{ \frac{d}{dt} \cdot \frac{L_{1n}}{I_1} \mathbf{B}_R^+ \mathbf{I}_R^+(z) + \int_0^t G_p(t - \tau) \left[\frac{d}{d\tau} \mathbf{B}_R^+(z, \tau) \right] d\tau + \right. \\ & \left. + \frac{d}{dz} \cdot \frac{d}{dz} \Psi_{RR}^c(z) \right\} \end{aligned} \quad (6)$$

gdzie:

$$\mathbf{I}_R^f(z) = [i_1(z), i_2(z), \dots, i_N(z)]^T$$

$$\mathbf{B}_R^f = \text{cykl } [2, -1, 0, \dots, 0, -1]_{N \times N}$$

N - liczba prętów twornika,

$\Psi_{BR}^f(z)$ - macierz elementarnych strumieni skojarzonych pochodzących od pola magnetycznego szczeliny powietrznej.

W wyniku transformacji współrzędnych układu równań (6) za pomocą unitarnej macierzy transformacji:

$$\mathbf{W}_R = \frac{1}{\sqrt{N}} \begin{bmatrix} 1 & \alpha_R & \alpha_R^{(N-1)} \\ 1 & \alpha_R^2 & \alpha_R^{2(N-1)} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & 1 & \dots & 1 \end{bmatrix}$$

gdzie N - liczba prętów, $\alpha_R = e^{j\frac{2\pi}{N}}$,

otrzymuje się układ równań różniczkowych dla macierzy kompleksorów elementarnych prądów oczkowych wirnika:

$$\mathbf{I}_R(z) = [\mathbf{I}_{R1}(z), \mathbf{I}_{R2}(z), \dots, \mathbf{I}_{R\nu}(z), \dots, \mathbf{I}_{RN}(z)]^T$$

powiązanych z prądami oczkowymi $\mathbf{I}_R^f(z)$ za pomocą relacji:

$$\mathbf{I}_R(z) = \mathbf{W}_R \mathbf{I}_R^f(z). \quad (7)$$

W wyniku eliminacji składowych zerowych macierzy $\mathbf{I}_R(z)$ oraz po uwzględnieniu jedynie składowych rzędu $\nu = 6k \pm 1$ (gdzie $k = 0, 1, 2$ oraz $\nu < \frac{N-1}{2}$) otrzymuje się równania różniczkowe cząstkowe opisujące rozkład przestrzenny kompleksorów elementarnych prądów oczkowych wirnika wzdłuż osi maszyny. Po sprowadzeniu poszczególnych równań na stronę uzwojenia stojana:

$$\begin{aligned} \frac{d^2}{dz^2} \mathbf{I}_{R\nu} &= \frac{1}{R'_{q\nu}} \left\{ \frac{d}{dt} \cdot \frac{1}{L_i} L_{Rb\nu} \mathbf{I}_{R\nu}(z) + \right. \\ &+ \int_0^t G_{D\nu}(t-\tau) \left[\frac{d}{d\tau} \mathbf{I}_{R\nu}(z, \tau) \right] d\tau + \frac{d}{dt} \mathbf{I}_{\nu S} \end{aligned} \quad (8)$$

dla $\nu = 1, 5, 7, \dots < \frac{N-1}{2}$.

W równaniach (8) oznaczono:

$$R'_{qv} + k_q \mathcal{U}_v^2$$

$$G'_{pv} = G_p \mathcal{U}_v^2$$

$$\mathcal{U}_v = \sqrt{\frac{3}{n}} z_s \frac{k_{sv}}{k_{Rv}}$$

$$\underline{I}_v = 4 \cdot \frac{3}{2} z_s^2 \Lambda_{sv}^2 \Lambda_{vs} j \nu p_m(t) \quad \Lambda_{vs} = \frac{\mu_0 D l_1}{2 \pi \delta^2 p_b}$$

z_s, k_{sv}, k_{Rv} - oznaczają liczbę zwojów stojana oraz współczynniki uzwojeń stojana i klatki wirnika [6],

D, l_1, δ - średnicę, długość pakietu blach i zastępczą szczelinę powietrzna maszyny.

Indukcyjność $L'_{Rbv} = \mathcal{U}_v^2 \left[\frac{\mu_0 \pi D l_1}{\delta^2 n} + 4 L_{ln} \sin^2 \left(\frac{\pi}{2} \nu p_b \right) \right]$ zawiera parametry związane z polem szczeliny powietrznej oraz polem rozproszenia szczyrbin zębów wirnika. Ponadto w równaniu (8) dokonano sprowadzenia kompleksora prądu stojana:

$$\underline{I}_s = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 \\ \alpha_s \\ \alpha_s^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix} \quad \text{na płaszczyznę } \nu\text{-tego kompleksora}$$

prądu wirnika, gdzie $\alpha_s = e^{j \frac{2\pi}{3}}$

$$\underline{I}_{sv} = \underline{I}_s e^{j \nu p_b \varphi_m(t)} \quad (9)$$

Umożliwia to uwolnienie się od okresowości współczynników tego równania i pozwala zastosować do jego rozwiązania rachunek operatorowy Laplace'a, Po dokonaniu transformacji Laplace'a otrzymuje się niejednorodne równanie cząstkowe drugiego rzędu opisujące rozkład przestrzenny kompleksora $\underline{I}_{Rv}(z)$ wzdłuż osi maszyny:

$$\frac{d^2}{dz^2} \underline{I}_{Rv}(p, z) = A'_v(p) \underline{I}_{Rv}(p, z) + B'_v(p) \quad (10)$$

gdzie:

$$A'_v(p) = \frac{p L'_{Rbv} + Z'_{pv}(p) l_1}{R'_{qv} l_1}$$

$$\dot{B}'_v(p) = pL_v \frac{1}{R'_{qv} l_i} \dot{I}'_{sv}(p) ; \quad Z'_{pv}(p) = p \cdot G'_{pv}(p)$$

Z'_{pv} - sprowadzona impedancja pręta dla v -tej harmonicznej.

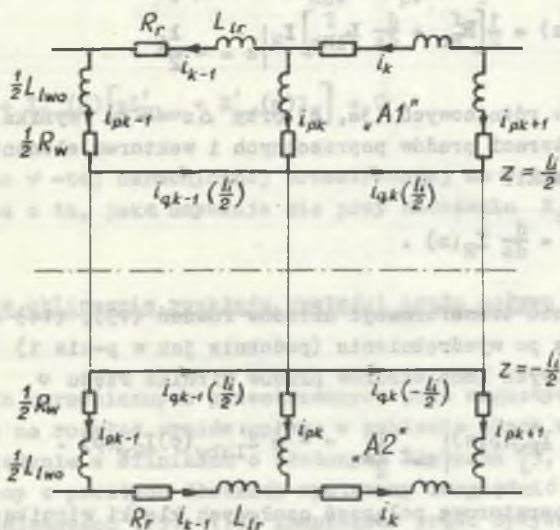
Równanie to przypomina równanie różniczkowe opisujące rozkład gęstości prądowej żłobka prostokątnego przy uwzględnieniu jednowymiarowego wypięrania prądu wzdłuż wysokości żłobka. Niejednorodność wynika z faktu, że w przeciwieństwie do żłobka, o rozkładzie prądu w blachach wirnika decyduje, oprócz pola magnetycznego rozproszenia żłobkowego, także pole magnetyczne szczeliny powietrznej.

Rozwiązaniem równania (10) jest funkcja:

$$\dot{I}'_{Rv}(z) = -\frac{\dot{B}'_v(p)}{A'_v(p)} + C_{1v} e^{z\sqrt{A'_v(p)}} + C_{2v} e^{-z\sqrt{A'_v(p)}} \quad (11)$$

3. Wyznaczenie stałych D_1 , C_2 rozwiązania ogólnego z warunków brzegowych na krańcach pakietu blach wirnika

Na rys. 2 przedstawiono krańce pakietu blach z uwzględnieniem segmentów pierścieni zwierających klatki.



Rys. 2. Obwody krańcowe wirnika
Fig. 2. Border circuits of the rotor

Dla konturu A1 przy $z = \frac{l_1}{2}$ obowiązuje równanie:

$$i_{qk}(z = \frac{l_1}{2}) \cdot R_q - i_{pk+1}(\frac{1}{2} R_w + \frac{d}{dt} L_{1wo}) + i_k(R_r + \frac{d}{dt} L_{1r}) + i_{pk}(\frac{1}{2} R_w + \frac{d}{dt} L_{1wo}) = 0 \quad (12)$$

Po wyrażeniu prądów prętów przez prądy pierścieni zwierających i_k równania dla końców pakietu blach wirnika przyjmują postać:

$$R_q I_{Rq}(z) = - \frac{1}{2} [R_{Rc}^f + \frac{d}{dt} L_{1Rb}^f] I_R \Big|_{z = \frac{l_1}{2}} \quad (13)$$

gdzie:

$$I_{Rq}(z) = [i_{q1}(z), i_{q2}(z), \dots, i_{qN}(z)]^T_N$$

$$R_q = \text{diag} \{R_q, R_q, \dots, R_q\}_{N \times N}.$$

Macierze R_{Rc}^f , L_{1Rb}^f są macierzami odpowiednio rezystancji oraz indukcyjności tych części klatki wirnika, które wystają poza pakiet blach.

Podobnie dla konturu A1 przy $z = -\frac{l_1}{2}$:

$$R_q I_{Rq}(z) = \frac{1}{2} [R_{Rc}^f + \frac{d}{dt} L_{1Rb}^f] I_R \Big|_{z = -\frac{l_1}{2}} \quad (14)$$

Z ilorazów różnicowych (3a, b) przy $\Delta z \rightarrow dz$ wynika dodatkowy związek pomiędzy wektorami prądów poprzecznych i wektorem elementarnych prądów oczkowych klatki:

$$I_{Rq}(z) = \frac{d}{dz} I_R(z). \quad (15)$$

Po dokonaniu transformacji układów równań (13), (14) za pomocą macierzy W_R oraz po wyodrębnieniu (podobnie jak w p-cie 1) równań dla kolejnych, niezzerowych kompleksorów prądów wirnika rzędu ν

$$R'_{q\nu} \frac{d}{dz} I_{R\nu}(p, z) \Big|_{z=\pm \frac{l_1}{2}} = \pm \frac{1}{2} Z'_{1Rb\nu}(p) I_{R\nu}^*(p). \quad (16)$$

Impedancje operatorowe połączeń czołowych klatki wirnika:

$$Z'_{1Rb\nu}(p) = \mathcal{V}_\nu^2 \left\{ 2 \left[R_r + 2R_w \sin^2 \left(\frac{\pi}{N} p_b \nu \right) \right] + \dots \right.$$

$$\begin{aligned}
 & + p \cdot 2 \left[L_{1r} + 2 L_{1wo} \sin^2 \left(\frac{\pi}{N} p_b v \right) \right] \} = \\
 & = v^2 \left[R_{Rcv} + p L_{1Rbv} \right] = R'_{Rcv} + p L'_{1Rbv} \quad (17)
 \end{aligned}$$

Z warunków brzegowych (16) wyznacza się stałe rozwiązania ogólnego

$$C_{1v} = C_{2v} = -\frac{1}{4} \cdot \frac{Z'_{1Rbv}(p) I'_{Rv}(p)}{R'_{qv} \sqrt{A'_v(p)} \operatorname{sh} \frac{1}{2} \sqrt{A'_v(p)}} \quad (18)$$

oraz funkcję rozkładu prądu w blachach wirnika

$$I'_{Rv}(p, z) = -\frac{B'_v(p)}{A'_v(p)} - \frac{1}{2} \cdot \frac{Z'_{1Rbv}(p)}{R'_{qv} \sqrt{A'_v(p)}} \cdot \frac{\operatorname{ch} z \sqrt{A'_v(p)}}{\operatorname{sh} z \sqrt{A'_v(p)}} I'_{Rv}(p) \quad (19)$$

Łatwo zauważyć, że przy zerowej impedancji pierścieni zwierających $Z'_{1Rbv}(p) = 0$ rozkład przestrzenny prądu $I'_{Rv}(p, z)$ jest równomierny i nie zależy od rezystywności blach R_q

$$I'_{Rv}(p, z) = I'_{Rv}(p) = -\frac{B'_v(p)}{A'_v(p)} = -\frac{p L_v I'_{sv}(p)}{p L'_{Rbv} + Z'_{pv}(p) l_1} \quad (20)$$

skąd

$$p L_v I'_{sv}(p) + I'_{Rv}(p) \left[p L'_{Rbv} + Z'_{pv}(p) l_1 \right] = 0 \quad (21)$$

Równanie (21) dla v -tej harmonicznej przestrzennej ma w tym przypadku postać identyczną z tą, jaką uzyskuje się przy założeniu $R_q = \infty$.

4. Przykładowe obliczenie rozkładu gęstości prądu upływu w stanie ustalonym

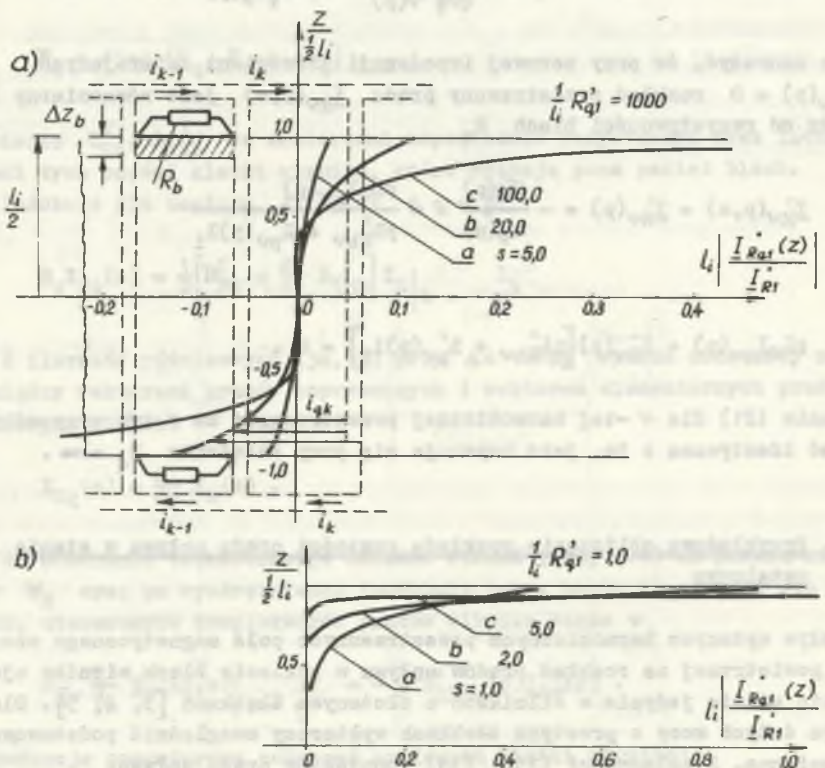
Wpływ wyższych harmonicznych przestrzennych pola magnetycznego szczeliny powietrznej na rozkład prądów upływu w pakiecie blach wirnika ujawnia się silnie jedynie w silnikach o złożonych żłobkach [3, 4, 5]. Dla maszyn dużych mocy o prostych żłobkach wystarczy uwzględnić podstawową harmoniczną. Z zależności (15), (19) kompleksor prądu upływu:

$$I'_{Rq1}(z) = \frac{d}{dz} I'_{R1}(z) = -\frac{1}{2l_1} \cdot \frac{Z'_{1Rb1}(p)}{I_1 R'_{q1}} \cdot \frac{\operatorname{sh} \frac{2z}{l_1} \sqrt{A'_1(p)}}{\operatorname{sh} \frac{l_1}{2} \sqrt{A'_1(p)}} I'_{R1}(p) \quad (22)$$

Całkowity prąd przepływający przez pakiet blach a omijający pierścienie zawierające klatki wirnika:

$$\begin{aligned} \underline{I}_{Rz1}^*(p) &= \int_0^{\frac{1}{2}l_i} \underline{I}_{Rq1}^*(z) dz = \\ &= \left[-\frac{z'_{1Rb1}(p)}{8R'_{q1} \underline{I}_1} \cdot \frac{1}{\frac{1}{4}\sqrt{A_1(p)} \operatorname{cth} \frac{1}{4}\sqrt{A_1(p)}} \underline{I}'_{R1}(p) \right] \cdot \end{aligned} \quad (23)$$

W stanie ustalonym silnika zasilanego z sieci symetrycznej i pracującego z poślizgiem s gęstość prądu $\underline{I}_{Rq1}^*(z)$ oraz całkowity prąd pakietu $\underline{I}_{Rz1}^*(p)$ dla każdej wartości z są zmienne sinusoidalnie o częstotliwości katowej $\omega_R = s\omega_0$.



Rys. 3. Rozkład wartości bezwzględnej kompleksora gęstości prądu upływu wzdłuż pakietu blach w stanie ustalonym

Fig. 3. Absolute value distribution of the stray current density along the sheet pack in a steady state

Na rys. 3a, b i w tabeli 1 przedstawiono przykładowo rozkład wartości bezwzględnej gęstości prądu upływu $|I_{Rq1}(z, p = j\omega_R)|$ oraz całkowitego prądu pakietu blach $I_{Rz1}(z, p = j\omega_R)$ odniesione do wartości bezwzględnej kompleksora prądu pierścienia zwierającego $I_{R1}(p = j\omega_R)$. Obliczenia wykonano dla silnika SZJr-138 r, dla którego $L'_{Rb1} = 0,59179H$; $R'_{Rc1} = 0,42$, $L'_{1Rb1} = 0,00379H$. Impedancję pręta trapezowego o współczynniku zwężenia $\beta = 0,375$, wysokości $h = 0,035$ m i szerokości przy szczyrbinie $b = 0,003$ obliczano przyjmując trzy wyrazy rozwinięcia funkcji przejścia $G_p(t)$ w szereg funkcji własnych [6] (oznacza to zastąpienie wirnika głębokożłobkowego równoważnym wirnikiem z trzema obwodami o zastępczych parametrach skupionych). Wartość rezystancji $\frac{1}{I_1} R'_{q1}$ zależy w głównej mierze od rezystancji styku pomiędzy prętem a pakietem blach i obliczana była z zależności:

$$\frac{1}{I_1} R'_{q1} = \alpha_1^2 \frac{r_q}{S_q} \quad (24)$$

gdzie:

- r_q - rezystancja na jednostkę powierzchni styku,
- S_q - powierzchnia styku pręta z pakietem blach.

Tabela 1

$\frac{1}{I_1} R'_{q1}$	s	$\frac{I_{Rz1}}{I_{R1}} = \frac{1}{I_{R1}} \int_0^{i/2} I_{Rq1}(z) dz$
100Ω	5,0	0,005 e ^{j 0,71}
	20,0	0,022 e ^{j 1,45}
	100,0	0,0532 e ^{j 1,57}
1Ω	1,0	0,0217 e ^{j 0,45}
	2,0	0,0619 e ^{j 0,62}
	5,0	0,0969 e ^{j 0,72}

Wartości parametru r_q zawierają się w bardzo szerokich granicach i wynoszą od 10^{-7} do $10^{-2} \Omega m^2$. Zależą one przede wszystkim od technologii wykonania wirnika. Najmniejsze wartości dotyczą silników z kłatkami odlewanyymi z aluminium. W zamieszczonych powyżej przykładowych obliczeniach przyjęto $r_q = 0,2 \cdot 10^{-6}$ oraz $r_q = 0,2 \cdot 10^{-4} \Omega m^2$. W przypadku prętów wykonanych z miedzi parametr r_q rośnie wraz z upływem czasu eksploatacji maszyny na skutek iskrzenia i reakcji chemicznych za-

chodzących na styku pręta i pakietu blach (szczególnie na jego krańcach, gdzie gęstość prądu upływu jest największa - rys. 3).

Z przeprowadzonych obliczeń wynika, że dla malejących wartości rezystancji $\frac{1}{l_1} R'_{q1}$ oraz przy wzroście poślizgu rośnie wartość prądu przepływającego przez pakiet blach. Jednocześnie wzrasta niejednorodność gęstości tego prądu (wypieranie prądu do krańców pakietu blach).

5. Równania obwodów stojana i wirnika

Na krańcach pakietu blach wirnika elementarne prądy oczkowe są równe odpowiednim prądom pierścieni zwierających:

$$\underline{I}'_{R1}(p, z = \frac{l_1}{2}) = \underline{I}'_{R1}(p, z = -\frac{l_1}{2}) = \underline{I}'_{R1}(p) . \quad (25)$$

Po wykorzystaniu zależności (25) we wzorze (19) otrzymuje się równanie wiążące kompleksor prądu pierścieni zwierających $\underline{I}'_{R1}(p)$ z prądem stojana, w którym działanie zwierające pakietu blach objawia się przez zmianę impedancji połączeń czołowych $Z'_{1Rb1}(p)$:

$$-pL_1 \underline{I}_S(p) = \left[pL'_{Rb1} + l_1 Z'_{p1}(p) + Z'_{1Rb1} H'_1(p) \right] \underline{I}'_{R1}(p) \quad (26)$$

gdzie:

$$H'_1(p) = \frac{l_1}{2} \sqrt{A'_1(p)} \operatorname{cth} \frac{l_1}{2} \sqrt{A'_1(p)} .$$

Równanie to obowiązuje dla wielkości wyrażonych na płaszczyźnie wirnika $\omega_x = \omega$. Kompleksor napięcia stojana wyraża się jako sumę spadków napięć na rezystancji i indukcyjnościach stojana oraz napięć indukowanych od elementarnych odcinków wirnika, która w granicy $\Delta z \rightarrow dz$ staje się całką podług długości pakietu blach:

$$\underline{U}_S(p) = R_S \underline{I}_S(p) + pL_S \underline{I}_S(p) + p \int_{-l_1/2}^{l_1/2} \underline{I}'_{R1}(p) dz \quad (27)$$

gdzie $\underline{I}'_{R1}(p) = \underline{I}'_{R1}(p-j\omega)$; (przy założeniu $\omega = \text{const}$).

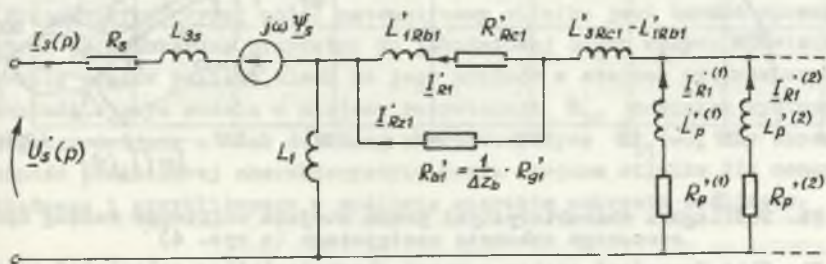
Po wykonaniu całkowania:

$$\underline{U}_S(p) = R_S \underline{I}_S(p) + pL_S \underline{I}_S(p) + pL_1 \left\{ 1 - \frac{Z'_{1Rb1}(p - (p-j\omega)L'_{Rb1} + l_1 Z'_{p1}(p))}{(p-j\omega)L'_{Rb1} + l_1 Z'_{p1}(p)} \cdot [H_1(p) - 1] \right\} \underline{I}'_{R1}(p) \quad (28)$$

Równanie to obowiązuje dla wielkości elektromagnetycznych sprowadzonych na płaszczyznę stojana $\omega_x = 0$. Układ równań (26), (28) wirnika i stojana opisuje stan obwodów maszyny przy uwzględnieniu upływności prądu przez pakiet blach wirnika. Nadaje się on do analizy własności maszyny w stanach ustalonych. Wykorzystanie tych równań do analizy dowolnych stanów nieustalonych wymagałoby żmudnego obliczania transformaty odwrotnej ich rozwiązania operatorowego.

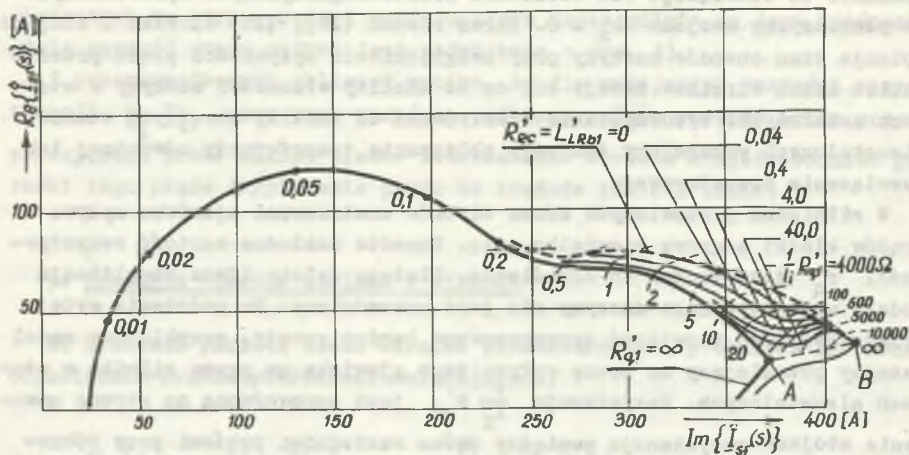
W silnikach pozbawionych skosu żłobków analizowane zjawisko upływu prądów klatki odgrywa niewielką rolę. Ponadto dokładna wartość rezystywności r_q jest trudna do określenia. Dlatego daleko idąca komplikacja modelu matematycznego maszyny nie jest uzasadniona. Na podstawie wyżej przedstawionych rozwiązań zaproponowano bardzo prosty, przybliżony model maszyny pozwalający na ocenę wpływu tego zjawiska na pracę silnika w stanach nieustalonych. Rezystancja $\frac{1}{l_1} R'_{q1}$ jest sprowadzoną na stronę uzwojenia stojana rezystancją pomiędzy dwoma sąsiednimi prętami przy równomiernym rozkładzie gęstości $\underline{I}_{Rq}(z)$.

Przedstawiona wyżej analiza pozwala przyjąć założenie upraszczające, że całkowity prąd upływu przy nierównomiernym rozkładzie gęstości $\underline{I}_{Rz1} = \int_0^{\frac{1}{2} l_1} \underline{I}_{Rq1}(z) dz$ jest skupiony w zewnętrznych partiach pakietu blach o grubości Δz_b obszaru zakreskowanego na rys. 3a. Wyodrębnionym odcinkom ferromagnetyka odpowiada skupiona rezystancja $R'_{b1} = \frac{1}{\Delta z_b} R_{q1}$. W rezultacie otrzymuje się schemat zastępczy silnika, w którym wspomniana rezystancja bocznikuje połączenia czołowe klatki (impedancja prętów umieszczonych w głębokich żłobkach wirnika jest w nim zaprezentowana przez dwa obwody zastępcze o parametrach $L'_p(1), R'_p(1), L'_p(2), R'_p(2)$ [2, 6]).



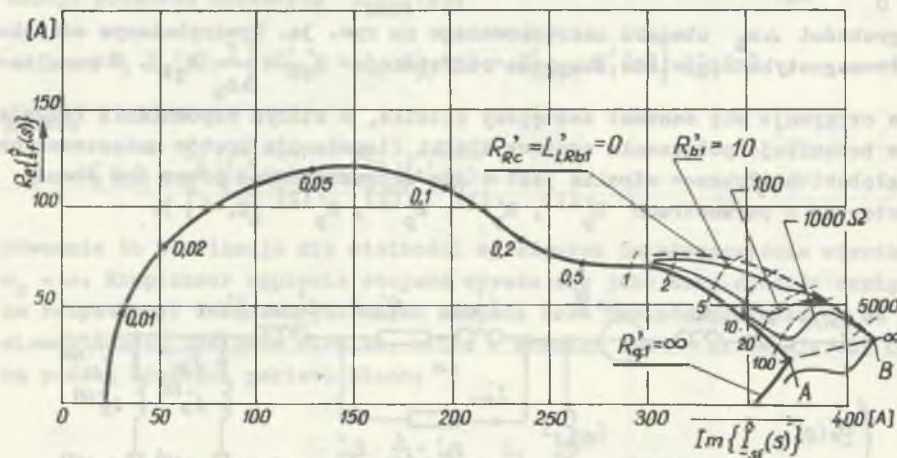
Rys. 4. Uproszczony schemat zastępczy silnika przy uwzględnieniu zjawiska upływu przez pakiet blach wirnika

Fig. 4. Simplified equivalent circuit of the motor with regard of the current leakage through the rotor sheet pack



Rys. 5a. Poślizgowe charakterystyki prądu stojana obliczone wg zależności (26), (28)

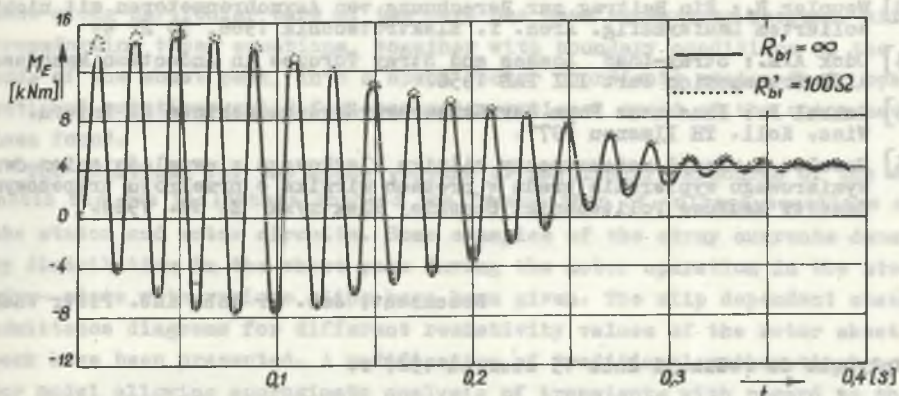
Fig. 5a. Slip dependent stator current characteristics calculated according to the formula (26), (28)



Rys. 5b. Poślizgowe charakterystyki prądu stojana obliczone według uproszczonego schematu zastępczego (z rys. 4)

Fig. 5b. Slip dependent stator current characteristics calculated according to the simplified equivalent diagram

Na rys. 5a przedstawiono rodzinę charakterystyk poślizgowych prądu stojana obliczonych według ścisłych równań (26), (28), dla silnika SZJr-138; rys. 5b przedstawia te charakterystyki obliczone dla uproszczonego schematu zastępczego z rys. 4. Niezależnie od wartości rezystancji R'_{b1} ,



Rys. 6. Przebieg momentu elektromagnetycznego podczas rozruchu obliczony z zastępczego układu równań różniczkowych zwyczajnych odpowiadających schematowi z rys. 4

Fig. 6. Transient of electromagnetic torque during starting of the motor, calculated from the equivalent set of ordinary differential equations corresponding with the equivalent circuit in Fig. 4

dla poślizgów $s \rightarrow \infty$ charakterystyki te zbliżają się do charakterystyki odpowiadającej zerowej impedancji połączeń czołowych klatki $L'_{LRb1} = R'_{Rc1} = 0$ (linia przerywana). Deformacja charakterystyk połączeń czołowych klatki jest znacząca jedynie dla bardzo dużych wartości poślizgów i jest tym większa, im większa jest wartość L'_{LRb1} .

Na rys. 6 przedstawiono przykładowe porównanie przebiegu momentu elektromagnetycznego podczas rozruchu obliczonego wg modelu matematycznego odpowiadającego uproszczonemu schematowi z rys. 4, dla $R'_{b1} = 100 \Omega$ oraz dla $R'_{b1} = \infty$.

Przedstawiony wyżej model matematyczny silnika jest bardzo uproszczony. Jest on jednak bardzo przydatny do jakościowej oceny wpływu zjawiska wypierania prądów pakietu blach do jego krańców w stanach nieustalonych. W dokładniejszym modelu w miejscu rezystancji R'_{b1} powinien występować zastępczy dwójnik o tak dobranej charakterystyce $Z'_{b1}(\omega)$, aby zapewnić zgodność poślizgowej charakterystyki prądu stojana silnika dla momentu dokładnego i przybliżonego w możliwie szerokim zakresie poślizgów.

LITERATURA

- [1] Paszek W.: Stany nieustalone maszyn elektrycznych prądu przemiennego. WNT, Warszawa 1986.
- [2] Paszek W., Pawelec Z.: Parametry elektromagnetyczne maszyny indukcyjnej o wirniku głębokożłobkowym z prętami klinowymi. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej Elektryka, Zesz. nr 87, 1983.

- [3] Weppler R.: Ein Beitrag zur Berechnung von Asynchronmotoren mit nichtisolierendem Läuferkäfig. Arch. f. Elektrotechnik 1966, 50 Nr 4.
- [4] Odok A.M.: Stray-Load Losses and Stray Torques in Induction Machines. AIEE Transaction Part III PAS 1958.
- [5] Smikal F.: Eine neue Form der Stromverdrängungsmaschinen 22 Intern. Wiss. Koll. TH Ilmenau 1977.
- [6] Pawelec Z.: Model matematyczny silnika klatkowego z uwzględnieniem dwuwymiarowego wypierania prądu w prętach wirnika o przekroju trapezowym. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej Elektryka Z. 87. 1983.

Recenzent: doc. dr hab. inż. Piotr Wach

Wpłynęło do redakcji dnia 15 czerwca 1987 r.

ВЛИЯНИЕ ТОКОВ УТЕЧКИ МЕЖДУ СТЕРЖНЯМИ РОТОРА НА ПАРАМЕТРЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ АСИНХРОННОГО ДВИГАТЕЛЯ

Р е з ю м е

Предполагая конечное значение сопротивления стали ротора сформулирована неоднородная система дифференциальных уравнений для разложения плотности токов утечки между стержнями ротора асинхронного двигателя с беличей клеткой. Анализ учитывает тоже вытеснение тока по высоте стержней в глубоком пазе клетки. После трансформирования этих уравнений вместе с граничными условиями, к комплексной системе координат получены их операторные решения для постоянной скорости вращения ротора. Эти решения для пространственных векторов отдельных гармонических магнитного поля в воздушном зазоре, использованы для сформулирования уравнений напряжения статора и ротора. Представлены примеры разложения плотности токов в стали ротора для установленных режимов работы и диаграммы адмитанции статора как функции скольжения для различных сопротивлений стали ротора. Предположена модификация математической модели двигателя для приближенного анализа влияния этих токов утечки на работу машины в неуставленном режиме работы.

INFLUENCE OF LEAKAGE CURRENTS IN THE SHEET PACK OF THE ROTOR ON PARAMETERS OF THE INDUCTION MOTOR MATHEMATICAL MODEL

S u m m a r y

On the assumption of finite resistivity of the sheet pack of the rotor magnetic circuit a set of non homogenous differential equations of the second order describing density distribution of the stray currents between the rotor squirrel-cage bars of a deep-slotted rotor have been formulated. Simultaneously, the phenomenon of the current displace-

ment along particular bars of the cage has been taken into account. After transforming these equations, together with boundary conditions at the ends of the sheet pack, into a space vector coordinate system their operational solutions valid for constant rotational speed of the rotor have been found.

The solutions for the space vectors of particular harmonics of the magnetic air gap field have enabled the formulation of voltage equations of the stator and rotor circuits. Some examples of the stray currents density distribution in the sheet pack during the motor operation in the steady - state with various slips have been given. The slip dependent stator admittance diagrams for different resistivity values of the rotor sheet pack have been presented. A modification of traditional mathematical motor model allowing approximate analysis of transients with regard to the rotor leakage currents has been suggested.

4. Wyniki

W niniejszym artykule przedstawiono wyniki badań nad wpływem prądów pakietu blach wirnika na charakterystyki silnika indukcyjnego. Wyliczono i przedstawiono przykładowe rozkłady gęstości prądów w pakiecie blach oraz diagramy admitancji silnika w funkcji przesunięcia fazowego dla różnych wartości oporności pakietu blach wirnika.

Wyniki badań przedstawiono w postaci diagramów admitancji silnika w funkcji przesunięcia fazowego dla różnych wartości oporności pakietu blach wirnika. Wyliczono również przykładowe rozkłady gęstości prądów w pakiecie blach.

W niniejszym artykule przedstawiono wyniki badań nad wpływem prądów pakietu blach wirnika na charakterystyki silnika indukcyjnego. Wyliczono i przedstawiono przykładowe rozkłady gęstości prądów w pakiecie blach oraz diagramy admitancji silnika w funkcji przesunięcia fazowego dla różnych wartości oporności pakietu blach wirnika. Wyniki badań przedstawiono w postaci diagramów admitancji silnika w funkcji przesunięcia fazowego dla różnych wartości oporności pakietu blach wirnika. Wyliczono również przykładowe rozkłady gęstości prądów w pakiecie blach.

Jerzy KOKOTKIEWICZ

OKREŚLENIE DODATKOWYCH MOMENTÓW ELEKTROMAGNETYCZNYCH POWSTAJĄCYCH W CZASIE PRACY USTALONEJ SILNIKA ASYNCHRONICZNEGO KLATKOWEGO, PRZY ZASILANIU NAPIĘCIEM NIESINUSOIDALNYM PRZEMIENNIKA CZĘSTOTLIWOŚCI Z OBWODEM POŚREDNIM NAPIĘCIOWYM

Streszczenie. Silnik asynchroniczny klatkowy, zasilany poprzez statyczny przemiennik częstotliwości niesinusoidalnym napięciem o zmiennej częstotliwości, wytwarza dodatkowe momenty przemienne. Za pomocą prawa Biota-Savarta można obliczyć siły statyczne działające na wirnik i określić poszczególne występujące dodatkowe przemienne momenty elektromagnetyczne. Często jednak korzystniejsze jest obliczenie jednoczesne całosci dodatkowych momentów przemiennych, drogą rozwiązania za pomocą transformacji Laplace'a równań różniczkowych opisujących stan elektromagnetyczny silnika. Na podstawie uzyskanych w ten sposób wzorów określono hodografy kompleksorów prądu stojana i wirnika, hodografy kompleksorów strumieni skojarzonych stojana i wirnika, przebiegi czasowe prądu stojana oraz przebiegi czasowe momentu elektromagnetycznego silnika.

1. Wprowadzenie

W napędach maszyn roboczych jako ozłon wykonawczy obecnie stosowane są głównie trójfazowe silniki prądu przemiennego asynchroniczne klatkowe. Ich prosta konstrukcja sprzyja niskim kosztom wytwarzania, a brak części przewodzących prąd podlegających zużyciu ciernemu pozwala uzyskać dużą niezawodność w pracy.

Podstawową wadą omawianych silników jest to, że pracują one ekonomicznie tylko w bardzo wąskim przedziale prędkości obrotowych, wyznaczonym przez synchroniczną prędkość obrotową oraz poślizg znamionowy wirnika.

Obecnie coraz częściej powstaje jednak konieczność zastosowania w maszynie roboczej, układu napędowego umożliwiającego ekonomiczne i bezstopniowe nastawianie w szerokich granicach prędkości i momentu obrotowego. Silniki asynchroniczne klatkowe mogą spełnić to wymaganie, jeżeli będą zasilane napięciem o nastawianej częstotliwości i amplitudzie. W tym celu pomiędzy przemysłową siecią energetyczną a silnikiem instaluje się przekształtnik, który umożliwia uzyskanie pożądanych parametrów pobieranej z sieci energii elektrycznej. Przekształtnik dla zachowania pracy silnika w stałym punkcie krzywoliniowej charakterystyki magnesowania umożliwia jednoczesną ale wzajemnie niezależną zmianę tak częstotliwości, jak i amplitudy napięcia zasilającego w sposób, jaki wymagany jest dla utrzymania stałości stosunku E_s/f_1 .

Wadą wszystkich stosowanych przemienników częstotliwości jest niesinusoidalny kształt napięcia bądź prądu zasilającego silnik, przy czym stopień odkształcenia od przebiegu sinusoidalnego jest różny i zależy na przykład od rodzaju i zasady pracy falownika, charakteru obciążenia, częstotliwości. Każde odkształcenie od przebiegu sinusoidalnego napięcia bądź prądu zasilającego powoduje powstanie w silniku asynchronicznym klatkowym dodatkowych zjawisk, w postaci na przykład dodatkowych strat oraz momentów.

Przedmiotem opracowania jest określenie dodatkowych momentów elektromagnetycznych, jakie powstają w czasie pracy ustalonej silnika asynchronicznego klatkowego zasilanego poprzez przemiennik częstotliwości z obwodem pośrednim napięciowym. Stan ustalony pracy silnika rozumiany jest jako wyidealizowany (teoretyczny) stan pracy, w którym funkcje prądów, napięć i prędkości obrotowej wirnika są stałe, okresowe lub prawie okresowe. W pracy założono, że przemiennik częstotliwości ma tak dobrane indukcyjności i pojemności w obwodzie pośrednim, że prąd lub napięcie na wyjściu obwodu pośredniego nie posiada w stanie ustalonym składowej przemiennej. Przyjęto, że układ zasilania wymusza na zaciskach silnika znane z góry przebiegi napięć i prądów, co oznacza pominięcie ewentualnego oddziaływania na nie silnika.

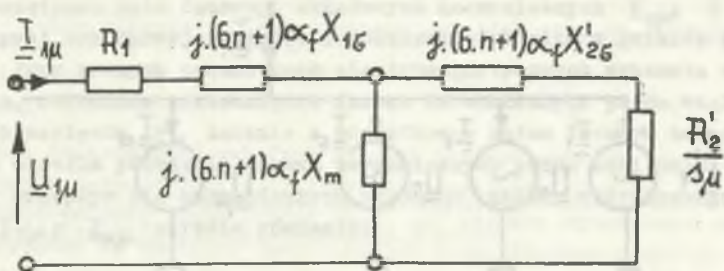
2. Określenie dodatkowych momentów elektromagnetycznych metoda superpozycji

Zakłada się, że przy zasilaniu silnika poprzez symetryczny przemiennik częstotliwości z falownikiem napięcia do zacisków uzwojeń silnika przyłożone jest niesinusoidalne napięcie przemienne o okresie $1/f_1$, o symetrii kształtu jednakowej dla wszystkich faz, przy czym między napięciem kolejnych faz istnieje przesunięcie w czasie o $1/3$ okresu. Symetria kształtu napięcia jest taka, że widmo nie zawiera harmonicznych parzystych, a przy zasilaniu silnika trójprzewodowo bez przewodu neutralnego, napięcie fazowe nie zawiera ponadto harmonicznych nieparzystych podzielnych przez 3.

Przy takich założeniach dotyczących kształtu napięcia fazowego wykładniczy szereg Fouriera odtwarzający to napięcie można przedstawić jako:

$$\underline{U}_1 = \sum_{\mu} \underline{U}_{\mu} \cdot e^{j\mu(2\pi f_1)t_1} \quad (1)$$

Kompleksor napięcia stojana zawiera składowe harmoniczne rzędu $\mu = (6n+1)$, o częstotliwości $f_{\mu} = f_1 \cdot \mu = f_1(6n+1)$, gdzie n może być zerem lub dowolną liczbą całkowitą dodatnią lub ujemną.



$$\omega_r = \frac{\omega_1}{\omega_{1N}} = \alpha_f = \frac{f_1}{f_{1N}}$$

$$\underline{Z}_{\mu} = R_1 + j\mu\alpha_f X_1 \frac{\frac{R'_2}{3\mu} + j\mu\alpha_f \sigma X'_2}{\frac{R'_2}{3\mu} + j\mu\alpha_f X'_2}$$

$$s_{\mu} = 1 - \frac{1}{\mu} (1 - s_1)$$

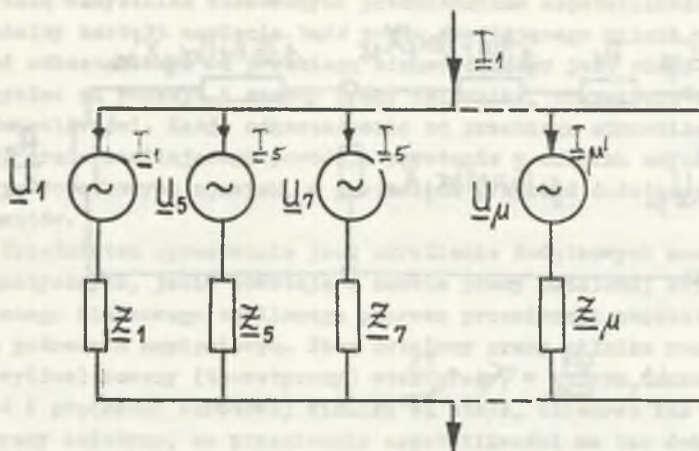
Rys. 1. Schemat zastępczy silnika asynchronicznego klatkowego zastosowany do obliczeń wyższych harmonicznych prądu

Fig. 1. Equivalent circuit of the asynchronous squirrel-cage motor used for calculations of current higher harmonics

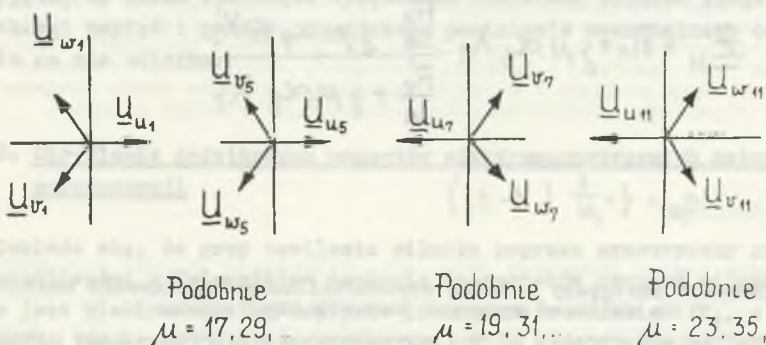
Po przyporządkowaniu zgodnie z rys. 1 harmonicznemu μ napięcia odpowiednich impedancji \underline{Z}_{μ} , można obliczyć składowe harmoniczne prądu stojana:

$$\underline{I}_{\mu} = \frac{U_{\mu}}{\underline{Z}_{\mu}} \quad (2)$$

Jeżeli silnik asynchroniczny klatkowy można uważać za obiekt liniowy, to wówczas dopuszczalne jest stosowanie zasady superpozycji. Zasada ta, przedstawiona na rys. 2, pozwala sprowadzić obliczenia, na przykład prądu w silniku, do szeregu obliczeń prądów w "silnikach harmonicznych" o impedancji \underline{Z}_{μ} , na zaciski których podaje się kolejno napięcie sinusoidalne o częstotliwości i amplitudzie poszczególnych harmonicznych wchodzących w skład odkształconego napięcia zasilania. W celu uproszczenia obliczeń



Rys. 2. Metoda superpozycji wyższych harmonicznych prądu
Fig. 2. Superposition method of current higher harmonics



Rys. 3. Określenie początkowych kątów fazowych wyższych harmonicznych napięcia

Fig. 3. Determination of the initial phase angles of voltage higher harmonics

każdego z "silników harmonicznych" nie uwzględnia się zmian stanu nasycenia obwodu magnetycznego wywołanego pozostałymi harmonicznymi. W ten sposób dzięki metodzie superpozycji istnieje możliwość wykorzystania bez znaczących zmian metod i programów obliczeń stosowanych w projektowaniu silników asynchronicznych klatkowych zasilanych napięciem sinusoidalnym.

Całkowity prąd w uzwojeniu stojana:

$$\underline{I}_1 = \sum_{\mu}^{\pm\infty} \frac{\underline{U}_{\mu}}{\underline{Z}_{\mu}} \quad (3)$$

Położenie początkowe kąta fazowego składowych harmonicznych $\underline{U}_{u\mu}$; $\underline{U}_{v\mu}$; $\underline{U}_{w\mu}$ dla krzywej schodkowej napięcia i połączenia silnika w gwiazdę pokazuje rys. 3. Przy znanych parametrach elektromagnetycznych schematu zastępczego silnika, obliczone przesunięcie fazowe harmonicznych prądu względem harmonicznych napięcia φ_{μ} łącznie z początkowym kątem fazowym harmonicznej napięcia określa położenie fazowe harmonicznych prądu zasilania.

Wypadkowy przepływ dla harmonicznych rzędu μ układu trójfazowego prądów $\underline{I}_{u\mu}$; $\underline{I}_{v\mu}$; $\underline{I}_{w\mu}$ określa równanie:

$$\Theta_{\mu}(x_1; t) = \sum_{\nu} \Theta_{\nu\mu} \cos(\nu x \frac{\pi}{\tau_p} - \mu \omega t) \quad (4)$$

$$\Theta_{\nu\mu} = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \cdot 3 \frac{z_1}{p} \cdot \frac{\xi_{\nu}}{\nu} I \quad (5)$$

Każdy z układów trójfazowych prądów ($\underline{I}_{u\mu}$; $\underline{I}_{v\mu}$; $\underline{I}_{w\mu}$) wchodzących w zbiór harmonicznych μ odtwarzający prąd niesinusoidalny w uzwojeniach stojana powoduje powstanie podzbiorów harmonicznych ν przepływu o składzie harmonicznych takim, jaki powoduje niesinusoidalne rozłożenie okładu prądu oraz ułożenie stojana i wirnika, ponieważ podzbiory harmonicznych ν zależą od geometrii silnika. Każdy z podzbiorów harmonicznych ν składa się z harmonicznej podstawowej $\nu = 1$ wirującej z prędkością $\mu\omega_1$ oraz wyższych harmonicznych rzędu ν wirujących z prędkością $\mu\omega_1/\nu$.

W przypadku typowych silników o uzwojeniu sześciostrefowym symetrycznym z całkowitą liczbą żłobków przypadających na biegun i fazę, a więc o uzwojeniu najczęściej spotykanym, rząd harmonicznych, czyli liczba par biegunów na obwodzie, określony jest zależnością:

$$\nu = p(6g + 1) \quad g = 0; \pm 1; \pm 2; \dots \quad (6)$$

Szczególnie ważny jest zbiór wszystkich harmonicznych podstawowych, a więc o $\nu = p$, ponieważ te harmoniczne ($g = 0$) są głównie odpowiedzialne za wytworzenie momentów przemiennych w silniku asynchronicznym klatkowym zasilanym poprzez przemiennik częstotliwości. Harmoniczne podstawowe okładu prądu współdziałając z głównym strumieniem magnetycznym silnika ($\mu = 1$) powodują powstanie momentów przemiennych, których wartość średnia jest równa 0. Częstotliwość pulsacji momentów przemiennych jest określona różnicą prędkości obrotowych harmonicznych okładu prądu i indukcji:

$f_{\text{przem}} = f_1 - \mu f_1 = f_1(1 - \mu)$, a ponieważ $\mu = 6n + 1$, to $f_{\text{przem}} = 6n f_1$. Oddziaływanie harmonicznych $\nu \neq p$ na silnik może nie być rozpatrywane, ponieważ spowodowane nimi zjawiska pasożytnicze winny być ograniczane przez zastosowanie odpowiednich rozwiązań przy projektowaniu silnika oraz są drugorzędne w stosunku do zjawisk wywołanych harmonicznymi $\nu = p$.

Poślizg wirnika względem harmonicznej μ określa wzór:

$$s_{p\mu} = 1 - \frac{1}{\mu}(1 - s_1) \quad (7)$$

gdzie s_1 oznacza poślizg wirnika względem harmonicznej podstawowej ($\mu = 1$) indukcji. Ponieważ w przedziale między biegiem jałowym i obciążeniem znamionowym poślizg s_1 jest bardzo mały, poślizg wirnika $s_{p\mu}$ względem wyższych harmonicznych indukcji jest zbliżony do jedności: $s_{p\mu} \approx 1 - 1/\mu \approx 1$. "Silnik wyższej harmonicznej" pracuje więc w stanie bliskim zwarcia, to znaczy w stanie, w którym dana harmoniczna jest silnie tłumiona przez prądy wirnika. Powoduje to, że prąd harmonicznej μ ($I_{p\mu}$ dla $\mu > 1$) praktycznie nie zależy od obciążenia i uwidacznia się silnie w prądzie silnika zmierzonym w stanie biegu jałowego niż w prądzie zmierzonym przy obciążeniu znamionowym. Tłumienie wyższych harmonicznych indukcji wywołanych przez harmoniczne napięcia rzędu $\mu \neq 1$ powoduje powstanie dodatkowych strat, lecz momenty indukcyjne tych harmonicznych są do pominięcia. Jednostkowe siły styczne działające na wirnik, a więc moment elektromagnetyczny silnika, można określić, jeżeli jest znany rozkład przestrzenny indukcji b_p oraz okładu prądu $a_{p\mu}$. Jednostkową siłę styczną, tj. siłę przypadającą na jednostkę powierzchni zewnętrznej wirnika, określa wzór:

$$F_t(\gamma_1; t) = b_p a_{p\mu} \quad (8)$$

Moment otrzymany po scałkowaniu tej siły po powierzchni wirnika $2\pi R l_w$ i pomnożeniu przez ramię działania R :

$$M(t) = R \int_0^{2\pi} F_t l_w R d\gamma_1 = \pi R^2 l_w B_p A_{p\mu} \cos[(1 - \mu)\omega t] \quad (9)$$

gdzie:

$$B_p = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{V_1}{2.1 \xi l_w \tau_p}$$

$$A_{p\mu} = \sqrt{2} \xi \frac{3 Z_1 I_1 \mu}{p \tau_p}$$

stąd:

$$M = \frac{3}{\sqrt{2}} \pi I_1 V_1 \mu \quad (10)$$

Wartość momentu elektromagnetycznego przemiennego w niewielkim stopniu zależy od obciążenia, ponieważ indukcja B_p jest zwykle stała, a okład prądu $A_{p\mu}$ może jedynie ulegać niewielkim zmianom z tytułu zmian poślizgu oraz stanu nasycenia obwodu magnetycznego silnika. Ze wzoru (9) wynika,

że w przypadku falownika o modulacji szerokości impulsów, przy małej częstotliwości roboczej, częstotliwość momentów elektromagnetycznych przemiennej jest bardzo duża i należy się spodziewać, że ze względu na bezwładność wirnika ich działania nie są groźne dla silnika.

3. Określenie dodatkowych momentów elektromagnetycznych za pomocą równań różniczkowych będących modelem silnika

Omówiona metoda superpozycji ze względu na dużą prędkość nadaje się głównie do badań wpływu poszczególnych harmonicznych zawartych w niesinusoidalnym napięciu zasilania, na wartość amplitudy i częstotliwości dodatkowych momentów elektromagnetycznych. W badaniach stanu pracy ustalonej silnika korzystne jest określenie wpływu całości harmonicznych tworzących niesinusoidalne napięcie zasilania na powstanie dodatkowych momentów elektromagnetycznych, drogą rozwiązania równań różniczkowych będących modelem matematycznym silnika asynchronicznego klatkowego. W celu uzyskania możliwie nieskomplikowanych przydatnych do analizy zależności opisujących pracę ustaloną silnika, przyjęto następujące założenia upraszczające:

- silnik posiada budowę symetryczną,
- uzwojenia stojana i wirnika są trójfazowe symetryczne. Zwarte klatkowe uzwojenie wirnika zostaje zastąpione przez trzy symetryczne uzwojenia fazowe,
- strumienie magnetyczne wytwarzane przez poszczególne uzwojenia fazowe stojana i wirnika są sinusoidalnie rozłożone wzdłuż równomiernej szczeliny powietrznej,
- pomija się wpływ anizotropii, histerezy, zmiany nasycenia obwodu magnetycznego, wypierania prądu w przewodach uzwojenia, straty w żelazie,
- silnik pracuje bez przewodu zerowego,
- prędkość obrotową wirnika można uważać za praktycznie stałą lub stałą w wybranych przedziałach czasu.

Analiza pracy silnika oparta jest na równaniach obwodowych maszyny elektrycznej z pominięciem pojemności uzwojeń, wpływności prądów klatki wirnika oraz strumieni unipolarnych. Stosowanie w obliczeniach niezmiennego nasycenia obwodu magnetycznego oznacza że krzywa magnesowania silnika zastąpiona jest linią prostą, przechodzącą przez początek układu współrzędnych i przez punkt pracy znamionowej na charakterystyce magnesowania.

Jako model silnika asynchronicznego klatkowego przyjęto układ równań:

$$\underline{U}_1 = R_1 \underline{I}_1 + \frac{d\underline{\Psi}_1}{dt} + j\omega_x \underline{\Psi}_1$$

$$0 = R_2' \underline{I}_2' + \frac{d\Psi_2}{dt} + j(\omega_x - \omega)\Psi_2' \quad (11)$$

$$\begin{bmatrix} \underline{\Psi}_1 \\ \underline{\Psi}_2' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_1 & L_m \\ L_m & L_2' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{I}_1 \\ \underline{I}_2' \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$M_e = \frac{3}{2} p R_e \left[-j \underline{\Psi}_2 \quad \underline{I}_2'^* \right] \quad (13)$$

Przy przyjęciu nieruchomego związanego ze stojanem układu współrzędnych; $\omega_x = 0$. W celu przeprowadzenia obliczeń w jednostkach względnych przyjęto:

$$\underline{u}_1 = \frac{U_1}{\sqrt{2} U_N}; \quad \underline{i}_1 = \frac{I_1}{\sqrt{2} I_N}; \quad r_1 = \frac{R_1 I_N}{U_N}; \quad z_N = \frac{U_N}{I_N};$$

$$\underline{\Psi}_1 = \frac{\Psi_1 \omega_N}{\sqrt{2} U_N}; \quad \underline{i}_2' = \frac{I_2'}{\sqrt{2} I_N}; \quad x_1 = \frac{L_1}{z_N / \omega_N}; \quad x_2 = \frac{L_2'}{z_N' / \omega_N};$$

$$\omega_N t = \tau; \quad \omega_r = \omega / \omega_N; \quad \beta_1 = \frac{r_1}{\sigma x_1}; \quad \beta_2 = \frac{r_2'}{\sigma x_2}.$$

Równania podstawowe w jednostkach względnych:

$$\underline{u}_1 = r_1 \underline{i}_1 + \frac{d\Psi_1}{dt} \quad (14)$$

$$0 = r_2' \underline{i}_2' + \frac{d\Psi_2'}{dt} - j\omega_r \Psi_2'.$$

Wprowadzając oznaczenie:

$$\sigma = 1 - \frac{x_m^2}{x_1 x_2} \quad (15)$$

można zapisać:

$$\begin{bmatrix} \underline{i}_1 \\ \underline{i}_2' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{x_1 \sigma}; & -\frac{x_m}{x_1 x_2 \sigma} \\ -\frac{x_m}{x_1 x_2 \sigma}; & \frac{1}{x_2 \sigma} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\Psi}_1 \\ \underline{\Psi}_2' \end{bmatrix} \quad (16)$$

stąd równanie wyjściowe przyjmuje postać:

$$\begin{bmatrix} \underline{u}_1 \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \underline{\Psi}_1 \\ \underline{\Psi}'_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \beta_1 ; -\frac{x_m}{x_2} \beta_1 \\ -\frac{x_m}{x_1} \beta_2 ; \beta_2 - j\omega_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\Psi}_1 \\ \underline{\Psi}'_2 \end{bmatrix} \quad (17)$$

Stosując transformację Laplace'a względem zmiennej ζ otrzymamy:

$$\begin{bmatrix} \underline{\tilde{u}}_1 + \underline{\Psi}_{10} \\ \underline{\Psi}'_{20} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta_1 + s ; -\frac{x_m}{x_2} \beta_1 \\ -\frac{x_m}{x_1} \beta_2 ; \beta_2 + s - j\omega_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\tilde{\Psi}}_1 \\ \underline{\tilde{\Psi}}'_2 \end{bmatrix} \quad (18)$$

Równanie charakterystyczne:

$$D(s) = (\beta_1 + s)(\beta_2 + s - j\omega_r) - \frac{x_m^2}{x_2 x_1} \beta_2 \beta_1 = 0 \quad (19)$$

$$D(s) = s^2 + (\beta_2 + \beta_1 - j\omega_r)s + \beta_2 \beta_1 \delta - j\omega_r \beta_1 = 0.$$

Pierwiastki równania charakterystycznego:

$$s_{1,2} = -\frac{\beta_2 + \beta_1 - j\omega_r}{2} \pm \sqrt{\frac{(\beta_2 + \beta_1 - j\omega_r)^2}{4} + (-\beta_1 \beta_2 \delta + j\omega_r \beta_1)}. \quad (20)$$

Wyznaczniki równania.

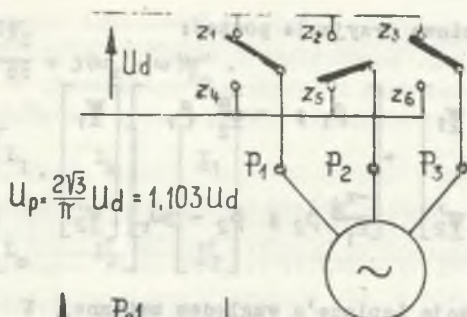
$$D_1(s) = (\underline{\tilde{u}}_1 + \underline{\Psi}_{10})(\beta_2 + s - j\omega_r) + \underline{\Psi}'_{20} \frac{x_m}{x_2} \beta_1 \quad (21)$$

$$D_2(s) = \underline{\Psi}'_{20}(\beta_1 + s) + \frac{x_m}{x_1} \beta_2 (\underline{\tilde{u}}_1 + \underline{\Psi}'_{20}) \quad (22)$$

$$\underline{\tilde{\Psi}}_1 = \frac{D_1(s)}{D(s)} = (\underline{\tilde{u}}_1 + \underline{\Psi}_{10}) \frac{\beta_2 + s - j\omega_r}{(s - s_1)(s - s_2)} + \underline{\Psi}'_{20} \frac{\frac{x_m}{x_2} \beta_1}{(s - s_1)(s - s_2)} \quad (23)$$

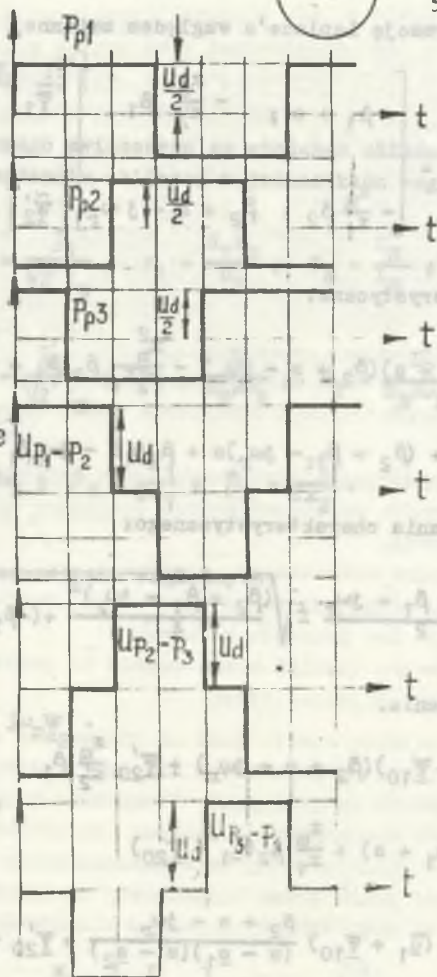
$$\underline{\tilde{\Psi}}'_2 = \frac{D_2(s)}{D(s)} = \frac{x_m}{x_1} \beta_2 (\underline{\tilde{u}}_1 + \underline{\Psi}'_{20}) \frac{1}{(s - s_1)(s - s_2)} + \underline{\Psi}'_{20} \frac{\beta_1 + s}{(s - s_1)(s - s_2)}. \quad (24)$$

4a.



4b.

Zmiany potencjału na zaciskach P_1, P_2, P_3 ; w skutek przetaczeń zaworów Z w określonym cyklu.



4c.

Napięcie międzyprzewodowe jako różnica potencjałów na zaciskach silnika

Rys. 4. Przekształcenie napięcia stałego obwodu pośredniego w układ napięć trójfazowych - krzywa prostokątna

Fig. 4. Conversion of the d.c. voltage of the intermediate circuit into the three-phase voltage configuration - rectangular curve

Przy zasilaniu silnika poprzez przemiennik częstotliwości z obwodem pośrednim napięciowym oraz połączeniu uzwojeń stojana w trójkąt, napięcie silnika określa się jako różnicę potencjałów na zaciskach P_1 ; P_2 ; P_3 (rys. 4). Dla $0 < \tau < \pi/3\omega_{r1}$ jest:

$$\underline{u}_1(\tau) = \text{const}$$

$$\underline{\tilde{u}}_1(s) = \frac{u_{11}}{s}$$

$$f(t) = \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{Z(s)}{N(s)} \right\} = \sum_{k=1}^n \frac{Z(s_k)}{N'(s_k)} e^{s_k t} \quad (25)$$

przy czym

$$N'(s_k) = N(s_k)/(s - s_k).$$

Równanie strumieni skojarzonych w postaci czasowej:

$$\underline{\Psi}_1(\tau) = \underline{u}_{11} \underline{k}_1(\tau) + \underline{\Psi}_{10} \underline{k}_2(\tau) + \underline{\Psi}'_{20} \underline{k}_3(\tau) \quad (26)$$

$$\underline{\Psi}'_2(\tau) = \underline{u}_{11} \underline{l}_1(\tau) + \underline{\Psi}_{10} \underline{l}_2(\tau) + \underline{\Psi}'_{20} \underline{l}_3(\tau) \quad (27)$$

gdzie: $\underline{k}_1(\tau)$; $\underline{k}_2(\tau)$; $\underline{k}_3(\tau)$; $\underline{l}_1(\tau)$; $\underline{l}_2(\tau)$; $\underline{l}_3(\tau)$; funkcje pomocnicze.

Wartości początkowe strumieni skojarzonych określone są przez założenie przebiegu okresowego. Mianowicie po $1/6$ okresu, a więc dla: $\tau = \pi/3\omega_{r1}$;

$$\underline{\Psi}_1\left(\tau = \frac{\pi}{3\omega_{r1}}\right) = -\underline{a}^2 \underline{\Psi}_{10} \quad (28)$$

$$\underline{\Psi}'_2\left(\tau = \frac{\pi}{3\omega_{r1}}\right) = -\underline{a}^2 \underline{\Psi}'_{20}.$$

Na tej podstawie:

$$\underline{u}_{11} \underline{k}_{10} + \underline{\Psi}_{10} \underline{k}_{20} + \underline{\Psi}'_{20} \underline{k}_{30} = -\underline{a}^2 \underline{\Psi}_{10} \quad (29)$$

$$\underline{u}_{11} \underline{l}_{20} + \underline{\Psi}_{10} \underline{l}_{20} + \underline{\Psi}'_{20} \underline{l}_{30} = -\underline{a}^2 \underline{\Psi}'_{20}$$

lub:

$$\Psi_{10} = u_{11} \frac{l_{10} k_{30} - k_{10} l_{30} - k_{10} a^2}{k_{20} l_{30} - k_{30} l_{20} + a^2 (l_{30} + k_{20}) + a} \quad (30)$$

$$\Psi'_{20} = u_{11} \frac{l_{20} k_{10} - k_{20} l_{10} - a^2 l_{10}}{k_{20} l_{30} - k_{30} l_{20} + a^2 (l_{30} + k_{20}) + a} \quad (31)$$

Znając wartości początkowe oblicza się zgodnie z opracowanymi wzorami przebiegi czasowe strumieni sprzężonych $\Psi_1(\tau)$ i $\Psi'_2(\tau)$, a następnie prądów:

$$i_1(\tau) = \frac{1}{x_1'6} \Psi_1 - \frac{x_m}{x_1 x_2'6} \Psi'_2 \quad (32)$$

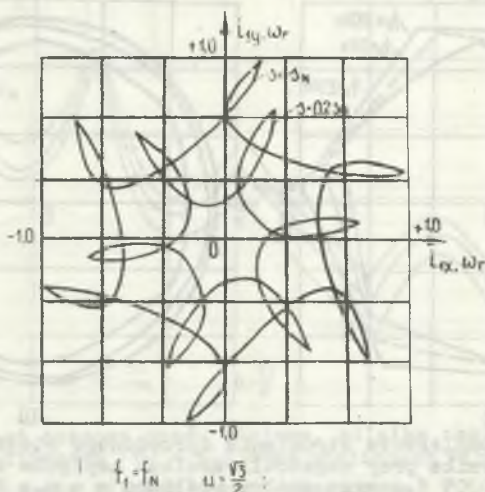
$$i_2'(\tau) = -\frac{x_m}{x_1 x_2'6} \Psi_1 + \frac{1}{x_2'6} \Psi_2 \quad (33)$$

oraz momentów elektromagnetycznych:

$$M_e = \Psi_{1x} i_{1y} - \Psi_{1y} i_{1x} \quad (34)$$

Na podstawie opracowanych wzorów dla silnika o mocy znamionowej $P_N = 5,5$ kW przy $2p = 4$ zasilanego prostokątną falą czasową napięcia obliczono i wykreślono:

- hodograf kompleksora prądu stojana przy zasilaniu napięciem o stałej częstotliwości $f = f_N$ i poślizgach wirnika: $s = s_N$; oraz $s = 0,2 s_N$, (rys. 5),
- hodograf kompleksora prądu stojana przy zasilaniu napięciem o zmiennej częstotliwości: $f = 0,5 f_N$; $f_1 = 0,1 f_N$; i stałym poślizgu wirnika $s = s_N$; (rys. 6),
- hodograf kompleksora strumienia sprzężonego stojana i strumienia sprzężonego wirnika przy częstotliwościach napięcia zasilania silnika: $f = f_N$; $f = 0,1 f_N$; $f = 0,05 f_N$; oraz stałym poślizgu wirnika $s = s_N$; (rys. 7),
- hodograf kompleksora strumienia sprzężonego stojana oraz strumienia sprzężonego wirnika przy stałej częstotliwości napięcia zasilania $f_1 = f_N$ oraz poślizgach wirnika: $s = 0,2 s_N$ oraz $s = s_N$; (rys. 8),
- przebiegi czasowe prądu stojana silnika zasilanego napięciem o stałej częstotliwości $f_1 = f_N$ oraz poślizgach wirnika: $s = s_N$; $s = 0,5 s_N$; $s = 0,2 s_N$; (rys. 9),
- przebiegi czasowe prądu stojana silnika zasilanego napięciem o zmiennej częstotliwości: $f_1 = f_N$; $f_1 = 0,5 f_N$; $f_1 = 0,05 f_N$; i stałym poślizgu wirnika $s = s_N$; (rys. 10),

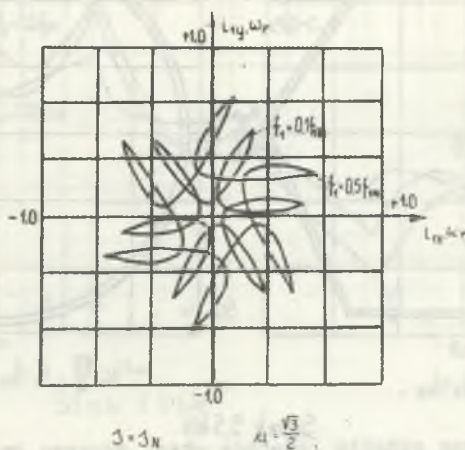


Rys. 5. Hodograf kompleksora prądu stojana silnika o mocy znamionowej 5,5 kW dla $2p = 4$ przy zasilaniu napięciem o stałej częstotliwości

$f_1 = f_N$; i poślizgach wirnika $s = s_N$ oraz $s = 0,2 s_N$

Fig. 5. Hodograph of the stator current space vector of the motor with power rating 5,5 kW for $2p = 4$ at constant frequency of supply voltage:

$f_1 = f_N$ and at rotor slips $S = s_N$ and $S = 0,2 s_N$

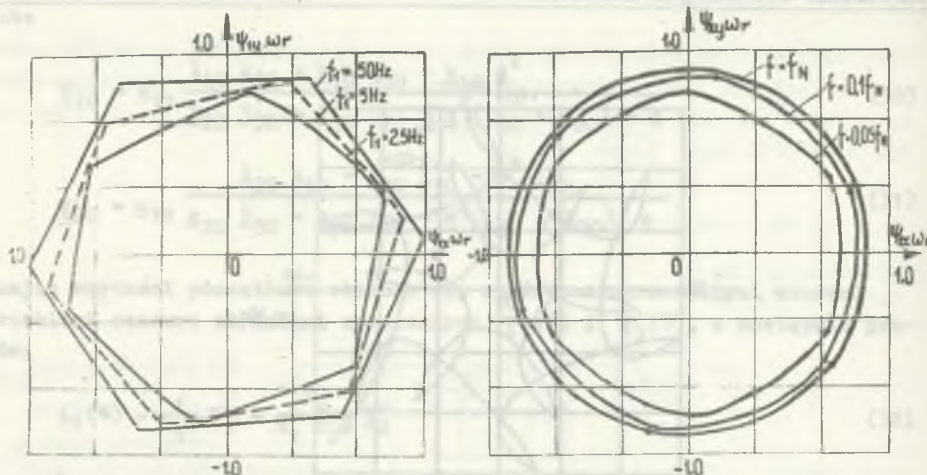


Rys. 6. Hodograf kompleksora prądu stojana silnika o mocy znamionowej 5,5 kW dla $2p = 4$ przy zasilaniu napięciem o zmiennej częstotliwości

$f_1 = 0,5 f_N$; $f_1 = 0,1 f_N$; i stałym poślizgu wirnika $s = s_N$

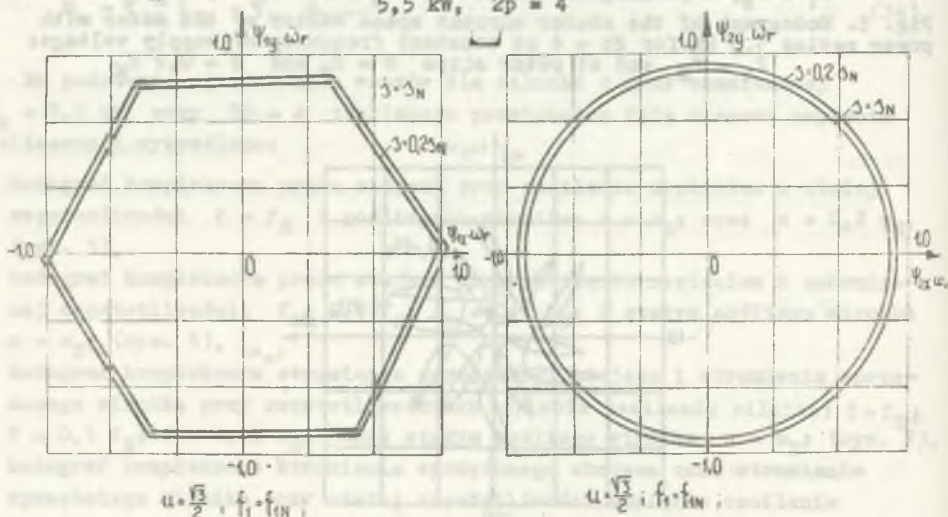
Fig. 6. Hodograph of the stator current space vector of the motor with power rating 5,5 kW for $2p = 4$ at variable frequency of supply voltage:

$f_1 = 0,5 f_N$, $f_1 = 0,1 f_N$ and at constant rotor slip $S = s_N$



Rys. 7. Hodograf kompleksora strumienia sprzężonego stojana oraz strumienia sprzężonego wirnika przy częstotliwościach napięcia zasilania: $f_1 = f_N$, $f_1 = 0,1 f_N$, $f_1 = 0,05 f_N$ oraz stałym poślizgu $s = s_N$ dla silnika o mocy znamionowej 5,5 kW; $2p = 4$

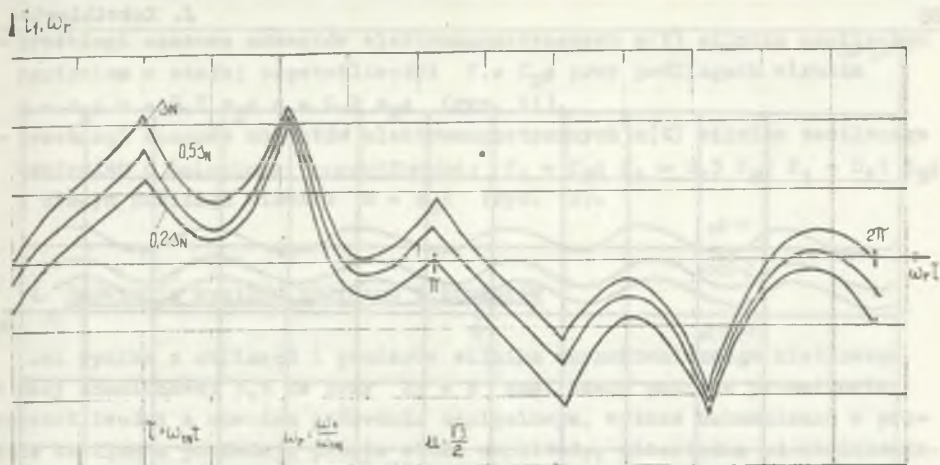
Fig. 7. Hodograph of the stator magnetic flux space vector and rotor magnetic flux space vector at frequency of supply voltage: $f_1 = f_N$, $f_1 = 0,1 f_N$, $f_1 = 0,05 f_N$ and at constant slip $S = s_N$ for the motor with power rating 5,5 kW, $2p = 4$



Silnik 5,5 kW.

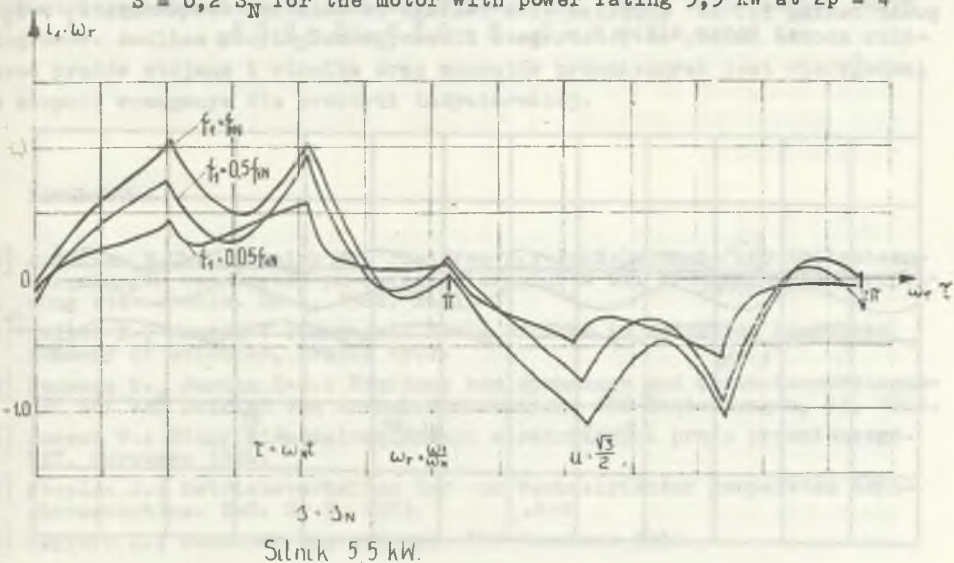
Rys. 8. Hodograf kompleksora strumienia sprzężonego stojana oraz strumienia sprzężonego wirnika przy stałej częstotliwości napięcia zasilania silnika $f_1 = f_N$ i poślizgach wirnika: $s = 0,2 s_N$; $s = s_N$; dla silnika o mocy znamionowej 5,5 kW przy $2p = 4$

Fig. 8. Hodograph of the stator magnetic flux space vector and rotor magnetic flux space vector at constant frequency of voltage supply: $f_1 = f_N$ and rotor slips $S = 0,2 s_N$, $S = s_N$ for the motor with power rating 5,5 kW at $2p = 4$



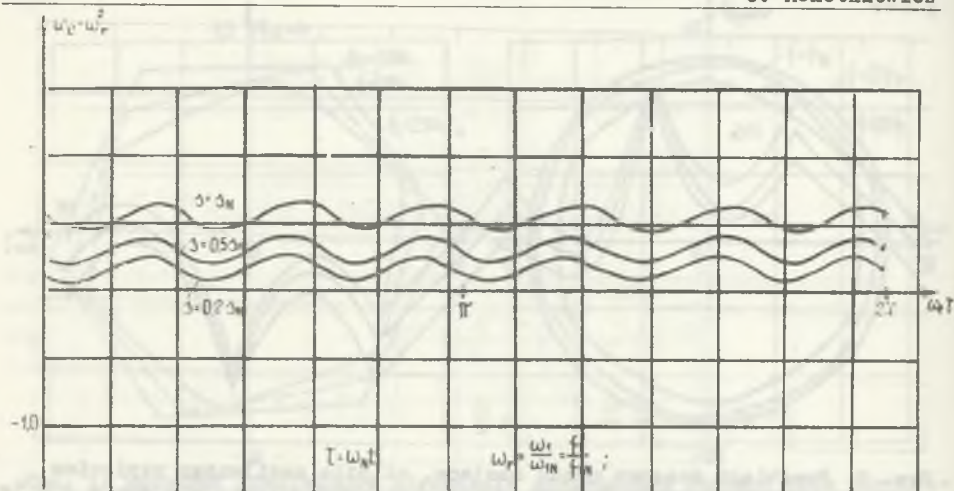
Rys. 9. Przebiegi czasowe prądu stojana, silnika zasilanego napięciem o stałej częstotliwości: $f_1 = f_N$, oraz poślizgach wirnika $s = S_N$; $s = 0,5 S_N$; $s = 0,2 S_N$; dla silnika o mocy znamionowej 5,5 kW przy $2p = 4$

Fig. 9. Time courses of the stator current of the motor supplied with voltage of constant frequency: $f_1 = f_N$ and at rotor slip $S = S_N$, $S = 0,5 S_N$, $S = 0,2 S_N$ for the motor with power rating 5,5 kW at $2p = 4$



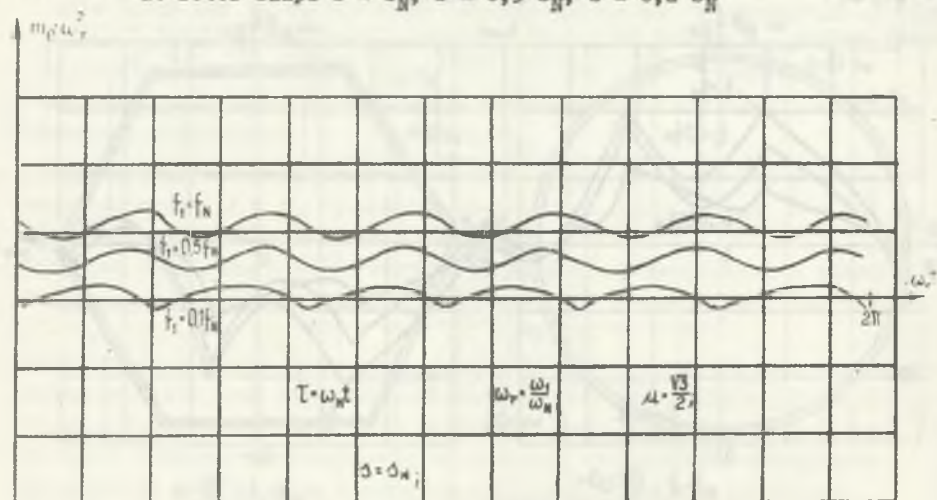
Rys. 10. Przebiegi czasowe prądu stojana, silnika zasilanego napięciem o zmiennej częstotliwości: $f_1 = f_N$; $f_1 = 0,5 f_N$; $f_1 = 0,05 f_N$; i stałym poślizgu wirnika $s = S_N$; dla silnika o mocy znamionowej 5,5 kW przy $2p = 4$

Fig. 10. Time courses of the stator current of the motor supplied with voltage of variable frequency: $f_1 = f_N$, $f_1 = 0,5 f_N$, $f_1 = 0,05 f_N$ and at constant slip of the rotor $S = S_N$ for the motor with power rating 5,5 kW at $2p = 4$



Rys. 11. Przebiegi czasowe momentów elektromagnetycznych $m_e(\tau)$ silnika o mocy znamionowej 5,5 kW zasilanego napięciem o stałej częstotliwości $f_1 = f_N$ przy poślizgach wirnika: $s = s_N$; $s = 0,5 s_N$; $s = 0,2 s_N$

Fig. 11. Time courses of electromagnetic moments $m_e(\tau)$ of the motor with power rating 5,5 kW supplied with voltage of constant frequency: $f_1 = f_N$ at rotor slips $s = s_N$, $s = 0,5 s_N$, $s = 0,2 s_N$



Silnik 5,5 kW.

Rys. 12. Przebiegi czasowe momentów elektromagnetycznych $m_e(\tau)$ silnika o mocy znamionowej 5,5 kW przy $2p = 4$ zasilanego napięciem o zmiennej częstotliwości: $f_1 = f_N$; $f_1 = 0,5 f_N$; $f_1 = 0,1 f_N$; i stałym poślizgu wirnika $s = s_N$

Fig. 12. Time courses of electromagnetic moments $m_e(\tau)$ of the motor with power rating 5,5 kW at $2p = 4$ supplied with voltage of variable frequency: $f_1 = f_N$, $f_1 = 0,5 f_N$, $f_1 = 0,1 f_N$ and at constant rotor slip $s = s_N$

- przebiegi czasowe momentów elektromagnetycznych $m(\tau)$ silnika zasilanego napięciem o stałej częstotliwości $f = f_N$; przy poślizgach wirnika $s = s_N$; $s = 0,5 s_N$; $s = 0,2 s_N$; (rys. 11),
- przebiegi czasowe momentów elektromagnetycznych $m(\tau)$ silnika zasilanego napięciem o zmienianej częstotliwości: $f_1 = f_N$; $f_1 = 0,5 f_N$; $f_1 = 0,1 f_N$; i stałym poślizgu wirnika $s = s_N$; (rys. 12).

4. Omówienie wyników obliczeń i pomiarów

Jak wynika z obliczeń i pomiarów silnika asynchronicznego klatkowego o mocy znamionowej 5,5 kW przy $2p = 4$ zasilanego poprzez przemiennik częstotliwości z obwodem pośrednim napięciowym, wyższe harmoniczne w prądzie zasilania posiadają prawie stałą amplitudę, niezależną od obciążenia.

Na podstawie rysunków można stwierdzić, że przy stosowaniu falownika napięcia prędkość kątowna i amplituda kompleksora strumienia sprzężonego wirnika nie zależą od obciążenia. Również amplituda dodatkowych momentów elektromagnetycznych praktycznie nie zależy od obciążenia.

Wyniki obliczeń przebiegów czasowych prądu stojana i momentu elektromagnetycznego badanego silnika weryfikowano za pomocą odpowiednich oscylogramów. Analiza oscylogramów pozwala stwierdzić, że podana metoda obliczeń prądów stojana i wirnika oraz momentów przemiennych jest wiarygodna w stopniu wymaganym dla praktyki inżynierskiej.

LITERATURA

- [1] Andersen E.Ch., Bieniek K., Pfeiffer R.: Pendelmomente und Wellenbeanspruchungen von Drehstrom-Käfigläufermotoren bei Frequenzumrichterspeisung etz. Archiv. Bd 4, 1982, H. 1.
- [2] Heller B., Hamata V.: Harmonie Field Effects in Induction Maschines Academy of Sciences, Prague 1977.
- [3] Heumann K., Jordan K-G.: Einfluss von Spannungs und Stromüberschwingungen auf den Betrieb von Asynchronmaschinen, AEG-Mitteilungen, 54, 1964.
- [4] Paszek W.: Stany nieustalone maszyn elektrycznych prądu przemiennego. WNT, Warszawa 1986.
- [5] Stepina J.: Betriebsverhalten der vom Wechselrichter gespeisten Asynchronmaschine. EuM. Nr 5, 1983.
- [6] Węgrzyn S.: Rachunek operatorowy. PWN Warszawa 1955.

Recenzent: doc. dr hab. inż. Piotr Wach

Wpłynęło do redakcji dnia 15 czerwca 1987 r.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДОБАВОЧНЫХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ МОМЕНТОВ ВОЗНИКАЮЩИХ В УСТАНОВИ-
ВШЕМСЯ РЕЖИМЕ РАБОТЫ АСИНХРОННОГО ДВИГАТЕЛЯ С БЕЛИЧЕЙ КЛЕТКОЙ ПРИ ПИТАНИИ
НЕСИНУСОИДАЛЬНЫМ НАПРЯЖЕНИЕМ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ ЧАСТОТЫ С НАПРЯЖЕННОЙ ПРОМЕ-
ЖУТОЧНОЙ ЦЕПЬЮ

Р е з ю м е

Асинхронный двигатель с беличей клеткой питаемый через статический преобразователь частоты несинусоидальным напряжением с переменной частотой возбуждает добавочные переменные моменты. С помощью закона Биота-Саварта можно вычислить тангенциальные силы действующие на ротор и определить отдельные возникающие добавочные переменные электромагнитные моменты. Часто, однако, более полезным является одновременный расчет целого добавочных переменных моментов путем решения с помощью трансформации Лапласа дифференциальных уравнений описывающих электромагнитное состояние двигателя. На основе полученных тем способом формул, определены годографы пространственных векторов тока статора и ротора, годографы пространственных векторов связанных потоков статора и ротора, временные функции тока статора и временные функции электромагнитного момента двигателя.

DETERMINATION OF ADDITIONAL ELECTROMAGNETIC MOMENTS ARISING DURING
STABLE OPERATION OF ASYNCHRONOUS SQUIRREL - CAGE MOTOR WHEN SUPPLYING -
WITH UNSINUSOIDAL VOLTAGE - A FREQUENCY CONVERTER WITH INTERMEDIATE
VOLTAGE CIRCUIT

S u m m a r y

The asynchronous squirrel - cage motor supplied through the statical frequency converter with unsinosoidal voltage of variable frequency produces additional convertible moments. By means of Biot - Savart's law static forces acting on the rotor can be calculated and it is possible to determine particular additional convertible elektromagnetic moments.

It is often more advantageous however, to calculate simultaneously the whole of additional convertible moments through solving the differential equations that describe the motor electromagnetic state by means of Laplace transformation. On the basis of the formulas obtained in this way the hodographs of the stator and rotor current space vectors, have been determined; hodographs of the stator and rotor connected streams as well as the time courses of the stator current and time courses of the motor electromagnetic moment have been determined.

Andrzej BOBOŃ
Jan KAPINOS
Jerzy KUDŁA
Władysław MIZIA

ZASTOSOWANIE METODY NIESYMETRYCZNEGO ZASILANIA DO WYZNACZANIA STRAT DODATKOWYCH OBciążENIOWYCH W SILNIKU INDUKCYJNYM

Streszczenie. Przedstawiono metodę pomiaru strat dodatkowych obciążeniowych przy wykorzystaniu niesymetrycznego zasilania silnika indukcyjnego. Metoda niesymetrycznego zasilania nie wymaga dodatkowego silnika napędowego i do wyznaczenia strat dodatkowych obciążeniowych wystarczają jedynie pomiary wielkości elektrycznych, które mogą być wyznaczone ze stosunkowo dobrą dokładnością. Z tych względów metoda ta jest wygodniejsza do zastosowania w warunkach laboratoryjnych i przemysłowych. Uwzględniono zmodyfikowany sposób pomiarowego określenia wielkości koniecznych do wyznaczenia strat dodatkowych, przy zastosowaniu cyfrowego miernika kąta przesunięć fazowych. Zamieszczono wyniki badań strat dodatkowych wybranych silników indukcyjnych i przeprowadzono porównanie z wynikami uzyskanymi przy zastosowaniu metody przeciwpoła.

1. Wprowadzenie

Szybki rozwój konstrukcji maszyn indukcyjnych, wynikający ze stosowania nowych materiałów i technologii, spowodował znaczne zmniejszenie masy silników przy jednoczesnym wzroście stopnia wykorzystania obwodu elektromagnetycznego maszyny. Spowodowało to, że straty dodatkowe w nowych konstrukcjach maszyn zaczęły wzrastać powyżej wartości określonych przez normę (0,5% mocy znamionowej wg PN-72/E-06000) dochodząc nawet do kilku procent. Wzrost strat dodatkowych spowodował zmniejszenie sprawności silników, przy jednoczesnym wzroście przyrostów temperatury poszczególnych elementów maszyny. Z tych powodów zagadnienie strat dodatkowych nabrało znaczenia zarówno w aspekcie badań teoretycznych, jak i doświadczalnych.

W celu wyznaczenia strat dodatkowych obciążeniowych w silnikach indukcyjnych klatkowych i pierścieniowych stosowane są najczęściej ze względów praktycznych następujące metody pomiarowe:

- metoda zwarcia synchronicznego,
- metoda przeciwpoła,
- metoda niesymetrycznego zasilania.

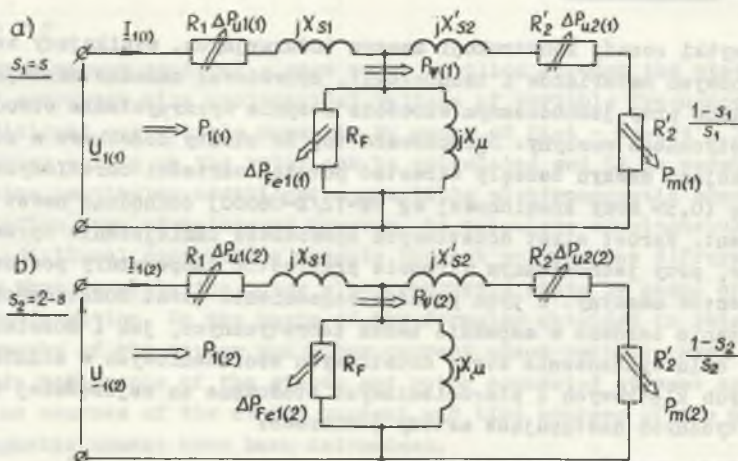
Metody zwarcia synchronicznego i przeciwpola wymagają stosowania dodatkowego silnika napędzającego oraz dokładnego pomiaru mocy na wale silnika napędzającego.

Metoda niesymetrycznego zasilania nie wymaga stosowania dodatkowego silnika napędzającego, pomiary przeprowadza się na biegu jałowym silnika i z tych względów metoda ta wydaje się wygodniejsza do zastosowania zarówno w warunkach laboratoryjnych, jak i przemysłowych, np. na stacji prób.

W artykule przedstawiono zmodyfikowaną metodę pomiaru strat dodatkowych obciążeniowych przy wykorzystaniu niesymetrycznego zasilania nieobciążonego silnika indukcyjnego. Metoda ta zaproponowana w pracy [3] w niewielkim dotychczas stopniu była wykorzystywana w pomiarach, ustępując miejsca metodzie przeciwpola stanowiącej w niektórych krajach podstawę pomiaru strat dodatkowych obciążeniowych (ujętej w normie). Wyniki pomiarów przeprowadzone na trzech silnikach o mocy: 4, 14, 15 kW porównano z wynikami pomiarów przy zastosowaniu metody przeciwpola.

2. Metoda niesymetrycznego zasilania stojana

Pracę ustaloną silnika indukcyjnego zasilanego niesymetrycznym napięciem można analizować metodą składowych symetrycznych. Zgodnie z tą metodą praca silnika niesymetrycznie zasilanego jest równoważna pracy na wspólny wał dwóch identycznych silników indukcyjnych przeciwbieżnych. Na rys. 1 przedstawiono schematy silnika dla składowej zgodnej i przeciwnej.



Rys. 1. Schematy zastępcze silnika indukcyjnego dla składowej zgodnej (a) i przeciwnej (b)

Fig. 1. Equivalent diagrams of induction motor for positive - sequence (a) and negative - sequence (b) components

Sposób wyznaczania strat dodatkowych obciążeniowych opiera się na założeniu, iż pokrywane są one z mocy mechanicznej. Moce mechaniczne dla składowej zgodnej $P_m(1)$ i przeciwnej $P_m(2)$ są określone przez zależności:

$$P_m(1) = P_{uż}(1) + \Delta P_m(1) + \Delta P_d(1) \quad (1)$$

$$P_m(2) = P_{uż}(2) + \Delta P_m(2) + \Delta P_d(2) \quad (2)$$

gdzie:

- $P_{uż}(1)$, $P_{uż}(2)$ - moce użyteczne (na wale),
 $\Delta P_m(1)$, $\Delta P_m(2)$ - straty mechaniczne,
 $\Delta P_d(1)$, $\Delta P_d(2)$ - straty dodatkowe obciążeniowe.

Indeksami (1) i (2) oznaczono wielkości dla składowej zgodnej i przeciwnej.

$$P_m(1) = P_\Psi(1) - \Delta P_{u2}(1) = P_\Psi(1)(1-s) \quad (3)$$

$$P_m(2) = P_\Psi(2) - \Delta P_{u2}(2) = -P_\Psi(2)(1-s) \quad (4)$$

gdzie:

- $P_\Psi(1)$, $P_\Psi(2)$ - moce pól wirujących,
 $\Delta P_{u2}(1)$, $\Delta P_{u2}(2)$ - straty w uzwojeniach wirnika,

$$\Delta P_{u2}(1) = P_\Psi(1)s, \quad \Delta P_{u2}(2) = P_\Psi(2)(2-s).$$

Porównując ze sobą moce mechaniczne silnika otrzymane przez sumowanie równań (1) i (2) oraz (3) i (4) otrzymuje się straty dodatkowe obciążeniowe ΔP_d :

$$P_m = P_m(1) + P_m(2) = P_{uż}(1) + P_{uż}(2) + \Delta P_m(1) + \Delta P_m(2) + \Delta P_d(1) + \Delta P_d(2)$$

$$P_m = (1-s)(P_\Psi(1) - P_\Psi(2))$$

$$\Delta P_d = \Delta P_d(1) + \Delta P_d(2) = (1-s)(P_\Psi(1) - P_\Psi(2)) - \Delta P_m \quad (5)$$

gdzie:

$$P_{u\dot{z}} = P_{u\dot{z}(1)} + P_{u\dot{z}(2)} = 0 \quad - \text{moc użyteczna nieobciążonego silnika,}$$

$$\Delta P_m = \Delta P_m(1) + \Delta P_m(2) \quad - \text{straty mechaniczne.}$$

Aby otrzymać straty dodatkowe silnika indukcyjnego przy symetrycznym zasilaniu i przy obciążeniu znamionowym ΔP_{dn} , należy przeliczyć wyznaczone w powyższy sposób straty dodatkowe ΔP_d przyjmując, że zależą one w przybliżeniu od kwadratu prądu stojana:

$$\Delta P_{d(1)} = \Delta P_{dn} \left(\frac{I_1(1)}{I_{1n}} \right)^2$$

$$\Delta P_{d(2)} = \Delta P_{dn} \left(\frac{I_1(2)}{I_{1n}} \right)^2$$

$$\Delta P_d = \Delta P_{d(1)} + \Delta P_{d(2)} = \Delta P_{dn} \frac{I_1(1) + I_1(2)}{I_{1n}^2}$$

stąd:

$$\Delta P_{dn} = \Delta P_d \frac{I_{1n}^2}{I_1^2(1) + I_1^2(2)} \quad (6)$$

przy czym

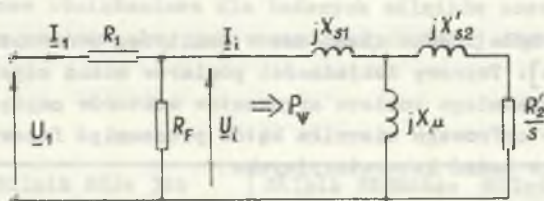
I_{1n} - prąd znamionowy silnika,

$I_1(1), I_1(2)$ - składowe symetryczne prądu stojana.

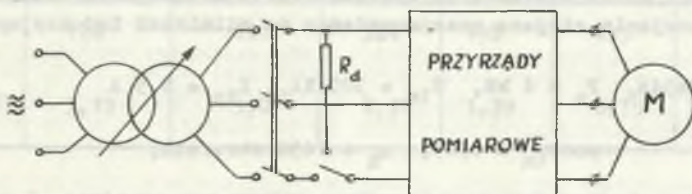
Moce pól wirujących $P_\Psi(1), P_\Psi(2)$ można obliczyć na podstawie schematów zastępczych silnika dla składowych symetrycznych (rys. 1). Prostsze wyrażenia dla tych mocy można otrzymać na podstawie zmodyfikowanego schematu zastępczego [3], w którym rezystancja reprezentująca straty w rdzeniu jest włączona przed reaktancją rozproszenia stojana (rys. 2). Równocześnie zbędna staje się wówczas znajomość wszystkich parametrów schematu zastępczego (wystarczy znajomość rezystancji R_1 oraz R_F).

Moce pól wirujących wynoszą:

$$P_\Psi(1) = 3 \operatorname{Re} \{ \underline{U}_1(1) \underline{I}_1^*(1) \}, \quad P_\Psi(2) = 3 \operatorname{Re} \{ \underline{U}_1(2) \underline{I}_1^*(2) \}. \quad (7)$$



Rys. 2. Zmodyfikowany schemat zastępczy silnika indukcyjnego
Fig. 2. Modified equivalent diagram of induction motor



Rys. 3. Układ do pomiaru strat dodatkowych obciążeniowych metodą niesymetrycznego zasilania uzwojenia stojana
Fig. 3. Circuit for measuring stray - load losses using the method of stator winding asymmetrical supply

Potrzebne do wyznaczenia tych mocy, napięcia i prądy stojana dla składowych symetrycznych otrzymuje się przez rozkład na składowe symetryczne niesymetrycznego układu napięć i prądów stojana. Z równań (5), (6), (7) wynika, że do obliczenia strat dodatkowych obciążeniowych silnika należy wyznaczyć pomiarowo:

- poślizg silnika,
- straty mechaniczne,
- wektory napięć i prądów fazowych stojana

dla silnika nieobciążonego, zasilanego niesymetrycznym układem napięć stojana.

Układ pomiarowy, zaproponowany w pracy [3] przedstawiono na rys. 3.

Po rozruchu silnika zasilanego napięciem symetrycznym następuje przełączenie jednej fazy na dodatkową rezystancję R_d . Przyjęty rodzaj niesymetrii umożliwia w prosty sposób wyznaczenie przesunięć fazowych między napięciami i prądami za pomocą watomierzy. Wartości skuteczne prądów i napięć fazowych można zmierzyć woltomierzami i amperomierzami elektromagnetycznymi. Straty mechaniczne wyznacza się przy biegu jałowym silnika.

Pomiary strat dodatkowych opisanym wyżej sposobem dla silników o różnej mocy i dla różnych wartości rezystancji R_d wykazały duży wpływ dokładności pomiarowego wyznaczania wektorów napięć i prądów na wartość strat dodatkowych. Z tego powodu metoda niesymetrycznego zasilania, mimo

swoich zalet, była rzadko stosowana w praktyce, zwłaszcza dla silników dużych mocy [4]. Poprawę dokładności pomiarów można uzyskać przez zastosowanie bezpośredniego pomiaru argumentów wektorów napięć i prądów fazowych za pomocą cyfrowego miernika kątów przesunięć fazowych, co stwierdzono w trakcie badań laboratoryjnych.

3. Badania

Pomiary strat dodatkowych obciążeniowych metoda niesymetrycznego zasilania uzwojenia stojana przeprowadzono na silnikach indukcyjnych:

1) SZJe34b, $P_n = 4 \text{ kW}$, $U_{1n} = 380 \text{ V}$, $I_{1n} = 8,5 \text{ A}$

$$\cos\varphi_{1n} = 0,85, \quad n_n = 1430 \text{ obr./min},$$

2) SZDm64c, $P_n = 14 \text{ kW}$, $U_{1n} = 380 \text{ V}$, $I_{1n} = 27,5 \text{ A}$

$$\cos\varphi_{1n} = 0,87, \quad n_n = 1460 \text{ obr./min},$$

3) Sf160 L-4, $P_n = 15 \text{ kW}$, $U_{1n} = 380 \text{ V}$, $I_{1n} = 29,8 \text{ A}$

$$\cos\varphi_{1n} = 0,85, \quad n_n = 1470 \text{ obr./min}.$$

Do wyznaczenia strat dodatkowych obciążeniowych metodą niesymetrycznego zasilania konieczna jest znajomość wektorowych wartości prądów i napięć fazowych (pkt. 2). Wartości te zostały określone przy wykorzystaniu cyfrowego miernika kąta przesunięcia fazowego.

Pomiary strat dodatkowych obciążeniowych wykonano przy trzech wartościach rezystancji dodatkowej R_d włączonej do obwodu stojana poszczególnych silników.

Uzyskane wyniki pomiarów zamieszczono w tabelicy 1.

Tabela 1

Wielkości pomiarowe	Pomiar	Silnik SZJe 34b $P_n = 4 \text{ kW}$			Silnik SZDm64c $P_n = 14 \text{ kW}$			Silnik Sf160L-4 $P_n = 15 \text{ kW}$		
		I	II	III	I	II	III	I	II	III
R_d	(Ω)	10,9	8,55	4,2	18,1	9,3	5,1	18,3	10,2	4,3
ΔP_{dn}	(W)	115	130	133	305	324	343	109	112	116
$\frac{\Delta P_{dn}}{P_n} \cdot 100$	(%)	2,86	3,25	3,32	2,18	2,31	2,45	0,73	0,75	0,77

Straty dodatkowe obciążeniowe dla badanych silników zostały również wyznaczone metodą przeciwpoła, jako metodą najczęściej stosowaną i zalecaną.

Tablica 2

Straty dodatkowe obciążeniowe	Silnik SZJe 34b $P_n = 4 \text{ kW}$		Silnik SZDm64e $P_n = 14 \text{ kW}$		Silnik Sf160 L-4 $P_n = 15 \text{ kW}$	
	metoda niesym. zasilan.	metoda przeciwpoła	metoda niesym. zasilan.	metoda przeciwpoła	metoda niesym. zasilan.	metoda przeciwpoła
ΔP_{dn} (W)	126	120	324	195	113	140
$\frac{\Delta P_{dn}}{P_n} 100(\%)$	3,15	3,0	2,31	1,39	0,75	0,93

W tablicy 2 zamieszczono wyniki pomiaru strat dodatkowych obciążeniowych badanych silników metodą przeciwpoła i metodą niesymetrycznego zasilania, przy czym dla metody niesymetrycznego zasilania do celów porównywania wzięto wynik średni z uzyskanych pomiarów przy różnych wartościach rezystancji dodatkowej.

4. Uwagi końcowe

Na podstawie przeprowadzonych badań strat dodatkowych obciążeniowych wybranych silników indukcyjnych metodą niesymetrycznego zasilania uzwojenia można stwierdzić, że:

- metoda jest pomiarowo łatwa do wykonania, wymaga jednak pewnego nakładu czasu na obliczenia, które można w sposób zasadniczy skrócić wykorzystując technikę mikrokomputerową,
- wyznaczenie wartości wektorowych napięć i prądów fazowych, reprezentowanych dla przedstawionej metody na podstawie bezpośredniego pomiaru kątów przesunięcia fazowego, w sposób istotny skraca czas opracowania wyników pomiarowych,
- uzyskiwany wynik pomiaru strat zależy od wartości rezystancji dodatkowej włączonej do uzwojenia stojana, czyli od stopnia wprowadzonej niesymetrii zasilania i celowe jest przeprowadzenie analizy wpływu wartości rezystancji dodatkowej na wartość strat dodatkowych obciążeniowych dla danego silnika,
- z porównania wyznaczonych strat dodatkowych obciążeniowych metodą niesymetrycznego zasilania i metodą przeciwpoła wynika, że wyznaczone wartości strat są zbliżone do siebie, zatem zastosowanie danej metody dla zakresu mocy badanych silników jest alternatywne,

- uzyskane wyniki pomiarów strat dodatkowych obciążeniowych obydwoma zastosowanymi metodami są wyższe od wartości podawanych strat dodatkowych przez normę PN-72/E-06000, jaką należy przyjmować przy wyznaczaniu sprawności silnika metodą strat poszczególnych.

LITERATURA

- [1] Gancew I.W.: Dobawocznyje potieri w asinchronnych dwigatielach. Energoizdat, Moskwa 1981.
- [2] Heller B., Hamata V.: Harmonic field effects in induction machines. Academia, Publishing House of Czechoslovak, Praque 1977.
- [3] Jordan H., Richter E., Röder G.: Ein einfaches Verfahren zur Messung der Zusatzverluste in Asynchronmaschinen. ETZ-A, 1967, Bd 88, H.23.
- [4] Kron A., Pfau D.: Beitrag zur Kenntnis der Zusatzverluste grosser Asynchronmotoren. ETZ-A, 1969, Bd 90, H.21.

Recenzent: doc. dr hab. inż. Ernest Mendrela

Wpłynęło do redakcji dnia 10 czerwca 1987 r.

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА НЕСИММЕТРИЧНОГО ПИТАНИЯ СТАТОРА ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ НАГРУЗОЧНЫХ ДОБАВОЧНЫХ ПОТЕРЬ В АСИНХРОННЫХ ДВИГАТЕЛЯХ

Р е з ю м е

Рассмотрен метод измерения нагрузочных добавочных потерь при использовании несимметричного питания асинхронного двигателя. Метод несимметричного питания не требует добавочного приводного двигателя и для определения добавочных потерь достаточны только измерения электрических величин, которые могут быть определены с относительно хорошей точностью. По этим причинам этот метод более удобен для использования в лабораторных и промышленных условиях. Учен модифицированный способ измерительного нахождения величин необходимых для определения добавочных потерь с использованием цифрового измерительного прибора для измерения фазового угла. Приведены результаты испытаний добавочных потерь избранных асинхронных двигателей и сделано сравнение с результатами, которые получены методом противовращения.

APPLICATION OF ASYMETRICAL SUPPLY METHOD TO DETERMINATION OF ADDITIONAL STRAY - LOAD LOSSES IN INDUCTION MOTOR

S u m m a r y

The method of measuring the stray load losses by using asymmetrical supply of the induction motor has been presented. This method does not require additional driving motor and for determining stray-load losses the measurements of electronic quantities which can be determined with relatively good accuracy are sufficient. Because of these reasons this method is more convenient for application under laboratory and industrial conditions. A modified method of measurement determination of the quantities necessary to determine the stray losses with the use of phase displacement angle digital measuring instrument has been taken into account. The results of the tests on stray losses of the chosen induction motors have been inserted and comparison have been carried out with the results obtained by using the reverse-rotation test method.

Piotr ZUZIAK

ANALIZA NAPRĘŻEŃ MECHANICZNYCH W KLATKACH SILNIKÓW INDUKCYJNYCH

Streszczenie. W artykule przedstawiono zagadnienia dotyczące naprężeń mechanicznych w klatkach silników indukcyjnych w.n. Na przykładzie silnika typu SZJr-134s wyjaśniono mechanizm uszkodzania się klatek silników. Przy uwzględnieniu wymagań technicznych dla silników przeznaczonych do napędu urządzeń potrzeb własnych elektrowni oraz stosowanej przez wytwórców silników technologii, określono model obliczeniowy klatki. Omówiono wyniki obliczeń ciepłno-wytrzymałościowych klatki w pierwotnym wykonaniu fabrycznym. W wyniku przeprowadzonej optymalizacji, przy warunku nieprzekraczania przyjętych wartości naprężeń dopuszczalnych, ustalono wersje rozwiązania docelowego klatki, dla której również przedstawiono wyniki obliczeń ciepłno-wytrzymałościowych. W końcowej części artykułu omówiono wyniki badań i pomiarów silnika z klatką zmodernizowaną, na stacji prób wytwórcy i na stanowisku roboczym w elektrowni.

Liczne awarie klatek silników w.n. napędzających urządzenia potrzeb własnych elektrowni nakazały szczegółowo przeanalizować przyczyny uszkodzeń, sprawdzić poprawność doboru silników do urządzeń napędzanych przy uwzględnieniu wymagań technologicznych, wykonać obliczenia ciepłno-wytrzymałościowe klatek, ocenić stosowane konstrukcje oraz opracować metodę obliczeniową, która umożliwiłaby konstruowanie niezawodnych klatek.

Wymieniony zakres prac omówiono w niniejszym artykule na przykładzie silnika typu SZJr-134s 850 kW napędzającego wentylatory młynowe w Elektrowni Jaworzno III i Kozienice. Klatki tych silników były najbardziej zawodne w ostatnich latach w energetyce krajowej.

Dobór silnika do urządzenia napędzanego

Wymagania energetyki dla silników przeznaczonych do napędu urządzeń potrzeb własnych elektrowni w zakresie warunków eksploatacji są następujące:

- silnik musi wykonać dwa osobne rozruchy ze stanu zimnego i jeden z nagrzanego bez Przekroczenia dopuszczalnej temperatury dla zastosowanej klasy izolacji w uzwojeniu stojana,
- zakres napięcia zasilającego podczas rozruchu wynosi od 0,9 do 1,075 napięcia znamionowego,

- rozruch zespołu wykonuje się na biegu jałowym, tzn. przy zamkniętych kierownicach urządzenia napędzanego,
- wymagana trwałość silnika wynosi 5000 rozruchów przy zakładanej żywotności 15 lat.

Oprócz wymienionych, silnik musi spełniać wymagania charakterystyki momentu obrotowego dla warunków rozruchu i samorozruchu.

Obliczenia sprawdzające poprawność doboru silnika dla nowo projektowanych układów napędowych wykonuje się na podstawie danych technicznych wytwórców silników i urządzeń napędzanych. Wyniki obliczeń weryfikowane są pomiarami sprawdzającymi na stanowiskach roboczych. W przypadku silnika SZJr-134s wyniki badań i pomiarów potwierdziły prawidłowość wykonanych obliczeń, a obserwacje sposobu eksploatacji nie wykazały odstępstw od obowiązujących instrukcji.

Zakres i przyczyny uszkodzeń klatek

W omawianym typie silnika klatka charakteryzowała się następującymi cechami:

- elementy klatki wykonane z miedzi,
- trapezowy przekrój poprzeczny prętów,
- pręty sztywno utwierdzone wzdłuż całej długości żelaza czynnego wirnika przez zaklinowanie od strony dna żłobka,
- pierścienie zwierające mają frezowane wycięcia od strony krawędzi zewnętrznej w kierunku promieniowym, równomiernie rozmieszczone na całym obwodzie; w wycięciach tych umiejscowione są końce prętów,
- pręty łączone z pierścieniami przez spawanie w technologii MIG od strony czołowej i lutowane srebrem od strony żelaza czynnego wirnika,
- dodatkowe promieniowe wycięcia w pierścieniach zwierających rozmieszczone równomiernie na całym obwodzie przy krawędzi zewnętrznej, między każdą parą prętów (nacięć tych jest dwukrotnie mniej od prętów; ten szczegół wprowadzono w późniejszych wersjach silnika w celu wyeliminowania odkształcania klatki w procesie spawania i lutowania,
- pierścienie zwierające wzmacniane (w celu ograniczenia ich dylatacji w kierunku promieniowym) kapami wykonanymi ze stali niemagnetycznej; rozwiązanie wprowadzone w późniejszych wersjach silnika.

Uszkodzenia wszystkich klatek objawiały się promieniowym pękaniem pierścieni zwierających z równoczesnym przebarwieniem wskutek przegrzania. Linie pęknięć przebiegały zawsze przez krawędzie nacięć na pręty lub nacięć dylatacyjnych. Dokładne oględziny oraz analiza procesu technologicznego produkcji wykazały, że promienie krzywizn tych krawędzi były praktycznie zerowe. Stwierdzono również bardzo luźne osadzenie kap wzmacniających w silnikach uszkodzonych, mimo dokładnego pasowania podczas montażu.

Zebrane informacje oraz wyniki obliczeń sprawdzających poprawność doboru silnika wskazywały, że przyczyną awarii klatek były nadmierne naprężenia mechaniczne w pierścieniach zwierających występujące w czasie rozruchu. Przypuszczenie to tłumaczy następujący spłot zjawisk.

W czasie rozruchu naprężeń doznają pierścienie zwierające i pręty wskutek braku możliwości swobodnego odkształcania pierścieni dylatujących pod wpływem wzrastającej temperatury. Odkształcanie pierścieni ograniczone jest sztywno utwierdzonymi w żłobkach prętami, równomiernie rozmieszczonymi na całym obwodzie. W przypadkach gdy naprężenia przekraczały granicę plastyczności, materiał klatki doznawał odkształceń plastycznych. Zjawisko przebiegało odwrotnie w czasie stygnięcia, jeśli po odkształceniu plastycznym w czasie nagrzewania naprężenia skurczowe były większe od granicy plastyczności. Luźne kapy na pierścieniach silników uszkodzonych potwierdzały przyjętą hipotezę. Niekorzystne zjawiska pogłębiał efekt karbu (ostre krawędzie), który inicjował pęknięcie pierścieni.

Próba złagodzenia warunków pracy klatki przez zastosowanie kap wzmacniających mogła dać efekt odwrotny od zamierzonego. Kapy zwiększyły wprawdzie (w ograniczonym zakresie) pojemność cieplną pierścieni zwierających, ograniczając tym samym przyrost temperatury i dylatacje, ale wskutek znacznie niższego od materiału miedzi temperaturowego współczynnika rozszerzalności liniowej konstrukcja klatki została usztywniona ograniczając swobodę, odkształcenia pierścieni.

Obliczenia cieplno-wytrzymałościowe klatek

W związku z wysuniętym przypuszczeniem, że przyczyną uszkodzenia klatek są nadmierne naprężenia mechaniczne występujące nawet przy pojedynczym rozruchu, ustalono model obliczeniowy klatki w celu analitycznego wyznaczania wartości przyrostu temperatury i naprężeń mechanicznych w poszczególnych elementach klatki.

Przyjęty model spełniał następujące założenia:

- odwzorowanie pierwotnej wersji klatki, tzn. bez kap wzmacniających i dodatkowych nacięć dylatacyjnych.
- w analizie naprężeń uwzględnia się efekty wywołane rozszerzalnością elementów wskutek nagrzewania oraz działaniem sił odśrodkowych,
- największe naprężenia występują bezpośrednio po zakończeniu drugiego rozruchu ze stanu zimnego,
- najbardziej niekorzystny przypadek ze względów wytrzymałościowych zachodzi przy sztywnym zaklinowaniu prętów na całej ich długości,
- rzeczywistą punktową reakcję prętów zastąpiono odpowiednio równoważnym, ciągłym i równomiernym oddziaływaniem na całym obwodzie pierścienia zwierającego,

- w obliczeniach wytrzymałościowych nie uwzględnia się spiętrzenia naprężeń wynikającego z efektu działania karbu w pierścieniach zwierających,
- w obliczeniach cieplnych nie uwzględnia się niejednorodności wynikającej z błędów technologicznych w procesie spawania i lutowania (niejednokowe powierzchnie przejścia strug prądowych na drodze pręt-pierścieni),
- w obliczeniach nie uwzględnia się niejednorodności materiałów wynikającej ze stosowania lutów o innych przewodnościach elektrycznych i parametrach wytrzymałościowych,
- w obliczeniach cieplnych nie uwzględnia się zjawiska wypierania prądu w pierścieniach zwierających,
- przyjmuje się, że w odcinkach prętów poza żelazem czynnym wirnika nie występuje zjawisko wypierania prądu.

W obliczeniach uwzględniono następujące warunki technologiczne:

- uruchomienie zespołu odbywa się na biegu jałowym (przy zamkniętych kierownicach urządzenia napędzanego),
- silnik wykonuje dwa posobne rozruchy ze stanu zimnego, energia poślizgu skumulowana w klatce po drugim rozruchu wynosi: $E_{kl_2} = E_{kl_1}/0,6$, gdzie
 - E_{kl_1} - energia poślizgu wydzielona w klatce podczas jednego rozruchu, przy założeniu adiabatycznego procesu nagrzewania [1],
- wartość napięcia zasilającego w czasie rozruchu wynosi 0,9 napięcia znamionowego (najniekorzystniejszy przypadek w wymaganym zakresie napięć),
- sztywne sprzęgnięcie układu napędowego.

Wymagane zależności obliczeniowe uzyskano z rozwiązania układu równań dla belki sztywno utwierdzonej w miejscu wyjścia ze żłobka, która doznaje odkształceń wskutek działania siły skupionej i momentu gnącego na końcu (reakcja pierścienia) oraz obciążenia ciągłego na całej długości wynikającego z wirowania [2]. Układ równań uzupełniają zależności dla pierścienia zwierającego, który doznaje odkształceń wskutek ciśnienia zewnętrznego i ciągłego momentu zginającego na obwodzie (reakcja prętów), wirowania oraz nagrzewania [3]. Uwzględniono liniowo zmienny (w funkcji promienia) rozkład temperatury w pierścieniu będący następstwem nierównomiernego rozkładu gęstości prądu (ogólnie malejący w kierunku obrzeża wewnętrznego).

Potrzebną do obliczeń energię cieplną w pierścieniach wyznaczono z całkowitej energii poślizgu wyliczając stosunek prądów pręt-pierścieni [4] i mocy strat w prętach i pierścieniach.

Do oceny stanu naprężeń posłużono się wyliczonymi wartościami naprężeń zredukowanych wg hipotezy Hubera [2], na które składają się naprężenia zginające i tnące w prętach oraz obwodowe i promieniowe w pierścieniach.

Wyniki obliczeń

Dane do obliczeń oraz wyniki obliczeń klatki w wykonaniu fabrycznym zestawiono w tablicy 1.

Tablica 1

Dane oraz wyniki obliczeń ciepłno-wytrzymałościowych

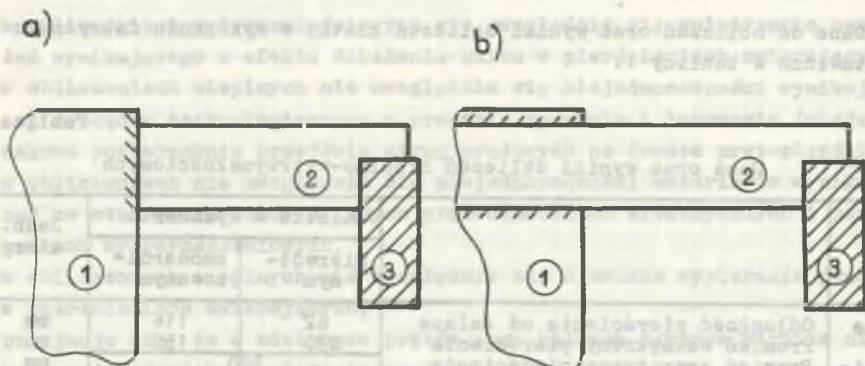
		Klatka w wykonaniu		Jedn. miary
		pierwotnym	zmodernizowanym	
Dane do obliczeń	Odległość pierścienia od żelaza	62	116	mm
	Promień wewnętrzny pierścienia	230	158	mm
	Promień zewnętrzny pierścienia	300		mm
	Grubość pierścienia	20		mm
	Wysokość pręta	50		mm
	Górny wymiar pręta	3		mm
	Dolny wymiar pręta	10		mm
	Długość żelaza wirnika	580		mm
	Liczba prętów	74		
	Liczba biegunów	4		
	Prędkość obrotowa	1485		1/min
	Energia wydzielona w klatce	17200		kWs ²
	Moduł Younga miedzi	110000		MN/m ²
	Temperaturowy wsp. rozsz. miedzi	0,000017		1/K
Ciepło właściwe miedzi	390		Ws/kgK	
Gęstość miedzi	8900		kg/m ³	
Wyniki	Masa pierścieni	41,5	72,7	kg
	Masa prętów	150,7	173,8	kg
	Masa klatki	192,2	246,5	kg
	Maksymalne napr. w pierścieniu	485,9	29,1	MN/m ²
	Maksymalne napr. w prętach	1526,0	302,4	MN/m ²
	Przemieszczenie prętów	0,9	0,5	mm
	Sredni przyrost temp. pierśc.	361,7	97,0	K
	Sredni przyrost temp. prętów	193,1	213,1	K

Uzyskane wyniki obliczeń wskazują na znaczne przekroczenie dopuszczalnych naprężeń w pierścieniach i prętach, które dla miedzi wynoszą 70 MN/m². Maksymalne naprężenia w prętach występują w miejscu sztywnego utwierdzenia, przy wyjściu żelaza ze żłobka, a w pierścieniach przy wewnętrznej krawędzi.

Z obliczeń wynika, że wyższe wartości naprężeń występują w prętach, podczas gdy w rzeczywistości niszczące okazywały się naprężenia w pierścieniach. Tę niezgodność wyjaśniają następujące czynniki.

Rzeczywiste naprężenia w prętach są niższe od obliczonych, gdyż w modelu obliczeniowym przyjęto sposób utwierdzenia belki jak na rys. 1a, podczas gdy rzeczywisty jest taki jak na rys. 1b [5]. Przyjęcie drugiego sposobu utwierdzenia byłoby możliwe przy obliczaniu naprężeń metodą elementów skończonych, ale wiązałoby się to ze znaczną komplikacją obliczeń.

Efekt działania karbu spowodował, że słabszym elementem klatki okazały się pierścienie, mimo niższych wartości naprężeń. Pręty, mając jednorodną i gładką strukturę wykazały większą odporność na zapoczątkowanie pęknięć.



Rys. 1. Modele utwierdzenia belek

1 - żelazo wirnika, 2 - pręt, 3 - pierścień zwierający

Fig. 1. Models of beams fixing

1 - iron of the motor, 2 - bar, 3 - shorting ring

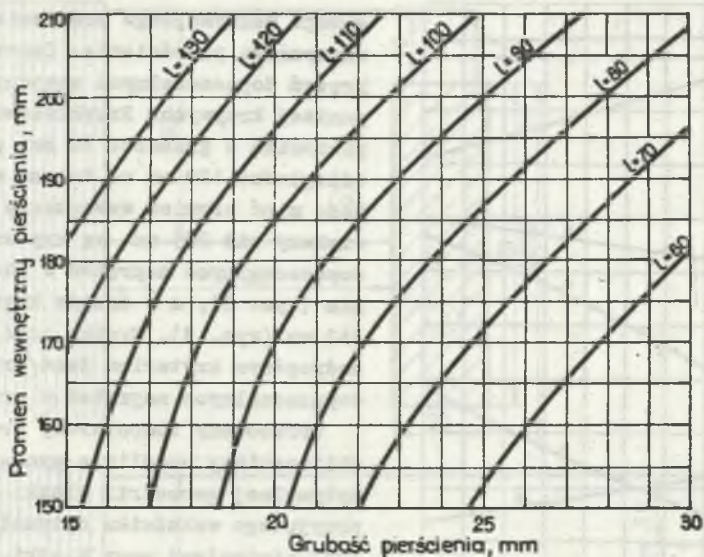
Modernizacja i optymalizacja klatek

Celem modernizacji było opracowanie konstrukcji klatki, w której nie byłyby przekraczane naprężenia dopuszczalne przy spełnieniu wymagań energetyki dla silników w.n. Obliczenia dla opracowania nowej klatki wykonano uwzględniając następujące dodatkowe założenia:

- pozostawia się bez zmiany obwód magnetyczny wirnika, czyli nie ulega zmianie geometria przekroju poprzecznego pręta i liczba żłobków,
- ze względów konstrukcyjnych silnika pozostawia się bez zmiany średnicę zewnętrzną pierścienia zwierającego,
- zmiana geometrii klatki w rozpatrywanym zakresie nie ma wpływu na ilość energii poślizgu wydzielanej w czasie rozruchu,
- dopuszczalne naprężenia dla pierścieni zwierających wynoszą 70 MN/m^2 ,
- dopuszczalne naprężenia dla prętów wynoszą 300 MN/m^2 .

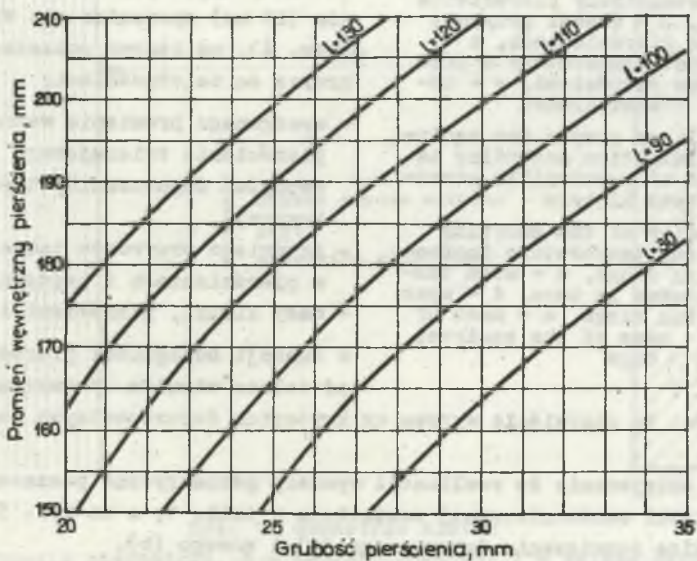
Ustalone wartości naprężeń dopuszczalnych mogą wzbudzić dyskusje, ale brak wypracowanych kryteriów zmusił do podjęcia arbitralnej decyzji. Doświadczenia eksploatacyjne powinny w przyszłości dać materiał umożliwiający weryfikację przyjętych wartości.

Obliczenia wykonuje się w dwóch wariantach: wg kryterium dopuszczalnych naprężeń w pierścieniach zwierających oraz wg kryterium dopuszczalnych naprężeń w prętach. W celu właściwego określenia geometrii klatki sporządza się wykresy dla obu wariantów obliczeniowych (rys. 2 i 3). Wykresy te przedstawiają rodzinę krzywych, dla których parametrem jest odległość pierścienia od żelaza wirnika, we współrzędnych grubości i wyma-



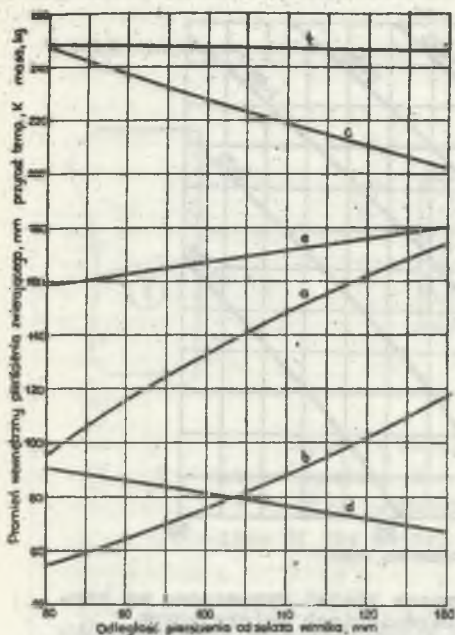
Rys. 2. Wymagane współzależności geometryczne klatki wyznaczone wg kryterium dopuszczalnych naprężeń w pierścieniach zwierających

Fig. 2. Required geometric correlations of squirrel cage determined according to the criterion of permissible stresses in shorting rings



Rys. 3. Wymagane współzależności geometryczne klatki wyznaczone wg kryterium dopuszczalnych naprężeń w prętach

Fig. 3. Required geometric correlations of squirrel cage determined according to the criterion of permissible stresses in bars



Rys. 4. Wykresy pomocnicze do optymalizacji klatki wg kryterium dopuszczalnych naprężeń w prętach

a - promień wewnętrzny pierścienia zwierającego, b - średni przyrost temperatury w pierścieniach, c - średni przyrost temperatury w prętach, d - masa pierścieni, e - masa prętów, f - masa klatki

Fig. 4. Auxiliary graphs for squirrel cage optimization according to the criterion of permissible stresses in bars

a - inner radius of the shorting ring - b - mean temperature increase in shorting rings, c - mean temperature increase in bars, d - mass of the shorting rings, e - mass of the bars, f - mass of the squirrel cage

przypadku jest to oczywiście wykres wg kryterium dopuszczalnych naprężeń w prętach.

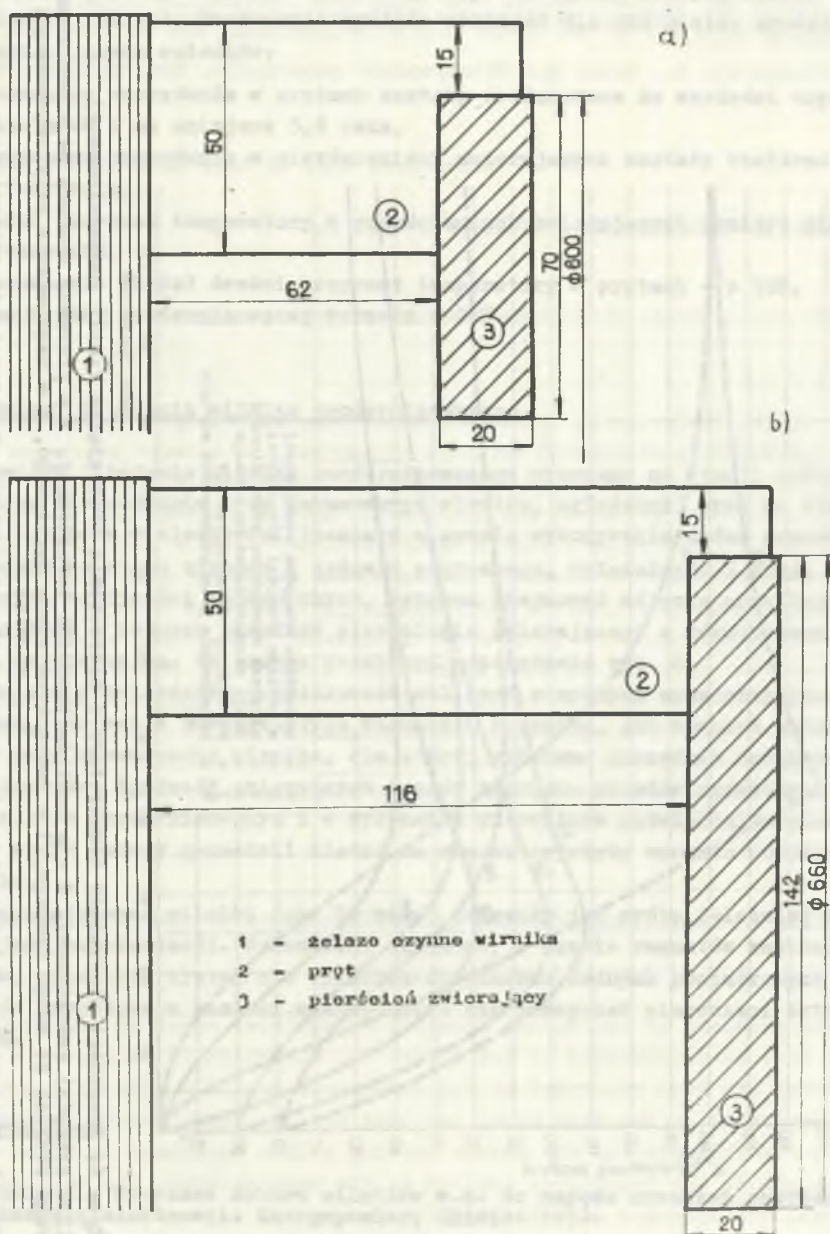
Przyjęte ostatecznie do realizacji wymiary geometryczne poszczególnych elementów klatki zmodernizowanej zestawiono w tabl. 1, a na rys. 5 zestawiono szkice rozwiązania fabrycznego (a) i nowego (b).

ganego maksymalnego promienia wewnętrznego pierścienia. Obszar naprężeń dopuszczalnych znajduje się poniżej krzywych. Przykładowo, pierścień o grubości 20 mm, przy odległości 120 mm od żelaza wirnika może mieć promień wewnętrzny nie większy niż 205 mm wg kryterium dopuszczalnych naprężeń w pierścieniu (rys. 2), a w drugim kryterium 162 mm (rys. 3). Wynika stąd, że nadrzędnym kryterium jest kryterium dopuszczalnych naprężeń w prętach.

Opracowany komputerowy program obliczeniowy umożliwia wyznaczenie optymalnej geometrii klatki wg przyjętego wskaźnika optymalizacji (np. minimalnej masy klatki, minimalnych kosztów itp.) oraz założonych ograniczeń (np. minimalna średnica wewnętrzna pierścienia zwierającego itp.).

Dla przyjętej grubości pierścienia (20 mm) sporządza się wykres (rys. 4), na którym poszczególne krzywe są zależnościami:

- wymaganego promienia wewnętrznego pierścienia zwierającego (obszar naprężeń dopuszczalnych poniżej krzywej),
 - średniego przyrostu temperatury w pierścieniach i prętach,
 - masy klatki, pierścieni i prętów,
- w funkcji odległości pierścienia od żelaza wirnika. W omawianym

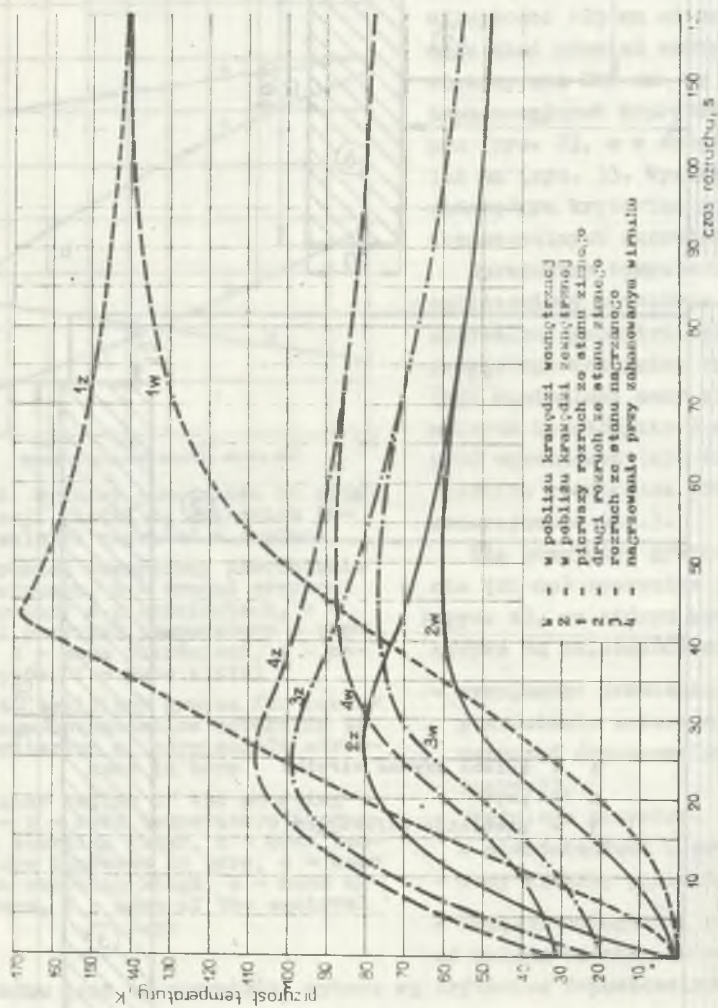


Rys. 5. Geometria klatek

a - w wykonaniu pierwotnym, b - zmodernizowanej, 1 - żelazo czynne wirnika, 2 - pręt, 3 - pierścień zwierający

Fig. 5. Overall dimensions of the squirrel cages

a - made by manufacturer, b - modernized, 1 - active iron of the rotor 2 - bar, 3 - shorting ring



Rys. 6. Przebiegi przyrostów temperatury w pierścieniu zwierającym klatki zmodernizowanej

W - w pobliżu krawędzi wewnętrznej, Z - w pobliżu krawędzi zewnętrznej, 1 - pierwszy rozruch ze stanu zimnego, 2 - drugi rozruch ze stanu zimnego, 3 - rozruch ze stanu nagrzanego, 4 - nagrzewanie przy zahamowanym wirniku

Fig. 6. Transients of temperature increase in shorting rings of modernized squirrel cage
 W - near inner edge, Z - near outer edge, 1 - the first cold starting, 2 - the second cold starting,
 3 - warm starting, 4 - heating at braked rotor

Dla nowej klatki wykonano obliczenia sprawdzające, których wyniki zestawiono w tabl. 1. Porównanie wyników obliczeń dla obu klatek prowadzi do następujących wniosków:

- maksymalne naprężenia w prętach zostały zredukowane do wartości dopuszczalnych i są mniejsze 5,2 raza,
- maksymalne naprężenia w pierścieniach zwierających zostały obniżone 16,7-krotnie,
- średni przyrost temperatury w pierścieniach zwierających obniżył się 3,7-krotnie,
- nieznacznie wzrósł średni przyrost temperatury w prętach - o 10%,
- masa klatki zmodernizowanej wzrosła o 28%.

Pomiary i badania silnika zmodernizowanego

Pomiary i badania silnika zmodernizowanego wykonano na stacji prób wytwórcy (nagrzewanie przy zahamowanym wirniku, oględziny) oraz na stanowisku roboczym w elektrowni (pomiar w czasie wykonywania dwóch posobnych rozruchów ze stanu zimnego i jednego nagrzanego, oględziny). Z racji ograniczonych możliwości technicznych, program obejmował zdjęcie przebiegów temperatury w różnych punktach pierścienia zwierającego z równoczesną kontrolą termowizyjną. Zmierzone przebiegi przedstawia rys. 6.

Pomiary potwierdziły prawidłowość obliczeń cieplnych oraz przyjętych założeń, zarówno w rzeczywistych warunkach rozruchu, jak również podczas próby przy zahamowaniu wirnika, dla której wykonano uprzednio dodatkowe przeliczenia. Zgodność zmierzonych czasów rozruchu układów napędowych z silnikiem zmodernizowanym i w wykonaniu pierwotnym potwierdziła nieznaczący wpływ zmiany geometrii klatki na charakterystykę momentu obrotowego silnika.

Zmodernizowane silniki (ok. 50 szt.) przeszły już próbę 4-letniej bezawaryjnej eksploatacji. Wykonywane okresowo, w czasie remontów kapitalnych bloków, przeglądy klatek nie wykazują dotychczas żadnych początkowych objawów uszkodzeń w postaci mikropęknięć czy przegrzań pierścieni zwierających.

LITERATURA

- [1] Bonin J.: Wytyczne doboru silników w.n. do napędu urządzeń potrzeb własnych elektrowni. Energopomiar, Gliwice 1972.
- [2] Niezgodziński M., Niezgodziński T.: Wytrzymałość materiałów. PWN, Warszawa 1979.
- [3] Lipka J.: Wytrzymałość maszyn wirnikowych. PWNT, Warszawa 1967.

- [4] Dubicki B.: Maszyny elektryczne. Silniki indukcyjne t. III, PWN, Warszawa 1964.
- [5] Jakubowicz A., Orłowski Z.: Wytrzymałość materiałów. WNT, Warszawa 1978.

Recenzent: doc. dr hab. inż. Ernest Mendrela

Wpłynęło do redakcji dnia 15 czerwca 1987 r.

АНАЛИЗ МЕХАНИЧЕСКИХ НАПРЯЖЕНИЙ В БЕЛИЧЬИХ КЛЕТКАХ ИНДУКЦИОННЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ

Резюме

В статье представлены проблемы механических напряжений в беличьих клетках индукционных двигателей высокого напряжения. На примере двигателя типа SZJr-134с объяснен механизм повреждения беличьих клеток двигателей. Учитывая технические требования для двигателей, предназначенных для привода устройств внутренних потребности электростанций, а также технологию применяемую производителями двигателей, определена расчетная модель беличьей клетки. Обсуждены результаты тепло-прочностных расчетов клетки первичного, заводского исполнения. В результате проведенной оптимизации, в условиях непревышения принятых значений допускаемых напряжений, определен вариант конечного решения беличьей клетки, для которой также представлены результаты тепло-прочностных расчетов. В заключительной части статьи обсуждены результаты испытаний и измерения двигателя с модернизированной беличьей клеткой, проведенных на испытательной станции производителя, а также на рабочем poste электростанции.

ANALYSIS OF MECHANICAL STRESSES IN SQUIRREL CAGES OF INDUCTION MOTORS

Summary

The problems of mechanical stresses in squirrel cages of induction motors have been presented in the paper. The mechanism of damage of a squirrel cage has been explained by the example of the SZJr-134s type motor. A calculation of the cage model has been derived, with regard to the technical requirements for the motors driving self-equipment in power stations and to the technology applied by the manufacturer. The results of thermal and strength calculations for a squirrel cage primarily assembled by the manufacturer have been given. As the result of an optimization carried out, final versions of the cage construction have been determined, with the condition fulfilled of the allowable stresses values being not exceeded. For this version the results of thermal and strength calculations have been also presented. Testing and measurement results for the

motor with improved squirrel cage have been presented. The tests have been performed at the manufacturer s test stand and at the work - stand in power station.

Wskazano, że

WYKONANO PRACĘ NA WYKONANIE PRACZY WYKONANO PRACZY WYKONANO PRACZY

Wskazano, że... (faded text)

7. Podsumowanie

Wskazano, że... (faded text)

$$\sigma = \frac{M}{W} + \frac{N}{F}$$

(1)

Wskazano

- podsumowanie
- podsumowanie
- podsumowanie
- podsumowanie
- podsumowanie

Bronisław DRAK

WYZNACZANIE SIŁ ELEKTRODYNAMICZNYCH DZIAŁAJĄCYCH NA CZOŁA UZWOJEŃ STOJANÓW MASZYN INDUKCYJNYCH DUŻYCH MOCY

Streszczenie. Przedstawiono metodę analitycznego wyznaczania sił elektrodynamicznych działających na czoła uzwojeń stojanów maszyn indukcyjnych dużych mocy z wyzyskaniem elektronicznej techniki obliczeniowej. W metodzie obliczeń wyzyskano zasady wyznaczania oddziaływań elektrodynamicznych między dwoma przewodami przewodzącymi prąd elektryczny. W algorytmie obliczeń uwzględniono: wpływ prądów płynących w uzwojeniu stojana i wirnika oraz oddziaływanie pakietu stojana i obudowy maszyny na siły elektrodynamiczne w czołach uzwojenia stojana. Przy wyznaczaniu oddziaływania pakietu stojana i obudowy maszyny zastosowano metodę zwierciadlanych odbić. Przyjęty model fizyczny i matematyczny czoła uzwojenia stojana uwzględnia rzeczywisty przestrzenny zarys czoła cewek stojana, przy przyjęciu ich nitkowego przekroju poprzecznego i pominięciu wpływu zmiany odległości między bokami czoła cewek w wyniku ich ugięć, wywołanych działaniem sił elektrodynamicznych.

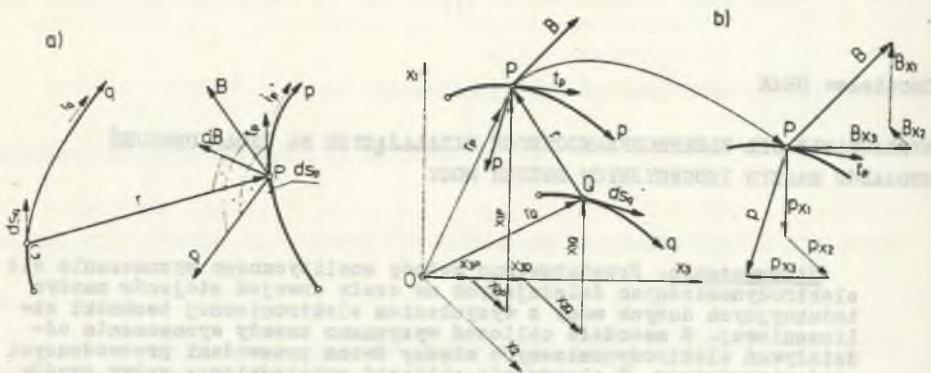
1. Podstawy obliczeń sił elektrodynamicznych

Obliczenia sił elektrodynamicznych działających na czoła uzwojenia stojana opiera się na metodzie wyznaczania oddziaływań elektrodynamicznych między dwoma przewodami przewodzącymi prąd elektryczny. Elementarny wektor indukcji magnetycznej $d\vec{B}$ w punkcie P (rys. 1a), wywołanej prądem i_q płynącym w wycinku ds_q przewodu q , jest prostopadły do płaszczyzny utworzonej przez ten punkt oraz wektor $d\vec{s}_q$, styczny do przewodu q w punkcie Q. Wypadkowy wektor indukcji magnetycznej B w punkcie P, wywołanej prądem i_q płynącym w przewodzie q o długości l_q wyznacza zależność:

$$B = \frac{\mu_0 \mu_r i_q}{4\pi} \int_{l_q} \frac{[d\vec{s}_q \times \vec{r}]}{|\vec{r}|^3} \quad (1)$$

gdzie:

- μ_0 - przenikalność magnetyczna w próżni,
- μ_r - współczynnik uwzględniający przenikalność magnetyczną środowiska,
- $d\vec{s}_q$ - wektor elementarny, styczny do przewodu q w punkcie Q,
- \vec{r} - wektor o długości $|\vec{r}|$ równej odległości punktu Q od punktu P,
- $|\vec{i}_q|$ - prąd w przewodzie q , płynący zgodnie ze zwrotem wektora $d\vec{s}_q$.



Rys. 1. Oddziaływanie elektrodynamiczne między przewodami p i q

Fig. 1. Electrodynamic interaction between the conductors p and q

Natężenie siły elektrodynamicznej w punkcie P przewodu p, przez który płynie prąd i_p , wyznacza zależność:

$$\bar{p} = i_p [\bar{t}_p \times \bar{B}] . \quad (2)$$

Wektor \bar{p} jest prostopadły do płaszczyzny utworzonej przez wektor \bar{t}_p , styczny do przewodu p w punkcie P i wektor indukcji magnetycznej w tym punkcie, a jego zwrot określa iloczyn wektorowy $[\bar{t}_p \times \bar{B}]$.

W celu wyznaczenia indukcji magnetycznej oraz natężenia siły elektrodynamicznej przyjmuje się dwa nie stykające się ze sobą a dowolnie usytuowane względem układu współrzędnych x_1, x_2, x_3 przewody zorientowane p i q (rys. 1b), rozłożone wzdłuż linii, których współrzędne punktów opisują równania parametryczne. Położenie punktu $P(x_{1p}, x_{2p}, x_{3p})$ na przewodzie p wyznacza wektor wodzący \bar{r}_p , którego współrzędne zapisuje się w macierzach jednokolumnowych w postaci:

$$\bar{r}_p = \text{col}(x_{1p}, x_{2p}, x_{3p}) = \text{col}(x_{wp}), \quad w = 1, 2, 3. \quad (3)$$

Podobnie, położenie punktu Q na przewodzie q wyznacza wektor wodzący \bar{r}_q , którego współrzędne zapisuje się w postaci:

$$\bar{r}_q = \text{col}(x_{1q}, x_{2q}, x_{3q}) = \text{col}(x_{wq}), \quad w = 1, 2, 3. \quad (4)$$

Różnica tych wektorów jest wektorem \bar{r} , wodzącym punkty Q na przewodzie q względem punktu P na przewodzie p, czyli:

$$\bar{r} = \bar{r}_P - \bar{r}_Q = \text{col}(x_{wP} - x_{wQ}), \quad w = 1, 2, 3 \quad (5)$$

a jego moduł jest równy:

$$|\bar{r}| = \sqrt{\sum_w (x_{wP} - x_{wQ})^2}. \quad (6)$$

Elementarny wektor $d\bar{s}_q$, styczny do przewodu q w punkcie Q, ma współrzędne:

$$d\bar{s}_q = \text{col}\left(\frac{dx_{wQ}}{dq}\right) dq. \quad (7)$$

Po wyzyskaniu wzorów (5) do (7) we wzorze (1), przy równoczesnym oznaczeniu przez: $-a_{xw}$ - w-tej składowej wektora $[d\bar{s}_q \times \bar{r}]$, przy czym:

$$\begin{aligned} a_{x1} &= \frac{dx_{2Q}}{dq}(x_{3P} - x_{3Q}) - \frac{dx_{3Q}}{dq}(x_{2P} - x_{2Q}), \\ a_{x2} &= \frac{dx_{3Q}}{dq}(x_{1P} - x_{1Q}) - \frac{dx_{1Q}}{dq}(x_{3P} - x_{3Q}), \\ a_{x3} &= \frac{dx_{1Q}}{dq}(x_{2P} - x_{2Q}) - \frac{dx_{2Q}}{dq}(x_{1P} - x_{1Q}) \end{aligned} \quad (8a)$$

- k_{Bxw} - w-tej składowej odwrotności wektora zastępczej odległości przewodu q od przewodu p, wyznaczanych zależnościami:

$$k_{Bxw} = \int \frac{a_{xw}}{l_q \left(\sum_w (x_{wP} - x_{wQ})^2\right)^{3/2}} dq, \quad (8b)$$

składowe wektora indukcji magnetycznej w punkcie P, zapisuje się w postaci:

$$\bar{B} = \text{col}(B_{xw}) = \frac{\mu_0 \mu_r}{4\pi} l_q \text{col}(k_{Bxw}). \quad (9)$$

Współrzędne jednostkowego wektora \bar{t}_p w wyrażeniu (3) zapisuje się w postaci:

$$\bar{t}_p = \text{col}(t_{pxw}) = \text{col}\left(\frac{dx_{wP}}{dp} \cdot \frac{1}{\sqrt{\sum_w \left(\frac{dx_{wP}}{dp}\right)^2}}\right), \quad w = 1, 2, 3. \quad (10)$$

Po oznaczeniu przez k_{pxw} w -tej składowej wektora $[\bar{t}_p \times \bar{B}]$ w wyrażeniu (2), nazywanym dalej w -tym współczynnikiem kształtu przewodów p i q , przy czym:

$$\begin{aligned} k_{px1} &= t_{px2} k_{Bx3} - t_{px3} k_{Bx2}, \\ k_{px2} &= t_{px3} k_{Bx1} - t_{px1} k_{Bx3}, \\ k_{px3} &= t_{px1} k_{Bx2} - t_{px2} k_{Bx1} \end{aligned} \quad (11)$$

składowe wektora jednostkowego natężenia siły elektrodynamicznej oblicza się według wzoru:

$$p_{xw} = \frac{\mu_0 \mu_1}{4\pi} i_p i_q k_{pxw}, \quad w = 1, 2, 3. \quad (12)$$

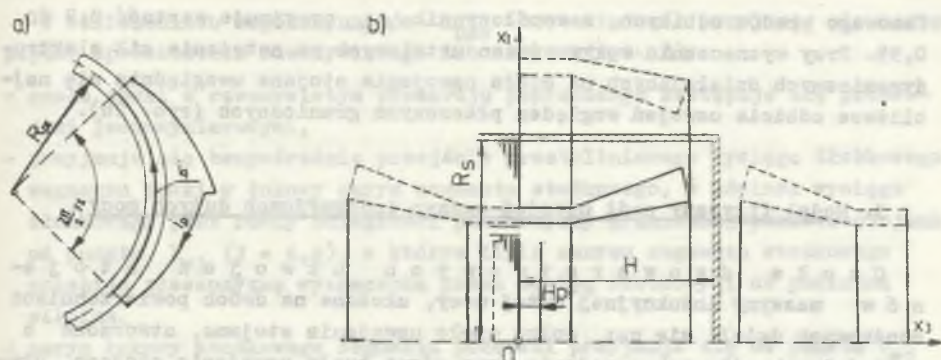
W obliczeniach współczynników k_{pxw} kształtu przewodów przyjmuje się zwrot prądów i_p i i_q zgodnie z orientacją przewodów p i q , a w przypadku zmiany zwrotów prądów znak przed wyrażeniem na p_{xw} określa iloczyn $i_p i_q$.

2. Zasady obliczeń sił elektrodynamicznych działających na czoła uzwojeń stojanów maszyn indukcyjnych

Natężenie sił elektrodynamicznych działających na czoła uzwojeń stojana wyznacza się na podstawie superpozycji oddziaływań elektrodynamicznych, decydująco wpływających na wartość natężenia sił. I tak uwzględnia się:

- oddziaływanie prądów płynących w cewkach uzwojenia stojana,
- oddziaływanie prądów wirnika,
- wpływ pakietu stojana, korpusu i pokryw bocznych maszyny elektrycznej na natężenie sił elektrodynamicznych działających na czoła uzwojenia stojana.

Przyjmuje się, że prądy stojana płyną w jednowymiarowych cewkach uzwojenia stojana oraz że prądy wirnika maszyny synchronicznej płyną w jednowymiarowych uzwojeniach wirnika.



Rys. 2. Usytuowanie czoł uzwojenia stojana i pierścienia zwierającego klatkę wirnika

a) segment zastępczy pierścienia zwierającego, b) usytuowanie najbliższych odbić czoł uzwojenia stojana i pierścienia zwierającego

Fig. 2. Mutual position of the end stator windings and the shorting ring of the squirrel - cage

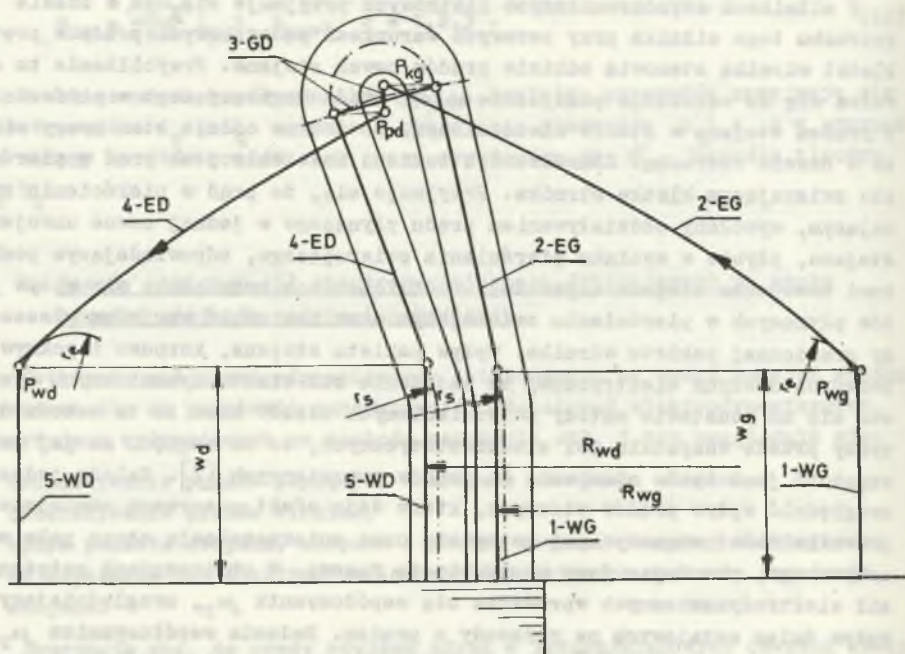
a) part of the ring, b) arrangement of the nearest reflections of the end stator windings and the shorting ring

W silnikach asynchronicznych klatkowych przyjmuje się, że w czasie rozruchu tego silnika przy zerowych warunkach początkowych prądy w prętach klatki wirnika stanowią odbicie prądów cewek stojana. Przybliżenie to sprowadza się do założenia pomijalnie małego prądu magnesującego w porównaniu z prądem stojana w stanie nieustalonym, co dobrze oddaje stan pracy silnika w czasie rozruchu. Konsekwencją takiego założenia jest prąd w pierścieniu zwierającym klatkę wirnika. Przyjmuje się, że prąd w pierścieniu zwierającym, wywołany oddziaływaniem prądu płynącego w jednej cewce uzwojenia stojana, płynie w wycinku pierścienia zwierającego, odpowiadającym poskoku uzwojenia stojana (rys. 2a). W obliczeniach uwzględnia się wpływ prądów płynących w pierścieniu zwierającym oraz ich odbić względem płaszczyzny granicznej pakietu wirnika. Wpływ pakietu stojana, korpusu i pokryw bocznych maszyny elektrycznej na natężenie sił elektrodynamicznych wyznacza się na podstawie metody zwierciadlanych odbić. Mimo że ta metoda dotyczy przede wszystkim pól elektrostatycznych, to ze względu na jej przejrzystość jest także stosowana do prądów przemiennych [7]. Należy jednak uwzględnić wpływ prądów wirowych, które dają efekt pozornego zmniejszenia przenikalności magnetycznej materiału oraz zniekształcają obraz pola magnetycznego, powodując jego przesunięcie fazowe. W obliczeniach natężenia sił elektrodynamicznych wprowadza się współczynnik μ_r , uwzględniający wpływ ścian metalowych na przewody z prądem. Badania współczynnika μ_r metodą podaną w pracy [3] wykazały, że w przypadku ścian stalowych oraz pakietu żelaza można przyjąć, iż te materiały nie powodują przesunięcia

fazowego prądów odbitych, a współczynnik μ_r przyjmuje wartość 0,9 do 0,95. Przy wyznaczaniu wpływu ścian metalowych na natężenie sił elektrodynamicznych działających na czoła uzwojenia stojana uwzględnia się najbliższe odbicia uzwojeń względem płaszczyzn granicznych (rys. 2b).

3. Model fizyczny czoł uzwojeń maszyn indukcyjnych dużych mocy

Czoła dwuwarstwowych uzwojeń stojanów w maszynie indukcyjnej dużej mocy, ułożone na dwóch powierzchniach stożkowych dzieli się na: dolne czoła uzwojenia stojana, utworzone z czoł dolnych półcewek uzwojenia oraz górne czoła uzwojenia stojana, utworzone z czoł górnych półcewek uzwojenia. W przestrzeni czoł uzwojenia stojana znajdują się także prostoliniowe wysięgi żłobkowych segmentów cewek dolnej i górnej warstwy uzwojenia stojana. Między żłobkowym wysięgiem i zarysem stożkowego segmentu półcewki występuje przestrzenne wykorbienie (kolanko) cewki, wykonane według dwóch łuków (rys. 3).



Rys. 3. Model fizyczny uzwojenia stojana

Fig. 3. Physical model of the stator winding

W obliczeniach współczynników k_{pxw} kształtu czół przyjmuje się następujące uproszczenia rzeczywistego ich zarysu (rys. 3):

- czoła cewki o rzeczywistym przekroju poprzecznym zastępuje się przewodami jednowymiarowymi,
- przyjmuje się bezpośrednie przejście prostoliniowego wysięgu żłobkowego segmentu cewki w łukowy zarys segmentu stożkowego, a odcinek wysięgu żłobkowego jest równy odległości płaszczyzny granicznej pakietu stojana od punktu P_{wj} ($j = d, g$), w którym linia zarysu segmentu stożkowego przebiega płaszczyznę wyznaczoną przez wysięg żłobkowy i oś podłużną silnika,
- zarys łukowy stożkowego segmentu półcewki przyjmuje się od punktu P_{wj} do osi główki cewki uzwojenia stojana,
- główkę cewki zastępuje się odcinkiem łączącym końcowe punkty P_{kd} i P_{kg} zarysów łukowych stożkowych segmentów półcewek.

W tak przyjętym modelu fizycznym czoła cewki uzwojenia stojana wyróżnia się pięć segmentów składowych (rys. 3), a mianowicie:

- $i=1$ (WG) - wysięg prostoliniowy żłobkowego segmentu półcewki górnej warstwy uzwojenia,
- $i=2$ (EG) - łukowy segment stożkowy górnej półcewki,
- $i=3$ (DG) - odcinek zastępujący główkę cewki,
- $i=4$ (ED) - łukowy segment stożkowy dolnej półcewki,
- $i=5$ (WD) - wysięg prostoliniowy żłobkowego segmentu półcewki dolnej warstwy uzwojenia.

Pierścienie zawierający klatkę wirnika silnika asynchronicznego zastępuje się pierścieniem nitkowym, przechodzącym przez środek ciężkości przekroju poprzecznego pierścienia. Z uwagi na krótkie wysięgi żłobkowych pretów klatki wirnika pomija się ich wpływ na siły elektrodynamiczne działające na czoła uzwojenia stojana.

Uzwojenie wirnika maszyny synchronicznej zastępuje się nitkowymi przewodami, przechodzącymi przez środki przekrojów poprzecznych cewek uzwojenia wirnika. Pomija się łuki przejścia między prostoliniowymi wysięgami żłobkowych segmentów cewek a segmentami łukowymi czół cewek uzwojenia wirnika, przyjmując bezpośrednie przejście między nimi.

4. Model matematyczny czół uzwojeń maszyn indukcyjnych dużych mocy

Geometrię czół uzwojeń maszyn indukcyjnych oraz położenie czoła cewki uzwojenia stojana, dla którego wyznacza się natężenie sił elektrodynamicznych, względem pozostałych cewek uzwojenia stojana i wirnika, opisuje się związkami matematycznymi w globalnym układzie współrzędnych prostokątnych x_1, x_2, x_3 przyjętym w następujący sposób (rys. 4):

- początek układu współrzędnych przyjmuje się w punkcie przecięcia osi podłużnej silnika przez płaszczyznę graniczną pakietu stojana,
- oś x_1 przechodzi przez środek przekroju poprzecznego segmentu żłobkowego górnej półcewki uzwojenia stojana i jest zwrócona na zewnątrz silnika,
- oś x_3 pokrywa się z osią podłużną silnika i jest zwrócona na zewnątrz silnika,
- zwrot osi x_2 przyjmuje się w ten sposób, aby układ współrzędnych był prawo- lub lewoskrętny i był zgodny ze skrętnością łuków stożkowych segmentów czoł górnych półcewek uzwojenia.

W tak przyjętym układzie współrzędnych położenie punktów i -tego segmentu zarysu uzwojeń wyznaczają współrzędne:

$$x_{1i} = R_i \cos \beta_i$$

$$x_{2i} = R_i \sin \beta_i$$

$$x_{3i} = x_{3i} + (x_{3ki} - x_{3pi}) m_i, \quad m_i \in \langle 0, 1 \rangle$$

dla segmentów odcinkowych, a dla segmentów łukowych:

$$x_{3i} = x_{3pi} + x_{3\varphi i} \quad (13)$$

gdzie:

- R_i - rzut promienia wodzącego punktu zarysu czoła uzwojenia na płaszczyznę x_1 - x_2 układu współrzędnych,
- β_i - kąt między osią x_1 i R_i ,
- x_{3pi} - współrzędna x_{3i} początkowego punktu i -tego segmentu,
- x_{3ki} - współrzędna x_{3i} końcowego punktu i -tego segmentu,
- $x_{3\varphi i}$ - współrzędna x_{3i} punktu i -tego segmentu łukowego, zależna od kąta φ_i .

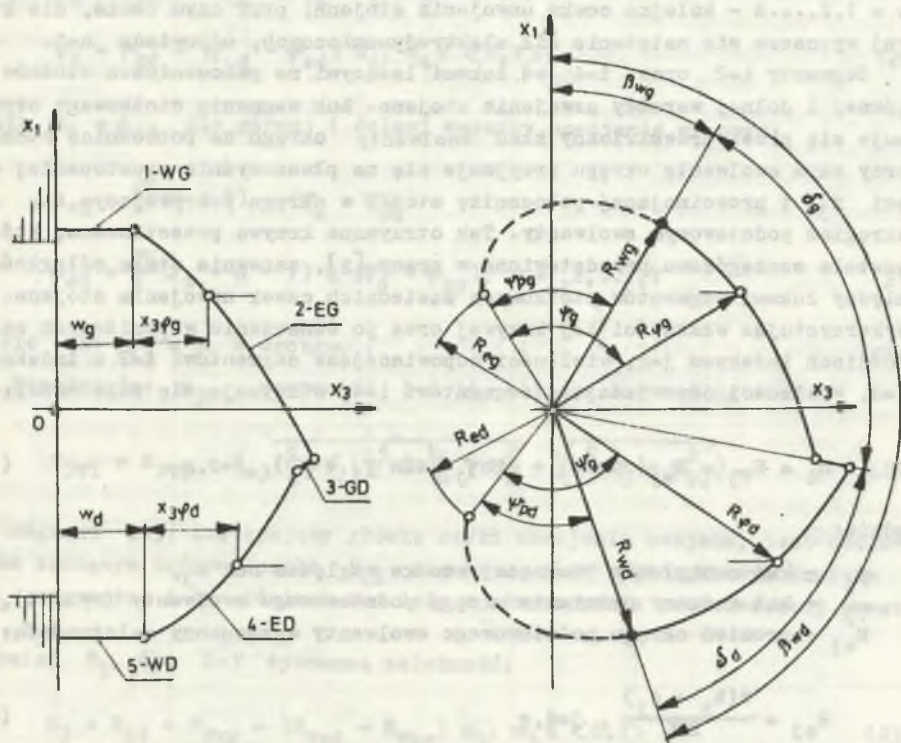
Składowe stycznej do linii zarysu czoła uzwojenia maszyny indukcyjnej w dowolnie obranym punkcie linii dla $m_i \in \langle 0, 1 \rangle$, równe pochodnym składowym wektora wodzącego punktów linii zarysu, wyznaczają zależności:

$$\frac{dx_{1i}}{dm_i} = \frac{dR_i}{dm_i} \cos \beta_i - \frac{d\beta_i}{dm_i} R_i \sin \beta_i$$

$$\frac{dx_{2i}}{dm_i} = \frac{dR_i}{dm_i} \sin \beta_i + \frac{d\beta_i}{dm_i} R_i \cos \beta_i$$

$$\frac{dx_{3i}}{dm_i} = x_{3ki} - x_{3pi}, \quad \text{dla } i=1,3,5 \text{ oraz}$$

$$\frac{dx_{3i}}{dm_i} = \frac{dx_{3\varphi i}}{dm_i}, \quad \text{dla } i=1,4. \quad (14)$$



Rys. 4. Model fizyczny czoła cewki uzwojenia stojana w globalnym układzie współrzędnych x_1, x_2, x_3

Fig. 4. Physical model of the end stator winding in a global coordinate system x_1, x_2, x_3

Linie zarysu modelu fizycznego czoła cewki uzwojenia stojana, usytuowaną w przyjętym układzie współrzędnych, podano na rys. 4. Linia ta jest linią zorientowaną od początkowego punktu segmentu $i=1$ do końcowego punktu $i=5$. Segmenty $i=1$ oraz $i=5$ cewek uzwojenia stojana są odcinkami równoległymi do osi x_3 , wobec tego promienie R_i są stałe i wynoszą: dla $i=1$, $R_1=R_{wg}$, a dla $i=5$, $R_5=R_{wd}$. Kąty β_i dla n -tej cewki uzwojenia stojana wyznaczają zależności:

$$\begin{aligned}
 & - \text{dla } i=1, \beta_1 = \beta_{wg} = \frac{2\pi}{z}(n-1) \\
 & - \text{dla } i=5, \beta_5 = \beta_{wd} = \frac{2\pi}{z}(y_z + n - 1)
 \end{aligned} \quad (15)$$

gdzie: z - ilość żłobków pakietu stojana, y_z - poskok uzwojenia stojana, $n = 1, 2, \dots, z$ - kolejna cewka uzwojenia stojana, przy czym cewka, dla której wyznacza się natężenie sił elektrodynamicznych, odpowiada $n=1$.

Segmenty $i=2$ oraz $i=4$ są łukami leżącymi na pobocznicach stożków górnej i dolnej warstwy uzwojenia stojana. Łuk segmentu stożkowego otrzymuje się przez przestrzenny kład ewolwenty okręgu na pobocznice stożka, przy czym ewolwentę okręgu przyjmuje się na płaszczyźnie prostopadłej do osi x_3 i przecinającej pobocznice stożka w okręgu pokrywającym się z okręgiem podstawowym ewolwenty. Tak otrzymana krzywa przestrzenna, która została szczegółowo przedstawiona w pracy [2], zapewnia stałą odległość między łukami segmentów stożkowych sąsiednich cewek uzwojenia stojana. Wykorzystując własności tej krzywej oraz po oznaczeniu w poniższych zależnościach indeksem $j=g$, wielkości odpowiadające segmentowi $i=2$ a indeksem $j=d$, wielkości odpowiadające segmentowi $i=4$, otrzymuje się zależności:

$$R_i = R_{\varphi_j} = R_{e_j} (\cos^2 \gamma_j + \sin^2 \gamma_j \sqrt{\sin^2 \gamma_j + \varphi_j^2}), \quad j=d, g \quad (16)$$

gdzie:

- γ_j - kąt nachylenia tworzącej stożka względem osi x_3 ,
- φ_j - kąt wodzący promienia okręgu podstawowego ewolwenty (rys. 4),
- R_{e_j} - promień okręgu podstawowego ewolwenty wyznaczony zależnością:

$$R_{e_j} = \frac{z(b_j + d_j)}{2\pi}, \quad j=d, g \quad (17)$$

przy czym:

- z - liczba żłobków pakietu stojana,
- b_j - szerokość cewki w części czołowej,
- d_j - odległość między bokami cewek w części czołowej.

Początkową wartość φ_{pj} kąta φ_j wyznacza zależność:

$$\varphi_{pj} = \frac{1}{R_{e_j} \sin \gamma_j} \sqrt{(R_{wj} - R_{e_j} \cos 2\gamma_j)(R_{wj} - R_{e_j})} \quad (18)$$

a końcową wartość φ_{kj} kąta φ_j wyznacza się po obliczeniu skrajnych wartości kątów ψ_{pj} i ψ_{kj} (rys. 4) z zależności:

$$\psi_{pj} = \varphi_{pj} - \arctg \varphi_{pj}, \quad \psi_{kj} = \psi_{pj} + \delta_j = \varphi_{kj} - \arctg \varphi_{kj} \quad (19)$$

gdzie δ_j - kąt rozpiętości półcewki uzwojenia stojana. Z równania (19) wynika, że $\varphi_{kj} = f(\Psi_{kj})$. Bieżące wartości kąta φ_j dla górnej i dolnej warstwy czoł uzwojenia stojana wyznaczają wzory:

$$\begin{aligned}\varphi_g &= \varphi_{pg} + (\varphi_{kg} - \varphi_{pg}) m_2, \quad m_2 \in \langle 0, 1 \rangle \\ \varphi_d &= \varphi_{kd} + (\varphi_{pd} - \varphi_{kd}) m_4, \quad m_4 \in \langle 0, 1 \rangle.\end{aligned}\quad (20)$$

Katy $\beta_1 = \beta_{ej}$ dla górnej i dolnej warstwy uzwojenia wynoszą:

$$\begin{aligned}\beta_{eg} &= \frac{2\pi}{z}(n-1) + (\Psi_g - \Psi_{pg}) \\ \beta_{ed} &= \frac{2\pi}{z}(y_z + n - 1) + (\Psi_d - \Psi_{kd}), \quad n=1, 2, \dots, 7\end{aligned}\quad (21)$$

gdzie kąt $\Psi_j = \varphi_j - \arctg \varphi_j$. (21a)

Współrzędne $x_{3\varphi_i}$ segmentów $i=2$ i 4 oblicza się według wzoru:

$$x_{3\varphi_i} = x_{3\varphi_j} = R_{ej} \cos \varphi_j (\sqrt{\sin^2 \varphi_j + \varphi_j^2} - \sqrt{\sin^2 \varphi_j + \varphi_{pj}^2}). \quad (22)$$

Segment $i=3$, zastępujący główkę cewki uzwojenia stojana, jest odcinkiem łączącym końcowy punkt P_{kd} segmentu $i=2$ z początkowym punktem P_{pd} segmentu $i=4$. Odcinek ten leży w płaszczyźnie przechodzącej przez oś x_3 .

Promień R_1 dla $i=3$ wyznacza zależność:

$$R_3 = R_{gd} = R_{\varphi_{kg}} + (R_{\varphi_{pd}} - R_{\varphi_{kg}}) m_3, \quad m_3 \in \langle 0, 1 \rangle \quad (23)$$

gdzie promień $R_{\varphi_{kg}}$ punktu P_{kg} oblicza się według wzoru (16) dla kąta φ_g przy $m_2 = 1$, a promień $R_{\varphi_{pd}}$ oblicza się według wzoru (16) dla kąta φ_d przy $m_4 = 0$.

Kąt β_i dla segmentu $i=3$ wynosi:

$$\beta_3 = \beta_{gd} = \delta_g + \frac{2\pi}{z}(n-1), \quad n=1, 2, \dots, z \quad (24)$$

W tabeli 1 podano zestawienie wzorów do wyznaczania geometrii czoł uzwojenia stojana oraz ich odbić względem płaszczyzn i powierzchni granicznych. Zestawienie wzorów pomocniczych do wyznaczania składowych stycznej do linii zarysu czoł cewek uzwojenia stojana podano w tabeli 2. Wielkości A_j i B_j , występujące w tej tabeli, wyznaczają zależności:

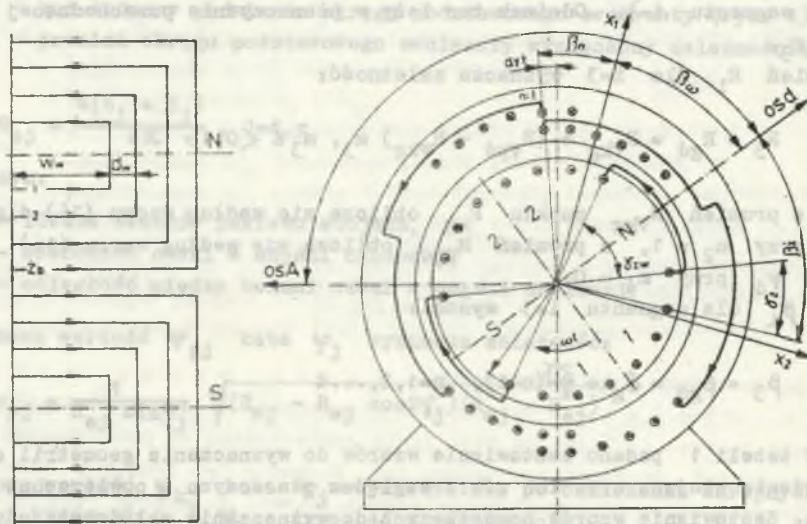
$$A_j = R_{ej} \frac{(\varphi_{ki} - \varphi_{pi})\varphi_j}{\sqrt{\sin^2 \varphi_j + \varphi_j^2}}, \quad B_j = \frac{(\varphi_{ki} - \varphi_{pi})\varphi_j^2}{1 + \varphi_j^2}. \quad (25)$$

Pierścień zwierający klatkę wirnika silnika asynchronicznego opisuje się w przyjętym globalnym układzie współrzędnych. Współrzędne punktów wycinka pierścienia zwierającego o promieniu R_{pz} i kącie rozpiętości $2\pi y_z/\delta$ (rys. 2a) wyznaczają równania (13), a składowe stycznej do tego łuku w dowolnie obranym punkcie wyznaczają wzory (14). Zestawienie zależności podstawowych wielkości, występujących w wyrażeniach (13) i (14), dotyczących pierścienia zwierającego, podano w tabeli 3, w której kąt:

$$\beta_{pz} = \frac{2\pi}{\delta}(n - 1 + y_z(1 - m)), \quad m \in \langle 0, 1 \rangle \quad (26)$$

przy czym $n = 1, 2, \dots, \delta$ jest kolejną cewką stojana, której oddziaływanie na prąd w pierścieniu zwierającym uwzględnia się przy obliczaniu natężenia sił elektrodynamicznych działających na czoła uzwojenia stojana.

W modelu fizycznym czoła uzwojenia wirnika maszyny synchronicznej dwubiegunowej przyjmuje się, że chwilowe położenie osi podłużnej d wirnika względem osi fazy A stojana (rys. 5) określa kąt $\frac{\pi}{2} + \Psi + \omega t$, przy czym kąt Ψ zależy od rodzaju maszyny (silnik, prądnica) oraz od stanu jej obciążenia.



Rys. 5. Model fizyczny uzwojenia wirnika i jego położenie względem uzwojenia stojana

Fig. 5. Physical model of the rotor winding and its position in relation to the stator winding

Tabela 1

Zestawienie wzorów wyznaczających geometrię czoł uzwojenia stojana

Lp.	Położenie czoł	Segment czoła-i	Wielkości				
			R_i	β_i	x_{3pi}	x_{3ki}	$x_{3\varphi i}$
1	Czoła cewek uzwojenia stojana	1-WG	R_{wG}	β_{wG}	0	w_G	-
		2-EG	R_G	β_{eG}	w_G	-	$x_{3\varphi G}$
		3-GD	R_{gD}	δ_G	x_{3kG}	x_{3pd}	-
		4-ED	R_d	β_{ed}	w_d	-	$x_{3\varphi d}$
		5-WD	R_{wd}	β_{wG}	w_d	0_G	-
2	Odbicie czoł względem pakietu stojana	1-WG	R_{wG}	β_{wG}	0	$-w_G$	-
		2-EG	R_G	β_{eG}	$-w_G$	-	$-x_{3\varphi G}$
		3-GD	R_{gD}	δ_G	x_{3kG}	x_{3pod}	-
		4-ED	R_d	β_{ed}	$-w_d$	-	$-x_{3\varphi d}$
		5-WD	R_{wd}	β_{wd}	$-w_d$	0	-
3	Odbicie czoł względem korpusu maszyny	1-WG	$2R_s - R_{wG}$	β_{wG}	0	w_G	-
		2-EG	$2R_s - R_G$	β_{eG}	w_G	-	$x_{3\varphi G}$
		3-GD	$2R_s - R_{gD}$	δ_G	x_{3kG}	x_{3pd}	-
		4-ED	$2R_s - R_d$	β_{ed}	w_d	-	$x_{3\varphi d}$
		5-WD	$2R_s - R_{wd}$	β_{wd}	w_d	0	-
4	Odbicie czoł względem obudowy bocznej	1-WG	R_{wG}	β_{wG}	2H	$2H - w_G$	-
		2-EG	R_G	β_{eG}	$2H - w_G$	-	$-x_{3\varphi G}$
		3-GD	R_{gD}	δ_G	x_{3kG}	x_{3pd}	-
		4-ED	R_d	β_{ed}	$2H - w_d$	-	$-x_{3\varphi d}$
		5-WD	R_{wd}	β_{wd}	$2H - w_d$	2H	-

Tabela 2

Zestawienie wzorów pomocniczych do wyznaczenia składowych stycznej do linii zarysu czół uzwojenia stojana

Lp.	Położenie czół	Segment czół	Pochodna		
			$\frac{dR_i}{dm_i}$	$\frac{d\beta_i}{dm_i}$	$\frac{dx_{3i}}{dm_i}$
1	Czoła cewek uzwojenia stojana	1-WG	0	0	w_g
		2-EG	$A_g \sin \gamma_g$	B_g	$A_g \cos \gamma_g$
		3-GD	$R_{\varphi pd} - R_{\varphi kg}$	0	$x_{3pd} - x_{3kg}$
		4-ED	$-A_d \sin \gamma_d$	$-B_d$	$-A_d \cos \gamma_d$
		5-WD	0	0	$-w_d$
2	Odbicie czół względem pakietu stojana	1-WG	0	0	$-w_g$
		2-EG	$A_g \sin \gamma_g$	B_g	$-A_g \cos \gamma_g$
		3-GD	$R_{\varphi pd} - R_{\varphi kg}$	0	$x_{3pd} - x_{3kg}$
		4-ED	$-A_d \sin \gamma_d$	$-B_d$	$A_d \cos \gamma_d$
		5-WD	0	0	w_d
3	Odbicie czół względem korpusu maszyny	1-WG	0	0	w_g
		2-EG	$-A_g \sin \gamma_g$	B_g	$A_g \cos \gamma_g$
		3-GD	$R_{\varphi pd} - R_{\varphi kg}$	0	$x_{3pd} - x_{3kg}$
		4-ED	$A_d \sin \gamma_d$	$-B_d$	$-A_d \cos \gamma_d$
		5-WD	0	0	$-w_d$
4	Odbicie czół względem obudowy bocznej	1-WG	0	0	$-w_g$
		2-EG	$A_g \sin \gamma_g$	B_g	$-A_g \cos \gamma_g$
		3-GD	$R_{\varphi pd} - R_{\varphi kg}$	0	$x_{3pd} - x_{3kg}$
		4-ED	$-A_d \sin \gamma_d$	B_d	$-A_d \cos \gamma_d$
		5-WD	0	0	w_d

Tabela 3

Zestawienie wielkości i wzorów pomocniczych do wyznaczania geometrii pierścienia zwierającego klatkę wirnika

Lp.	Usytuowanie pierścienia	Wielkość						
		R_i	β_i	x_{3pi}	$x_{3\psi_i}$	$\frac{dR_i}{dm_1}$	$\frac{d\beta_i}{dm_1}$	$\frac{dx_{3i}}{dm_1}$
1	Pierścień zwierający - PZ	R_{pz}	β_{pz}	H_p	0	0	$-\frac{2}{z} Y_z$	0
2	Odbicie pierścienia - OPZ	R_{pz}	$-\beta_{pz}$	$-H_p$	0	0	$-\frac{2}{z} Y_z$	0

Położenie osi żłobka, w której jest ułożona górna półcewka $n=1$ uzwojenia stojana, względem osi prostopadłej do osi fazy A wyznacza kąt:

$$\alpha_{yz} = \frac{\pi}{z} \left(q + y_z - \frac{z}{2p} - 1 \right). \quad (27)$$

Przyjmuje się, że oś x_1 globalnego układu współrzędnych przechodzi przez n -tą cewkę uzwojenia stojana, której położenie względem cewki $n=1$ wyznacza kąt:

$$n = \frac{z}{2} (n-1). \quad (28)$$

Wobec tego kąt β_ω między osią x_1 i osią d wirnika wynosi:

$$\beta_\omega = \psi + \alpha_{yz} - \beta_n + \omega t. \quad (29)$$

Położenie n_w -tej cewki uzwojenia wirnika względem osi d wirnika określa kąt:

$$\beta_z = \frac{\gamma_{zw}}{2} + \gamma_z (n_w - 1) \quad n_w \in \langle 1, z_w \rangle. \quad (30)$$

Katy γ_{zw} i γ_z zaznaczone są na rys. 5.

Katy β_1 dla punktów poszczególnych segmentów czoła uzwojenia bieguna N wirnika odpowiednio wynoszą:

$$\beta_1 = \beta_{w1} = \beta_\omega + \beta_z$$

$$\beta_2 = \beta_{w2} = \beta_\omega - \beta_z$$

$$\beta_{12} = \beta_\omega + \beta_z - (\gamma_{zw} - 2\gamma_z (n_w - 1)) m_1, \quad m_1 \in \langle 0, 1 \rangle \quad (31)$$

Tabela 4

Wielkości i wzory pomocnicze geometrii czół uzwojenia wirnika maszyny synchronicznej

Ip.	Pokożenie czoła wirnika	Segment czoła wirnika	Wielkości						Pochodne		
			R_i	β_i	x_{3pi}	x_{3ki}	$x_{3\phi i}$	$\frac{dR_i}{dm_i}$	$\frac{d\beta_i}{dm_i}$	$\frac{d x_{3i}}{dm_i}$	
1	N	1 N	R_{pw}	β_{w1}	0	w_{rw}	-	0	0	0	w_{rw}
		1-2 N	R_{pw}	β_{w1-2}	w_{rw}	-	0	0	$-(\gamma_{zw} + 2\gamma_z'(n_w - 1))$	0	0
		2 N	R_{pw}	β_{w2}	w_{rw}	0	0	0	0	0	$-w_{rw}$
2	S	1 S	R_{pw}	$\pi + \beta_{w1}$	0	w_{rw}	0	0	0	0	w_{rw}
		1-2 S	R_{pw}	β_{w1-2}	w_{rw}	-	0	0	$\gamma_{zw}'' + 2\gamma_z''(n_w - 1)$	0	0
		2 S	R_{pw}	β_{w2}	w_{rw}	0	-	0	0	0	$-w_{rw}$

$$w_{rw} = w_w + d_w(n_w - 1)$$

W tabeli 4 zestawiono wielkości i wzory pomocnicze do wyznaczenia geometrii czoł uzwojenia wirnika maszyny synchronicznej dwubiegunowej. Przy większej ilości biegunów maszyny należy wprowadzić związki między kątami geometrycznymi i elektrycznymi.

5. Program obliczeń współczynników kształtu czoł uzwojeń maszyn indukcyjnych

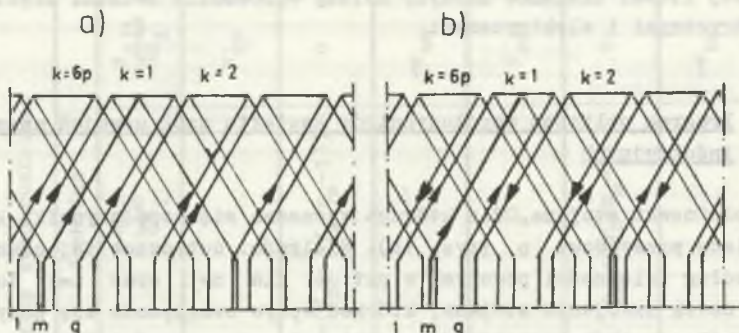
Czoło cewki stojana, dla którego wyznacza się współczynniki kształtu, odpowiada przewodowi p (rys. 1b). Wielkości dotyczące tej cewki oblicza się według zależności podanych w pkt. 4 dla $n=1$ oraz $i=1$ do 5. Czoła cewek uzwojenia stojana, których wpływ uwzględnia się przy wyznaczeniu współczynników kształtu dla cewki $n=1$, oraz pierścień zwierający klatkę wirnika lub czoła uzwojenia wirnika lub uzwojenie wirnika odpowiadają przewodom q (rys. 1b). Współczynniki kształtu oblicza się przez superpozycję oddziaływań poszczególnych segmentów grup uzwojenia stojana i wirnika.

5.1. Silniki indukcyjne asynchroniczne

W programie obliczeń współczynników kształtu czoł cewek uzwojenia stojana silnika indukcyjnego asynchronicznego wykorzystuje się własności symetrycznego rozłożenia takich samych cewek uzwojenia stojana oraz przyjęte założenie, że prąd w pierścieniu zwierającym klatkę wirnika jest odbiciem prądów cewek uzwojenia stojana.

Globalny układ współrzędnych x_1, x_2, x_3 przyjmuje się w ten sposób, aby oś x_1 przechodziła przez środek przekroju poprzecznego segmentu żłobkowego jednej z górnej półcewki uzwojenia stojana, dla której wyznacza się współczynniki kształtu od poszczególnych grup cewek uzwojenia stojana i segmentów pierścienia zwierającego klatkę wirnika oraz ich najbliższych odbić względem pakietu stojana, korpusu i obudowy bocznej silnika. W obliczeniach tych przyjmuje się wstępnie, że istnieją jednokierunkowe połączenia szeregowo we wszystkich grupach cewek uzwojenia stojana (rysunek 6a). W rzeczywistym uzwojeniu stojana w sąsiednich k -tych grupach cewek połączenia te są na przemian zmienne (rys. 6b), co uwzględnia się przy sumowaniu składowych współczynników kształtu od poszczególnych cewek uzwojenia stojana. W poszczególnych grupach fazowych jest po q cewek uzwojenia stojana. Do wyznaczenia natężenia sił elektrodynamicznych działających na czoła wszystkich cewek uzwojenia stojana wyznacza się współczynniki kształtu dla każdej m -tej ($m \in \langle 1, q \rangle$) cewki jednej grupy fazowej. Po wyznaczeniu współczynników kształtu od wszystkich n -tych cewek ($n \in \langle 1, \dot{z} \rangle$) uzwojenia stojana dokonuje się sumowania składowych od cewek poszczególnych grup fazowych k , przy których uwzględnia się kierunek

połączeń w poszczególnych grupach cewek, sumując składowe współczynników kształtu od poszczególnych n -tych cewek uzwojenia ze znakiem $+$ lub $-$.



Rys. 6. Połączenia szeregowe w k -tych grupach cewek

a) jednokierunkowe, b) naprzemian zmienne

Fig. 6. Series connections in groups of coils k

a) unidirectional, b) alternating

5.2. Maszyny synchroniczne

Współczynniki kształtu od czoł uzwojenia stojana i ich odbić względem pakietu stojana, korpusu i obudowy bocznej maszyny wyznacza się zgodnie z programem dla silników asynchronicznych. Z uwagi na przestrzenno-czasowe położenie czoł uzwojenie wirnika względem czoła rozpatrywanej cewki uzwojenia stojana wpływ uzwojenia wirnika na wartość współczynników kształtu wyznacza się oddzielnie dla czoła każdej cewki uzwojenia stojana.

6. Natężenie sił elektrodynamicznych działających na czoła uzwojeń stojanów maszyn indukcyjnych

Siły elektrodynamiczne, działające na czoła uzwojeń stojanów maszyn indukcyjnych, są rozłożone w sposób ciągły wzdłuż czoł uzwojenia stojana. Podstawą wyznaczenia rozkładu tych sił są wyznaczone współczynniki kształtu k_{pkw} ($w=1,2,3$) od poszczególnych k -tych grup uzwojenia stojana i wirnika, prąd płynący w cewce, dla której wyznacza się natężenie sił elektrodynamicznych oraz prądy płynące w poszczególnych k -tych grupach cewek uzwojenia maszyny indukcyjnej. Natężenie sił elektrodynamicznych wyznacza się przede wszystkim dla niustalonych stanów pracy (rozruch, zwarcia) maszyny indukcyjnej, w których są 80- do 100-krotnie większe od wartości w ustalonych stanach pracy maszyny indukcyjnej. Prądy w niustalonych stanach pracy maszyn indukcyjnych można wyznaczyć wg pracy [6].

Natężenie sił elektrodynamicznych wyznacza się przez superpozycję oddziaływań prądów poszczególnych k -tych grup uzwojenia maszyny. I tak, p_{xw} -te ($w=1,2,3$) składowe natężenia siły elektrodynamicznej w globalnym układzie współrzędnych x_1, x_2, x_3 (rys. 1b), w dowolnie obranym punkcie i -tego segmentu czoła cewki uzwojenia stojana, są sumą oddziaływania prądów w poszczególnych k -tych grupach uzwojenia:

$$p_{xw} = \sum_k p_{kxw}, \quad w = 1, 2, 3 \quad (32)$$

przy czym poszczególne składowe od k -tych grup uzwojenia:

$$p_{kxw} = k_{pkxw} i_p i_q \quad (33)$$

gdzie: k_{pkxw} - w -ta składowa współczynnika kształtu od k -tej grupy uzwojenia, i_p - prąd płynący w wybranej m -tej cewce k -tej grupy uzwojenia stojana, i_q - prąd płynący w grupach k cewek, których wpływ uwzględnia się przy wyznaczaniu natężenia sił elektrodynamicznych.

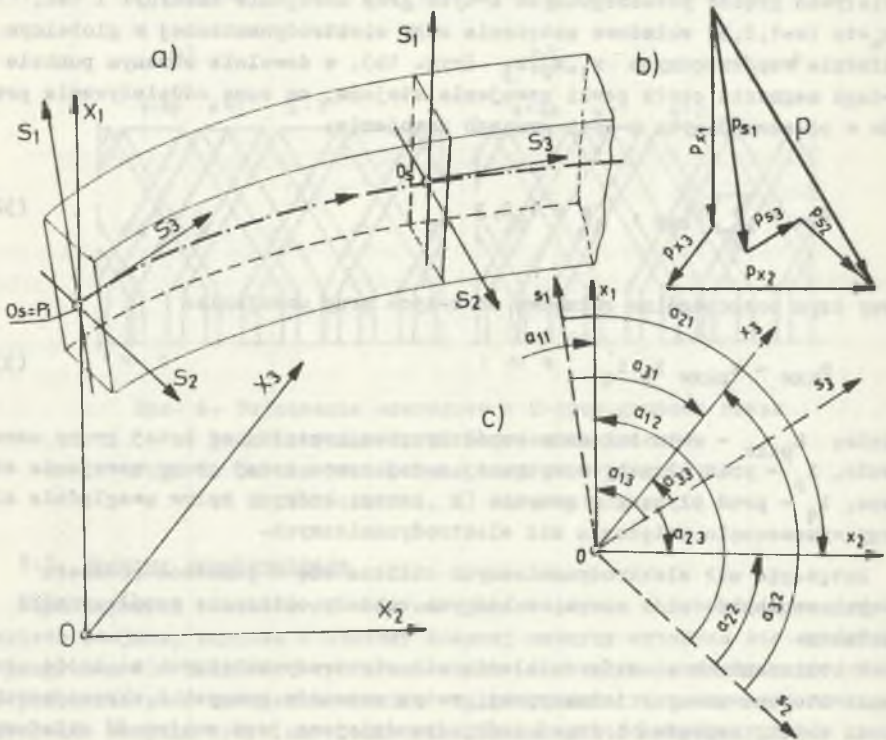
Natężenie sił elektrodynamicznych oblicza się w punktach podziału i -tych segmentów czoł cewek, w których zostały obliczone współczynniki kształtu.

W obliczeniach skutków działania sił elektrodynamicznych na czoła uzwojenia stojana maszyny indukcyjnej, w tym momentów gnących i skręcających czoła cewek, naprężeń i drgań czoł, dogodniejsza jest znajomość składowych natężenia sił elektrodynamicznych w lokalnym układzie współrzędnych s_1, s_2, s_3 (rys. 7) o początku O_s w dowolnie obranym punkcie P_1 linii modelu fizycznego czoła uzwojenia stojana. Osie współrzędnych układu lokalnego przyjmuje się w następujący sposób:

- oś s_3 pokrywa się ze styczną do linii zarysu czoła cewki w punkcie P_1 ,
- osie s_1 i s_2 pokrywają się z głównymi osiami symetrii przekroju poprzecznego czoła cewki uzwojenia stojana płaszczyzną prostopadłą do osi s_3 i przechodzącą przez punkt O_s . Układ lokalny przyjmuje się prawolub lewoskrętny, zgodnie ze skrętnością układu globalnego.

Wyzyskując związki transformacji między prostokątnymi układami współrzędnych, składowe natężenia sił elektrodynamicznych w lokalnym układzie współrzędnych wyznaczają zależność:

$$\bar{p} = \text{col}(p_{gw}) = [p_{ksw}]_{kxw} \text{col}(1)_k = [a_{ww}]_{wxw} [p_{kxw}]_{kxw} \text{col}(1)_k \quad (34)$$



Rys. 7. Położenie układu lokalnego s_1, s_2, s_3 względem układu globalnego x_1, x_2, x_3

Fig. 7. Position of local coordinate system s_1, s_2, s_3 in relation to a global coordinate system x_1, x_2, x_3

gdzie: p_{sw} - wypadkowa w -ta składowa natężenia sił elektrodynamicznych p w lokalnym układzie współrzędnych, p_{ksw} - w -ta składowa natężenia p w lokalnym układzie współrzędnych, uwzględniająca oddziaływanie k -tej grupy uzwojenia, p_{kxw} - w -ta składowa natężenia p w globalnym układzie współrzędnych, uwzględniająca oddziaływanie k -tej grupy uzwojenia, a_{ww} - współczynniki transformacji między globalnym i lokalnym układem współrzędnych, $col(1)_k$ - macierz jednokolumnowa jedynek (1) w k wierszach.

Dla segmentu $i=1$ współczynniki $a_{11}=a_{22}=a_{33}=1$, a pozostałe $a_{ww}=0$, dla segmentu $i=5$ współczynniki $-a_{22}=a_{11}=\cos\beta_{wd}$, $a_{12}=a_{21}=\sin\beta_{wd}$, $a_{33}=1$, a pozostałe $a_{ww}=0$. Natomiast dla segmentów $i=2,3,4$ współczynniki a_{ww} wyznaczają zależności:

$$\begin{aligned}
 a_{11} &= \cos\beta_1 \cos\delta_1 \\
 a_{21} &= \sin\beta_1 \cos\delta_1 \\
 a_{31} &= -\sin\delta_1
 \end{aligned} \tag{35a}$$

$$\begin{aligned}
 a_{12} &= \pm C_1 (A_1 \sin\beta_1 + B_1 R_1 \cos\beta_1 \sin\delta_1) \\
 a_{22} &= \pm C_1 (A_1 \cos\beta_1 - B_1 R_1 \sin\beta_1 \sin\delta_1) \\
 a_{32} &= \pm C_1 B_1 \cos\delta_1
 \end{aligned} \tag{35b}$$

$$\begin{aligned}
 a_{13} &= \pm C_1 (A_1 \cos\beta_1 \sin\delta_1 - B_1 R_1 \sin\beta_1) \\
 a_{23} &= \pm C_1 (A_1 \sin\beta_1 \sin\delta_1 - B_1 R_1 \sin\beta_1) \\
 a_{33} &= \pm C_1 A \cos\delta_1
 \end{aligned} \tag{35c}$$

w których:

$$C_1 = \frac{1}{A_1^2 + B_1^2} \tag{35d}$$

oraz

$$\begin{aligned}
 \delta_1 &= \delta_j \quad \text{dla segmentów } i=2,4, \text{ natomiast dla segmentów } i=3 \\
 \operatorname{tg} \delta_3 &= \frac{x_{3pd} - x_{3kg}}{R_{pd} - R_{kg}} .
 \end{aligned} \tag{35e}$$

Znaki górne odpowiadają segmentom $i=2$ i 3 , a znaki dolne odpowiadają segmentowi $i=4$.

Dla segmentów $i=2,4$ A_1 oraz B_1 oblicza się według (26), a dla $i=3$ $B_3=0$, natomiast:

$$A_3 = R_{pd} - R_{kg} . \tag{35f}$$

Z uwagi na to, że siła elektrodynamiczna działa w płaszczyźnie prostopadłej do stycznej do linii zarysu czoła cewki uzwojenia stojana, składowa natężenia p w kierunku osi s_3 jest równa zero i pomija się jej obliczanie po sprawdzeniu programu obliczeń przy zastosowaniu ETO. Przedstawiona metoda wyznaczania sił elektrodynamicznych została sprawdzona w obliczeniach elektrodynamicznych części uzwojenia stojana silnika asynchronicznego o mocy 1600 kW [5].

LITERATURA

- [1] Andresen E.: Brechnung der Wickelkopfkraft von - synchron und Asyn-
chronmaschinen mit digitalen Rechenmaschinen ETZ-A. B.86 1965 H.12.
- [2] Drak B.: Kształtowanie czoł uzwojeń stojanów maszyn indukcyjnych du-
żej mocy, Energetyka 1986 nr 3.
- [3] Drak B., Janik T.: Laboratorium badań specjalnych maszyn elektrycz-
nych. Skrypt Uczeln. Pol. Śląskiej nr 1335, Gliwice 1987.
- [4] Drak B., Paszek W.: Siły elektrodynamiczne, naprężenia i drgania uzwo-
jeń maszyn indukcyjnych dużej mocy. Przegląd Elektrotechniczny 1981
nr 7-8.
- [5] Drak B., Paszek S.: Obliczenia elektromechaniczne czoł uzwojeń stoja-
nów silników indukcyjnych dużej mocy. Prace Instytutu Maszyn i Urz.
Elektr. Pol. Śląskiej, Gliwice 1986, nr 15.
- [6] Paszek W.: Stany nieustalone maszyn elektrycznych prądu przemiennego.
WNT, Warszawa 1986.
- [7] Turowski J.: Obliczenia elektromagnetyczne elementów maszyn i urządzeń
elektrycznych. WNT, Warszawa 1982.
- [8] Unruh F.: Felder und Stromkräfte inden Wickelköpten von Turbogenerato-
ren ETZ-A Bd.84 1963 H.9.
- [9] Waseokij M.: Elektrodinamiceskije siły siejstwujuszczije na spiralnyje
prowodniki stokom. Elektrizestwo - 1987 nr 2.

Recenzent: prof. dr hab. inż. Zbigniew Stein

Wpłynęło do redakcji dnia 15 czerwca 1987 r.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКИХ УСИЛИЙ ДЕЙСТВУЮЩИХ НА ЛОБОВЫЕ ЧАСТИ ОБМОТКОВ СТАТОРОВ ИНДУКЦИОННЫХ МАШИН БОЛЬШОЙ МОЩНОСТИ

Р е з ю м е

Представлен метод вычисления электродинамических усилий действующих на лобовые части обмоток статоров электрических синхронных и асинхронных машин с применением ЭМЦ. Вычисление электродинамических усилий основывается на методике определения электродинамических влияний между проводниками с электрическим током. Алгоритм вычисления учитывает влияние токов обмоток статора и ротора, а также влияние пакета статора и корпуса машины на электродинамические силы в лобовых частях обмоток статора. Электродинамические влияния пакета статора и корпуса машины определено методом зеркальных отражений. Принятая физическая и математическая модель обмотки статора, учитывает действительный пространственный контур катушек обмотки, при приеме нитеобразного сечения катушек и несоблюдения влияний изменения расстояния между катушками под действием электродинамических усилий.

DETERMINATION OF ELECTRODYNAMIC FORCES ACTING ON THE END STATOR WINDINGS OF LARGE-POWER INDUCTION MACHINES

Summary

The analytical computer - aided method of determination of electrodynamic forces acting on the end stator windings of large induction machines has been presented. The principles of determining electrodynamic interactions between two electric current conductors have been used in the calculation method.

The influence of currents flowing in the stator and rotor windings as well as the influence of the stator and machine housing on electrodynamic forces in the end stator windings have been taken into account. In order to determine the influence of the stator and machine housing on electrodynamic forces the method of mirror reflections has been employed. The assumed physical and mathematical model of the end stator windings makes allowances for real space configuration of the stator winding under assumption that all the conductors are of infinitely small cross section and that the influence of the distance change between the end windings sides resulting from their deflections caused by electrodynamic forces can be neglected.

Bronisław DRAK

GEOMETRIA I KSZTAŁTOWANIE CZÓŁ UZWOJEŃ STOJANÓW MASZYN INDUKCYJNYCH
DUŻYCH MOCY

Streszczenie. Przedstawiono metodę analitycznego wyznaczania geometrii czół cewek dwuwarstwowych uzwojeń stojanów maszyn indukcyjnych dużych mocy oraz metodę obliczania wymiarów szablonów do kształtowania cewek. Przyjęta linia zarysu stożkowego segmentu czoła cewki jest przestrzennym kładem ewolwenty okręgu na pobocznicy stożka, na której leżą środki przekrojów poprzecznych czoła cewki. Ewolwentę okręgu umiejscowiono na płaszczyźnie przecinającej pobocznicy stożka w okręgu, pokrywającym się z okręgiem podstawowym ewolwenty. Tak przyjęta linia zarysu zapewnia wymaganą równą odległość między bokami czół cewek uzwojenia stojana na całej długości segmentów stożkowych. Algorytm obliczeń zarysu cewek uzwojenia stojana oraz szablonów do ich kształtowania został sprawdzony w pracach projektowych oraz przy wykonaniu cewek uzwojenia stojana silnika indukcyjnego o mocy 1600 kW.

1. Wstęp

Czoła dwuwarstwowych uzwojeń stojanów maszyn indukcyjnych dużych mocy tworzą dwie powierzchnie stożkowe. Jedną z nich tworzą czoła górnej, a drugą - czoła dolnej warstwy uzwojenia stojana.

Linia, według której kształtuje się czoła uzwojeń, powinna zapewniać stałą odległość między bokami cewek. W praktyce zdarza się, że po niedokładnym ukształtowaniu czół cewek cewki przylegają do siebie w pobliżu wykorbienia po wyjściu ze żłobka stojana, mimo dużej odległości między nimi przy główkach cewek. Nieuzasadnione zmniejszenie tej odległości jest przyczyną wzrostu sił elektrodynamicznych działających na cewki uzwojenia stojana, zmniejszenia wytrzymałości dielektrycznej izolacji uzwojenia oraz pogorszenia warunków chłodzenia czół uzwojenia stojana.

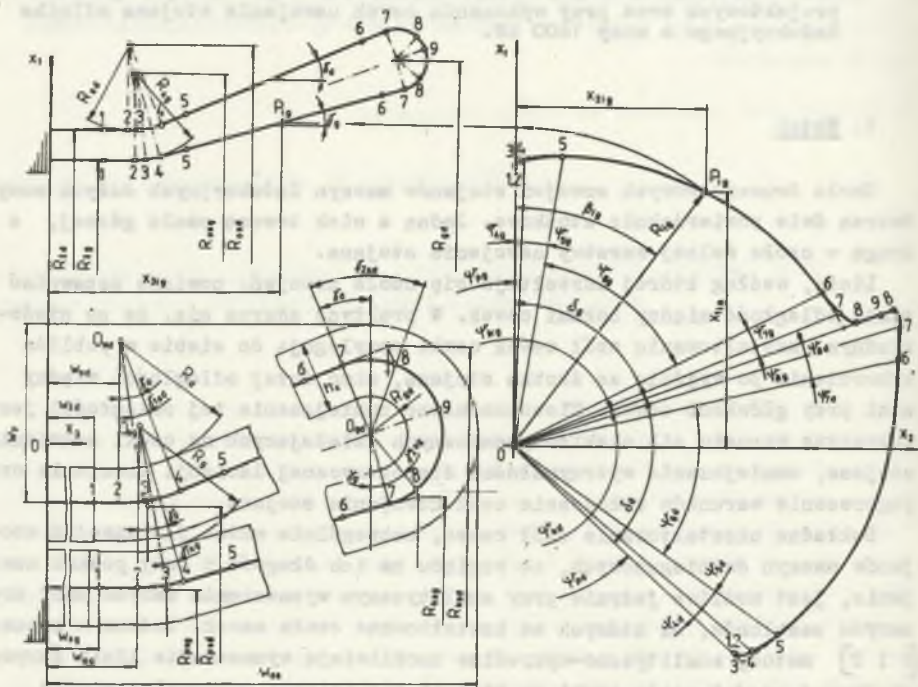
Dokładne ukształtowanie czół cewek, szczególnie ważne dla uzwojeń stojanów maszyn dwubiegunowych, ze względu na ich długość i duży poskok uzwojenia, jest możliwe jedynie przy analitycznym wyznaczeniu zarysu czół oraz zarysu szablonów, na których są kształtowane czoła cewek. Podane w pracach [1 i 2] metody analityczno-wykreślne umożliwiają wyznaczenie linii zarysu stożkowej części czoła cewki na płaskim rozwinięciu pobocznicy stożka, na której mają leżeć środki przekrojów poprzecznych czoła cewki uzwojenia stojana. Metody te nie uwzględniają jednak zmniejszenia założonej odległości między czołami cewek, wynikającego z krzywizny pobocznicy stożka, oraz

występują w nich trudności uwzględnienia rzeczywistego przekroju poprzecznego czoła cewki, które jest niezbędne do dokładnego wyznaczenia zarysu modelu, na którym są kształtowane czoła cewek uzwojenia stojana. Podana poniżej metoda analitycznego wyznaczania geometrii czół oraz geometrii szablonów do kształtowania cewek została sprawdzona w warunkach przemysłowych, przy wykonywaniu uzwojenia stojana silnika SYJd-132t o mocy 1600 kW, dając w pełni pozytywne wyniki.

2. Zasada geometrii czół uzwojenia stojana

Analityczny zapis geometrii czół uzwojenia stojana realizuje się w przestrzennym układzie współrzędnych prostokątnych x_1, x_2, x_3 , przyjętym w następujący sposób (rys. 1):

- początek układu współrzędnych przyjmuje się w punkcie przebicia płaszczyzny granicznej pakietu stojana osią podłużną silnika,



Rys. 1. Geometria czoła cewki uzwojenia stojana i podział na i -te segmenty
Fig. 1. Geometry of the end coil of stator winding and division of the stator end coil into parts

- oś x_1 przechodzi przez środek przekroju poprzecznego żłobkowej części górnej półcewki uzwojenia stojana i jest zwrócona na zewnątrz silnika,
- oś x_3 pokrywa się z osią podłużną silnika i jest zwrócona na zewnątrz silnika,
- zwrot osi x_2 jest zgodny ze skrętnością stożkowego segmentu czoła górnej półcewki i dlatego układ współrzędnych może być prawo- lub lewoskrętny.

Przekrój zarysu czoł uzwojenia stojana płaszczyzną x_1-x_2 jest określony: wysięgiem żłobkowych segmentów cewki w_{0j} ($j=d$ dla dolnej oraz $j=g$ dla górnej półcewki), wysięgiem promieniowym czoł w_p , wysięgiem osiowym czoł w_{os} , promieniami R_j i R_{gd} oraz wysokością przekroju poprzecznego czoła cewki h_c . Kąty nachylenia tworzących stożków dolnej i górnej warstwy uzwojenia stojana wyznacza zależność:

$$\gamma_j = \arcsin \frac{x_{03j} R_{0j} + x_{01j} \sqrt{x_{01j}^2 + x_{03j}^2 - R_{0j}^2}}{x_{01j}^2 + x_{03j}^2} \quad (1)$$

w której

$$x_{01j} = R_{ogd} - R_{osj}$$

$$x_{03j} = w_{os} - R_{gd} - h_c - w_{0j}$$

$$R_{0j} = R_{sj} \pm R_{sgd}, \quad (- \text{ dla } j=g, \quad - \text{ dla } j=d) \quad (1a)$$

oraz

$$R_{sj} = R_j + 0,5 h_c$$

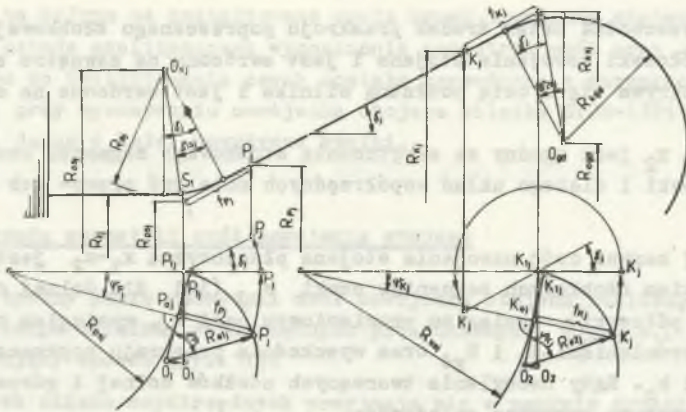
$$R_{sgd} = R_{gd} + 0,5 h_c$$

$$R_{ogd} = R_{zd} + w_p - R_{gd} - h_c$$

$$R_{osj} = R_{zj} + R_{sj} \quad (1b)$$

Wielkości podane we wzorach (1) do (1b) zaznaczono na rys. 1.

Prostoliniowe wysięgi żłobkowych segmentów cewki uzwojenia stojana przechodzą w segmenty stożkowe czoła cewki, poprzez przestrzenne wykorzystanie (kolanko) dolnej i górnej półcewki. Wykorbienie średniej linii półcewki jest realizowane dwoma łukami (rys. 2). Pierwszy łuk o promieniu R_{sj} ($j=d$ dla dolnej, $j=g$ dla górnej półcewki) jest styczny do osi wysięgu żłobkowej półcewki oraz do tworzącej stożka, na pobocznicy którego leży średnia linia stożkowego segmentu półcewki. Drugi łuk o promieniu krzywiz-



Rys. 2. Łuki przejścia między segmentami czoła cewki uzwojenia stojana
Fig. 2. Arcs between different parts of the end stator coil

ny R_{e1j} jest styczny do łuku o promieniu R_{sj} oraz do zarysu segmentu stożkowego średniej linii czoła półcewki. Kąt γ_{1sj} (rys. 2), określający położenie punktu styczności tych łuków, zależy od rozwiązania konstrukcyjnego i jest przyjmowany w $\epsilon < 0, \gamma_j >$.

Z punktu styczności S_{1j} (rys. 2) łuków, leżącego w płaszczyźnie określonej przez oś wysięgu żłobkowego i tworzącą stożka, prowadzi się prostą prostopadłą do tworzącej stożka. Punkt przecięcia tych prostych P_{1j} przyjmuje się za początek łuku na pobocznicę stożka. Pozostałe punkty tego łuku otrzymuje się przez kład na pobocznicę stożka punktów okręgu o promieniu R_{e1j} , którego średnicę otacza się stycznie po okręgu o promieniu R_{psj} , będącego wynikiem przecięcia pobocznicę stożka płaszczyzną przechodzącą przez punkt P_{1j} . Z zależności trygonometrycznych na rys. 1 promień:

$$R_{psj} = R_{osj} - R_{sj}(\cos \gamma_j + \sin \gamma_j \sin \gamma_{1sj}) . \quad (2)$$

W wyniku otaczania średnicy okręgu o promieniu R_{e1j} po okręgu o promieniu R_{psj} łuk $P_{1j}P_{0j}$ jest równy odcinkowi $P_{1j}P_{0j}$. Wobec tego kąt:

$$\Psi_{P_j} = \frac{R_{e1j}}{R_{psj}}(1 - \cos \varphi_{P_j}) \quad (3)$$

a odległość punktu P_j (mierzona po tworzącej stożka) od okręgu o promieniu R_{psj} wynosi:

$$f_{P_j} = R_{e1j} \sin \varphi_{P_j} \quad (4)$$

gdzie φ_{P_j} - kąt wodzący promienia okręgu (rys. 2).

W zakresie kąta γ_{1s_j} występuje równoczesne gięcie średniej linii czoła cewki według łuków o promieniach R_{sj} i R_{e1j} . Dlatego w zakresie tego kąta położenie punktów P_j w płaszczyźnie x_1-x_2 układu współrzędnych jest określone przez kąt Ψ_{P_j} , który jest funkcją kąta $\gamma_j \in \langle \gamma_{1s_j} \rangle$ oraz promień R_{P_j} , odpowiadający położeniu tego punktu na łuku o promieniu R_{sj} . Od punktu P_j odpowiadającego kątowi γ_j punkty kładu okręgu leżą na pobocznicy stożka i ich położenie jest określane przez kąt γ_{P_j} .

Łuk na pobocznicy stożka, powstały z kładu okręgu, jest także styczny do linii średniej stożkowego segmentu półcewki uzwojenia stojana. Łuk segmentu stożkowego, który szczegółowo został opisany w pracy [3], jest przestrzennym kładem ewolwenty okręgu na pobocznicy stożka, na której leży linia średnia tego segmentu. Ewolwentę okręgu przyjmuje się na płaszczyźnie prostopadłej do osi podłużnej silnika i przecinającej pobocznicy stożka w okręgu pokrywającym się z okręgiem podstawowym ewolwenty.

Średnia linia segmentu stożkowego półcewki przechodzi poprzez łuk przestrzenny o promieniu krzywizny R_{e2j} (rys. 2) w średnią linię główki cewki będącą łukiem o promieniu R_{sgd} . Łuk o promieniu krzywizny R_{e2j} otrzymuje się przez kład okręgu o promieniu R_{e2j} na pobocznicy stożka. Średnica tego okręgu jest otaczana po okręgu o promieniu R_{ksj} , który wyznacza zależność trygonometryczna z rys. 2:

$$R_{ksj} = R_{ogd} + R_{sgd} (\cos \gamma_j + \sin \gamma_j \sin \gamma_{2s_j}) \quad (5)$$

w której znaki górne odpowiadają $j=g$, a dolne $j=d$.

Analogicznie do wykorbienia półcewki, kąt:

$$\Psi_{K_j} = \frac{R_{e2j}}{R_{ksj}} (1 - \cos \varphi_{K_j}) \quad (6)$$

oraz

$$f_{K_j} = R_{e2j} \sin \varphi_{K_j} \quad (7)$$

a także w zakresie kąta γ_{2s_j} następuje równoczesne gięcie według łuków o promieniach R_{sgd} i R_{e2j} .

3. Linia średnia czołk uzwojenia stojana

Czoło cewki uzwojenia stojana dzieli się na czoło górnej półcewki ($j=g$) oraz czoło dolnej półcewki ($j=d$). Każdą półcewkę w przestrzeni czołk uzwojenia stojana dzieli się na dziesięć i -tych segmentów (rys. 1), przy czym:

- $i=1$ - odcinek od pakietu stojana do wysięgu żłobkowej części cewki z izolacją żłobkową - w_{zj} ,
 $i=2$ - odcinek równy różnicy odległości w_{oj} środka łuku o promieniu R_j od pakietu stojana i w_{zj} ,
 $i=3$ - wycinek łuku o promieniu R_{sj} i kącie $(\gamma_j - \gamma_{jsj})$,
 $i=4$ - łuk przestrzenny w zakresie kąta γ_{1sj} , powstały z łuków o promieniach krzywizny R_{sj} i R_{e1j} ,
 $i=5$ - łuk na pobocznicy stożka o promieniu krzywizny R_{e1j} od punktu odpowiadającego kątowi γ_j do punktu styczności tego łuku ze stożkowym zarysem czoła półcewki,
 $i=6$ - stożkowy zarys czoła półcewki,
 $i=7$ - łuk na pobocznicy stożka o promieniu krzywizny R_{e2j} od punktu styczności ze stożkowym zarysem czoła półcewki do punktu odpowiadającego kątowi γ_j ,
 $i=8$ - łuk przestrzenny w zakresie kąta γ_{2sj} , powstały z łuków o promieniach krzywizny R_{e2j} i R_{sgd} ,
 $i=9$ - wycinek łuku o promieniu R_{sgd} .

W przyjętym układzie współrzędnych (rys. 1) punkty linii średniej zarysu czoła cewki uzwojenia stojana wyznaczają współrzędne:

$$x_{1ij} = R_{1j} \cos \beta_{1j}$$

$$x_{2ij} = R_{1j} \sin \beta_{1j}$$

$$x_{3ij} = x_{3pij} + (x_{3kij} - x_{3pij})m_i, \quad \text{dla } i=1 \text{ i } 2$$

$$x_{3ij} = x_{3pij} + x_{3\varphi ij}, \quad \text{dla pozostałych } i\text{-tych segmentów,} \quad (8)$$

gdzie:

- m_i - parametr zmienny w $\epsilon < 0,1 >$,
 R_{1j} - rzut promienia wodzącego punktu linii średniej na płaszczyznę x_1-x_2 układu współrzędnych,
 β_{1j} - kąt między osią x_1 i rzutem R_{1j} promienia wodzącego,
 x_{3pij} - współrzędna x_{3ij} początkowego punktu i -tego segmentu,
 x_{3kij} - współrzędna x_{3ij} końcowego punktu i -tego segmentu,
 $x_{3\varphi ij}$ - współrzędna x_{3ij} punktu i -tego segmentu, zależna od kąta φ_{1j} .

W tabeli 1 podano zależności wyznaczające kąty β_{1j} dla poszczególnych i -tych segmentów j -tych półcewek uzwojenia stojana, w których:

- z - ilość żłobków pakietu stojana,
 Y_z - poskok uzwojenia stojana,
 k_{1j} - współczynnik określający zależność kąta γ_{1sj} od kąta γ_j ,
 k_{2j} - współczynnik określający zależność kąta γ_{2sj} od kąta γ_j .

Tabela 1

Zależności wyznaczające kąty β_{ij}

Segment	Kąty pomocnicze		β_{ij}
	φ_{ij}	Ψ_{ij}	
1	-	-	β_{wj}
2	-	-	β_{wj}
3	-	-	β_{wj}
4	$\arcsin \frac{R_{e1j}}{R_{e1j}} (\sin \gamma_{1s_j} - \sin(1-m_4) \gamma_{1s_j})$	$\frac{R_{e1j}(1-\cos \varphi_{4j})}{R_{psj}}$	$\beta_{wj} \pm \Psi_{4j}$
5	$\varphi_{p5j} + (\varphi_{k5j} - \varphi_{p5j})^{m_5}$ $\varphi_{p5j} = \varphi_{4j}$ dla $m_4 = 1$	$\frac{R_{e1j}(1-\cos \varphi_{5j})}{R_{psj}}$	$\beta_{wj} \pm \Psi_{5j}$
6	$\varphi_{psj} + (\varphi_{ksj} - \varphi_{psj})^{m_6}$	$\varphi_{6j} - \arctg \varphi_{6j} - \Psi_{pj}$	$\beta_{wj} \pm \Psi_{6j}$
7	$\varphi_{p7j} + (\varphi_{k7j} - \varphi_{p7j})^{m_7}$ $\varphi_{k7j} = \varphi_{8j}$ dla $m_8 = 0$	$\frac{R_{e2j}(1-\cos \varphi_{7j})}{R_{ksj}}$	$\beta_{gd} \mp \Psi_{7j}$
8	$\arcsin \frac{R_{sgd}}{R_{e2j}} (\sin \gamma_{2s_j} - \sin m_8 \gamma_{2s_j})$	$\frac{R_{e2j}(1-\cos \varphi_{8j})}{R_{ksj}}$	$\beta_{gd} \mp \Psi_{8j}$
9	-	-	β_{gd}

W powyższych zależnościach:

- $\beta_{wg} = 0, \beta_{wd} = \frac{2\pi}{z} y_z, \beta_{sd} = \delta_g, \gamma_{1s_j} = \gamma_j k_{1j}, \gamma_{2s_j} = \gamma_j k_{2j}$
- $\varphi_{k5j} = \varphi_{s5j}, \varphi_{p7j} = \varphi_{s7j}$ oraz $\varphi_{ksj}, \varphi_{psj}, \delta_g$ - oblicza się według wzorów podanych w pkt. 3.1.

Tabela 2

Zależności wyznaczające promienie R_{ij} oraz graniczne wartości kątów γ_{ij}

Segment i	Promień R_{ij}	Kąty graniczne	
		γ_{pij}	γ_{kij}
1	R_{zj}	-	-
2	R_{zj}	-	-
3	$R_{osj} - R_{sj} \cos \gamma_{3j}$	0	$\gamma_j (1 - k_{1j})$
4	$R_{osj} - R_{sj} \cos \gamma_{4j}$	$\gamma_j (1 - k_{1j})$	
5	$R_{psj} - R_{ej} \sin \gamma_j \sin \varphi_{5j}$	-	-
6	$R_{ej} (\cos^2 \gamma_j + \sin^2 \gamma_j \sqrt{\sin^2 \gamma_j + \varphi_{6j}^2})$	-	-
7	$R_{ksj} - R_{ej} \sin \gamma_j \sin \varphi_{7j}$	-	-
8	$R_{ogd} - R_{sgd} \cos \gamma_{8j}$	$\pi + \gamma_d$ dla $j=d$, oraz γ_g dla $j=g$	$\pi + \gamma_d (1 - k_{2d})$ dla $j=d$, oraz $\gamma_g (1 + k_{2g})$ dla $j=g$
9	$R_{ogd} - R_{sgd} \cos \gamma_{9j}$	$\pi + \gamma_d (1 - k_{2d})$ dla $j=d$, oraz $\gamma_g (1 + k_{2g})$ dla $j=g$	$0,5(\pi + \gamma_d + \gamma_g)$ dla $j=d$ i $j=g$

W powyższych zależnościach $\gamma_{ij} = \gamma_{pij} + (\gamma_{kij} - \gamma_{pij})m_i$, $m_i \in \langle 0,1 \rangle$

Tabela 3

Graniczne wartości współrzędnej x_{3ij} oraz zależności
wyznaczające współrzędne $x_{3\varphi ij}$ linii średniej
zarysu czół uzwojenia stojana

Segment	Wartości graniczne współrzędnej x_{3ij}		Współrzędna $x_{3\varphi ij}$
	x_{3pij}	x_{3kij}	
1	0	$w_{\dot{z}j}$	-
2	$w_{\dot{z}j}$	w_{oj}	-
3	w_{oj}	-	$R_{sj} \sin \gamma_{3j}$
4	w_{oj}	-	$R_{sj} \sin \gamma'_{4j}$
5	x_{3psj}	-	$R_{e1j} \cos \gamma_j \sin \varphi_{5j}$
6	$x_{3psj} + x_{3\varphi 5j}$ przy $m_5 = 1$	-	$R_{ej} \cos \gamma_j (\sqrt{\sin^2 \gamma_j + \varphi_{6j}^2} - \sqrt{\sin^2 \gamma_j + \varphi_{psj}^2})$
7	x_{3ksj}	-	$-R_{e2j} \cos \gamma_j \sin \varphi_{7j}$
8	$w_{os} - R_{zgd}$	-	$R_{sgd} \sin \gamma_{3j}$
9	$w_{os} - R_{zgd}$	-	$R_{sgd} \sin \gamma_{9j}$

W powyższych zależnościach:

- 1) $x_{3psj} = w_{oj} + R_{sj} (\sin \gamma_j - \cos \gamma_j \sin \gamma'_{1sj})$
- 2) $x_{3ksj} = w_{os} - R_{zgd} \pm R_{sgd} (\sin \gamma_j \pm \cos \gamma_j \sin \gamma'_{2sj})$
- 3) $R_{zgd} = R_{gd} + h_c$
- 4) znaki górne dla $j = g$, znaki dolne dla $j = d$

Promienie R_{1j} punktów i -tych segmentów linii średniej zarysu czoła cewki uzwojenia stojana wyznacza się według zależności podanych w tabeli 2. W tabeli tej podano także początkowe i końcowe wartości kątów γ_{1j} . Graniczne wartości współrzędnych x_{31j} punktów i -tych segmentów oraz zależności wyznaczające współrzędne $x_{3j\varphi_{1j}}$ podano w tabeli 3.

3.1. Styczność stożkowego zarysu linii średniej z łukami przejścia między segmentami czoła cewki

Zachowanie ciągłości na całej długości linii średniej zarysu czoła cewki uzwojenia stojana wymaga zachowania styczności stożkowych segmentów cewki ($i=6$) dolnej i górnej półcewki z łukami wykorbienia (segmenty $i=5$) oraz łukami przejścia (segmenty $i=7$) stożkowych zarysów czoła cewki w główkę cewki (rys. 1).

Z warunku styczności dwóch łuków przestrzennych, a mianowicie, że w punkcie wspólnym tych łuków styczne do nich pokrywają się, otrzymuje się równanie styczności dwóch łuków w postaci:

$$\cos\varphi_{s1j} \frac{\varphi_{6s1j}}{1 + \varphi_{6s1j}^2} - \sin\varphi_{s1j} \frac{R_{e1}}{R_{6s1j} \sqrt{\sin^2\gamma_j + \varphi_{6s1j}^2}} = 0 \quad (9)$$

w którym z geometrii stożkowego segmentu czoła cewki [3] kąt położenia promienia wodzącego punktów segmentu $i=6$ linii średniej wyznacza zależność:

$$\varphi_{6s1j} = \frac{1}{R_{ej} \sin\gamma_j} \sqrt{(R_{s1j} - R_{ej} \cos 2\gamma_j)(R_{s1j} - R_{ej})} \quad (10)$$

gdzie:

$$R_{s5j} = R_{psj} + R_{e1j} \sin\gamma_j \sin\varphi_{s5j}$$

$$R_{s7j} = R_{ksj} - R_{e2j} \sin\gamma_j \sin\varphi_{s7j}$$

$$R_{ej} = \frac{z(b_c + d_j)}{2\pi} \quad (10a)$$

przy czym:

z - ilość żłobków pakietu stojana,

b_c - szerokość przekroju poprzecznego czoła cewki,

d_j - odległość między bokami czoł sąsiednich cewek.

Wyzyskując zależności (10) i (10a) w równaniu (9), wyznacza się kąt φ_{s1j} dla:

- $i=5$ kąt φ_{s5j} , który jest kątem wodzącym promienia R_{e1j} łuku segmentu $i=5$ w punkcie styczności tego łuku z segmentem $i=6$,

- $i=7$ kąt φ_{s7j} , który jest kątem wodzącym promienia R_{e2j} łuku segmentu $i=7$ w punkcie styczności tego łuku z segmentem $i=6$. Kąty φ_{sij} przyjmują wartości z $\epsilon < 0, \pi/2 >$. W równaniu (9) promień $R_{6sij} = R_{psj}$ dla $i=5$ oraz $R_{6sij} = R_{ksj}$ dla $i=7$.

Po wyznaczeniu kątów φ_{sij} z równania (9) oblicza się według (10) z wyzyskaniem (10a) kąt $\varphi_{psj} = \varphi_{6s5j}$, który jest początkową wartością kąta promienia wodzącego określającego położenie punktów linii średniej zarysu stożkowego segmentu czoła cewki ($i=6$) oraz oblicza się kąt $\varphi_{ksj} = \varphi_{6s7j}$, który jest końcową wartością kąta wodzącego tego promienia. W zakresie różnicy wartości tych kątów jest kształtowany zarys stożkowy czoła cewki uzwojenia stojana.

Kąt początkowy Ψ_{pj} , przy którym linia zarysu segmentu stożkowego przecina tworzącą stożka, leżącą w płaszczyźnie określonej przez linię średnią wysięgu żłobkowego cewki i oś x_3 (rys. 1) wyznacza zależność:

$$\Psi_{pj} = \varphi_{psj} - \arctg \varphi_{psj} - \frac{R_{e1j}(1 - \cos \varphi_{s5j})}{R_{psj}} \quad (11a)$$

a kąt końcowy, Ψ_{kj} , przy którym linia zarysu segmentu stożkowego przecina tworzącą stożka, leżącą w płaszczyźnie przechodzącej przez linię średnią główki cewki i oś x_3 , wyznacza zależność:

$$\Psi_{kj} = \varphi_{ksj} - \arctg \varphi_{ksj} + \frac{R_{e2j}(1 - \cos \varphi_{s7j})}{R_{ksj}} \quad (11b)$$

Kąt rozpiętości dolnej półcewki (rys. 2):

$$\delta_d = \Psi_{kd} - \Psi_{pd} \quad (12a)$$

a kąt rozpiętości górnej półcewki:

$$\delta_g = \Psi_{kg} - \Psi_{pg} \quad (12b)$$

Ciągłość linii średniej zarysu czoła cewki między dolną i górną półcewką będzie zachowana, gdy:

$$\delta_d + \delta_g = \frac{2\pi}{z} y_2, \quad (13)$$

Sposób spełnienia tego warunku zależy od przyjętych założeń konstrukcyjnych cewki uzwojenia stojana, w których może wystąpić:

1) wariant A - gdy cewka jest symetryczna, wówczas $\delta_d = \delta_g = \frac{\pi}{z} y_2$,

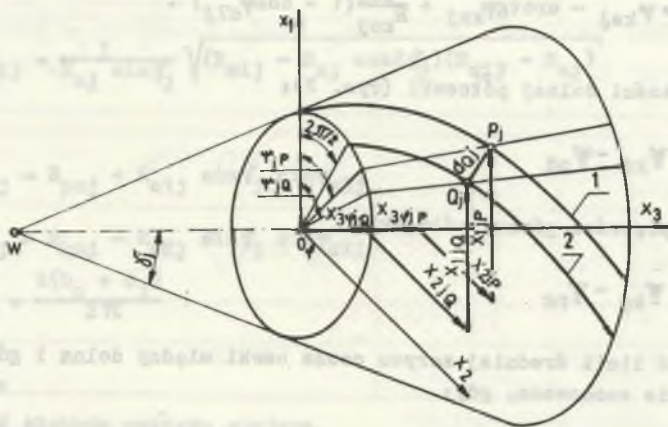
2) wariant B - gdy cewka jest niesymetryczna i długość linii średniej dolnej półcewki s_d musi być równa długości linii średniej górnej półcewki s_g ,

3) wariant C - gdy cewka jest niesymetryczna i długości linii średnich półcewek są różne.

Każdy z tych wariantów może być spekniony przez uznanie za parametr zmiennej jednej z trzech wielkości wejściowych do obliczeń, a mianowicie d_j , w_{os} i w_p .

3.2. Odległość między liniami średnimi stożkowych segmentów czoła uzwojeń stojana

Założona we wzorze (10a) odległość $b_c + d_j$ dwóch sąsiednich ewolwent obróconych o kąt $\varphi_0 = 2\pi/z$ jest rzeczywistą odległością między nimi tylko na płaszczyźnie. Z uwagi na krzywiznę pobocznic stożka odległość między liniami kładu tych ewolwent na pobocznicę stożka ulegnie zmniejszeniu. Ewolwentowy charakter linii kładu ewolwenty na pobocznicę stożka sprawia, że za odległość między liniami 1 i 2 (rys. 3) można w pełni uznać odległość punktu P_j na linii 1 od punktu Q_j przecięcia linii 2 płaszczyzną przechodzącą przez punkt P_j i prostopadłą do linii 1 w tym punkcie.



Rys. 3. Odległość między dwoma segmentami stożkowymi czoła cewki uzwojenia stojana

Fig. 3. Distance between two conic parts of the end coil of stator winding

Współrzędne punktu P_j linii 1 wyznaczają równania (8), a współrzędne punktu Q_j na linii 2 wyznaczają jej równania parametryczne:

$$\begin{aligned}x_{1Qj} &= R\varphi_{Qj} \cos\beta_{Qj} \\x_{2Qj} &= R\varphi_{Qj} \sin\beta_{Qj} \\x_{3Qj} &= x_{3p6j} + x_{3\varphi Qj}\end{aligned}\quad (14)$$

gdzie:

$$\begin{aligned}R\varphi_{Qj} &= R_{ej}(\cos^2\gamma_j + \sin^2\gamma_j \sqrt{\sin^2\gamma_j + \varphi_Q^2}) \\x_{3\varphi Qj} &= R_{ej} \cos\gamma_j (\sqrt{\sin^2\gamma_j + \varphi_Q^2} - \sqrt{\sin^2\gamma_j + \varphi_{psj}^2}) \\ \beta_{Qj} &= \beta_{wj} \pm (\frac{2\pi}{z} + \psi_Q - \psi_{p6j}), \quad + \text{ dla } j=g, \quad - \text{ dla } j=d,\end{aligned}\quad (14a)$$

oraz

$$\begin{aligned}\psi_Q &= \varphi_Q - \arctg\varphi_Q \\ \psi_{psj} &= \varphi_{psj} - \arctg\varphi_{psj}.\end{aligned}\quad (14b)$$

Współrzędne punktu Q_j przecięcia linii 2 płaszczyzną prostopadłą do linii 1 w punkcie P_j oblicza się po wyznaczeniu kąta φ_{Qj} z równania:

$$(x_{1Qj} - x_{16j}) \frac{dx_{16j}}{dm_6} + (x_{2Qj} - x_{26j}) \frac{dx_{26j}}{dm_6} + (x_{3Qj} - x_{36j}) \frac{dx_{36j}}{dm_6} = 0 \quad (15)$$

w którym pochodne linii 1 w punkcie P_j wyznacza się według wzoru (19).

Kąt φ_{Qj} przyjmuje wartości w $\epsilon \langle (\varphi_{6j} - 2\pi/z), \varphi_{6j} \rangle$.

Po wyznaczeniu kąta φ_{Qj} oblicza się współrzędne punktu Q_j , a następnie odległość punktu P_j od punktu Q_j z zależności:

$$d_{PQj} = \sqrt{(x_{1Qj} - x_{16j})^2 + (x_{2Qj} - x_{26j})^2 + (x_{3Qj} - x_{36j})^2}. \quad (16)$$

3.3. Długość linii średniej cewki uzwojenia stojana

Długość linii średniej cewki uzwojenia stojana wyznacza zależność:

$$L_{sr} = 2(s_d + s_g + l_z) \quad (17)$$

Tabela 4

Zależności wyznaczające wielkości A_{ij} oraz B_{ij}

Segment i	A_{ij}	B_{ij}
1	$x_{3k1j} - x_{3p1j}$	0
2	$x_{3k2j} - x_{3p2j}$	0
3	$R_{g3}(\gamma_{k3j} - \gamma_{p3j})$	0
4	$R_{s3}(\gamma_{k4j} - \gamma_{p4j})$	$\pm \frac{R_{s1}}{R_{psj}} \cdot \frac{\gamma_{1s1} \cos(1 - m_4) \gamma_{1s1} (\sin \gamma_{1s1} - \sin(1 - m_4) \gamma_{1s1})}{\sqrt{R_{e1j}^2 - R_{s3}^2 (\sin \gamma_{1s1} - \sin(1 - m_4) \gamma_{1s1})}} \cdot R_{4j}$
5	$R_{e1j}(\varphi_{k5j} - \varphi_{p5j}) \cos \varphi_{5j}$	$\pm \frac{R_{e1j}}{R_{psj}} R_{5j} (\varphi_{k5j} - \varphi_{p5j}) \sin \varphi_{5j}$
6	$R_{e1j} \frac{(\varphi_{ks1} - \varphi_{ps1}) \varphi_{6j}}{\sqrt{\sin^2 \gamma_j + \varphi_{6j}^2}}$	$\pm R_{6j} \frac{(\varphi_{ks1} - \varphi_{ps1}) \varphi_{6j}^2}{1 + \varphi_{6j}^2}$
7	$-R_{e2j}(\varphi_{k7j} - \varphi_{p7j}) \cos \varphi_{7j}$	$\mp \frac{R_{e2j}}{R_{ksj}} R_{7j} (\varphi_{k7j} - \varphi_{p7j}) \sin \varphi_{7j}$
8	$R_{sgd}(\gamma_{k8j} - \gamma_{p8j})$	$\mp \frac{R_{sgd}^2}{R_{ksj}} \frac{\gamma_{2s1} \cos m_8 \gamma_{2s1} (\sin \gamma_{2s1} - \sin m_8 \gamma_{2s1})}{\sqrt{R_{e2j}^2 - R_{sgd}^2 (\sin \gamma_{2s1} - \sin m_8 \gamma_{2s1})^2}}$
9	$R_{sgd}(\gamma_{k9j} - \gamma_{p9j})$	0

Uwaga: znaki górne dla $j=3$, znaki dolne dla $j=d$

gdzie:

s_d - długość linii średniej czoła dolnej półcewki, łącznie z wysięgiem żłobkowym,

s_g - długość linii średniej czoła górnej półcewki, łącznie z wysięgiem żłobkowym,

l_z - długość pakietu stojana.

Długość poszczególnych i -tych segmentów czoła półcewki wyznacza zależność:

$$s_{ij} = \int_0^1 \sqrt{\left(\frac{dx_{1ij}}{dm_1}\right)^2 + \left(\frac{dx_{2ij}}{dm_1}\right)^2 + \left(\frac{dx_{3ij}}{dm_1}\right)^2} dm_1 \quad (18)$$

gdzie:

$$\frac{dx_{1ij}}{dm_1} = A_i \sin\delta_{ij} \cos\beta_{ij} - B_i \sin\beta_{ij}$$

$$\frac{dx_{2ij}}{dm_1} = A_i \sin\delta_{ij} \sin\beta_{ij} + B_i \cos\beta_{ij}$$

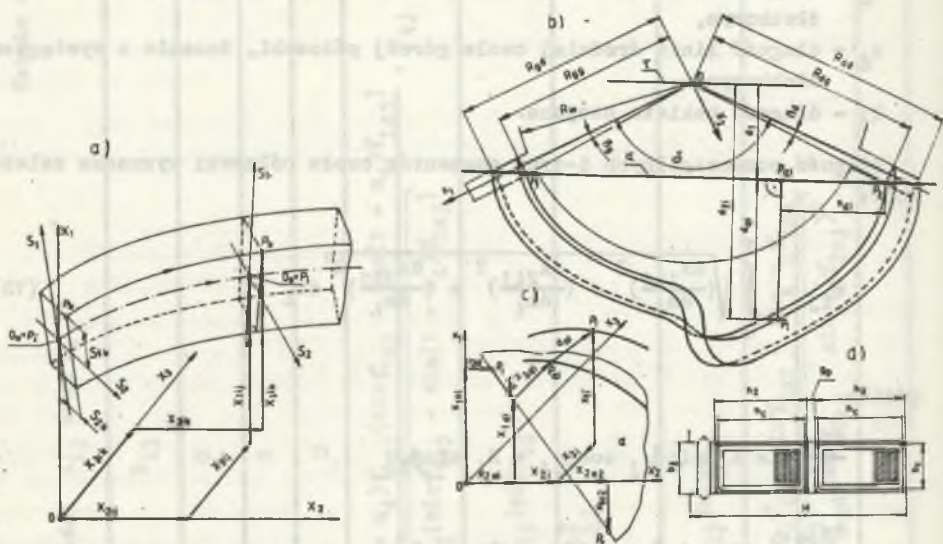
$$\frac{dx_{3ij}}{dm_1} = A_i \cos\delta_{ij} \quad (19)$$

przy czym $\delta_{ij} = \gamma_{ij}$ dla $3, 4, 8, 9$ - $\delta_{ij} = \gamma_j$ dla $i=5, 6, 7$ oraz $\delta_{ij} = 0$ dla $i = 1, 2$. Zależności na A_i oraz B_i występujące we wzorze (19) podano w tabeli 4. Całkowita długość linii średniej czoła półcewki jest sumą długości jej segmentów składowych, czyli:

$$s_j = \sum_{i=1}^{i=9} s_{ij} \quad (20)$$

4. Rzuty przekrojów poprzecznych czoła cewki uzwojenia stojana

Celem wyznaczenia współrzędnych punktów charakterystycznych konturu przekroju poprzecznego czoła cewki przyjmuje się lokalny układ współrzędnych s_1, s_2 (rys. 4a), którego osie pokrywają się z głównymi osiami przekroju poprzecznego czoła cewki. Układ ten, zgodny ze skrzywnością stożkowego segmentu półcewki, przesuwa się wzdłuż zarysu linii średniej czoła półcewki w płaszczyźnie prostopadłej do stycznej do linii średniej. Oś s_1 jest prostopadła do powierzchni walcowych o promieniach R_{1j} dla segmentów



Rys. 4. Rzuty przekrojów poprzecznych czoła cewki uzwojenia stojana
 a) położenie układu osi s_1, s_2 w układzie współrzędnych x_1, x_2, x_3 ,
 b) rzuty czoła cewki na płaszczyznę x_1-x_2 , c) rzut punktu P_1 na płaszczyznę,
 d) wymiary przekroju poprzecznego czoła cewki

Fig. 4. Projections of the cross - sections of the stator end coil
 a) position of axes system s_1, s_2 in coordinate system x_1, x_2, x_3 , b) pro-
 jection of the end coil on plane x_1-x_2 , c) projection of point P_1 on plane,
 d) dimensions of the cross - section of the end coil

$i=1,2,3,4,8,9$ oraz prostopadła do powierzchni stożkowej, na której leżą segmenty czoła cewki $i=5,6,7$.

Wykorzystując zależności obowiązujące przy przesuwaniu i obrocie układu współrzędnych s_1, s_2 względem układu x_1, x_2, x_3 - współrzędne punktu $P_k(s_1, s_2)$ przyjmują wartości w układzie współrzędnych x_1, x_2, x_3 :

$$\begin{aligned} x_{1ik} &= a_{11} s_{1k} + a_{21} s_{2k} + x_{11j} \\ x_{2ik} &= a_{12} s_{1k} + a_{22} s_{2k} + x_{21j} \\ x_{3ik} &= a_{13} s_{1k} + a_{23} s_{2k} + x_{31j} \end{aligned} \quad (21)$$

w których a_{11}, \dots, a_{23} są wartościami cosinusów kierunkowych osi układów współrzędnych, obliczane według wzorów:

$$\begin{aligned} a_{11} &= \cos\delta_{1j} \cos\beta_{1j} \\ a_{12} &= \cos\delta_{1j} \sin\beta_{1j} \\ a_{13} &= -\sin\delta_{1j} \end{aligned} \quad (21a)$$

oraz:

$$\begin{aligned} a_{21} &= \pm C_{1j} (-A_{1j} \sin\beta_{1j} - B_{1j} \cos\beta_{1j} \sin\delta_{1j}) \\ a_{22} &= \pm C_{1j} (A_{1j} \cos\beta_{1j} - B_{1j} \sin\beta_{1j} \sin\delta_{1j}) \\ a_{23} &= \pm C_{1j} B_{1j} \cos\delta_{1j} \end{aligned} \quad (21b)$$

gdzie:

$$C_{1j} = \frac{1}{\sqrt{A_{1j}^2 + B_{1j}^2}} \quad (21c)$$

przy czym znaki górne obowiązują dla $j=g$, a znaki dolne dla $j=d$. We wzorach (21a) i (21b) kąt $\delta_{1j} = 0$ dla $i=1,2$; $\delta_{1j} = \gamma'_{1j}$ dla $i=3,4,8,9$; oraz $\delta_{1j} = \gamma_j$ dla $i=5,6,7$.

Współrzędne punktów $P_k(s_{1k}, s_{2k})$ konturu przekroju poprzecznego czoła cewki, których położenie wyznacza się w układzie współrzędnych x_1, x_2, x_3 , podaje tabela 5.

Odległość punktów P_k od osi x_3 wyznacza promień:

$$R_{1k} = \sqrt{x_{11k}^2 + x_{21k}^2} \quad (22)$$

Tabela 5

Współrzędne s_{1k} i s_{2k} punktów P_k

k =	1	2	3	4	5	Uwagi
s_{1k}	$\frac{1}{2} h_i$	$-\frac{1}{2} h_i$	$-\frac{1}{2} h'_i$	$\frac{1}{2} h_i$	0	$h_i = h_z, b_i = b_z$ dla $i=1$, oraz $h_i = h_c, b_i = b_c$ dla pozostałych i
s_{2k}	$\frac{1}{2} b_i$	$\frac{1}{2} b_i$	$-\frac{1}{2} b_i$	$\frac{1}{2} b_i$	0	

5. Kształtowanie czół uzwojeń stojanów maszyn indukcyjnych dużych mocy

Czoła cewek uzwojeń stojanów maszyn indukcyjnych dużych mocy najczęściej kształtuje się na specjalnie do tego celu wykonanych szablonach (modelach). Wprowadzane ostatnio w kraju specjalne rozciągarki do kształtowania czół cewek uzwojenia stojana wymagają także wykonania i nastawienia segmentów szablonów kształtujących czoło cewki. Dla czół uzwojeń stojanów maszyn dwubiegunowych z uwagi na ich długość stosuje się często wstępne kształtowanie na rozciągarkach, a dokładne na szablonach.

Wyniki analitycznego wyznaczania zarysu czoła cewki uzwojenia stojana można wyzyskać bezpośrednio przy wykonywaniu na obrabiarkach kopiujących szablonu do kształtowania czół cewki stojana lub przy ustawianiu segmentów szablonu na rozciągarkach kształtujących.

Często zachodzi konieczność wykonania szablonu (wspólnego dla dolnej i górnej półcewki) do kształtowania czół cewek z bryły prostopadłościanu. W tym celu wykonuje się rzuty prostopadłe punktów charakterystycznych przekroju poprzecznego czoła cewki na płaszczyznę α , przechodzącą przez punkty P_1 i P_2 (rys. 4b) równoległe do osi x_3 . Płaszczyzna α odpowiada górnej płaszczyźnie prostopadłościanu, w którym ma być wykonany szablon do kształtowania czoła cewki uzwojenia stojana.

Przez punkt $P_1(x_{11}, x_{21}, x_{31})$ przekroju czoła cewki prowadzi się prostą prostopadłą do płaszczyzny α . Punkt przebicia płaszczyzny α przez tę prostą jest rzutem P_{a1} punktu P_1 na płaszczyznę α . W układzie współrzędnych x_1, x_2, x_3 współrzędne punktu P_{a1} wynoszą:

$$x_{1a1} = \frac{x_{11}(x_{102} - x_{101})^2 + x_{101}(x_{202} - x_{201})^2 - (x_{201} - x_{21})(x_{102} - x_{101})(x_{202} - x_{201})}{(x_{102} - x_{101})^2 + (x_{202} - x_{201})^2}$$

$$x_{2a1} = \frac{(x_{1a1} - x_{101})(x_{202} - x_{201}) + x_{201}(x_{102} - x_{101})}{x_{102} - x_{101}}$$

$$x_{3a1} = x_{31} \quad (23)$$

gdzie współrzędne punktów P_1 i P_2 (rys. 4c) odpowiednio wynoszą:

$$x_{101} = R_{dG}$$

$$x_{201} = 0,5 b_c$$

$$x_{102} = \sqrt{R_{dG}^2 + (0,5 b_c)^2} \cos(\delta - \beta_d)$$

$$x_{202} = \sqrt{R_{dG}^2 + (0,5 b_c)^2} \sin(\delta - \beta_d) \quad (23a)$$

w których:

$$R_{dG} = R_w + H - \frac{3h_a + h_c}{2} - \varepsilon_p$$

$$R_{dC} = R_w + H - \frac{h_a + h_c}{2}$$

$$\delta = \frac{2\pi}{z} y_z$$

$$\beta_d = \arctg \frac{b_c}{2R_{dG}} \quad (23b)$$

Wielkości występujące we wzorach (23) zaznaczono na rys. 4b, c, d.

Odległość punktu P_1 od punktu P_{a1} wynosi:

$$s_{a1} = \pm \sqrt{(x_{1a1} - x_{101})^2 + (x_{2a1} - x_{201})^2} \quad (24)$$

Odległość s_{a1} przyjmuje się za dodatnią i obowiązuje znak +, gdy $x_{201} < x_{2a1}$ i za ujemną (znak -), gdy $x_{201} > x_{2a1}$.

Odległość punktu P_1 od płaszczyzny wyznacza się drogą pośrednią. W tym celu prowadzi się płaszczyznę τ (rys. 4b) równoległą do płaszczyzny i przechodzącą przez początek układu współrzędnych x_1, x_2, x_3 . Odległość między płaszczyznami α i τ wynosi:

$$d_1 = \frac{|c|}{\sqrt{A^2 + B^2}} \quad (25)$$

gdzie:

$$A = x_{202} - x_{201}$$

$$B = -(x_{102} - x_{101})$$

$$C = x_{201}(x_{102} - x_{101}) - x_{101}(x_{202} - x_{201}) \quad (25a)$$

a odległość punktu P_i od płaszczyzny τ wynosi:

$$d_2 = \frac{|A x_{1i} + B x_{2i}|}{\sqrt{A^2 + B^2}} \quad (26)$$

wobec tego odległość punktu P_1 od płaszczyzny α wynosi:

$$d_{a1} = d_2 - d_1. \quad (27)$$

Zależności (23) do (26), umożliwiają wyznaczenie wymiarów szablonu do formowania czół cewek uzwojenia stojana.

LITERATURA

- [1] Aleksiejew A.E.: Konstrukcja maszyn elektrycznych. PWT, Warszawa 1953.
- [2] Dąbrowski M.: Konstrukcja maszyn elektrycznych. WNT, Warszawa 1977.
- [3] Drak B.: Kształtowanie czół uzwojeń stojanów maszyn indukcyjnych dużej mocy. Energetyka nr 3-1986.

Recenzent: prof. dr hab. inż. Zbigniew Stein

Wpłynęło do redakcji dnia 15 czerwca 1987 r.

ГЕОМЕТРИЯ И ФОРМИРОВАНИЕ ЛОБОВЫХ ЧАСТЕЙ ОБМОТОК СТАТОРОВ ИНДУКЦИОННЫХ МАШИН БОЛЬШОЙ МОЩНОСТИ

Р е з ю м е

Представлен аналитический метод определения геометрий лобовых частей катушек двухслойных обмоток статоров индукционных машин большой мощности, а также метод определения геометрии шаблонов формирования катушек. Принятая линия контура конусного сегмента лобовой части катушки, это пространственная проекция эвольвенты круна на конус, на котором лежат центры поперечных сечений катушки. Эвольвента круга локализована на плоскости пересекающей конус в кругу, которая покрывается с базовым кругом эвольвенты. Так принятая линия контура обеспечивает равное расстояние между боками лобовых частей катушек обмотки статора на всей длине конусных сегментов. Алгоритм определения контура катушек обмотки статора, а также шаблонов для формирования катушек, проверены при проектировании и изготовлении катушек обмотки статора индукционного двигателя с мощностью 1600 кВт.

GEOMETRY AND FORMING OF STATOR END WINDINGS OF LARGE - POWER INDUCTION MACHINES

S u m m a r y

The analytical method of determination of the profile of two - layer stator end windings of large - power induction machines as well as the method of calculating dimensions of coil formers are presented. The assumed profile of a conic part of the end winding is a spatial section of the circle involute on a side surface of the cone, on which centres on the end windings cross sections are situated. The circle involute has been placed on the plane intersecting the side surface of the cone in the circle which coincides with the basic circle of the involute. So - assumed contour line provides equal distance between the sides of the stator end windings along the whole conic part. The algorithm of calculation of the profile of the stator coils and coil formers have been tested during design work and when producing the stator coils of the 1600 kW induction motor.

Andrzej GIOSKA
Zbigniew RYCZKO

STRUMIEN UNIPOLARNY W MASZYNACH INDUKCYJNYCH

Streszczenie. Podczas produkcji maszyn elektrycznych występują różne niedokładności technologiczne, a mianowicie: niesymetryczne rozłożenie uzwojeń stojana i wirnika, niesymetryczne połączenia czołowe tych uzwojeń, niejednorodność materiałów czynnych uzwojeń stojana i klatek wirnika, magnetyczna anizotropia blach twornikowych, przesunięcie blach wirnika względem wału wirnika, niekoncentryczne ustawienie wirnika względem pakietu blach stojana. W rezultacie powstają niepożądane strumienie unipolarne o różnych częstotliwościach.

W artykule przeanalizowano przyczyny powstawania strumienia unipolarnego. Wyprowadzono ogólne zależności opisujące wpływ harmonicznych przestrzennych indukcji w szczelinie powietrznej i harmonicznych przestrzennych zmienności szczeliny powietrznej na wywołanie strumienia unipolarnego.

Omówiono podstawowe przypadki występowania zmienności szczeliny powietrznej oraz ich wpływ na częstotliwość strumienia unipolarnego dla maszyn o różnej liczbie par biegunów.

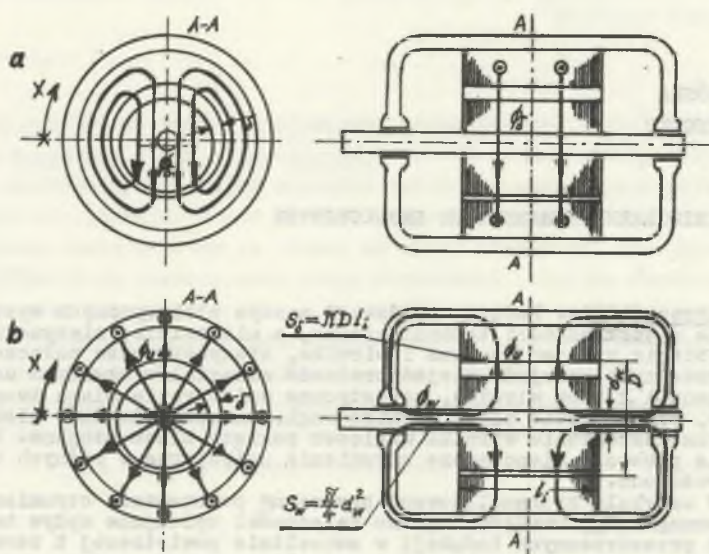
1. Wstęp

W niektórych przypadkach w maszynach indukcyjnych oprócz strumienia głównego Φ_{δ} pojawia się strumień unipolarny Φ_u . Strumień unipolarny zamyka się przez szczelinę powietrzną, pakiet blach wirnika, wał wirnika, łożyska, tarczycę łożyskową, korpus stojana i pakiet blach stojana, a strumień główny zamyka się przez szczelinę powietrzną, pakiet blach wirnika, szczelinę powietrzną i pakiet blach stojana (rys. 1).

Przyczyną występowania strumienia unipolarnego jest niedokładność w idealnie koncentrycznym ustawieniu wirnika względem pakietu blach stojana oraz niemożliwość zapewnienia idealnego symetrycznego rozkładu uzwojeń stojana i wirnika.

Stosując odpowiednią technologię, można zmniejszyć te niedokładności wykonawcze. Nie można jednak całkowicie wyeliminować ekscentrycznego przesunięcia wirnika względem otworu stojana oraz pakietu blach wirnika względem wału wirnika.

Do innych niedokładności produkcji silników indukcyjnych można również zaliczyć niejednorodność materiału używanego na uzwojenia stojana i klatki wirnika oraz magnetyczną anizotropię blach twornikowych.



Rys. 1. Obwód magnetyczny

a) strumienia głównego Φ_{δ} , b) strumienia unipolarnego Φ_u

Fig. 1. The magnetic circuit of

a) air gap main flux Φ_{δ} , b) unipolar flux Φ_u

Strumienie unipolarne przenikające wał wirnika wywołują siły radialne działające na wirnik; jednak nie wpływają na charakterystykę mechaniczną silnika indukcyjnego.

Strumień unipolarny może być również przyczyną powstawania prądów żoźyskowych (niszczących bieżnię łożysk) i prądów wirowych w łożyskach (powodujących nadmierny przyrost temperatury łożysk).

Niesymetryczne połączenie czołowe uzwojeń stojana wywołują strumień unipolarny o częstotliwości sieciowej (ω_N), a niesymetria układu połączeń zwojów wirnika pierścieniowego wywołuje strumień o częstotliwości poślizgu ($s\omega_N$).

Również w silnikach klatkowych można stwierdzić występowanie strumienia w wale o częstotliwości poślizgu.

2. Przyczyny powstawania strumienia unipolarnego w maszynach indukcyjnych

W stanie pracy ustalonej całkowity rozkład przestrzenno-czasowy przepływu $\psi(x, t)$ maszyny po rozłożeniu na nieskończony szereg Fouriera opisany jest równaniem:

$$\psi(x, t) = \psi_0(t) + \sum_{n=1}^{\infty} \Theta_{\max}^n \cos(nx - \omega_{\psi}^n t - \varphi_{\psi}^n) \quad (2.1)$$

a zmienna w ogólnym przypadku szczelina powietrzna $\delta(x, t)$ między stojanem a wirnikiem maszyny po rozłożeniu na nieskończony szereg Fouriera wyrażona jest przez:

$$\delta(x, t) = \delta_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \delta_{\max}^m \cos(mx - \omega_{\delta}^m t - \varphi_{\delta}^m) \quad (2.2)$$

przy czym: $\psi_0(t)$ - przepływ zmienny odpowiadający wymuszeniu od cewki nawiniętej na wale (w maszynach indukcyjnych nie występują cewki nawinięte na wale maszyny); δ_0 - średnia szczelina powietrzna z uwzględnieniem współczynnika Cartera, w której uwzględniono też spadki napięcia magnetycznego w ferromagnetycznych częściach obwodu magnetycznego maszyny; $\Theta_{\max}^n \delta_{\max}^m$ - amplitudy odpowiednio n-tej i m-tej harmonicznej przestrzennej przepływu (działającego w szczelinie) i rozkładu przestrzennego szczeliny powietrznej; $\omega_{\psi}^n, \omega_{\delta}^m$ - pulsacja odpowiednio n-tej i m-tej harmonicznej przepływu $\psi(x, t)$ i zmienności szczeliny powietrznej $\delta(x, t)$; $\varphi_{\psi}^n, \varphi_{\delta}^m$ - kąty przestrzennego położenia osi odpowiednio n-tej i m-tej harmonicznej przepływu $\psi(x, t)$ i szczeliny powietrznej $\delta(x, t)$.

Całkowity rozkład przestrzenny $\psi(x, t)$ opisany równaniem (2.1) działający w szczelinie powietrznej $\delta(x, t)$ o równaniu (2.2) wytworzy strumień magnetyczny w szczelinie Φ_{δ} o rozkładzie przestrzenno-czasowym indukcji $b_{\delta}(x, t)$ dany (po rozłożeniu na nieskończony szereg Fouriera) równaniem:

$$b_{\delta}(x, t) = b_{\delta 0}(t) + \sum_{\nu=1}^{\infty} B_{\delta}^{\nu} \cos(\nu x - \omega_b^{\nu} t - \varphi_b^{\nu}) \quad (2.3)$$

oraz wytworzony strumień magnetyczny Φ_w w przekroju wału S_w o rozkładzie przestrzenno-czasowym indukcji $b_w(x, t)$ dany również równaniem:

$$b_w(x, t) = b_{w 0}(t) + \sum_{\nu=1}^{\infty} B_w^{\nu} \cos(\nu x - \omega_b^{\nu} t - \varphi_b^{\nu}) \quad (2.4)$$

przy czym: $b_{\delta 0}(t), b_{w 0}(t)$ - składowe przemienne indukcji odpowiednio w szczelinie i w wale; $B_{\delta}^{\nu}, B_w^{\nu}$ - amplitudy ν -tej harmonicznej przestrzennej indukcji odpowiednio w szczelinie powietrznej i w wale; $\omega_b^{\nu}, \varphi_b^{\nu}$ - odpowiednio pulsacja i kąt przestrzennego położenia osi pola ν -tej harmonicznej przestrzennej indukcji w szczelinie powietrznej $b_{\delta}(x, t)$ oraz w wale $b_w(x, t)$.

Strumień główny Φ_{δ} zamykający się przez szczelinę powietrzną, pakiet blach wirnika, szczelinę powietrzną i pakiet blach stojana (rys. 1a) jest ściśle związany ze szczeliną $\delta(x, t)$. Natomiast strumień magnetyczny w wale Φ_w mający inną drogę zamknięcia (przez szczelinę powietrzną, pakiet blach wirnika, wał wirnika, łożyska, tarcze łożyskowe, korpus stojana i pakiet blach stojana) jest częściowo związany ze szczeliną powietrzną $\delta(x, t)$ i ma zastępczą drogę zamknięcia δ_w^v różną dla różnych harmonicznych przestrzennych indukcji, dając jednocześnie tę samą zawartość harmonicznych w rozkładzie $b_w(x, t)$ jak w rozkładzie $b_{\delta}(x, t)$ lecz z różnymi ich udziałami. Zatem podobieństwo równań (2.3) i (2.4) jest uzasadnione.

Składowe przemienne indukcji w wale $b_{w0}(t)$ z równania (2.4) są spowodowane strumieniem unipolarnym o zastępczej drodze zamknięcia δ_{w0} (rys. 1b) przedstawia tę drogę tylko dla jednego przekroju maszyny).

Równania (2.1), (2.2), (2.3) i (2.4) przedstawiają biegnące fale odpowiednio dla przepływu, zmienności szczeliny powietrznej, indukcji w szczelinie powietrznej i w wale, jako odpowiednie sumy poszczególnych harmonicznych określonych przez ich rzędy (odpowiednie n , m i v) oraz przez ich prędkości kątowe związane z płaszczyzną maszyny (odpowiednio $\frac{1}{n}\omega_{\delta}^n$, $\frac{1}{m}\omega_{\delta}^m$ i $\frac{1}{v}\omega_b^v$) przy ich czasowo-przestrzennym przyporządkowaniu uwzględnionym przez kąty (odpowiednio φ_{δ}^n , φ_{δ}^m i φ_b^v).

Uwzględniając wszystkie spadki napięć magnetycznych (rys. 1a i 1b) występujące w maszynie [1], otrzymuje się:

$$\frac{b_{\delta}(x, t)}{\mu_0} \delta(x, t) + \frac{b_{w0}(t)}{\mu_0} \delta_{w0} + \frac{1}{\mu_0} \sum_{v=1}^{\infty} \delta_w^v B_w^v \cos(vx - \omega_b^v t - \varphi_b^v) = \psi(x, t) \quad (2.5)$$

Wstawiając równania (2.1), (2.2), (2.3) i (2.4) do równania (2.5) po odpowiednim przekształceniu otrzymuje się równanie:

$$\begin{aligned} & \delta_{w0} b_{w0}(t) + \delta_0 b_{\delta 0}(t) + \sum_{v=1}^{\infty} (\delta_w^v B_w^v + \delta_0 B_{\delta}^v) \cos(vx - \omega_b^v t - \varphi_b^v) + b_{\delta 0}(t) \sum_{\max}^m \cos(mx - \omega_{\delta}^m t - \varphi_{\delta}^m) + \\ & + \sum_{v=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{B_{\delta}^v \delta_0^m}{2\mu_0 x} \left\{ \cos \left[(v+m)x - (\omega_b^v + \omega_{\delta}^m)t - (\varphi_b^v + \varphi_{\delta}^m) \right] + \right. \\ & \left. + \cos \left[(v-m)x - (\omega_b^v - \omega_{\delta}^m)t - (\varphi_b^v - \varphi_{\delta}^m) \right] \right\} = \mu_0 \psi_0(t) + \mu_0 \sum_{n=1}^{\infty} \Theta_{\max}^n \cos(nx - \omega_{\delta}^n t - \varphi_{\delta}^n) . \quad (2.6) \end{aligned}$$

Porównując lewą i prawą stronę równania (2.6) dla różnej kombinacji występowania n , m i ν , można wyciągnąć odpowiednie wnioski warunkujące pojawienie się strumienia unipolarnego w maszynach indukcyjnych.

Zakładając $n \neq 0$ oraz $\nu \neq 0$ można rozróżnić dwa przypadki występowania indukcji unipolarnej $b_{w0}(t)$:

a) Przypadek, gdy $|\nu| \neq |m|$.

Zatem, gdy wszystkie rzędy harmonicznych indukcji w szczelinie powietrznej i harmonicznych zmienności szczeliny powietrznej są różne, to na podstawie równania (2.6) można wyznaczyć zależność:

$$\delta_{w0} \cdot b_{w0}(t) + \delta_0 b_{\delta_0}(t) = \mu_0 \psi_0^{\nu}(t). \quad (2.7)$$

Ponieważ składowa przemienna indukcji w wale $b_{w0}(t)$ jest związana z przekrojem poprzecznym wału S_w , a indukcja unipolarna (składowa przemienna indukcji w szczelinie) $b_{\delta_0}(t)$ z boczną powierzchnią wewnętrzną walca stojana S_{δ} , strumień unipolarny $\Phi_u(t)$ wychodzący przez oba końce wału maszyny przy założeniu bezźródłowości pola można wyrazić równaniem:

$$\Phi_u(t) = S_{\delta} b_{\delta_0}(t) = 2S_w b_{w0}(t). \quad (2.8)$$

Podstawiając równanie (2.8) do równania (2.7) otrzymuje się równanie:

$$b_{w0}(t) = \frac{\mu_0 \psi_0^{\nu}(t)}{\delta_{w0} + 2 \frac{S_w}{S_{\delta}} \delta_0}. \quad (2.9)$$

Z równania (2.9) wynika, że gdy indukcja w szczelinie powietrznej i zmienność szczeliny powietrznej są różnego rzędu, to strumień unipolarny wystąpi tylko wtedy, gdy istnieje przepływ zmienny $\psi_0^{\nu}(t)$ od cewki nawiniętej na wale.

b) Przypadek, gdy $|\nu| = |m|$.

W tym przypadku, gdy rzędy harmonicznych indukcji w szczelinie powietrznej i harmonicznych zmienności szczeliny powietrznej są równe, to na podstawie równania (2.6) można tym razem wyznaczyć zależność dla ν -tej harmonicznej:

$$\delta_{w0} b_{w0}(t) + \delta_0 b_{\delta_0}(t) + \frac{1}{2} B_{\delta}^{\nu} \delta_{\max}^{\nu} \cos(\omega_0^{\nu} t + \varphi_0^{\nu}) = \mu_0 \psi_0^{\nu}(t) \quad (2.10)$$

przy czym wprowadzone zostały częstotliwości kątowne ω_0^{ν} oraz kąty fazowe φ_0^{ν} strumienia unipolarnego dla ν -tej harmonicznej według relacji:

$$\varepsilon_{00}^v = \begin{cases} \omega_b^v - \omega_\delta^v & \text{dla } v = m \\ \omega_b^v + \omega_\delta^v & \text{dla } v = -m \end{cases} \quad (2.11)$$

oraz

$$\varphi_{00}^v = \begin{cases} \varphi_b^v - \varphi_\delta^v & \text{dla } v = m \\ \varphi_b^v + \varphi_\delta^v & \text{dla } v = -m \end{cases} \quad (2.12)$$

Podstawiając równanie (2.8) do równania (2.10) otrzymuje się równanie dla v -tej harmonicznej:

$$b_{w0}(t) = - \frac{B_\delta^v \delta_{\max}^v}{2(\delta_{w0} + 2 \frac{S_W}{S_\delta} \delta_0)} \cos(\omega_0^v t + \varphi_0^v) + \frac{\mu_0 \psi_0^v(t)}{\delta_{w0} + 2 \frac{S_W}{S_\delta} \delta_0} \quad (2.13)$$

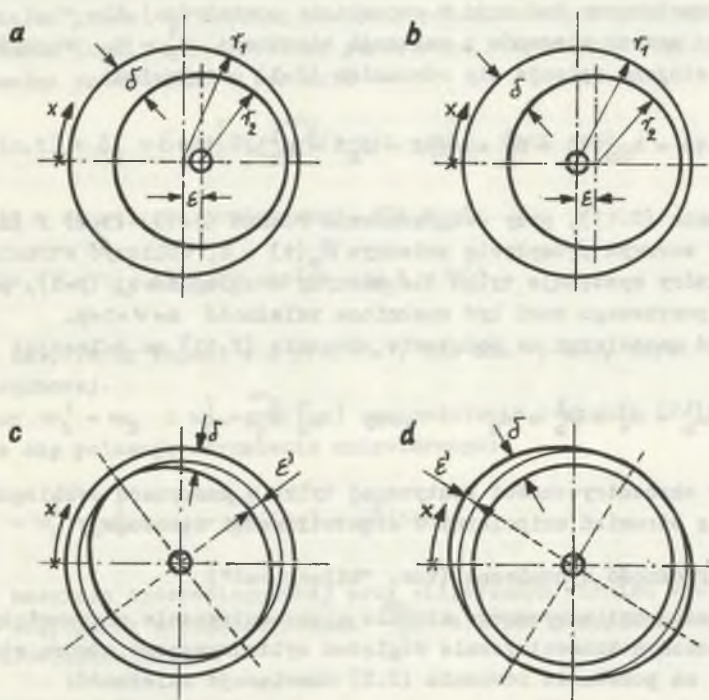
Z równania (2.13) wynika, że gdy indukcja w szczelinie powietrznej i zmienność szczeliny powietrznej są równego rzędu, to powstaje wówczas dodatkowe unipolarnie napięcie magnetyczne dające odpowiednią indukcję unipolarną (pierwszy człon równania (2.13)) i w konsekwencji strumień unipolarny; nawet wtedy, gdy nie istnieje przepływ zmienny od cewki nawiniętej na wał, tzn. gdy $\psi_0^v(t) = 0$. Strumień unipolarny zanika do zera, gdy amplitudy poszczególnych harmonicznych przestrzennych zmienności szczeliny powietrznej $\delta_{\max}^v \rightarrow 0$ lub gdy wał maszyny jest izolowany magnetycznie.

3. Podstawowe przypadki zmienności szczeliny powietrznej prowadzące do powstania strumienia unipolarnego

Różne niedokładności powstające w fazie produkcji silników są źródłem powstania strumienia unipolarnego [2]. Nawet bardzo niewielkie przesunięcie ekscentryczne wału względem wirnika czy też wirnika względem stojana maszyny indukcyjnej, gdzie - jak wiadomo - szczelina powietrzna musi być możliwie najmniejsza, może spowodować powstanie znacznego strumienia unipolarnego.

Również niesymetrie połączeń czołowych uzwojeń stojana i wirnika [3], jak przedstawiono w punkcie 1, mogą być źródłem powstania strumienia na wale.

Bez dokładnej znajomości obwodu magnetycznego maszyny nie można jednak na podstawie równań podanych w punkcie 2 obliczyć dokładnie wartości strumienia unipolarnego. Można jedynie ogólnie zbadać (dla kilku przypadków zmienności szczeliny powietrznej) występowanie strumienia unipolarnego



Rys. 2. Typy asymetrycznej szczeliny powietrznej pomiędzy stojanem a wirnikiem

a) Ekscentryczność statyczna, b) Ekscentryczność dynamiczna, c) Eliptyczny wirnik, d) Eliptyczny otwór stojana

Fig. 2. Different types of the asymmetrical air gap between stator and rotor

a) static eccentricity, b) dynamic eccentricity, c) elliptical rotor core, d) elliptical stator core

ograniczając się do największej składowej indukcji w szczelinie, czyli do podstawowej harmonicznej tej indukcji ($\nu = 1$).

a) Ekscentryczność statyczna

W przypadku cylindrycznego wirnika z koncentrycznym wałem przesuniętym ekscentrycznie (ϵ) w cylindrycznym otworze stojana (rys. 2a), szczelinę powietrzną z równania (2.2) można dla $m=1$ i przy przyjęciu $\omega_s^1 = 0$ (ekscentryczność statyczna) opisać równaniem:

$$\delta^1(x, t) = \delta_0 + \delta_{\max}^1 \cos(x - \varphi_s^1) = \delta_0 + \epsilon \cos(x - \varphi_s^1). \quad (3.1)$$

Rozkład przestrzenny indukcji w szczelinie powietrznej dla $\nu=1$ dla maszyny o p parach biegunów i pulsacji sieciowej $\omega_b^1 = \omega_N$ względem nieruchomego stojana opisuje się równaniem (2.3) otrzymując:

$$b_\delta^1(x, t) = b_{\delta_0}(t) + B_\delta^1 \cos(px - \omega_N t - \varphi_b^1). \quad (3.2)$$

Z równania (2.13), przy uwzględnieniu równań (3.1), (3.2) i (2.11), można przy zerowym przepływie zmiennym $\psi_0(t) = 0$, obliczyć strumień unipolarny, który występuje tylko dla maszyny dwubiegunowej ($p=1$), ponieważ w świetle powyższego musi być spełniona zależność $m=\nu=1=p$.

Strumień unipolarny na podstawie równania (2.11) ma pulsację:

$$\omega_o^1 = \omega_b^1 - \omega_\delta^1 = \omega_b^1 = \omega_N \quad \text{przy} \quad \omega_\delta^1 = 0. \quad (3.3)$$

Zatem przy ekscentryczności statycznej tylko w maszynach dwubiegunowych pojawia się strumień unipolarny o częstotliwości sieciowej.

b) Ekscentryczność dynamiczna (tzw. "bijący wał")

W przypadku cylindrycznego wirnika z ekscentrycznie przesuniętym wałem (ε) umieszczonym koncentrycznie względem cylindrycznego otworu stojana (rys. 2b), na podstawie równania (2.2) obowiązuje zależność:

$$\delta^1(x, t) = \delta_o + \delta_{\max}^1 \cos\left[x - \omega_\delta^1 t - \varphi_\delta^1\right] = \delta_o + \varepsilon \cos\left[x - \frac{\omega_N}{p}(1-s)t - \varphi_\delta^1\right]. \quad (3.4)$$

Rozkład przestrzenny indukcji dany jest równaniem (3.2) jak dla ekscentryczności statycznej.

Również w tym przypadku strumień unipolarny może być wywołany tylko w dwubiegunowej maszynie, ponieważ jak w przypadku a) musi być spełniona zależność $m=\nu=1=p$.

Przy $\omega_b^1 = \omega_N$ i $\omega_\delta^1 = \frac{\omega_N}{p}(1-s)$, gdzie s jest poślizgiem, otrzymuje się z równania (2.11) pulsację strumienia unipolarnego:

$$\omega_o^1 = \omega_b^1 - \omega_\delta^1 = \omega_N - \omega_N(1-s) = s\omega_N. \quad (3.5)$$

Zatem przy ekscentryczności dynamicznej tylko w maszynach dwubiegunowych pojawi się strumień unipolarny o częstotliwości poślizgu. Powstające w maszynach dwubiegunowych strumienie unipolarne o częstotliwości sieciowej i częstotliwości poślizgu dla przypadku a) i b), nie mogą jednak być sprawdzone doświadczalnie, ponieważ niezależnie od tych przypadków (ekscentryczne przesunięcie wirnika względem stojana) występują jeszcze strumienie o tych samych częstotliwościach ω_N i $s\omega_N$ wywołane asymetrią połączeń czołowych odpowiednio stojana i wirnika.

c) Eliptyczny wirnik

Oznaczając przez ε' różnicę pomiędzy półosią dużą a małą elipsy przekroju wirnika (rys. 2c), szczelinę powietrzną przy użyciu współrzędnych stojana można przedstawić w postaci:

$$\delta^2(x, t) = \delta_0 + \varepsilon' \cos \left[2x - \frac{\omega_N}{p}(1-s)t - \varphi_\delta^2 \right] \quad \text{przy } m=2 \quad (3.6)$$

a indukcję w szczelinie powietrznej dla $\nu=1$:

$$b_\delta^1(x, t) = b_{\delta_0}^1(t) + B_\delta^1 \cos(px - \omega_N t - \varphi_b^1) . \quad (3.7)$$

Strumień unipolarny pojawi się przy $\nu=1$, ale dla $p=m=2$, czyli dla maszyny czterobiegunowej.

Zatem przy $\omega_b^1 = \omega_N$ i $\omega_\delta^1 = \frac{\omega_N}{p}(1-s)$ na podstawie równania (2.11) dla $p=2$ otrzymuje się pulsację strumienia unipolarnego:

$$\omega_0^1 = \omega_b^1 - \omega_\delta^1 = \omega_N - \frac{\omega_N}{2}(1-s) = \frac{\omega_N}{2}(1+s) . \quad (3.8)$$

A więc w maszynie czterobiegunowej przy eliptycznym wirniku występuje strumień unipolarny o częstotliwości $\frac{\omega_N}{2}(1+s)$. Ten przypadek można zweryfikować doświadczalnie.

d) Eliptyczny otwór stojana

Oznaczając przez ε' różnicę pomiędzy półosią dużą a małą elipsy otworu stojana (rys. 2d), szczelinę powietrzną przy użyciu współrzędnych stojana można przedstawić w postaci:

$$\delta^2(x, t) = \delta_0 + \varepsilon' \cos(2x - \varphi_\delta^2) \quad \text{przy } m=2 \quad (3.9)$$

Rozkład przestrzenny indukcji dany jest równaniem (3.7) jak dla eliptycznego wirnika.

Zatem strumień w wale ma wówczas częstotliwość:

$$\omega_0^1 = \omega_b^1 - \omega_\delta^1 = \omega_N \quad \text{przy } \omega_\delta^1 = 0 . \quad (3.10)$$

W czterobiegunowej maszynie indukcyjnej może powstać strumień unipolarny o częstotliwości sieciowej ω_N i częstotliwości $\frac{\omega_N}{2}(1+s)$ dla przypadku odpowiednio (d) i (c).

Przypadki eliptycznego wirnika (c) i eliptycznego otworu stojana (d) są szczególnie ważne, ponieważ wśród małych i średnich silników, czterobiegunowe maszyny indukcyjne są najczęściej budowane; wykroje blach tych sil-

ników mogą być eliptycznie odkształcone i dlatego strumienie unipolarne o tych częstotliwościach prawie zawsze występują.

Reasumując, przy ekscentrycznie złożonej dwubiegunowej maszynie ($p=1$) pole podstawowe ($\nu=1=p$) w powiązaniu z pierwszą harmoniczną zmienności szczeliny ($m=1$) wywołuje strumień unipolarny.

W podobny sposób powstaje strumień unipolarny stojana dla $m=2$ i $p=2$ (w następstwie eliptycznego uformowania) w wyniku działania podstawowej harmonicznej pola w szczelinie powietrznej ($\nu=1$).

Natomiast zastępcza zmienność szczeliny powietrznej, powstająca wskutek nasycenia zębów, o rzędzie $m=2p$, w ogólnym przypadku nie wywołuje strumienia unipolarnego, ponieważ pole z tą liczbą par biegunów nie występuje.

Również zmienność permeancji wskutek żłobkowania (której liczba par biegunów jest równa liczbie żłobków) stojana bądź wirnika w ogólnym przypadku nie wywołuje strumienia unipolarnego.

LITERATURA

- [1] Jordan H., Taegen F.: Wellenflüsse infolge von Schwankungen des Luftspaltleitwertes ETZ-A Bd.85 (1964) H.26, s. 865-867.
- [2] Jordan H., Röder G.: Fertigungsungenauigkeiten als Ursache von Wellenflüssen bei Asynchronmaschinen. Elektro-Anzeiger, Essen Nr 7 - 7 April 1965, s. 43-45.
- [3] Jordan H., Kovács K.P., Röder G.: Messung des Schlupfes von Asynchronmaschinen mit einer Spule. ETZ-A Bd. 86 (1965) H.9, s. 294-296.

Recenzent: doc. dr inż. Jerzy Hickiewicz

Wpłynęło do redakcji dnia 15 czerwca 1987 r.

УНИПОЛЯРНЫЙ МАГНИТНЫЙ ПОТОК В ИНДУКЦИОННЫХ МАШИНАХ

Р е з ю м е

В производстве электрических машин присутствуют разные технологические отклонения: несимметрические расположения обмоток статора и якоря, несимметрические лобовые соединения обмоток, неоднородность материалов обмоток статора и клеток якоря, магнитная анизотропия стали якоря, перемещение металлических листов якоря относительно вала якоря, некоаксиальное расположение якоря относительно статора. В результате того возникают неупотребляемые магнитные униполярные потоки разных частот. В статье проведен анализ причины возникновения магнитного униполярного потока. Выведены общие соотношения описующие влияние пространственных гармоник индукции в воздушном

зазоре и пространственных гармоник неравномерности воздушного зазора на возникание униполярного магнитного потока. Описаны основные возможности существования переменности воздушного зазора и влияние на частоты униполярного потока в машинах с разным количеством магнитных полюсов.

UNIPOLAR FLUX IN INDUCTION MACHINES

S u m m a r y

When producing electric machines some various technological inaccuracies occur, viz.: asymmetrical distribution of the stator and rotor windings, asymmetrical end connections of these windings, material heterogeneity of the stator windings and rotor cages, magnetic anisotropy of the armature sheets, displacement of the rotor sheets in relation to the rotor shaft, excentric position of the rotor in relation to the stator sheet pack.

In consequence of this undesirable unipolar fluxes of different frequencies are generated. The reasons of the unipolar flux formation have been analysed. General dependences describing the influence of spatial harmonics of the induction in the air gap and spatial harmonics of the air gap deformation on generation of the unipolar flux have been derived.

Some fundamental examples of the air gap deformations and their influence on the uniform flux frequency have been discussed for the machines of different number of poles.