SPIS TREŚCI

Str.

1. Józef PARCHAŃSKI - Sylwetka Prof. Ryszarda Hagla 5
2. Jedno ze wspomnień o Profesorze 9

Część I. MIERNICTWO DYNAMICZNE I STOCHASTYCZNE

3. Ryszard HAGEL - Od chaosu do prawidłowości 13
4. Józek PARCHAŃSKI - Dokładność badań za pomocą wzorcowych impulsów siły ... 15
5. Józef PARCHAŃSKI - Błąd dynamiczny przy pomiarach skoku siły 25
6. Józef PARCHAŃSKI - Błąd dynamiczny przy pomiarach siły harmonicznej ... 37
7. Maria BOJARSKA-KOWALIK - Dobór wartości podstawowych parametrów przetworników pomiarowych przy przenoszeniu sygnałów stochastycznych ... 47
8. Leszek KOWALIK, Stanisław FRYCZ - Zastosowanie stochastycznego binarnego przetwarzania sygnałów do szybkiego wyznaczania funkcji korelacji ... 57
9. Józef SZUTA - Automatyczny pomiar prędkości przepływu metodą korelacyjną ... 73
10. Andrzej WARMUZEK - Funkcje korelacyjne wyższych rzędów i ich własności ... 81
11. Andrzej WARMUZEK - Pomiary i zastosowania funkcji korelacyjnych wyższych rzędów ... 91
12. Adam KOWALCZYK - Regresyjna metoda pomiaru opróżnień transportowych ... 99

Część II. MIERNICTWO PRECYZYJNE

13. Ryszard HAGEL - Precyzyjne narzędzia pomiarowe - bazą rozwoju metrologii ... 109
14. Ryszard HAGEL, Marian MIŁEK, Tadeusz SKUBIS - Indukcyjne dzielniki napięć i komparatory prądów w układach pomiarowych 111
15. Marian MIŁEK, Józef KWICZAŁA - Konstrukcja i technologia detektora strumienia magnetycznego komparatora prądów stałych .. 123
16. Marian MIŁEK, Józef KWICZAŁA - Konstrukcja i technologia uzwojeń komparatora prądów stałych ... 131
17. Marian MIŁEK- Metoda określenia niejednorodności permeancji magnetowodów toroidalnych ... 143
18. Jan PUŚLEDZKI, Tadeusz SKUBIS - Minimalizacja oddziaływania impedancji wpływowych w mostku transformatorowym 155

Str.

19. Janusz TOKARSKI - Elektroniczna kompensacja błędów indukcyjnego przekładnika napięciowego 165

20. Mirosław JELENIEWICZ - Wpływ równoległego łączenia przewodów na własności częstotliwościowe nawojów multifilarnych 177

21. Aleksander ŁATKA - Systemowe ujęcie fizycznych wielkości pomiarowych 185

22. Jacek SOBCZYK - Niezrównoważony mostek rezystancyjny linearyzowany układem dzielącym 199

23. Krzysztof ZIOŁO - Układ próbkujący z pamięcią w zastosowaniu do pomiaru potencjału elektrod w procesach elektrochemicznych 207

ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1980

Seria: ELEKTRYKA z. 71 Nr kol. 656

Ryszard HAGEL

OD CHAOSU DO PRAWIDŁOWOŚCI

Nowoczesna fizyka kwantowa wprowadziła nowe pojęcia, które stały się jej zasadami fundamentalnymi: nieciągłość materii i energii, nieoznaczoność. W ślad za zmianą pojęć fizyki również matematyka, będące uniwersalnym, abstrakcyjnym systemem symboli zmienia się: z jednej strony wprowadzono wielkości dyskretne i rachunek macierzowy, a z drugiej rachunek prawdopodobieństwa i statystykę. Ściśle rzecz biorąc, każde przebiegające zjawisko fizykalne ma charakter przebiegu dyskretnego i stochastycznego. W zależności od skali w jakiej zjawisko jest obserwowane, może być zakwalifikowane jako np. dyskretne i stochastyczne (emisja elektronów z katody w skali mikro) lub ciągłe i zdeterminowane (prąd elektryczny w obwodzie w skali makro). Stąd każda wielkość fizykalna ma składową zdeterminowaną - uśrednioną i stochastyczną - fluktuacyjną.

Umysły ludzkie podobnie jak pewne przyrządy pomiarowe mają zdolność uśredniania obserwowanych zjawisk w skali makroskopowej.

To prowadzi do pewnych pojęć w skali makro, które nie mają równorzędnego odpowiednika w skali mikro, np. pojęcie temperatury istnieje tylko w skali makro, odpowiednikiem jej w skali mikro jest średnia energia drgających cząstek.

Pewne kategorie zjawisk makroskopowych mają charakter całkowicie stochastyczny (np. drgania i szumy). Aby mogły być wyrażone w formie zrozumiałej dla człowieka wymagają zastosowania odpowiednich metod statystycznego uśredniania. Dopiero po takiej obróbce uwidaczniają się w nich określone zależności.

Metody pomiaru i aparatura umożliwiająca przetwarzanie sygnałów stochastycznych w sensie uśrednienia są przedmiotem miernictwa stochastycznego. Pomiar wielkości stochastycznej jest więc odkryciem prawidłowości w strumieniu chaosu. Spotkanie się pomiarowca z procesami stochastycznymi może mieć więc charakter przygody romantycznej, w której przyroda odsłania swoje tajemnice. Istotnie, informacje przekazywane w postaci sygnałów stochastycznych mogą być przez niewtajemniczonego odczute jako chaos. W wyniku analizy teoretycznej opartej na rachunku prawdopodobieństwa i statystyce z pozornie chaotycznych sygnałów uzyskuje się obraz przejrzysty i zrozumiały. To powinno stanowić wielkie zaskoczenie dla adepta metrologii, a równocześnie budzić szacunek dla idei matematycznych zawartych w metodach analizy realizowanych przez aparaturę pomiarową.

Obserwacja zjawisk losowych, generujących sygnały stochastyczne przy pomocy metod miernictwa stochastycznego pozwala wniknąć w tajemnice przyrody, niedostępne normalnie zmysłom człowieka. To sprawia, że na miernictwo stochastyczne można spojrzeć w sposób nie tylko racjonalistyczny, ale również romantyczny.

ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1980
Seria: ELEKTRYKA z. 71 Nr kol. 656

Józef PARCHAŃSKI

DOKŁADNOŚĆ BADAŃ ZA POMOCĄ WZORCOWYCH IMPULSÓW SIŁY

Streszczenie. Przeanalizowano wpływ zjawiska falowego na dokładność pomiarów przy badaniu przetworników siły impulsami wzorcowymi.

1. Wprowadzenie

Potrzeba rejestracji przebiegów czasowych oraz pomiarów krótkotrwałych impulsów siły (udarów), wyłoniła się szczególnie w ostatnich kilkunastu latach, np. w samolotach, rakietach, młotach pneumatycznych, walcarkach, kołach zębatych itp. Krótkotrwały impuls siły to impuls, którego czas trwania jest rzędu okresu drgań własnych elementu sprężystego na który działa.

Siła jest to wielkość fizyczna, którą mierzy się przez pomiar skutków jakie wywołuje, np. naprężenie mechaniczne, przemieszczenie, prędkość, przyśpieszenie. Pomiar siły przez pomiar naprężenia realizowany jest w przetwornikach tensometrycznych i magnetosprężystych, przez pomiar przemieszczenia w przetwornikach pojemnościowych i indukcyjnościowych, przez pomiar prędkości w przetwornikach indukcyjnych, a przez pomiar przyśpieszenia w przetwornikach akcelerometrycznych.

W zależności od prędkości narastania naprężenia oraz od czasu trwania impulsu siły, do jej pomiarów należy stosować przetworniki o odpowiednich właściwościach dynamicznych. Wielkości charakteryzujące właściwości dynamiczne przetworników siły (np. pulsacja własna, tłumienie względne) są obliczane lub wyznaczane eksperymentalnie. Niejednorodność materiału, mikroluzy, odkształcenia lokalne, właściwości sprężysto-plastyczne materiału itp. są powodem różnic między parametrami obliczonymi, a wartościami rzeczywistymi.

Badanie przetwornika siły w ujęciu czasowym, polega na rejestracji przebiegu nieustalonego na wyjściu przetwornika, pobudzonego na wejściu zdeterminowanym sygnałem wzorcowym siły o postaci skoku jednostkowego, impulsu jednostkowego lub skoku prędkości. W stanie ustalonym bada się przetwornik w ujęciu częstotliwościowym, zadając na wejściu siłę harmoniczną o płynnie przestrajanej częstotliwości.

Okazuje się jednak, że parametry impulsu wzorcowego np. maksymalna wartość siły i czas trwania impulsu, obliczone w oparciu o teorię Hertza, są zgodne z wynikami pomiarów tylko w ograniczonym zakresie wartości wielkości mechanicznych. Np. przy zderzeniu kuli ze stali hartowanej z płytą ze stali konstrukcyjnej miękkiej, dobra zgodność jest dla ciśnienia powierzchniowego mniejszego niż 20 k Pa, względnej prędkości zderzenia mniejszej niż 1,2 m/s i przy bardzo grubej płycie [3]. Ograniczenie wartości ciśnienia powierzchniowego oraz prędkości zderzenia ciał tłumaczy się tym, że przy większych wartościach tych wielkości część energii kinetycznej zostaje zużyta nieodwracalnie na pracę odkształceń plastycznych i dlatego rzeczywista wartość siły maksymalnej jest mniejsza niż obliczona. Nie wyjaśniono jednak przyczyny podanych różnych wartości zmierzonego czasu trwania impulsu przy różnych grubościach płyt metalowych. Np. dla prędkości zderzenia $v = 1$ m/s, średnicy kuli stalowej $d = 50$ mm i grubości płyty stalowej $h = 1$ m, czas zderzenia obliczony τ_{obl} jest prawie równy zmierzonemu τ_{pom} i wynosi $\tau_{pom} \approx \tau_{obl} = 185\,\mu s$. Natomiast dla grubości płyty $h = 0{,}2$ m, $\tau_{pom} \approx 0{,}8\,\tau_{obl}$; a dla $h = 0{,}1$ m, $\tau_{pom} \approx 0{,}57\tau_{obl}$.

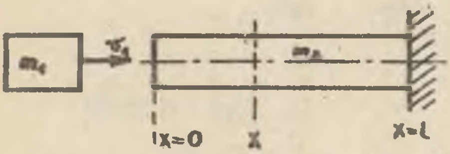
Z literatury [7] wynika, że niedokładność wyników pomiarów parametrów udarów wg jednych autorów nie przekracza (2...5)%, a wg innych wynosi nawet (25...40)%. Podane przykłady świadczą o tym, że parametry wygenerowanych wzorcowych impulsów siły, metody pomiarów oraz interpretacja wyników pomiarów, nie są jednoznaczne w zakresie wytwarzania i pomiarów krótkotrwałych impulsów siły.

Powstaje pytanie, czy kilkudziesięcioprocentowe różnice między obliczonymi a zmierzonymi parametrami wytworzonego impulsu siły są skutkiem niedokładności wzorów stosowanych do ich obliczenia, czy też są skutkiem błędów wyników pomiarów tych parametrów. Aby na to pytanie odpowiedzieć, należy kompleksowo przeanalizować zjawiska zachodzące w procesie pomiarów krótkotrwałych impulsów siły oraz przy generowaniu wzorcowych impulsów siły o ściśle określonych parametrach uwzględniając zjawisko falowe, odkształcenie lokalne, właściwości sprężysto-plastyczne materiału, tłumienie strukturalne, właściwości przetworników siły itp. Jest to zagadnienie złożone i trudne, ale z metrologicznego punktu widzenia bardzo potrzebne. Od dokładności wzorcowych sygnałów siły zależy dokładność pomiarów dynamicznych właściwości przetworników siły, a od nich zależy dokładność pomiarów krótkotrwałych impulsów siły.

2. Zjawisko falowe występujące przy zderzeniu ciał sprężystych

Przeanalizowano naprężenie $\sigma(x,t)$ w walcu wytworzone impulsem siły powstałej w wyniku uderzenia ciała o masie m_1 poruszającego się z prędkością v_1, w swobodny brzeg jednorodnego bezstratnego sprężystego walca o masie m_2, gęstości ρ, module sprężystości podłużnej E, przekroju A i długości l (rys. 1). Założono, że granica sprężystości nie została przekroczona, a ruch poszczególnych cząstek walca jest określony równaniem falowym [1, 2]

$$\frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} - a^2 \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} = 0 \qquad (1)$$



Rys. 1. Ciało o masie m_1 uderza w walec o masie m_2

gdzie:

$a = \sqrt{\frac{E}{\varrho}}$ - prędkość rozprzestrzeniania się fali naprężeniowej (dla stali ok. 5000 m/s),

$w(x,t)$ - przemieszczenie cząstek walca; m.

Dla rozwiązania równania (1) posłużono się metodą d'Alemberta. Metoda ta pozwala prześledzić zjawiska ruchu w obszarach nieograniczonych. Wyniki tych rozwiązań można jednak zastosować do strun, prętów i walców ograniczonych [1]. Dla przypadku krótkotrwałych impulsów siły, metoda ta daje rozwiązanie w postaci względnie prostych wzorów, nadających się do praktycznych inżynierskich obliczeń.

Uwzględniając warunki początkowe [1]

$$w(x,0) = 0$$

$$\left.\frac{\partial w(x,t)}{\partial t}\right|_{t=0} = \begin{cases} 0 & \text{dla } x > 0 \\ v_1 & \text{dla } x = 0 \end{cases}$$

i warunki brzegowe [1]

$$m_1 \frac{\partial^2 w(0,t)}{\partial t^2} = A \cdot E \left.\frac{\partial w(x,t)}{\partial x}\right|_{x=0}$$

$$x(l,t) = 0,$$

i korzystając z prawa Hooke'a

$$\sigma(x,t) = E \frac{\partial w(x,t)}{\partial x} = E \cdot \varepsilon$$

gdzie ε - wydłużenie względne,

po rozwiązaniu równania (1) otrzymano dla poszczególnych przedziałów czasu

1) $t \leqslant \frac{x}{a}$

$$w(x,t) = 0$$

$$\sigma(x,t) = 0$$

2) $\frac{x}{a} \leqslant t \leqslant \frac{2l - x}{a}$

$$w(x,t) = \frac{l}{n}\frac{v_1}{a}\left[1 - e^{-\frac{na}{l}\left(t - \frac{x}{a}\right)}\right]$$

$$\sigma(x,t) = -\varrho a \; v_1 \; e^{-\frac{na}{l}\left(t - \frac{x}{a}\right)}$$

3) $\frac{2l - x}{a} \leqslant t \leqslant \frac{2l + x}{a}$

$$w(x,t) = \frac{l}{n}\frac{v_1}{a}\left[e^{-\frac{na}{l}\left(t - \frac{2l - x}{a}\right)} - e^{-\frac{na}{l}\left(t - \frac{x}{a}\right)}\right],$$

$$\sigma(x,t) = -\varrho a \; v_1 \left[e^{-\frac{na}{l}\left(t - \frac{2l-x}{a}\right)} + e^{-\frac{na}{l}\left(t - \frac{x}{a}\right)}\right]$$

4) $\frac{2l + x}{a} \leqslant t \leqslant \frac{4l - x}{a}$

$$w(x,t) = \frac{l}{n}\frac{v_1}{a}\left\{-e^{-\frac{na}{l}\left(t - \frac{x}{a}\right)} + \left[1 + 2n\,\frac{a\left(t - \frac{2l+x}{a}\right)}{l}\right]e^{-\frac{na}{l}\left(t - \frac{2l+x}{a}\right)} - \right.$$
$$\left. - 1 + e^{-\frac{na}{l}\left(t - \frac{2l-x}{a}\right)}\right\}$$

$$\sigma(x,t) = -\varrho a \; v_1 \left\{e^{-\frac{na}{l}\left(t - \frac{x}{a}\right)} + \left[1 - 2n\,\frac{a\left(t - \frac{2l+x}{a}\right)}{l}\right]e^{-\frac{na}{l}\left(t - \frac{2l+x}{a}\right)} + \right.$$
$$\left. + e^{-\frac{na}{l}\left(t - \frac{2l-x}{a}\right)}\right\}.$$

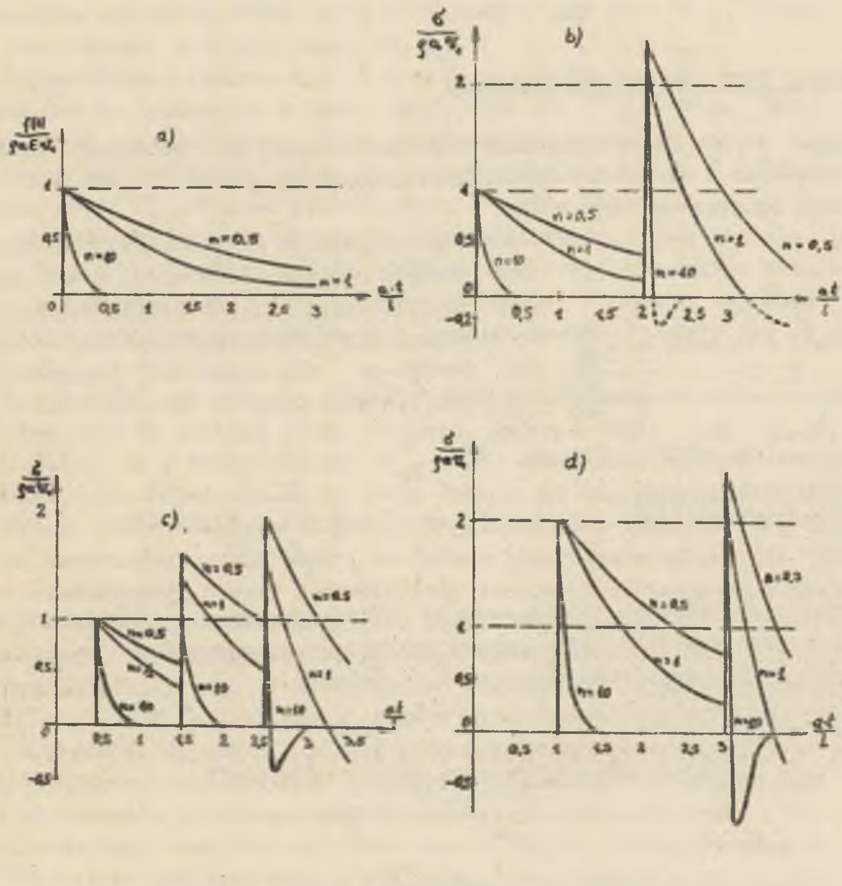
5) $\frac{4l - x}{a} \leqslant t \leqslant \frac{4l + x}{a}$

$$w(x,t) = \frac{l}{n}\frac{v_1}{a}\left\{-e^{-\frac{na}{l}\left(t - \frac{x}{a}\right)} + \left[1 + 2n\,\frac{a\left(t - \frac{2l+x}{a}\right)}{l}\right]e^{-\frac{na}{l}\left(t - \frac{2l+x}{a}\right)} + \right.$$
$$\left. + e^{-\frac{na}{l}\left(t - \frac{2l-x}{a}\right)} - \left[1 + 2n\,\frac{a\left(t - \frac{4l-x}{a}\right)}{l}\right]e^{-\frac{na}{l}\left(t - \frac{4l-x}{a}\right)}\right\},$$

$$\sigma(x,t) = -\rho\, a\, v_1 \left\{ e^{-\frac{na}{l}\left(t-\frac{x}{a}\right)} + \left[1-2n\,\frac{a\left(t-\frac{2l+x}{a}\right)}{l}\right] e^{-\frac{na}{l}\left(t-\frac{2l+x}{a}\right)} + e^{-\frac{na}{l}\left(t+\frac{2l-x}{a}\right)} + \left[1-2n\,\frac{a\left(t-\frac{4l-x}{a}\right)}{l}\right] e^{-\frac{na}{l}\left(t-\frac{4l-x}{a}\right)} \right\}$$

gdzie $n = \frac{m_2}{m_1}$.

Przebiegi czasowe siły oraz naprężeń w przekrojach x = 0; 0,5l i l, dla n = 0,5; 1 i 10 przedstawiono na rys. 2.



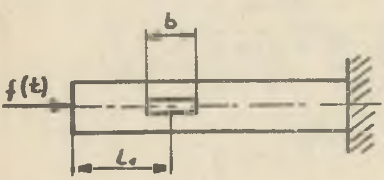
Rys. 2

a) przebieg impulsu siły, b, c, d) przebiegi naprężeń w przekrojach b) x=0, c) x=0,5l, d) x=l dla n = 0,5; 1 i 10

Na rys. 2a przedstawiono przebiegi czasowe siły powstałej w miejscu zderzenia (x=0) ciał sprężystych, bez uwzględnienia fal odbitych od brzegów walca (teoria Hertza nie uwzględnia zjawiska falowego). Na rys. 2b przedstawiono przebiegi czasowe naprężenia mechanicznego w przekroju x=0, z uwzględnieniem fal odbitych od brzegów walca. Z rys. 2b wynika, że rzeczywisty przebieg czasowy impulsu siły działającej w miejscu zderzenia ciał, będzie zgodny z przebiegiem obliczonym bez uwzględnienia zjawiska falowego tylko w czasie $t < 2l/a$. W czasie $t \geqslant 2l/a$ w wyniku nakładania się na falę pierwotną fal odbitych od brzegów walca, pierwotny przebieg naprężenia ulega zmianie. Maksymalna wartość naprężenia wypadkowego przekracza przeszło dwukrotnie amplitudę naprężenia fali pierwotnej. Inny przebieg ma naprężenie w przekroju $x = l/2$ (rys. 2c), a jeszcze inny w przekroju $x = l$ (rys. 2d).

3. Tensometr jako element uśredniający

Założono, że dla zmierzenia siły $f(t)$ działającej na początek (x=0) walca, tensometr o długości bazy b, naklejono w odległości l_1 od początku elementu sprężystego (rys. 3).



Rys. 3. Model tensometrycznego przetwornika siły

W dowolnej chwili t, w strefie tensometru istnieje naprężenie $\sigma(x,t)$, a tym samym odkształcenie $\varepsilon(x,t)$. Sygnał wyjściowy z tensometru jest wprost proporcjonalny do średniego odkształcenia względnego $\varepsilon_{\acute{s}r}(x,t)$ występującego na długości tensometru

$$\varepsilon_{\acute{s}r}(x,t) = \frac{1}{b} \int\limits_{l_1-\frac{b}{2}}^{l_1+\frac{b}{2}} \varepsilon(x,t)\, dx \tag{3}$$

W pomiarowym przetworniku siły tensometr naklejony jest w środku długości elementu sprężystego [6]. Zatem sygnał napięciowy przetwornika zgodnie z wzorami (2) i (3) jest proporcjonalny do wartości

$$u(t) = c\,\varepsilon_{\acute{s}r}(0{,}5l;\ t) = \frac{c}{E\,b} \int\limits_{\frac{l-b}{2}}^{\frac{l+b}{2}} \sigma(x,t)\, dx, \tag{4}$$

gdzie c – współczynnik stały uwzględniający napięcie zasilania i konstrukcję przetwornika siły.

Z zależności (4) wynika, że przebieg napięcia wyjściowego przetwornika siły różni się tym bardziej od przebiegu naprężenia działającego w środku długości elementu sprężystego, im dłuższa jest baza tensometru oraz im większy gradient naprężenia istnieje na długości bazy w danej chwili t. Największe zmiany naprężenia występują na czole fali naprężeniowej, gdzie prędkość narastania naprężenia osiąga wartości ($10^3...10^6$) MPa/s przy obciążeniach szybkozmiennych, a nawet 10^9 MPa/s przy obciążeniach udarowych [4].

4. Wnioski

Skończona prędkość rozchodzenia się fal odkształceniowych w metalu oraz nakładanie się na pierwotną falę odkształceniową fal odbitych od brzegów walca, powodują zmianę przebiegu czasowego impulsu siły powstałej w miejscu zderzenia dwóch ciał, w przypadku, gdy czas τ_{obl} trwania impulsu jest dłuższy niż 2l/a (rys. 2a, b).

W przykładzie podanym w p. 1 czas τ_{obl} = 158 μs, więc przy grubości płyty h = 1m, czas 2l/a = 2h/a = 400 μs, czyli $\tau_{obl} < 2l/a$. Impuls siły nie został zniekształcony falami odbitymi, więc czas zmierzony τ_{pom} był zgodny z obliczonym ($\tau_{pom} \approx \tau_{obl}$). W przypadku h = 0,2 m, 2l/a = 2h/a = 80 μs, czyli $\tau_{obl} > 2l/a$, więc jeszcze w czasie trwania impulsu fala odbita nałożyła się na falę pierwotną powodując zmianę czasu trwania impulsu ($\tau_{pom} \approx 0,8\, \tau_{obl}$). Dla h=0,1m, 2l/a = 2h/a = 40 μs, czyli w czasie trwania impulsu fala zdążyła kilka razy odbić się od brzegów walca, więc rzeczywisty czas trwania impulsu siły jeszcze bardziej różnił się od obliczonego ($\tau_{pom} \approx 0,57\, \tau_{obl}$).

W pracy [3] nie podano, jaki wpływ na rzeczywistą wartość maksymalną impulsu siły ma grubość płyty stalowej. Na podstawie rys. 2a, b można twierdzić, że w przypadku gdy $\tau_{obl} > \frac{2l}{a}$, maksymalna wartość rzeczywista impulsu siły, różni się od wartości obliczonej bez uwzględnienia zjawiska falowego. Zatem, dokładność liczalnych wzorcowych impulsów siły budzi poważne zastrzeżenia, ponieważ ilościowe uwzględnienie wpływu fal odbitych jest niedokładne. Z rys. 3 wynika też, że przebiegi czasowe naprężeń są różne w poszczególnych przekrojach poprzecznych walca i różnią się od przebiegu siły działającej na początek (x=0) walca.

Uwzględniając również uśredniające właściwości tensometrów (wzory (3) i (4)) oraz błędy amplitudowe i fazowe spowodowane warstwą kleju [5] można stwierdzić, że kształt przebiegu napięcia wyjściowego z tensometrycznego przetwornika siły, przy pomiarach krótkotrwałych impulsów siły, różni się od kształtu przebiegu siły mierzonej, a wyniki pomiarów parametrów krótkotrwałych impulsów siły obarczone są dużym błędem dynamicznym.

Rozważania przedstawione w artykule uproszczono do analizy rozchodzenia się tylko fali podłużnej w idealnym, bezstratnym walcu sprężystym. W rzeczywistym elemencie sprężystym wystąpią dodatkowo zjawiska spowodowane [1, 3]: odkształceniem lokalnym w miejscu przyłożenia siły, falami poprzecznymi nakładającymi się na podłużne, właściwościami sprężysto-plastycznymi materiału, tłumieniem strukturalnym itp.

Przyjęte założenia upraszczające znacznie ułatwiły analizę zjawiska falowego, a niedokładność wynikająca z uproszczeń jest dopuszczalna z punktu widzenia celu artykułu, tzn. wykazania, że:

1) wartości rzeczywiste parametrów wzorcowego impulsu siły powstałej w miejscu zderzenia dwóch ciał, różnią się od wartości obliczonych bez uwzględnienia zjawiska falowego,
2) przebieg czasowy oraz parametry napięcia wyjściowego z tensometrów naklejanych na obwodzie walca sprężystego, różnią się od przebiegu czasowego oraz parametrów krótkotrwałego impulsu siły działającej na brzeg tego walca.

LITERATURA

[1] Kaliski S.: Drgania i fale. PWN, Warszawa 1966.

[2] Osiński Zb.: Teoria drgań. PWN, Warszawa 1978,

[3] Gryboś R.: Teoria uderzenia w dyskretnych układach mechanicznych, PWN, Warszawa 1969.

[4] Wałoszienko Klimowickij J.J.: Dinamiczeskij priedieł tiekuczesti.Moskwa 1965.

[5] Abramczuk G.A.: Wlijanie swjazujuszczewo na pieredatocznuju i impulsnuju pierechodnuju charakteristiki nakleiwajemych połuprowodnikowych tenzorezistorów. Nr 10, METROŁOGIJA 1979.

[6] Kennzeichnende Eigenschaften von Kraftmessgeräten und elektromechanischen Wägeeinrichtungen. Nr 176, VDI Berichte 1972.

[7] Sowremiennaja apparatura dla izmierenija paramietrow udara. Obzornaja informacija. Moskwa 1973. GKSSM, SSSR.

ТОЧНОСТЬ ИСПЫТАНИЙ ОБРАЗЦОВЫМИ ИМПУЛЬСАМИ СИЛЫ

Р е з ю м е

В статье рассматривается влияние волнового явления на точность измерений при испытании датчиков силы образцовыми импульсами.

THE PRECISION OF TESTING BY MEANS OF STANDARD FORCE IMPULSES

S u m m a r y

The influence of wave phenomenon on the measurements accuracy has been analysed while testing force transducers by means of standard impulses.

ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1980

Seria: ELEKTRYKA z. 71 Nr kol. 656

Józef PARCHAŃSKI

DOKŁADNOŚĆ BADAŃ ZA POMOCĄ WZORCOWYCH IMPULSÓW SIŁY

Streszczenie. Przeanalizowano wpływ zjawiska falowego na dokładność pomiarów przy badaniu przetworników siły impulsami wzorcowymi.

1. Wprowadzenie

Potrzeba rejestracji przebiegów czasowych oraz pomiarów krótkotrwałych impulsów siły (udarów), wyłoniła się szczególnie w ostatnich kilkunastu latach, np. w samolotach, rakietach, młotach pneumatycznych, walcarkach, kołach zębatych itp. Krótkotrwały impuls siły to impuls, którego czas trwania jest rzędu okresu drgań własnych elementu sprężystego na który działa.

Siła jest to wielkość fizyczna, którą mierzy się przez pomiar skutków jakie wywołuje, np. naprężenie mechaniczne, przemieszczenie, prędkość, przyśpieszenie. Pomiar siły przez pomiar naprężenia realizowany jest w przetwornikach tensometrycznych i magnetosprężystych, przez pomiar przemieszczenia w przetwornikach pojemnościowych i indukcyjnościowych, przez pomiar prędkości w przetwornikach indukcyjnych, a przez pomiar przyśpieszenia w przetwornikach akcelerometrycznych.

W zależności od prędkości narastania naprężenia oraz od czasu trwania impulsu siły, do jej pomiarów należy stosować przetworniki o odpowiednich właściwościach dynamicznych. Wielkości charakteryzujące właściwości dynamiczne przetworników siły (np. pulsacja własna, tłumienie względne) są obliczane lub wyznaczane eksperymentalnie. Niejednorodność materiału, mikroluzy, odkształcenia lokalne, właściwości sprężysto-plastyczne materiału itp. są powodem różnic między parametrami obliczonymi, a wartościami rzeczywistymi.

Badanie przetwornika siły w ujęciu czasowym, polega na rejestracji przebiegu nieustalonego na wyjściu przetwornika, pobudzonego na wejściu zdeterminowanym sygnałem wzorcowym siły o postaci skoku jednostkowego, impulsu jednostkowego lub skoku prędkości. W stanie ustalonym bada się przetwornik w ujęciu częstotliwościowym, zadając na wejściu siłę harmoniczną o płynnie przestrajanej częstotliwości.

Okazuje się jednak, że parametry impulsu wzorcowego np. maksymalna wartość siły i czas trwania impulsu, obliczone w oparciu o teorię Hertza, są zgodne z wynikami pomiarów tylko w ograniczonym zakresie wartości wielkości mechanicznych. Np. przy zderzeniu kuli ze stali hartowanej z płytą ze stali konstrukcyjnej miękkiej, dobra zgodność jest dla ciśnienia powierzchniowego mniejszego niż 20 k Pa, względnej prędkości zderzenia mniejszej niż 1,2 m/s i przy bardzo grubej płycie [3]. Ograniczenie wartości ciśnienia powierzchniowego oraz prędkości zderzenia ciał tłumaczy się tym, że przy większych wartościach tych wielkości część energii kinetycznej zostaje zużyta nieodwracalnie na pracę odkształceń plastycznych i dlatego rzeczywista wartość siły maksymalnej jest mniejsza niż obliczona. Nie wyjaśniono jednak przyczyny podanych różnych wartości zmierzonego czasu trwania impulsu przy różnych grubościach płyt metalowych. Np. dla prędkości zderzenia v = 1 m/s, średnicy kuli stalowej d = 50 mm i grubości płyty stalowej h = 1 m, czas zderzenia obliczony τ_{obl} jest prawie równy zmierzonemu τ_{pom} i wynosi $\tau_{pom} \approx \tau_{obl} = 185\,\mu s$. Natomiast dla grubości płyty h = 0,2 m, $\tau_{pom} \approx 0,8\,\tau_{obl}$; a dla h = 0,1 m, $\tau_{pom} \approx 0,57\tau_{obl}$.

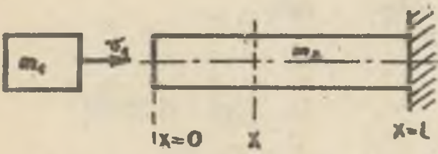
Z literatury [7] wynika, że niedokładność wyników pomiarów parametrów udarów wg jednych autorów nie przekracza (2...5)%, a wg innych wynosi nawet (25...40)%. Podane przykłady świadczą o tym, że parametry wygenerowanych wzorcowych impulsów siły, metody pomiarów oraz interpretacja wyników pomiarów, nie są jednoznaczne w zakresie wytwarzania i pomiarów krótkotrwałych impulsów siły.

Powstaje pytanie, czy kilkudziesięcioprocentowe różnice między obliczonymi a zmierzonymi parametrami wytworzonego impulsu siły są skutkiem niedokładności wzorów stosowanych do ich obliczenia, czy też są skutkiem błędów wyników pomiarów tych parametrów. Aby na to pytanie odpowiedzieć, należy kompleksowo przeanalizować zjawiska zachodzące w procesie pomiarów krótkotrwałych impulsów siły oraz przy generowaniu wzorcowych impulsów siły o ściśle określonych parametrach uwzględniając zjawisko falowe, odkształcenie lokalne, właściwości sprężysto-plastyczne materiału, tłumienie strukturalne, właściwości przetworników siły itp. Jest to zagadnienie złożone i trudne, ale z metrologicznego punktu widzenia bardzo potrzebne. Od dokładności wzorcowych sygnałów siły zależy dokładność pomiarów dynamicznych właściwości przetworników siły, a od nich zależy dokładność pomiarów krótkotrwałych impulsów siły.

2. Zjawisko falowe występujące przy zderzeniu ciał sprężystych

Przeanalizowano naprężenie $\sigma(x,t)$ w walcu wytworzone impulsem siły powstałej w wyniku uderzenia ciała o masie m_1 poruszającego się z prędkością v_1, w swobodny brzeg jednorodnego bezstratnego sprężystego walca o masie m_2, gęstości ϱ, module sprężystości podłużnej E, przekroju A i długości l (rys. 1). Założono, że granica sprężystości nie została przekroczona, a ruch poszczególnych cząstek walca jest określony równaniem falowym [1, 2]

$$\frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} - a^2 \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} = 0 \qquad (1)$$



Rys. 1. Ciało o masie m_1 uderza w walec o masie m_2

gdzie:

$a = \sqrt{\frac{E}{\varrho}}$ - prędkość rozprzestrzeniania się fali naprężeniowej (dla stali ok. 5000 m/s),

$w(x,t)$ - przemieszczenie cząstek walca; m.

Dla rozwiązania równania (1) posłużono się metodą d'Alemberta. Metoda ta pozwala prześledzić zjawiska ruchu w obszarach nieograniczonych. Wyniki tych rozwiązań można jednak zastosować do strun, prętów i walców ograniczonych [1]. Dla przypadku krótkotrwałych impulsów siły, metoda ta daje rozwiązanie w postaci względnie prostych wzorów, nadających się do praktycznych inżynierskich obliczeń.

Uwzględniając warunki początkowe [1]

$$w(x,0) = 0$$

$$\left.\frac{\partial w(x,t)}{\partial t}\right|_{t=0} = \begin{cases} 0 & \text{dla } x > 0 \\ v_1 & \text{dla } x = 0 \end{cases}$$

i warunki brzegowe [1]

$$m_1 \frac{\partial^2 w(0,t)}{\partial t^2} = A.E \left.\frac{\partial w(x,t)}{\partial x}\right|_{x=0}$$

$$x(l,t) = 0,$$

i korzystając z prawa Hooke'a

$$\sigma(x,t) = E \frac{\partial w(x,t)}{\partial x} = E \cdot \varepsilon$$

gdzie ε - wydłużenie względne,

po rozwiązaniu równania (1) otrzymano dla poszczególnych przedziałów czasu

1) $t \leqslant \frac{x}{a}$

$$w(x,t) = 0$$

$$\sigma(x,t) = 0$$

2) $\frac{x}{a} \leqslant t \leqslant \frac{2l - x}{a}$

$$w(x,t) = \frac{l}{n}\frac{v_1}{a}\left[1 - e^{-\frac{na}{l}\left(t - \frac{x}{a}\right)}\right]$$

$$\sigma(x,t) = -\varrho a \ v_1 \ e^{-\frac{na}{l}\left(t - \frac{x}{a}\right)}$$

3) $\frac{2l - x}{a} \leqslant t \leqslant \frac{2l + x}{a}$

$$w(x,t) = \frac{l}{n}\frac{v_1}{a}\left[e^{-\frac{na}{l}\left(t - \frac{2l - x}{a}\right)} - e^{-\frac{na}{l}\left(t - \frac{x}{a}\right)}\right],$$

$$\sigma(x,t) = -\varrho a \ v_1\left[e^{-\frac{na}{l}\left(t - \frac{2l-x}{a}\right)} + e^{-\frac{na}{l}\left(t - \frac{x}{a}\right)}\right]$$

4) $\frac{2l + x}{a} \leqslant t \leqslant \frac{4l - x}{a}$

$$w(x,t) = \frac{l}{n}\frac{v_1}{a}\left\{-e^{-\frac{na}{l}\left(t - \frac{x}{a}\right)} + \left[1 + 2n\,\frac{a\left(t - \frac{2l+x}{a}\right)}{l}\right]e^{-\frac{na}{l}\left(t - \frac{2l+x}{a}\right)} - \right.$$
$$\left. - 1 + e^{-\frac{na}{l}\left(t - \frac{2l-x}{a}\right)}\right\}$$

$$\sigma(x,t) = -\varrho a \ v_1\left\{e^{-\frac{na}{l}\left(t - \frac{x}{a}\right)} + \left[1 - 2n\,\frac{a\left(t - \frac{2l+x}{a}\right)}{l}\right]e^{-\frac{na}{l}\left(t - \frac{2l+x}{a}\right)} + \right.$$
$$\left. + e^{-\frac{na}{l}\left(t - \frac{2l-x}{a}\right)}\right\}.$$

5) $\frac{4l - x}{a} \leqslant t \leqslant \frac{4l + x}{a}$

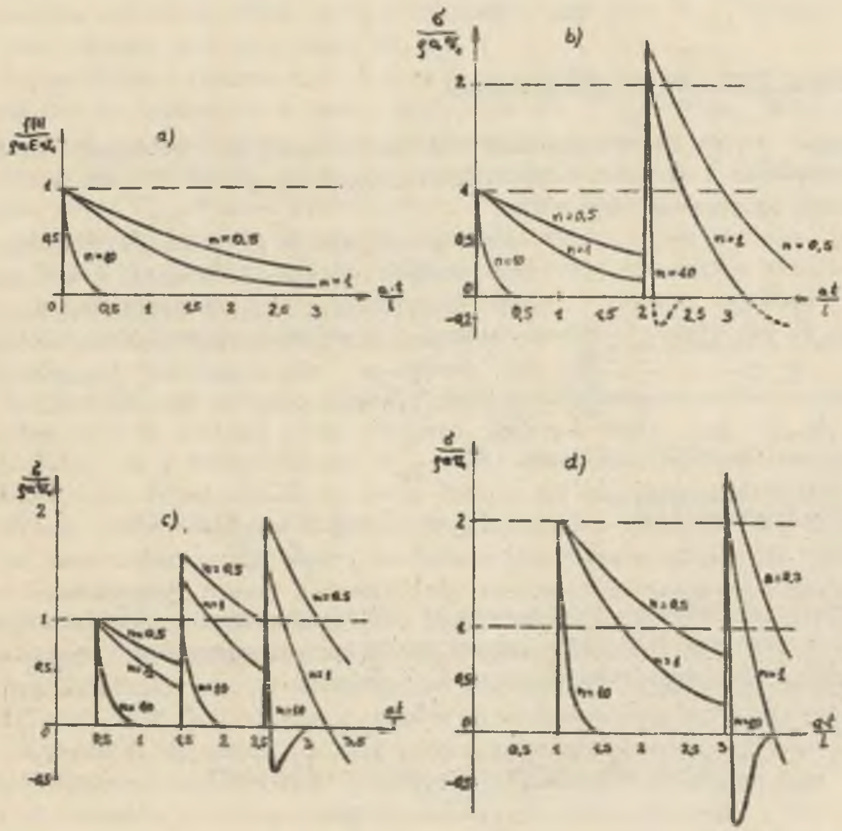
$$w(x,t) = \frac{l}{n}\frac{v_1}{a}\left\{-e^{-\frac{na}{l}\left(t - \frac{x}{a}\right)} + \left[1 + 2n\,\frac{a\left(t - \frac{2l+x}{a}\right)}{l}\right]e^{-\frac{na}{l}\left(t - \frac{2l+x}{a}\right)} + \right.$$
$$\left. + e^{-\frac{na}{l}\left(t - \frac{2l-x}{a}\right)} - \left[1 + 2n\,\frac{a\left(t - \frac{4l-x}{a}\right)}{l}\right]e^{-\frac{na}{l}\left(t - \frac{4l-x}{a}\right)}\right\},$$

$$\sigma(x,t) = -\rho\, a\, v_1 \Bigg\{ e^{-\frac{na}{l}\left(t-\frac{x}{a}\right)} + \left[1-2n\frac{a\left(t-\frac{2l+x}{a}\right)}{l}\right] e^{-\frac{na}{l}\left(t-\frac{2l+x}{a}\right)} +$$

$$+ e^{-\frac{na}{l}\left(t+\frac{2l-x}{a}\right)} + \left[1-2n\frac{a\left(t-\frac{4l-x}{a}\right)}{l}\right] e^{-\frac{na}{l}\left(t-\frac{4l-x}{a}\right)} \Bigg\}$$

gdzie $n = \frac{m_2}{m_1}$.

Przebiegi czasowe siły oraz naprężeń w przekrojach x = 0; 0,5l i l, dla n = 0,5; 1 i 10 przedstawiono na rys. 2.



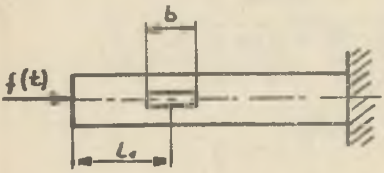
Rys. 2

a) przebieg impulsu siły, b, c, d) przebiegi naprężeń w przekrojach b) x=0, c) x=0,5l, d) x=l dla n = 0,5; 1 i 10

Na rys. 2a przedstawiono przebiegi czasowe siły powstałej w miejscu zderzenia (x=0) ciał sprężystych, bez uwzględnienia fal odbitych od brzegów walca (teoria Hertza nie uwzględnia zjawiska falowego). Na rys. 2b przedstawiono przebiegi czasowe naprężenia mechanicznego w przekroju x=0, z uwzględnieniem fal odbitych od brzegów walca. Z rys. 2b wynika, że rzeczywisty przebieg czasowy impulsu siły działającej w miejscu zderzenia ciał, będzie zgodny z przebiegiem obliczonym bez uwzględnienia zjawiska falowego tylko w czasie $t < 2l/a$. W czasie $t \geqslant 2l/a$ w wyniku nakładania się na falę pierwotną fal odbitych od brzegów walca, pierwotny przebieg naprężenia ulega zmianie. Maksymalna wartość naprężenia wypadkowego przekracza przeszło dwukrotnie amplitudę naprężenia fali pierwotnej. Inny przebieg ma naprężenie w przekroju $x = l/2$ (rys. 2c), a jeszcze inny w przekroju $x = l$ (rys. 2d).

3. Tensometr jako element uśredniający

Założono, że dla zmierzenia siły $f(t)$ działającej na początek (x=0) walca, tensometr o długości bazy b, naklejono w odległości l_1 od początku elementu sprężystego (rys. 3).



Rys. 3. Model tensometrycznego przetwornika siły

W dowolnej chwili t, w strefie tensometru istnieje naprężenie $\sigma(x,t)$, a tym samym odkształcenie $\varepsilon(x,t)$. Sygnał wyjściowy z tensometru jest wprost proporcjonalny do średniego odkształcenia względnego $\varepsilon_{śr}(x,t)$ występującego na długości tensometru

$$\varepsilon_{śr}(x,t) = \frac{1}{b} \int_{l_1 - \frac{b}{2}}^{l_1 + \frac{b}{2}} \varepsilon(x,t)\, dx \qquad (3)$$

W pomiarowym przetworniku siły tensometr naklejony jest w środku długości elementu sprężystego [6]. Zatem sygnał napięciowy przetwornika zgodnie z wzorami (2) i (3) jest proporcjonalny do wartości

$$u(t) = c\, \varepsilon_{śr}(0{,}5l;\ t) = \frac{c}{E\, b} \int_{\frac{l-b}{2}}^{\frac{l+b}{2}} \sigma(x,t)\, dx, \qquad (4)$$

gdzie c – współczynnik stały uwzględniający napięcie zasilania i konstrukcję przetwornika siły.

Z zależności (4) wynika, że przebieg napięcia wyjściowego przetwornika siły różni się tym bardziej od przebiegu naprężenia działającego w środku długości elementu sprężystego, im dłuższa jest baza tensometru oraz im większy gradient naprężenia istnieje na długości bazy w danej chwili t. Największe zmiany naprężenia występują na czole fali naprężeniowej, gdzie prędkość narastania naprężenia osiąga wartości ($10^3 \ldots 10^6$) MPa/s przy obciążeniach szybkozmiennych, a nawet 10^9 MPa/s przy obciążeniach udarowych [4].

4. Wnioski

Skończona prędkość rozchodzenia się fal odkształceniowych w metalu oraz nakładanie się na pierwotną falę odkształceniową fal odbitych od brzegów walca, powodują zmianę przebiegu czasowego impulsu siły powstałej w miejscu zderzenia dwóch ciał, w przypadku, gdy czas τ_{obl} trwania impulsu jest dłuższy niż 2l/a (rys. 2a, b).

W przykładzie podanym w p. 1 czas τ_{obl} = 158 μs, więc przy grubości płyty h = 1m, czas 2l/a = 2h/a = 400 μs, czyli $\tau_{obl} < 2l/a$. Impuls siły nie został zniekształcony falami odbitymi, więc czas zmierzony τ_{pom} był zgodny z obliczonym ($\tau_{pom} \approx \tau_{obl}$). W przypadku h = 0,2 m, 2l/a = 2h/a = 80 μs, czyli $\tau_{obl} > 2l/a$, więc jeszcze w czasie trwania impulsu fala odbita nałożyła się na falę pierwotną powodując zmianę czasu trwania impulsu ($\tau_{pom} \approx 0{,}8\, \tau_{obl}$). Dla h=0,1m, 2l/a = 2h/a = 40 μs, czyli w czasie trwania impulsu fala zdążyła kilka razy odbić się od brzegów walca, więc rzeczywisty czas trwania impulsu siły jeszcze bardziej różnił się od obliczonego ($\tau_{pom} \approx 0{,}57\, \tau_{obl}$).

W pracy [3] nie podano, jaki wpływ na rzeczywistą wartość maksymalną impulsu siły ma grubość płyty stalowej. Na podstawie rys. 2a, b można twierdzić, że w przypadku gdy $\tau_{obl} > \frac{2l}{a}$, maksymalna wartość rzeczywista impulsu siły, różni się od wartości obliczonej bez uwzględnienia zjawiska falowego. Zatem, dokładność liczalnych wzorcowych impulsów siły budzi poważne zastrzeżenia, ponieważ ilościowe uwzględnienie wpływu fal odbitych jest niedokładne. Z rys. 3 wynika też, że przebiegi czasowe naprężeń są różne w poszczególnych przekrojach poprzecznych walca i różnią się od przebiegu siły działającej na początek (x=0) walca.

Uwzględniając również uśredniające właściwości tensometrów (wzory (3) i (4)) oraz błędy amplitudowe i fazowe spowodowane warstwą kleju [5] można stwierdzić, że kształt przebiegu napięcia wyjściowego z tensometrycznego przetwornika siły, przy pomiarach krótkotrwałych impulsów siły, różni się od kształtu przebiegu siły mierzonej, a wyniki pomiarów parametrów krótkotrwałych impulsów siły obarczone są dużym błędem dynamicznym.

Rozważania przedstawione w artykule uproszczono do analizy rozchodzenia się tylko fali podłużnej w idealnym, bezstratnym walcu sprężystym. W rzeczywistym elemencie sprężystym wystąpią dodatkowo zjawiska spowodowane [1, 3]: odkształceniem lokalnym w miejscu przyłożenia siły, falami poprzecznymi nakładającymi się na podłużne, właściwościami sprężysto-plastycznymi materiału, tłumieniem strukturalnym itp.

Przyjęte założenia upraszczające znacznie ułatwiły analizę zjawiska falowego, a niedokładność wynikająca z uproszczeń jest dopuszczalna z punktu widzenia celu artykułu, tzn. wykazania, że:

1) wartości rzeczywiste parametrów wzorcowego impulsu siły powstałej w miejscu zderzenia dwóch ciał, różnią się od wartości obliczonych bez uwzględnienia zjawiska falowego,
2) przebieg czasowy oraz parametry napięcia wyjściowego z tensometrów naklejanych na obwodzie walca sprężystego, różnią się od przebiegu czasowego oraz parametrów krótkotrwałego impulsu siły działającej na brzeg tego walca.

LITERATURA

[1] Kaliski S.: Drgania i fale. PWN, Warszawa 1966.

[2] Osiński Zb.: Teoria drgań. PWN, Warszawa 1978,

[3] Gryboś R.: Teoria uderzenia w dyskretnych układach mechanicznych, PWN, Warszawa 1969.

[4] Wałoszienko Klimowickij J.J.: Dinamiczeskij priedieł tiekuczesti.Moskwa 1965.

[5] Abramczuk G.A.: Wlijanie swjazujuszczewo na pieredatocznuju i impulsnuju pierechodnuju charakteristiki nakleiwajemych połuprowodnikowych tenzorezistorów. Nr 10, METROŁOGIJA 1979.

[6] Kennzeichnende Eigenschaften von Kraftmessgeräten und elektromechanischen Wägeeinrichtungen. Nr 176, VDI Berichte 1972.

[7] Sowremiennaja apparatura dla izmierenija paramietrow udara. Obzornaja informacija. Moskwa 1973. GKSSM, SSSR.

ТОЧНОСТЬ ИСПЫТАНИЙ ОБРАЗЦОВЫМИ ИМПУЛЬСАМИ СИЛЫ

Р е з ю м е

В статье рассматривается влияние волнового явления на точность измерений при испытании датчиков силы образцовыми импульсами.

THE PRECISION OF TESTING BY MEANS OF STANDARD FORCE IMPULSES

S u m m a r y

The influence of wave phenomenon on the measurements accuracy has been analysed while testing force transducers by means of standard impulses.

ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1980
Seria: ELEKTRYKA z. 71 Nr kol. 656

Józef PARCHAŃSKI

BŁĄD DYNAMICZNY PRZY POMIARACH SIŁY HARMONICZNEJ

Streszczenie. Przeanalizowano przebieg czasowy odpowiedzi przetwornika przy pomiarach siły harmonicznej działającej na swobodny brzeg elementu sprężystego, którego drugi brzeg jest kolejno zamocowany sztywno, swobodny lub jest dopasowany falowo do podstawy przetwornika siły.

1. Wprowadzenie

W artykułach [3, 4] wykazano, że błąd dynamiczny przy pomiarach siły spowodowany falami odbitymi, zależy od przebiegu czasowego siły, a zwłaszcza od prędkości narastania naprężenia oraz od sposobu mocowania brzegów elementu sprężystego w podstawie przetwornika siły.

Siłę o dowolnym przebiegu można przedstawić za pomocą szeregu składającego się w ogólnym przypadku ze składnika stałego i sumy harmonicznych o różnych pulsacjach [1]. Odpowiedź przetwornika siły na skok (składnik stały) przeanalizowano w artykule [4].

Ten artykuł będzie dotyczyć zjawiska falowego występującego w elemencie sprężystym, wymuszonego siłą harmoniczną, dla różnych sposobów mocowania brzegów elementu sprężystego w obudowie przetwornika siły.

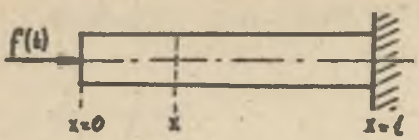
2. Odpowiedź czasowa przetwornika siły na wymuszenie harmoniczne

2.1. Element sprężysty przetwornika siły o jednym brzegu swobodnym, a drugim sztywnym

Założono, że siła harmoniczna f(t) o amplitudzie F, pulsacji ω o postaci

$$f(t) = F\,\mathbf{1}(t)\sin\omega t \tag{1}$$

działa na swobodny brzeg (x=0) idealnego, bezstratnego elementu sprężystego, wykonanego w postaci jednorodnego walca o przekroju poprzecznym A, długości l, gęstości ϱ i module sprężystości podłużnej E. Drugi brzeg (x=l) jest sztywno utwierdzony w podstawie przetwornika siły (rys. 1).



Rys. 1. Model elementu sprężystego

Założono, że granica sprężystości nie została przekroczona, a ruch poszczególnych cząstek walca określony jest równaniem falowym [2, 3]

$$\frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} - a^2 \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} = 0 \tag{2}$$

gdzie:

w – przemieszczenie cząstek walca,

$a = \sqrt{\frac{E}{\varrho}}$ – prędkość rozprzestrzeniania się fali naprężeniowej w ośrodku walca.

Postępując podobnie jak w pracy [4], to znaczy rozwiązując równanie (2) z uwzględnieniem wymuszenia (1) metodą operatorów Laplace'a i przechodząc z powrotem na postać czasową, dla zerowych warunków początkowych i następujących warunków brzegowych [2]

$$\left.\begin{aligned} &\left.\frac{\partial w(x,t)}{\partial x}\right|_{x=0} = \frac{f(t)}{EA} \\ &w(l,t) = 0 \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

otrzymano wyrażenie określające rozprzestrzenianie się fali naprężeniowej w elemencie sprężystym przetwornika siły

$$\sigma(x,t) = \frac{F}{A}\left\{\sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \mathbf{1}\left[t - \frac{2(k+1)l-x}{a}\right] \sin\omega\left[t - \frac{2(k+1)l-x}{a}\right] + \right.$$

$$\left. + \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \mathbf{1}\left(t - \frac{2kl+x}{a}\right) \sin\omega\left(t - \frac{2kl+x}{a}\right)\right\} \tag{4}$$

Naprężenia w trzech charakterystycznych przekrojach wynoszą:

a) $x=0$; $\sigma(0,t) = \frac{F}{A} \mathbf{1}(t) \sin\omega t$,

b) $x=0,5l$; $\sigma(0,5l;t) = \frac{F}{A}\left[\mathbf{1}\left(t - \frac{0,5l}{a}\right) \sin\omega\left(t - \frac{0,5l}{a}\right) + \right.$

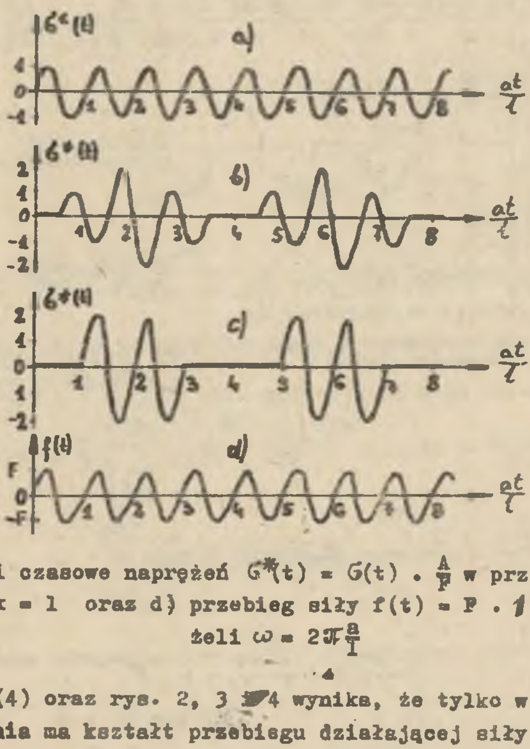
$$+ \mathbf{1}\left(t - \frac{1,5l}{a}\right) \sin\omega\left(t - \frac{1,5l}{a}\right) - \mathbf{1}\left(t - \frac{2,5l}{a}\right)\sin\omega\left(t - \frac{2,5l}{a}\right) -$$

$$\left. - \mathbf{1}\left(t - \frac{3,5l}{a}\right)\sin\omega\left(t - \frac{3,5l}{a}\right) + \mathbf{1}\left(t - \frac{4,5l}{a}\right)\sin\omega\left(t - \frac{4,5l}{a}\right) \ldots\right]$$

c) $x = l$; $\quad \sigma(l,t) = \frac{2F}{A}\left[\mathbf{1}(t - \frac{l}{a}) \sin\omega(t - \frac{l}{a}) - \mathbf{1}(t - \frac{3l}{a}) \cdot \right.$

$$\left. \cdot \sin\omega(t - \frac{3l}{a}) + \mathbf{1}(t - \frac{5l}{a}) \sin\omega(t - \frac{5l}{a}) - \ldots \right].$$

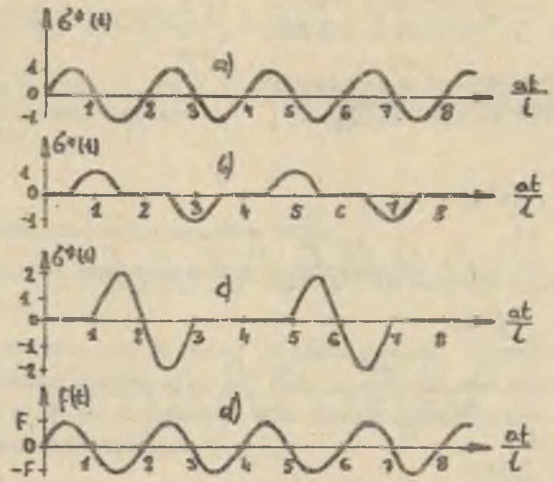
Przebiegi czasowe naprężeń w przekrojach $x = 0$; $0,5l$ i l oraz przebieg siły, przedstawiono na rys. 2, 3 i 4.



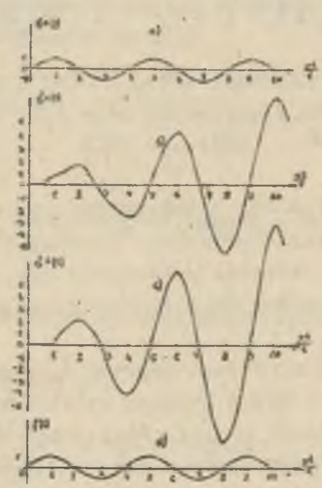
Rys. 2. Przebiegi czasowe naprężeń $\sigma^*(t) = \sigma(t) \cdot \frac{A}{F}$ w przekrojach a) $x=0$, b) $x = 0,5l$, c) $x = l$ oraz d) przebieg siły $f(t) = F \cdot \mathbf{1}(t) \cdot \sin\omega t$, jeżeli $\omega = 2\pi\frac{a}{l}$

Z zależności (4) oraz rys. 2, 3 i 4 wynika, że tylko w przekroju $x = 0$ przebieg naprężenia ma kształt przebiegu działającej siły i jest z nią w fazie. W przekrojach $x \neq 0$ wskutek nakładania się fal odbitych od brzegów elementu sprężystego, pierwotna fala sinusoidalna naprężeniowa jest zniekształcona.

Stopień zniekształcenia przebiegu naprężenia wypadkowego, a tym samym stopień zniekształcenia przebiegu sygnału wyjściowego przetwornika siły jest funkcją stosunku pulsacji ω siły mierzonej do pulsacji własnej ω_{spr} elementu sprężystego. Np. naprężenie w środku długości elementu sprężystego ($x=0,5l$) dla $\omega = \frac{2\pi a}{l} = 4\omega_{spr}$ przedstawia opóźnione o $T/2$ fragmenty sinusoidy o amplitudach kolejno F/A, $2F/A$ oraz zero i pulsacji ω, powtarzające się cyklicznie z pulsacją ω_{spr} (rys. 2b). W przypadku $\omega = \frac{\pi a}{l} = 2\omega_{spr}$ naprężenie dla $x=0,5l$ stanowi opóźnione o $T/4$ połówki sinusoidy o amplitudzie F/A, pulsacji ω, powtarzające się cyklicznie z pulsacją ω_{spr} (rys. 3b). W przypadku rezonansu, czyli dla $\omega = \frac{\pi a}{2l} = \omega_{spr}$, dla



Rys. 3. Przebiegi czasowe naprężeń $\sigma^*(t) = \sigma(t) \cdot \frac{A}{F}$ w przekrojach a) $x = 0$, b) $x = 0,5l$, c) $x = l$ oraz d) przebieg siły $f(t) = F \cdot 1(t) \cdot \sin\omega t$, jeżeli $\omega = \pi\frac{a}{l}$



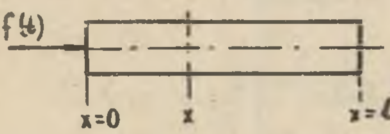
Rys. 4. Przebiegi czasowe naprężeń $\sigma^*(t) = \sigma(t) \cdot \frac{A}{F}$ w przekrojach a) $x = 0$, b) $x = 0,5l$, c) $x = l$ oraz d) przebieg siły $f(t) = F \cdot 1(t) \cdot \sin\omega t$, jeżeli $\omega = \pi\frac{a}{2l}$

$x = 0,5l$ przebieg naprężenia rozpoczyna się opóźnioną o T/8 mocno zniekształconą sinusoidą o znacznie narastającej amplitudzie na skutek nakładania się fal odbitych od brzegów elementu sprężystego (rys. 4b).

2.2. Element sprężysty przetwornika siły o brzegach swobodnych

Model elementu sprężystego o brzegach swobodnych przedtawia rys. 5.

Postępując podobnie jak w p. 2.2 artykułu [4], to znaczy rozwiązując równanie falowe (2) przy zerowych warunkach początkowych i następujących warunkach brzegowych [2]



Rys. 5. Model elementu sprężystego o brzegach swobodnych

$$\left.\begin{aligned} \left.\frac{\partial w(x,t)}{\partial x}\right|_{x=0} &= \frac{f(t)}{EA} \\ \left.\frac{\partial w(x,t)}{\partial x}\right|_{x=l} &= 0 \end{aligned}\right\} \qquad (5)$$

po uwzględnieniu równania (1) otrzymano następujące wyrażenie określające rozprzestrzenianie się fali naprężeniowej w elemencie sprężystym przetwornika siły o brzegach swobodnych

$$\sigma(x,t) = \frac{F}{A}\left\{\sum_{k=0}^{\infty} 1\left(t - \frac{2kl+x}{a}\right)\sin\omega\left(t - \frac{2kl+x}{a}\right) - \right.$$

$$\left. - \sum_{k=0}^{\infty} 1\left[t - \frac{2(k+1)l-x}{a}\right]\sin\omega\left[t - \frac{2(k+1)l-x}{a}\right]\right\}. \qquad (6)$$

Naprężenia w trzech charakterystycznych przekrojach wynoszą:

a) $x = 0$; $\sigma(0,t) = \frac{F}{A} 1(t) \sin\omega t$,

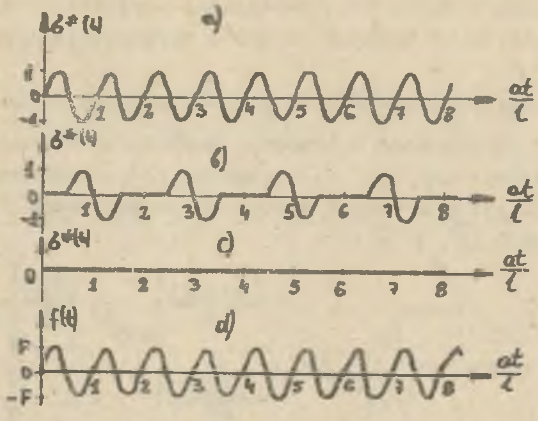
b) $x = 0,5l$; $\sigma(0,5l;t) = \frac{F}{A}\left[1\left(t - \frac{0,5l}{a}\right)\sin\omega\left(t - \frac{0,5l}{a}\right) - \right.$

$$\left. - 1\left(t - \frac{1,5l}{a}\right)\sin\omega\left(t - \frac{1,5l}{a}\right) + 1\left(t - \frac{2,5l}{a}\right)\sin\omega\left(t - \frac{2,5l}{a}\right) - \ldots\right],$$

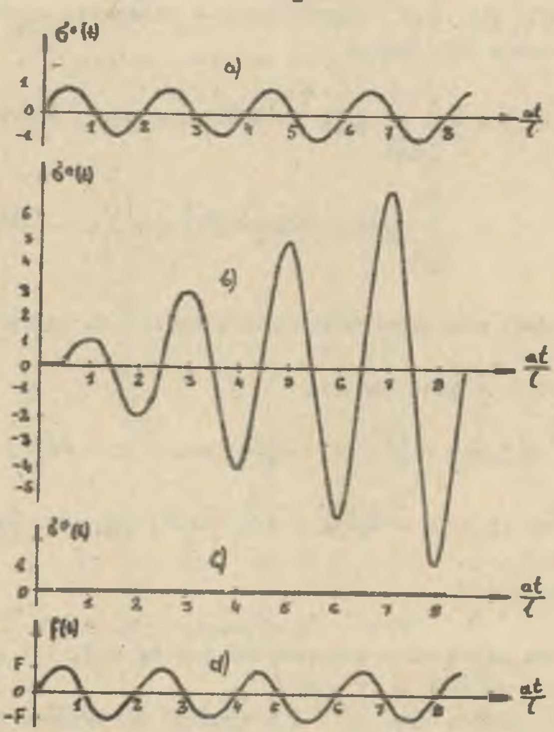
c) $x = l$; $\sigma(l,t) = 0$.

Przebiegi czasowe naprężeń w przekrojach $x = 0$; $0,5l$ i l oraz przebieg siły, przedstawiono na rys. 6, 7 i 8.

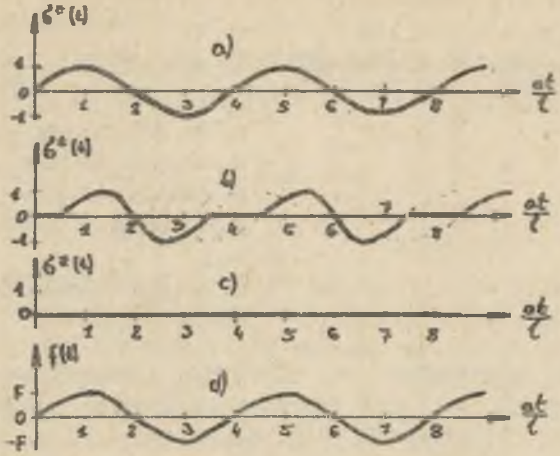
Z relacji (6) oraz z rys. 6, 7 i 8 wynika, że tylko w przekroju $x = 0$ przebieg naprężenia ma kształt przebiegu działającej siły i jest z nią w fasie. W przekrojach $x = 0$ na skutek nakładania się fal odbitych od brzegów elementu sprężystego, przebieg naprężenia znacznie różni się od przebiegu siły mierzonej.



Rys. 6. Przebiegi czasowe naprężeń $\sigma^*(t) = \sigma(t) \cdot \frac{A}{F}$ w przekrojach a) $x = 0$, b) $x = 0{,}5l$, c) $x = l$ oraz d) przebieg siły $f(t) = F \cdot 1(t) \cdot \sin\omega t$, jeżeli $\omega = \frac{2\pi a}{l}$



Rys. 7. Przebiegi czasowe naprężeń $\sigma^*(t) = \sigma(t) \cdot \frac{A}{F}$ w przekrojach a) $x = 0$, b) $x = 0{,}5l$, c) $x = l$ oraz d) przebieg siły $f(t) = F \cdot 1(t) \cdot \sin\omega t$, jeżeli $\omega = \frac{\pi a}{l}$

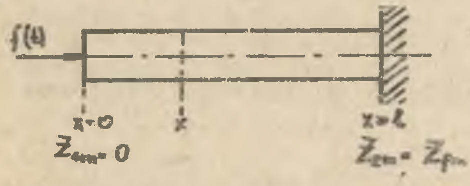


Rys. 8. Przebiegi czasowe naprężeń $\sigma^*(t) = \sigma(t) \cdot \frac{A}{F}$ w przekrojach a) $x = 0$, b) $x = 0{,}5l$, c) $x = l$ oraz d) przebieg siły $f(t) = F \cdot \mathbf{1}(t) \cdot \sin \omega t$, jeżeli $\omega = \frac{\pi \cdot a}{2l}$

Ponieważ pulsacja własna elementu o brzegach swobodnych jest dwa razy większa niż elementu o jednym brzegu swobodnym a drugim sztywnym, więc rezonans występuje przy $\omega = \omega_{spr} = \frac{\pi a}{l}$ (por. rys. 4 z rys. 7). W przypadku rezonansu naprężenie w środku długości elementu sprężystego ($x = 0{,}5l$) zaczyna z opóźnieniem o T/4 zmieniać się sinusoidalnie, przy czym amplitudy kolejnych połówek sinusoidy wzrastają o wartość amplitudy naprężenia fali pierwotnej.

2.3. Element sprężysty przetwornika siły o brzegu dopasowanym falowo

Model elementu sprężystego o jednym brzegu swobodnym a drugim dopasowanym falowo do podstawy przetwornika siły przedstawia rys. 9. Postępując podobnie jak w p. 2.3 artykułu [4], to znaczy przedstawiając rozwiązanie równania falowego (2) w postaci funkcji opisującej fale wędrowne, czyli



Rys. 9. Model elementu sprężystego dopasowanego falowo ($Z_{2m} = Z_{fm}$)

$$\sigma(x,s) = \frac{F(s)}{A} \cdot \frac{Z_{fm}}{Z_{fm} + Z_{1m}} \cdot$$

$$\cdot \frac{e^{-s\frac{x}{a}} - K_2 e^{-s\frac{2l-x}{a}}}{1 - K_1 K_2 e^{-s\frac{2l}{a}}} \qquad (7)$$

gdzie:

$K_1 = \frac{Z_{fm} - Z_{1m}}{Z_{fm} + Z_{1m}}$, $K_2 = \frac{Z_{fm} - Z_{2m}}{Z_{fm} + Z_{2m}}$ – współczynniki odbicia fali naprężeniowej odpowiednio od początku (1) i końca (2) elementu sprężystego,

Z_{1m}, Z_{2m} – impedancje mechaniczne mocowania, odpowiednio początku i końca elementu sprężystego w obwodzie przetwornika siły

Z_{fm} – impedancja mechaniczna falowa elementu sprężystego.

Zakładając, że początek (x=0) elementu sprężystego jest swobodny (Z_{1m} = 0) a koniec (x=l) jest dopasowany falowo ($Z_{2m} = Z_{fm}$) i uwzględniając równanie (1) otrzymano $K_1 = 1$, $K_2 = 0$,

$$\sigma(x,s) = \frac{F}{A\,s} \cdot \frac{\omega}{s^2 + \omega^2}\, e^{-s\frac{x}{a}} \tag{8}$$

Po przejściu na postać czasową otrzymano

$$\sigma(x,t) = \frac{F}{A}\, 1\!\!1(t - \frac{x}{a})\, \sin\omega(t - \frac{x}{a}). \tag{9}$$

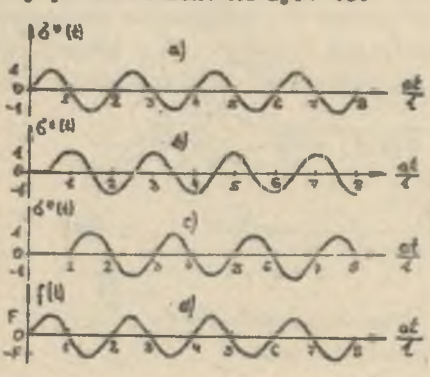
Naprężenia w trzech charakterystycznych przekrojach wynoszą:

a) $x = 0$; $\sigma(0,t) = \frac{F}{A}\, 1\!\!1(t) \sin\omega t$,

b) $x = 0{,}5l$; $\sigma(0{,}5l;\ t) = \frac{F}{A}\, 1\!\!1(t - \frac{0{,}5l}{a}) \sin\omega(t - \frac{0{,}5l}{a})$,

c) $x = l$; $\sigma(l,t) = \frac{F}{A}\, 1\!\!1(t - \frac{l}{a}) \sin\omega(t - \frac{l}{a})$.

Przebiegi czasowe naprężeń w przekrojach x=0; 0,5l i l oraz przebieg siły przedstawiono na rys. 10.



Rys. 10. Przebiegi czasowe naprężeń $\sigma^*(t) = \sigma(t) \cdot \frac{A}{F}$ w przekrojach a) x=0, b) x=0,5l, c) x=l oraz d) przebieg siły $f(t) = F \cdot 1\!\!1(t) \cdot \sin\omega t$, jeżeli $\omega = \frac{\pi \cdot a}{l}$

Ze wzoru (9) wynika, że przebieg czasowy naprężenia w dowolnym przekroju ma kształt przebiegu działającej siły niezależnie od wartości pulsacji ω i jest opóźniony o czas $t = \frac{x}{a}$, potrzebny na przejście fali naprężeniowej od początku (x=0) elementu sprężystego do danego przekroju oddalonego o x.

3. Wnioski

Z przedstawionych rozważań wynika istotny wniosek, że tylko przetwornik siły o elemencie sprężystym dopasowanym falowo do podstawy przetwornika (p. 2.3), mierzy siłę harmoniczną bez błędów amplitudowych, niezależnie od wartości pulsacji (wzór (9) i rys. 10). Sygnał wyjściowy przetwornika siły jest opóźniony w stosunku do siły działającej na wejściu, niezależnie od wartości pulsacji o czas $t = \frac{x}{a}$ potrzebny na przejście fali od miejsca przyłożenia siły do danego przekroju oddalonego o x.

W przypadku braku dopasowania falowego (p. 2.1 i 2.2), błąd dynamiczny pomiaru siły o dużej prędkości narastania naprężenia [3] jest znaczny i zależy od stosunku impedancji mechanicznej Z_{2m} mocowania brzegu do impedancji mechanicznej falowej Z_{fm} elementu sprężystego oraz od zasady działania przetwornika siły [4]. Szczególnie dużym błędem dynamicznym obarczone są pomiary siły harmonicznej o pulsacji równej pulsacji własnej elementu sprężystego przetwornika siły (rys. 4 i 7). Duży błąd dynamiczny istnieje również wtedy, gdy pulsacja n-tej harmonicznej siły mierzonej jest równa pulsacji własnej elementu sprężystego. Udział n-tej harmonicznej w sygnale wyjściowym jest wtedy nadmierny, więc przebieg czasowy sygnału wyjściowego różni się znacznie od przebiegu siły mierzonej.

LITERATURA

[1] Hagel R.: Miernictwo dynamiczne. WNT, Warszawa 1975.

[2] Kaliski S.: Drgania i fale. PWN, Warszawa 1966.

[3] Parchański J.: Dokładność badań za pomocą wzorcowych impulsów siły. Zeszyty Naukowe Pol.Śl. ELEKTRYKA z. 71, Gliwice 1980.

[4] Parchański J.: Błąd dynamiczny przy pomiarach skoku siły. Zeszyty Naukowe Pol.Śl. ELEKTRYKA z. 71, Gliwice 1980.

ДИНАМИЧЕСКАЯ ОШИБКА ПРИ ИЗМЕРЕНИЯХ ГАРМОНИЧЕСКОЙ СИЛЫ

Р е з ю м е

В статье рассматривается временное течение ответа датчика при измерениях гармонической силы, действующей на свободный край упругого элемента, которого второй край по очереди закреплён неподвижно, свободный или подобранный волнове к основе датчика силы.

DYNAMIC ERROR IN MEASURING THE HARMONIC FORCE

S u m m a r y

The time course of transducer reply in measuring the harmonic force effecting the free edge of the elastic element has been analysed. The second edge of the element in turn is fixed stiffly, free or wave adjusted to the base of the force transducer.

ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1980

Seria: ELEKTRYKA z. 71 Nr kol. 656

Maria BOJARSKA-KOWALIK

DOBÓR WARTOŚCI PODSTAWOWYCH PARAMETRÓW PRZETWORNIKÓW POMIAROWYCH PRZY PRZENOSZENIU SYGNAŁÓW STOCHASTYCZNYCH

Streszczenie. W artykule przeprowadzono dobór wartości podstawowych parametrów przetworników pomiarowych tak, aby zapewniły one najlepsze przenoszenie sygnałów stochastycznych w sensie następujących wskaźników jakości: błędu średniego kwadratowego, błędu przetwarzania wariancji i korelacyjnej dobroci przenoszenia sygnałów.

Jednym z podstawowych problemów miernictwa dynamicznego jest optymalizacja parametrów przetworników pomiarowych ze względu na rodzaj przenoszonego sygnału. Celem tej optymalizacji jest taki dobór parametrów przetwornika, aby powstające podczas przenoszenia sygnału błędy dynamiczne można było uważać za pomijalnie małe. Mówi się wtedy, że przetwornik pomiarowy nie zniekształca sygnału wejściowego.

W wielu przypadkach sygnałami wejściowymi przetworników pomiarowych są sygnały stochastyczne. Do oceny przenoszenia tych sygnałów przez przetwornik można stosować następujące wskaźniki jakości [1, 6, 7, 8]:

- normowany błąd średni kwadratowy opisany równaniem

$$\overline{\varepsilon^2(t)_n} = \frac{\lim\limits_{T\to\infty} \frac{1}{T}\int\limits_0^T \left[y(t) - x(t)\right]^2 dt}{\lim\limits_{T\to\infty} \frac{1}{T}\int\limits_0^T x^2(t)dt} \tag{1}$$

przy czym:

$y(t)$ - sygnał wyjściowy przetwornika pomiarowego,

$x(t)$ - sygnał wejściowy przetwornika.

Sygnały $x(t)$ i $y(t)$ występujące we wzorze (1) muszą być odpowiednio unormowane, tak aby w przypadku przenoszenia niezniekształcającego zachodziła równość $x(t) = y(t)$. Pozwala to na wykluczenie wpływu współczynnika wzmocnienia statycznego przetwornika na wartości błędu średniego kwadratowego,

- błąd przetworzenia wariancji wyrażony zależnością

$$\Delta_D = 1 - \frac{\lim\limits_{T\to\infty} \frac{1}{T}\int_0^T x^2(t)\,dt}{\lim\limits_{T\to\infty} \frac{1}{T}\int_0^T y^2(t)\,dt} \tag{2}$$

Podobnie, jak w przypadku błędu średniego kwadratowego sygnały $x(t)$ i $y(t)$ występujące we wzorze (2) muszą być unormowane,

- korelacyjną dobroć przenoszenia sygnałów zdefiniowaną równaniem

$$\varrho_{xy}(0) = \frac{\left|\lim\limits_{T\to\infty} \frac{1}{T}\int_0^T x(t)\,y(t)dt\right|}{\sqrt{\lim\limits_{T\to\infty} \frac{1}{T}\int_0^T x^2(t)dt}\ \sqrt{\lim\limits_{T\to\infty} \frac{1}{T}\int_0^T y^2(t)dt}} \tag{3}$$

W celu uproszczenia rozważań przyjęte zostały następujące założenia:

- przedmiotem analizy są liniowe przetworniki pomiarowe o parametrach skupionych,
- rozpatrywane sygnały stochastyczne są stacjonarne w szerokim sensie i ergodyczne względem funkcji statystycznych stosowanych do ich opisu,
- wartości średnie tych sygnałów są równe zeru.

Wartości wskaźników jakości przenoszenia sygnałów stochastycznych przez przetworniki pomiarowe zależą od wartości podstawowych parametrów tych przetworników i od parametru charakterystycznego przenoszonego sygnału stochastycznego. W publikacji [2] podano zależności opisujące wskaźniki jakości przenoszenie losowego, asynchronicznego sygnału binarnego i sygnału szumu białego o ograniczonym paśmie częstotliwości przez przetworniki inercyjne I rzędu, a w artykule [3] przedstawiono te związki dla przetworników oscylacyjnych i inercyjnych II rzędu. Także w przypadku przetworników III rzędu rozpatrywane wskaźniki jakości są funkcją parametrów przetwornika i sygnału stochastycznego.

Przykładowo: przy przenoszeniu losowego, asynchronicznego sygnału binarnego o funkcji autokorelacji zgodnej z równaniem

$$R_x(\tau) = De^{-a|\tau|} \tag{4}$$

przez przetworniki III rzędu klasy 0, 1A i 1B wskaźniki jakości przyjmują postać [4]:

$$\Delta_D = 1 - \frac{\left(\frac{a}{\omega_o}\omega_o T + 1\right)\left(\frac{a}{\omega_o} + 2\xi\right)(1 + 2\xi\omega_o T) + 2\xi\omega_o^2 T^2}{2\xi\left(\frac{a}{\omega_o}\omega_o T + 1\right)(\omega_o^2 T^2 + 2\xi\omega_o T + 1)\left(\frac{a^2}{\omega_o^2} + 2\frac{a}{\omega_o} + 1\right)} \tag{5}$$

$$\overline{\varepsilon^2(t)_n} = 1 + \frac{(1 + 2\xi\omega_0 T)\left[\frac{a}{\omega_0} - (\frac{a}{\omega_0}\omega_0 T + 1) + 2\xi(\frac{a}{\omega_0}\omega_0 T - 1)\right] - 2\xi\omega_0^2 T^2}{2\xi(\frac{a}{\omega_0}\omega_0 T + 1)(\omega_0^2 T^2 + 2\xi\omega_0 T + 1)(\frac{a^2}{\omega_0^2} + 2\frac{a}{\omega_0} + 1)} \tag{6}$$

$$\varrho_{xy}(0) = \frac{\sqrt{2\xi(\omega_0^2 T^2 + 2\xi\omega_0 T + 1)}}{\sqrt{(\frac{a}{\omega_0}\omega_0 T + 1)(\frac{a^2}{\omega_0^2} + 2\xi\frac{a}{\omega_0} + 1)\left[(\frac{a}{\omega_0}\omega_0 T + 1)(\frac{a}{\omega_0} + 2\xi)(1 + 2\xi\omega_0 T) + 2\xi\omega_0^2 T^2\right]}} \tag{7}$$

przy czym:

- T – stała czasowa przetwornika,
- ξ – tłumienie względne przetwornika,
- ω_0 – pulsacja drgań swobodnych nietłumionych przetwórnika,

} podstawowe parametry przetwornika III rzędu

- a – podwojona średnia częstość zmian znaku sygnału wejściowego.

Należy zaznaczyć, że klasy przetworników III rzędu zdefiniowane są następująco:

- klasa 0, jeśli $\xi \geqslant 1$,
- klasa 1A, jeśli $\xi < 1$ i $\xi < \frac{1}{\omega_0 T}$,
- klasa 1B, jeśli $\xi < 1$ i $\xi > \frac{1}{\omega_0 T}$.

Z równań (1), (2) i (3) definiujących wskaźniki jakości wynika, że zniekształcenia wejściowego sygnału stochastycznego spowodowane przez przetwornik pomiarowy są najmniejsze, jeśli $\overline{\varepsilon^2(t)_n}$ i Δ_D przyjmują wartości minimalne, a $\varrho_{xy}(0)$ osiąga maksimum. Na podstawie praktyki pomiarowej przyjęto, że przetwornik pomiarowy przenosi sygnał stochastyczmy z minimalnymi zniekształceniami, jeżeli zachodzi [4]

$$\Delta_D \leqslant 0{,}02; \quad \overline{\varepsilon^2(t)_n} \leqslant 0{,}04; \quad \varrho_{xy}(0) \geqslant 0{,}98. \tag{8}$$

Przy spełnieniu przez wskaźniki jakości nierówności (8) charakterystyki statystyczne sygnału wejściowego i wyjściowego przetwornika w postaci funkcji autokorelacji i funkcji widmowej gęstości mocy nie różnią się zauważalnie między sobą.

Sposób wyznaczania wartości podstawowych parametrów przetworników pomiarowych, dla których wskaźniki jakości przyjmują wartości określone nierównościami (8) zostanie przedstawiony dla przypadku przenoszenia przez przetworniki losowego, asynchronicznego sygnału binarnego.

a) Przetworniki pomiarowe I rzędu

Wskaźniki jakości przenoszenia losowego, asynchronicznego sygnału binarnego przez przetwornik pomiarowy I rzędu wyrażone są zależnościami [2,4]

$$\Delta_D = \overline{\varepsilon^2(t)_n} = \frac{aT}{1 + aT} \tag{9a}$$

$$\varrho_{xy}(0) = \frac{1}{\sqrt{1 + aT}} \tag{9b}$$

przy czym:

T - stała czasowa przetwornika,
a - podwojona średnia częstość zmian znaku sygnału wejściowego.

Aby rozpatrywany sygnał stochastyczny był przenoszony z minimalnymi zniekształceniami przez przetwornik I rzędu stała czasowa przetwornika powinna spełniać nierówność

$$T \leqslant T_{dop} \approx \frac{0{,}02}{a} \tag{10}$$

b) Przetworniki pomiarowe II rzędu

Z zależności opisujących wskaźniki jakości przenoszenia losowego, asynchronicznego sygnału binarnego przez przetworniki II rzędu [3], zakładając

$$\Delta_D = 0, \quad \varepsilon^2(t)_n = \min, \quad \varrho_{xy}(0) = \max, \tag{11}$$

można wyznaczyć optymalne wartości tłumienia względnego przetwornika.

Błąd przetworzenia wariancji przyjmuje wartości zerowe dla tłumienia względnego przetwornika określonego związkiem

$$\xi_{opt_1} = \frac{1}{4} \left(\sqrt{4 + \frac{a^2}{\omega_0^2}} - \frac{a}{\omega_0} \right) \tag{12}$$

przy czym:

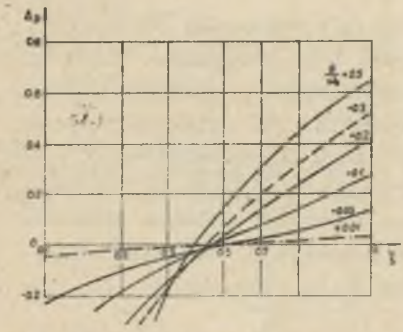
ω_0 - pulsacja drgań swobodnych, nietłumionych przetwornika.

Minimum błędu średniego kwadratowego występuje dla wartości tłumienia wyznaczonych z następującego wzoru

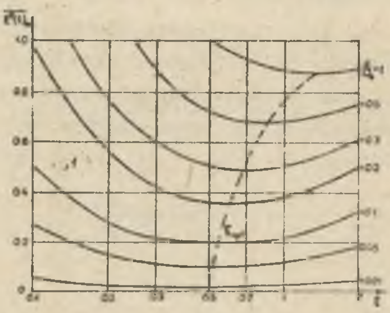
$$\xi_{opt_2} = \frac{1}{2} \left(\sqrt{2 \frac{a^2}{\omega_0^2} + 1} + \frac{a}{\omega_0} \right). \tag{13}$$

Zależność określająca tłumienie względne, dla którego korelacyjna dobroć przenoszenia sygnałów przyjmuje wartości maksymalne, ma postać

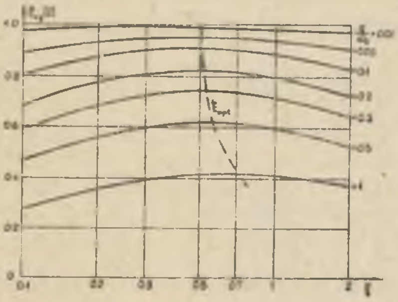
$$\xi_{opt_3} = \frac{1}{2}\sqrt{1 + \frac{a^2}{\omega_o^2}} \tag{14}$$



Rys. 1. Przebieg błędu przetworzenia wariancji przetwornika II rzędu dla losowego, asynchronicznego sygnału binarnego



Rys. 2. Przebieg błędu średniego kwadratowego przetwornika II rzędu dla losowego, asynchronicznego sygnału binarnego



Rys. 3. Przebieg korelacyjnej dobroci przenoszenia sygnałów przetwornika II rzędu dla losowego, asynchronicznego sygnału binarnego

Na rys. 1-3 przedstawione są przebiegi wskaźników jakości przenoszenia losowego, asynchronicznego sygnału binarnego przez przetwornik II rzędu w funkcji tłumienia względnego tego przetwornika.

Spełnienie warunków (8) prowadzi do następującego ograniczenia odnośnie pulsacji drgań swobodnych nietłumionych przetwornika II rzędu

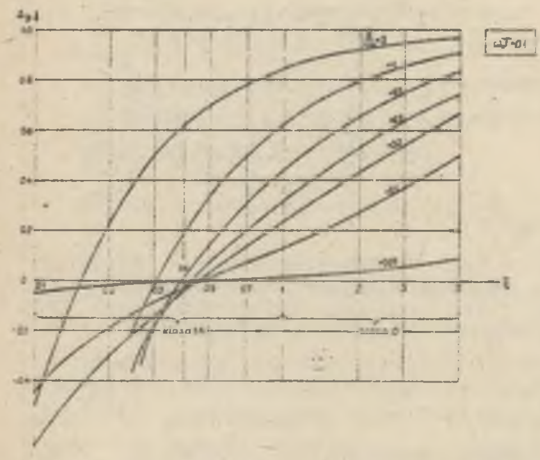
$$\frac{a}{\omega_o} \leq 0{,}02 \tag{15}$$

Dla wartości a/ω_o określonych nierównością (15) optymalne tłumienie względne, obliczone z równań (12) - (14), dąży do tej samej wartości, która wynosi $\xi_{opt} = 0{,}5$. Jednak krzywe obrazujące zmianę Δ_D, $\overline{\varepsilon^2(t)}_n$ i $\varrho_{xy}(0)$ w funkcji ξ dla tak małych wartości a/ω_o mają płaski przebieg (rys. 1-3). W związku z tym w miejsce tłumienia optymalnego wyliczonego z równań (12) - (14) można przyjąć pewien przedział zmienności tego parametru, dla którego wartości wskaźników jakości spełniają warunki (8).

Dopuszczalny zakres zmian tłumienia względnego, przy założeniu spełnienia nierówności (15), jest szeroki i zawiera się w granicach $\xi_{opt} = 0,4-0,7$.

c) Przetworniki pomiarowe III rzędu

Z zależności (5)-(7), opisujących wskaźniki jakości przenoszenia losowego, asynchronicznego sygnału binarnego przez przetwornik III rzędu, przy założeniach (11), można wyznaczyć optymalne wartości tłumienia względnego tego przetwornika.

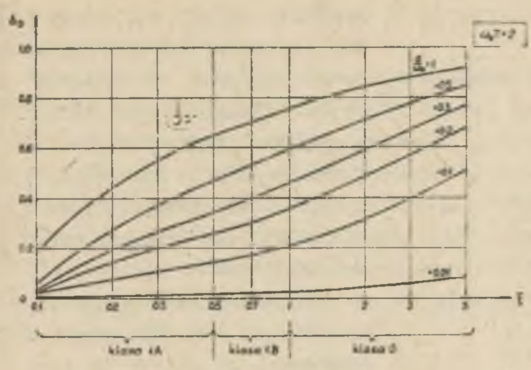


Rys. 4. Przebieg błędu przetworzenia wariancji przetwornika III rzędu ($\omega_0 T = 0,1$) dla losowego, asynchronicznego sygnału binarnego

Błąd przetworzenia wariancji (rys. 4-5) przyjmuje wartości zerowe tylko w przypadku przetworników III rzędu należących do klasy 1A, jeżeli $\omega_0 T \leqslant 1$. Przyrównanie błędu przetworzenia wariancji do zera prowadzi do równania 3 stopnia względem ξ, a obliczenie pochodnych $\frac{d\,\varepsilon^2(t)_n}{d\,\xi}$ oraz $\frac{d\,\varrho_{xy}(0)}{d\,\xi}$ i przyrównanie ich do zera - do równań 4 stopnia względem ξ. Przykładowe optymalne wartości tłumienia względnego otrzymane z rozwiązania tych równań zestawione są w tabeli 1.

Tabela 1

$\omega_0 T = 0,1$ \ a/ω_0	ξ_{opt_1}	ξ_{opt_2}	ξ_{opt_3}
0,01	0,50	0,50	0,50
0,1	0,48	0,56	0,50
0,2	0,45	0,63	0,52



Rys. 5. Przebieg błędu przetworzenia wariancji przetwornika III rzędu ($\omega_0 T = 2$) dla losowego, asynchronicznego sygnału binarnego

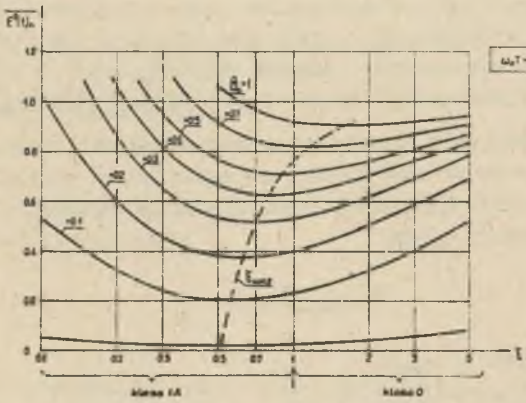
Na rys. 4-7 przedstawione są przebiegi wskaźników jakości przenoszenia losowego, asynchronicznego sygnału binarnego przez przetwornik III rzędu w funkcji tłumienia względnego tego przetwornika. Zapewnienie minimalnych zniekształceń przy przenoszeniu rozpatrywanego sygnału stochastycznego przez przetwornik pomiarowy III rzędu (spełnienie warunków (8)) prowadzi do następujących wymagań odnośnie podstawowych parametrów przetwornika.

$$\frac{a}{\omega_0} \leqslant 0{,}02 \tag{16a}$$

$$\omega_0 T \leqslant 0{,}1 \tag{16b}$$

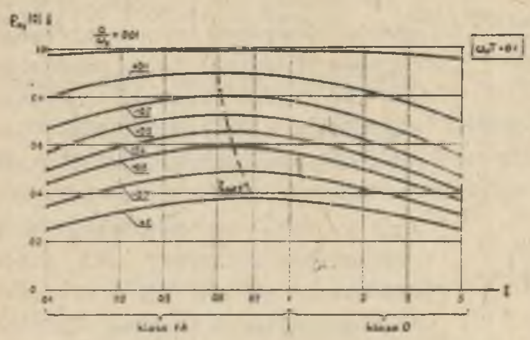
$$\zeta = 0{,}4\text{-}0{,}7 \tag{16c}$$

Wymagania (16b) i (16c) spełniają przetworniki III rzędu należące do klasy 1A (rys. 4, 6, 7).



Rys. 6. Przebieg błędu średniego kwadratowego przetwornika III rzędu ($\omega_0 T = 0{,}1$) dla losowego, asynchronicznego sygnału binarnego

W podobny sposób przeprowadza się dobór podstawowych parametrów przetworników pomiarowych dla przenoszenia z minimalnymi zniekształceniami dowolnego sygnału stochastycznego. Postać warunków, które powinny być spełnione przez podstawowe parametry przetwornika, zależy od przenoszonego



Rys. 7. Przebieg korelacyjnej dobroci przenoszenia sygnałów przetwornika III rzędu ($\omega_0 T = 0,1$) dla losowego, asynchronicznego sygnału binarnego

sygnału stochastycznego. Aby otrzymane wyniki można było uogólnić konieczne jest ujednolicenie opisu sygnałów stochastycznych. Uzyskuje się to wprowadzając parametr zwany pulsacją graniczną sygnału stochastycznego.

Przyjęto, że pulsacja graniczna sygnału stochastycznego ω_{gs} jest to taka pulsacja, dla której w przedziale $(0, \omega_{gs})$ zawarte jest 90% mocy sygnału [5]

$$\int_0^{\omega_{gs}} P_x(\omega)d\omega = 0,9 \int_0^{\infty} P_x(\omega)d\omega \tag{17}$$

przy czym:

$P_x(\omega)$ - funkcja widmowej gęstości mocy sygnału $x(t)$.

W pracy [4] dokonano analizy przenoszenia przez przetworniki pomiarowe następujących sygnałów stochastycznych:
- losowego, asynchronicznego sygnału binarnego,
- szumu białego o ograniczonym pasmie częstotliwości,
- binarnego sygnału pseudoprzypadkowego o maksymalnej długości.

Analiza ta prowadzi do sformułowania wymagań odnośnie doboru wartości podstawowych parametrów przetworników, zapewniających minimalne zniekształcenia przy przenoszeniu dowolnego sygnału stochastycznego w postaci:
- dla przetworników I rzędu

$$\omega_{gs}T \leqslant 0,1 \tag{18}$$

- dla przetworników II rzędu

$$\frac{\omega_{gs}}{\omega_o} \leqslant 0,1; \quad 0,4 < \xi < 0,7 \tag{19}$$

- dla przetworników III rzędu

$$\frac{\omega_{gs}}{\omega_o} \leqslant 0,1; \quad \omega_o T \leqslant 0,1; \quad 0,4 \leqslant \xi \leqslant 0,7 \tag{20}$$

przy założeniu definicji pulsacji granicznej sygnału stochastycznego w postaci równania (17).

Podsumowując przeprowadzone rozważania można stwierdzić: nierówności (18)-(20) określają w jaki sposób należy dobierać wartości podstawowych parametrów przetworników pomiarowych, jeżeli przetworniki te powinny przenosić wejściowy sygnał stochastyczny z minimalnymi zniekształceniami (spełnienie nierówności (8)). Wymagania (18)-(20) (przy czym przyjmuje się definicję pulsacji granicznej sygnału stochastycznego w postaci równania (17)) są słuszne przy założeniu, że oceny przenoszenia sygnałów stochastycznych przez przetworniki dokonuje się za pomocą wskaźników jakości zdefiniowanych według równań (1)-(3).

LITERATURA

[1] Azizow A.M., Gordow A.N.: Tocznost izmieritielnych preobrazowatieliej, Leningrad 1975.

[2] Bojarska M.: Ocena przenoszenia sygnałów stochastycznych przez przetworniki pomiarowe, Materiały XII Narady Metrologów, Poznań 1977.

[3] Bojarska M.: Parametry charakteryzujące przenoszenie sygnałów stochastycznych przez przetworniki pomiarowe. Zeszyty Naukowe Pol.Śl., Elektryka z. 62, Gliwice 1979.

[4] Bojarska M.: Ocena przenoszenia sygnałów stochastycznych przez liniowe przetworniki pomiarowe. Praca doktorska, Pol.Śl., Gliwice 1979.

[5] Hagel R.: Określenie częstotliwości granicznej sygnałów, Materiały Sympozjum "Problemy miernictwa dynamicznego", Wisła 1974.

[6] Lange F.H.: Korrelationselektronik, VEB Verlag Technik, Berlin 1962.

[7] Neidhardt P.: Informationstheorie und automatische Informationsverarbeitung, VEB Verlag Technik, Berlin 1964.

[8] Sołodownikow W.W.: Dynamika statystyczna liniowych układów sterowania automatycznego. WNT, Warszawa 1964.

ВЫБОРКА ЗНАЧЕНИЙ ПАРАМЕТРОВ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ ПРИ ПЕРЕДАЧЕ СТОХАСТИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ

Р е з ю м е

В статье обсуждается определение оптимальных значений параметров преобразователей. Эти значения параметров обеспечивают передачу стохастических сигналов без искажений.

CHOICE OF THE PARAMETERS VALUES OF MEASURING TRANSDUCKER USED FOR THE TRANSFER OF STOCHASTIC SIGNALS

S u m m a r y

The paper presents optimization of the measuring transducers parameters. The transfer of stochastic signals by the transducer possesing the optimal parameters comes with no distortion of these signals.

ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1980

Seria: ELEKTRYKA z. 71 Nr kol. 656

Leszek KOWALIK, Stanisław FRYCZ

ZASTOSOWANIE STOCHASTYCZNEGO BINARNEGO PRZETWARZANIA SYGNAŁÓW DO SZYBKIEGO WYZNACZANIA FUNKCJI KORELACJI

Streszczenie. W artykule przedstawiono metodę szybkiego wyznaczania funkcji korelacji opartą na stochastycznym binarnym przetwarzaniu sygnałów. Podano dokładność metody, zasadę działania oraz podstawowe parametry zbudowanego korelatora.

1. Wprowadzenie

Korelacyjne metody pomiarowe dzięki swoim zaletom coraz częściej są stosowane w metrologii. Umożliwiają one wykrywanie sygnałów okresowych przy występowaniu szumów [1], pomiar opóźnienia transportowego [2], pomiar prędkości przepływów różnych mediów i ich mieszanin [3], a także wyznaczanie charakterystyk dynamicznych liniowych układów pomiarowych [4]. Podstawą korelacyjnej metody wyznaczania charakterystyk dynamicznych liniowych układów pomiarowych jest równanie

$$R_{xy}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} g(t)\, R_x(t-\tau)dt \tag{1}$$

Funkcja korelacji wzajemnej sygnału wejściowego (wymuszającego) $x(t)$ i wyjściowego $y(t)$ wyraża się splotem funkcji autokorelacji sygnału wejściowego $R_x(\tau)$ i odpowiedzi impulsowej $g(t)$. Wyznaczenie właściwości dynamicznych układu liniowego polega na wyznaczeniu odpowiedzi impulsowej $g(t)$ z równania (1). Problem ten ulega znacznemu uproszczeniu, jeżeli sygnał $x(t)$ posiada właściwości białego szumu tzn. jeżeli jego gęstość widmowa mocy $P_{xB}(\omega)$ jest stała w paśmie częstotliwości, w którym należy określić właściwości dynamiczne układu. Wówczas równanie (1) można przekształcić do postaci

$$R_{xy}(\tau) = C\, g(\tau) \tag{2}$$

gdzie C = const.

Jak wynika z równania (2) wyznaczenie odpowiedzi impulsowej układu liniowego polega na pomiarze funkcji korelacji wzajemnej $R_{xy}(\tau)$ sygnału wejściowego x(t) i wyjściowego y(t) tego układu.

Często identyfikacja właściwości dynamicznych układów metodą korelacyjną stwarza trudności spowodowane wymaganiem wyznaczenia odpowiedzi impulsowej układu w możliwie krótkim czasie. Z takimi problemami można spotkać się np. przy wyznaczaniu odpowiedzi impulsowej układu liniowego bez zakłócenia jego pracy z wykorzystaniem do adaptacyjnego sterowania układu, którego charakterystyki dynamiczne zmieniają się w czasie. Podobny problem występuje też przy wyznaczaniu odpowiedzi impulsowej w celu ciągłego, automatycznego testowania elektromechanicznych układów dynamicznych, mającego na celu predykcję uszkodzeń przed ich pojawieniem się [5].

Poprawne rozwiązanie przykładowo podanych problemów identyfikacji możliwe jest wtedy, gdy korelator służący do tego celu posiada odpowiednie właściwości metrologiczne, gdyż dokładność i szybkość wyznaczenia odpowiedzi impulsowej układu określona jest właściwościami metrologicznymi korelatora wyznaczającego funkcję korelacji wzajemnej $R_{xy}(\tau)$, przy odpowiednim doborze parametrów sygnału wymuszającego do badanego układu. Dobre właściwości metrologiczne korelatora przy jego prostej realizacji technicznej można osiągnąć stosując metodę stochastycznego binarnego przetwarzania sygnałów (sbps).

2. Stochastyczne binarne przetwarzanie sygnałów

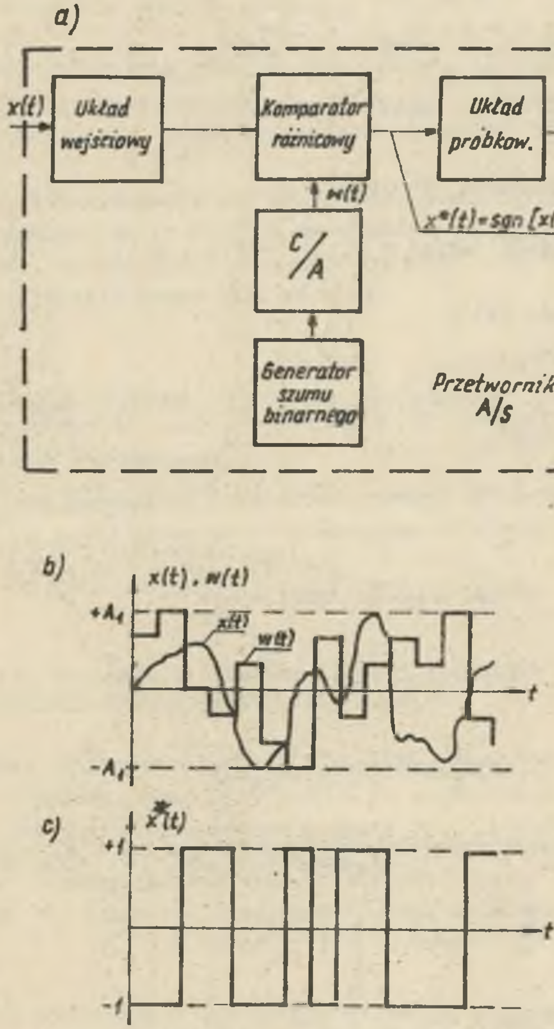
Metoda sbps polega na przetwarzaniu sygnałów x(t) i y(t) w sygnały binarne $x^*(t)$ i $y^*(t)$ i wyznaczeniu funkcji korelacji wzajemnej $R_{x^*y^*}(\tau)$, tak przetworzonych sygnałów [6]. Aby sygnały x(t) i y(t) poddać stochastycznemu binarnemu przetworzeniu należy założyć, że są one realizacjami ergodycznymi i stacjonarnymi procesów losowych X(t) i Y(t). Przez odpowiednie porównanie sygnałów x(t) i y(t) z sygnałami w(t) i z(t), będącymi realizacjami ergodycznych i stacjonarnych procesów pomocniczych W(t) i Z(t), otrzymuje się:

$$\begin{aligned} x^*(t) &= \operatorname{sgn}\left[x(t) - w(t)\right] \\ y^*(t) &= \operatorname{sgn}\left[y(t) - z(t)\right] \end{aligned} \tag{3}$$

przy czym:

$$x^*(t) = \begin{cases} +1 & \text{dla} \quad x(t) \geqslant w(t) \\ -1 & \text{dla} \quad x(t) < w(t) \end{cases} \tag{4}$$

$$y^{*}(t) = \begin{cases} +1 & \text{dla} \quad y(t) > z(t) \\ -1 & \text{dla} \quad y(t) < z(t). \end{cases} \tag{4}$$



Rys. 1. Binarne stochastyczne przetwarzanie sygnałów:
a) realizacja wzoru (3), b) przykładowy przebieg sygnału x(t) oraz pomocniczego sygnału w(t), c) przebieg sygnału wyjściowego $x^{*}(t)$

Porównania sygnałów x(t) i w(t) oraz y(t) i z(t) dokonuje się w komparatorach różnicowych, otrzymując na wyjściach zgodnie z równaniem (4) sygnały o wartościach ze zbioru dwuelementowego [+1, -1] (rys. 1). Funkcja korelacji wzajemnej tak przetworzonyhh sygnałów $x^{*}(t)$ i $y^{*}(t)$ wynosi [6]

$$R_{x^*y^*}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} \operatorname{sgn}(x-w)\operatorname{sgn}(y-z)f(x,y,w,z,)\,dx\,dy\,dw\,dz \tag{5}$$

gdzie $f(x,y,w,z)$ oznacza łączną gęstość prawdopodobieństwa procesów $X(t)$, $Y(t)$, $W(t)$ i $Z(t)$.
Zakładając ograniczoność sygnałów

$$\begin{aligned} |x(t)| &\leqslant A_1 \quad \text{oraz} \quad |w(t)| \leqslant A_1 \\ |y(t)| &\leqslant A_2 \quad \text{oraz} \quad |z(t)| \leqslant A_2 \end{aligned} \tag{6}$$

oraz niezależność statystyczną procesów:

$$X(t) \text{ i } W(t); \quad Y(t) \text{ i } Z(t); \quad W(t) \text{ i } Z(t) \tag{7}$$

otrzymuje się z równania (5)

$$R_{x^*y^*}(\tau) = \int_{-A_1}^{A_1}\int_{-A_2}^{A_2}\int_{-A_1}^{A_1}\int_{-A_2}^{A_2} \operatorname{sgn}(x-w)\operatorname{sgn}(y-z)f(x,y,\ )f(w)f(z)\,dx\,dy\,dw\,dz. \tag{8}$$

Przy założeniu stałej gęstości prawdopodobieństwa chwilowych wartości sygnałów pomocniczych $w(t)$ i $z(t)$ w zakresie przetwarzania $[-A_1, A_1]$, $[A_2, A_2]$

$$f(w) = \frac{1}{2A_1}; \quad f(z) = \frac{1}{2A_2} \tag{9}$$

oraz przy uwzględnieniu definicji funkcji znaku (4), równanie (8) upraszcza się do postaci

$$R_{x^*y^*}(\tau) = \frac{1}{A_1A_2} R_{xy}(\tau) \tag{10}$$

Ponieważ uprzednio założono ergodyczność procesów $X(t)$ i $Y(t)$, więc funkcja korelacji wzajemnej $R_{x^*y^*}(\tau)$ przetworzonych stochastycznie sygnałów $x(t)$ i $y(t)$ może być wyznaczona przez uśrednianie po czasie T jednej realizacji

$$R_{x^*y^*}(\tau) = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_0^T x^*(t-\tau)\, y^*(t)\, dt. \tag{11}$$

Dla skończonego czasu uśredniania funkcja korelacji wzajemnej $R_{x^*y^*}(\tau)$ oszacowana będzie przez estymator $\hat{R}_{x^*y^*}(\tau)$

$$R_{x^*y^*}(\tau) \approx \hat{R}_{x^*y^*}(\tau) = \frac{1}{T}\int_0^T x^*(t-\tau)y^*(t)\, dt. \tag{12}$$

Jak wynika z wzoru (10) przetworzone stochastycznie sygnały binarne $x^*(t)$ i $y^*(t)$ posiadają z dokładnością do stałego współczynnika taką samą funkcję korelacji wzajemnej, jak sygnał $x(t)$ i $y(t)$, wobec czego problem wyznaczenia funkcji korelacji wzajemnej sygnałów $x(t)$ i $y(t)$ można rozwiązać przez wyznaczanie funkcji korelacji wzajemnej, binarnych sygnałów $x^*(t)$ i $y^*(t)$.
Takie podejście umożliwia znaczne uproszczenie korelacyjnej aparatury pomiarowej, gdyż operacje mnożenia i opóźniania sygnałów analogowych $x(t)$ i $y(t)$ zostają zastąpione przez analogiczne operacje, lecz na sygnałach binarnych.

Wzór (12), który stosuje się przy wyznaczaniu estymatora $\hat{R}_{x^*y^*}(\tau)$, można zastąpić sumowaniem ze względu na dwuwartościowy charakter realizacji $x(t-\tau)$, $y(t)$, Zakładając, że realizacje $x(t-\tau)$ i $y(t)$ są próbkowane w dyskretnych odstępach czasu Δt, oraz że

$$T = N\Delta t \tag{13}$$

gdzie N – ilość próbek realizacji $x^*(k\Delta t-\tau)\,y^*(k\Delta t)$ $(k=1,2,\ldots,N)$ poddawanych uśrednianiu,

wzór (12) przybiera postać

$$R_{x^*y^*}(\tau) \approx \hat{R}_{x^*y^*}(\tau) = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N} x^*(k\Delta t-\tau)\,y^*(k\Delta t), \tag{14}$$

3. Błąd estymatora funkcji korelacji $\hat{R}_{x^*y^*}(\tau)$

Wyznaczenie estymatora funkcji korelacji według wzoru (14) obarczone jest błędem statystycznym, wynikającym ze skończonego czasu pomiaru $T=N\Delta t$. Oczekiwany błąd średniokwadratowy pomiaru funkcji korelacji można obliczyć jako wariancję σ^2 estymatora $\hat{R}_{x^*y^*}(\tau)$

$$\sigma^2 = E\left[\hat{R}_{x^*y^*}(\tau)^2\right] - \left\{E\left[\hat{R}_{x^*y^*}(\tau)\right]\right\}^2 \tag{15}$$

gdzie E oznacza wartość oczekiwaną estymatora $R_{x^*y^*}(\tau)$ obliczaną statystycznie. Podstawiając wzór (14) do (15) otrzymano

$$\sigma^2 = E\left[\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N} x^*(k\Delta t-\tau)y^*(k\Delta t)\right]^2 - E^2\left[\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N} x^*(k\Delta t-\tau)y^*(k\Delta t)\right]$$

$$= \frac{1}{N^2}\sum_{k=1}^{N}\sum_{k'=1}^{N}\Big\{E\left[x^*(k\Delta t-\tau)y^*(k\Delta t)x^*(k'\Delta t-\tau)y^*(k'\Delta t)\right] -$$

$$- E\left[x^*(k\Delta t-\tau)y^*(k\Delta t)\right]\; E\left[x^*(k'\Delta t-\tau)y^*(k'\Delta t)\right]\Big\} \tag{16}$$

Przekształcając wyrażenie (16) można wykazać, że oczekiwany błąd średniokwadratowy składa się z dwóch składników

$$\sigma^2 = A + B \tag{17}$$

gdzie A to suma diagonalnych (k=k') składników równania (16), natomiast B - pozostałych (k≠k').
Składnik A równa się

$$A = \frac{1}{N}\left\{1 - E^2\left[x^*(k\Delta t-\tau)y^*(k\Delta t)\right]\right\} \tag{18}$$

Składnik B równa się

$$B = \frac{1}{N^2}\sum_{k=1}^{N}\sum_{\substack{k'=1\\k'\neq k}}^{N}\Big\{E\left[x^*(k\Delta t-\tau)y^*(k\Delta t)x^*(k'\Delta t-\tau)y^*(k'\Delta t)\right] -$$

$$- E\left[x^*(k\Delta t-\tau)y^*(k\Delta t)\right]\ E\left[x^*(k'\Delta t-\tau)y^*(k'\Delta t)\right]\Big\} \tag{19}$$

W wyrażeniu (17) zwykle składnik A jest składnikiem dominującym [7]. Wartość składnika B można minimalizować przez odpowiedni dobór widma sygnałów odniesienia w(t) i z(t) oraz częstotliwości próbkowania $f_p = (\Delta t)^{-1}$, przy zadanym widmie sygnałów x(t) i y(t) [8]. Przy odpowiednim doborze składnik B można pominąć w wyrażeniu na oczekiwany błąd średniokwadratowy.

$$\sigma^2 \approx \frac{1}{N}\left\{1 - E^2\left[x^*(k\Delta t-\tau)y^*(k\Delta t)\right]\right\} = \frac{1}{N}\left[1 - \hat{R}^2_{x^*y^*}(\tau)\right] \tag{20}$$

Jak wynika z równania (20) przy pełnym skorelowaniu sygnałów $x^*(k\Delta t-\tau)$ i $y^*(k\Delta t)$ błąd średniokwadratowy $\sigma^2 = 0$, gdyż $\hat{R}_{x^*y^*}(\tau) = 1$. Błąd ten przyjmuje wartość maksymalną wtedy, gdy sygnały $x^*(k\Delta t-\tau)$ i $y^*(k\Delta t)$ są nieskorelowane.

Maksymalne odchylenie standardowe estymatora $\hat{R}_{x^*y^*}(\tau)$ osiąga wartość

$$\sigma = \frac{1}{\sqrt{N}} \tag{21}$$

Odnosząc σ do zakresu zmienności funkcji korelacji binarnych procesów stochastycznych wynoszącego

$$R_{x^*y^*}(\tau)_{max} - R_{x^*y^*}(\tau)_{min} = 1 - (-1) = 2$$

i mnożąc przez 100 otrzymuje się względne procentowe odchylenia standardowe σ^o estymatora $\hat{R}_{x^*y^*}(\tau)$

$$\delta^{o} = \frac{50}{\sqrt{N}}\,\%$$

Przy normalnym rozkładzie odchyleń estymatora $\hat{R}_{x*y*}(\tau)$ można z prawdopodobieństwem 0,997 twierdzić, że względna procentowa niepewność graniczna oceny $\hat{R}_{x*y*}(\tau)$ wynosi

$$\Delta^{o} = 3\,\frac{50}{\sqrt{N}}\,\% \qquad (23)$$

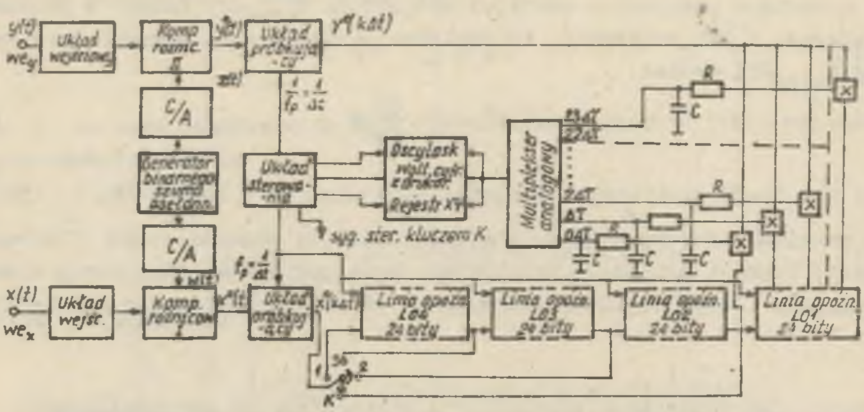
gdzie N - ilość dyskretnych wartości uśrednianych w czasie T.

W rozwiązaniach technicznych można dowolnie minimalizować fluktuacje wartości funkcji korelacji dobierając rozsądnie odpowiednią stałą czasową uśredniania i częstotliwość próbkowania binarnych realizacji stochastycznych.

4. Techniczna realizacja korelatora z przetwarzaniem stochastycznym

W oparciu o algorytm (14) praktycznie zrealizowano uniwersalny korelator stochastyczny o strukturze równoległej, którego uproszczony schemat blokowy przedstawia rys. 2. Zadaniem układów wejściowych jest dostosowanie sygnałów x(t) i y(t) do zakresu przetwarzania przetworników analogowo-stochastycznych (A/S) zgodnie z wzorem (6). Ważne jest, aby oba układy wejściowe przenosiły sygnały x(t) i y(t) bez zniekształceń amplitudowych i fazowych w całym pasmie przetwarzania korelatora. Jako źródło pomocniczych sygnałów w(t) i z(t) zastosowano generator binarnego sygnału pseudoprzypadkowego (bsp) zbudowany z dwóch łańcuchów rejestrów przesuwnych, sprzężonych ze sobą w ten sposób, aby generowany ciąg impulsów binarnych był ciągiem o maksymalnej długości. Generator bsp generuje dwa statystycznie niezależne ciągi impulsów zgodnie z wymaganiami (7). Okres bsp został tak dobrany, że jest on o wiele dłuższy od czasu wyznaczania funkcji korelacji, w związku z czym pseudoprzypadkowe sygnały pomocnicze można traktować jako sygnały przypadkowe. Powyższy generator umożliwia uzyskanie praktycznie niezmiennych w czasie i temperaturze charakterystyk statystycznych sygnałów pomocniczych w(t) i z(t) oraz łatwy dobór widma sygnałów pomocniczych w(t) i z(t) przez zmianę częstotliwości traktowania rejestrów przesuwnych. Zastosowanie generatorów szumu analogowego jako źródeł sygnałów pomocniczych nie pozwala na uzyskanie podobnych rezultatów [9].

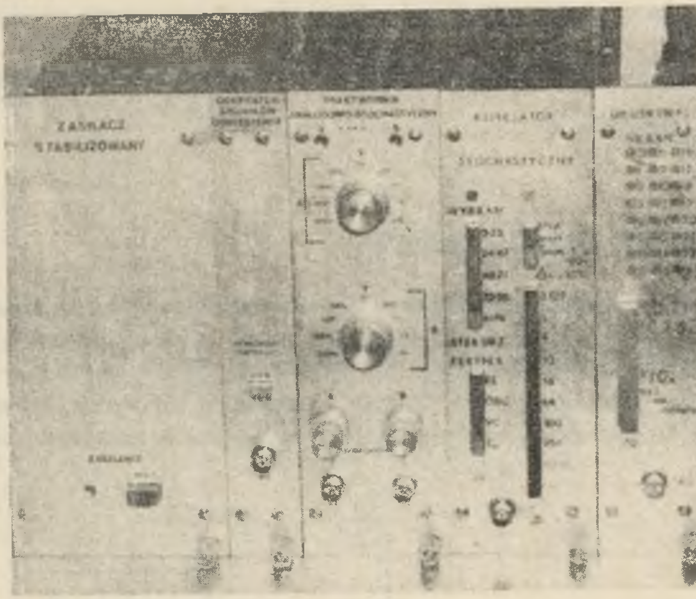
Binarne sygnały pomocnicze z generatora bsp przetwarzane są za pomocą przetworników C/A w sygnały schodkowe, przy czym prawdopodobieństwa przyjęcia określonych poziomów przez te sygnały są stałe w całym zakresie przetwarzania przetworników A/S zgodnie z wzorem (9). Komparatory różnicowe I i II dokonują porównania sygnałów x(t) i y(t) z sygnałami pomocniczymi w(t) i z(t) zgodnie ze wzorem (4), przy czym na ich wyjściach występują sygnały x*(t) i y*(t) o wartościach ze zbioru dwuelementowego $[+1, -1]$, Sygnały x*(t) i y*(t) są następnie próbkowane w odstępach czasu Δt wyzna-



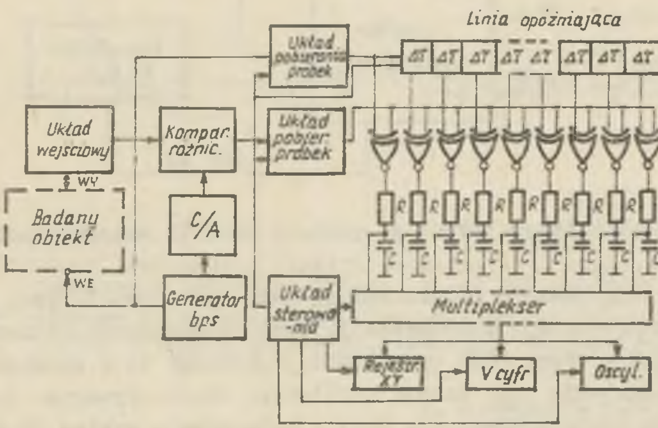
Rys. 2. Schemat blokowy korelatora z binarnym przetwarzaniem stochastycznym

czonym przez układ sterujący. W kanale "x" próbki są wprowadzane do linii opóźniającej LO1 zbudowanej z 24-bitowego rejestru przesuwnego. Opóźnione próbki sygnałów $x^*(k\Delta t-l\Delta\tau)$ (gdzie $l=0,1,...,23$) są wymnażane z próbkami $y^*(k\Delta t)$ za pomocą 24 układów scalonych Exclusive-OR z negacją. Uśrednianie wyników mnożenia dokonywane jest przez 24 układy uśredniające typu RC. Wartości estymatora funkcji korelacji wzajemnej $\hat{R}_{x^*y^*}(l\Delta\tau)$ dla kolejnych opóźnień elementarnych $l\Delta\tau$ (gdzie $l=0,1,...,23$) są podawane za pomocą analogowego multipleksera współpracującego z układami uśredniania i sterowanego z układu sterowania do urządzeń wyjściowych (woltomierz cyfrowy z drukarką, rejestrator XY i oscyloskop). Po wyznaczeniu wartości $\hat{R}_{x^*y^*}(l\Delta\tau)$ dla $l=0,1,...,23$ układ sterowania automatycznie przełącza klucz K (rys. 2) w pozycję 2 i w kanale "x" zostaje dodatkowo włączona linia opóźniająca LO2. Zostają wtedy wyznaczone wartości $\hat{R}_{x^*y^*}(l\Delta\tau)$ dla $l=24,25,...,47$. Linia opóźniające LO3 i LO4 pozwalają wyznaczyć $\hat{R}_{x^*y^*}(l\Delta\tau)$ dla $l=48, ...,71$ oraz dla $l=72, ..., 95$. Takie szeregowe włączanie linii opóźniających zapewnia rozszerzenie zakresu mierzonych opóźnień oraz pozwala na dokładniejsze odtworzenie korelogramu, co w pewnych zastosowaniach jest celowe. Powyższe zalety są jednak przyczyną zmniejszenia szybkości wyznaczania $\hat{R}_{x^*y^*}(l\Delta\tau)$. Przedstawiony korelator może służyć do wyznaczenia odpowiedzi impulsowej układów liniowych przy analogowym (szum biały) lub binarnym sygnale wymuszającym x(t). Widok wykonanego korelatora przedstawia rys. 3.

Znaczne uproszczenie konstrukcyjne można osiągnąć stosując korelator o tej samej zasadzie działania jak przedstawiono powyżej, lecz przeznaczony do wyznaczania odpowiedzi impulsowej tylko przy binarnych sygnałach wymuszających x'(t). Schemat blokowy takiego specjalistycznego przyrządu przedstawia rys. 4. Przyrząd ten zawiera tylko jeden przetwornik analogowo-sto-



Rys. 3. Widok skonstruowanego korelatora stochastycznego



Rys. 4. Schemat blokowy specjalistycznego przyrządu do wyznaczania odpowiedzi impulsowej

chastyczny (A/S) z jednym sygnałem pomocniczym. Przy analogicznych założeniach jak w pkt. 2 można wykazać, że estymator odpowiedzi impulsowej $\hat{g}(\tau)$ jest równy

$$\hat{g}(\tau) = \frac{\hat{A}^2}{C}\hat{R}_{x',y^*}(\tau) = \sigma\hat{R}_{x',y^*}(\tau) \tag{24}$$

gdzie

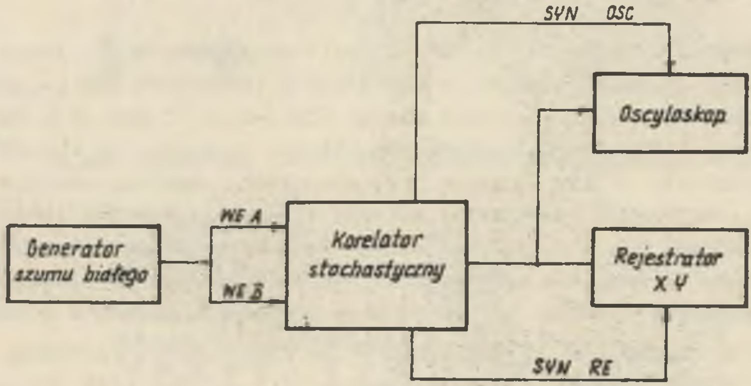
$\hat{R}_{x',y^*}(\tau)$ – estymator funkcji korelacji wzajemnej binarnego sygnału x(t) i przetworzonego stochastycznie sygnału $y^*(t)$,

A_2 – połowa zakresu przetwarzania przetwornika stochastycznego sygnału y(t),

C, C′ – stałe.

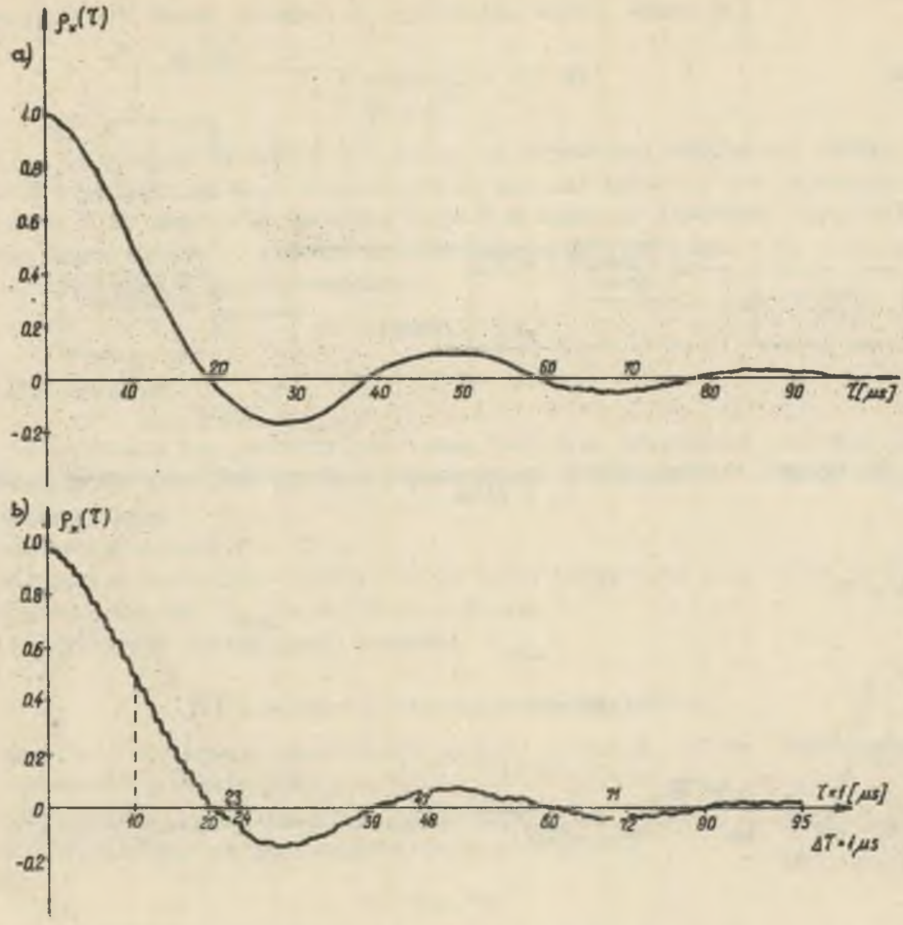
5. Przykłady pomiarów funkcji korelacji

Za pomocą skonstruowanego korelatora stochastycznego [10] wykonano pomiar funkcji autokorelacji szumu białego. Do pomiaru wykorzystano generator szumu białego typu NRG 201 firmy VEB MESSELEKTRONIK generujący szum biały w pasmie od 20 Hz do 20 kHz. Pomiar wykonano w układzie podanym jak na rys. 5. Na rys. 6b przedstawiono wyznaczoną za pomocą korelatora stocha-



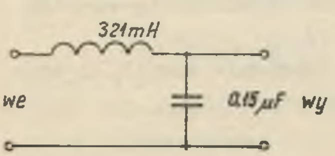
Rys. 5. Schemat blokowy układu do pomiaru funkcji autokorelacji

stycznego unormowaną funkcję autokorelacji badanego szumu. Na rys. 6a przedstawiono unormowaną funkcję autokorelacji tego samego szumu wyznaczoną korelatorem analogowym firmy DISA typu 55D70. Przebiegi te w granicach błędu rejestracji pokrywają się. Zaletą korelatora stochastycznego jest przede wszystkim czas pomiaru wynoszący wraz z rejestracją wyniku 52 s. Czas wyznaczenia funkcji autokorelacji szumu białego korelatorem Disa wyniósł około 45 minut. Drugą zaletą korelatora stochastycznego jest dyskretyzacja czasu opóźnienia, pozwalająca na dokładniejsze wyznaczenie punktów charakterystycznych korelogramu (dokładność opóźnienia przebiegu $x^*(k\Delta t-\tau)$ określona jest dokładnością zastosowanego generatora kwarcowego). Wykonano również pomiar odpowiedzi impulsowej metodą korelacyjną czwórnika pasywnego pokazanego na rys. 7. Częstotliwość drgań własnych tego czwórnika wynosi



Rys. 6. Przebieg unormowanej funkcji autokorelacji szumu białego generowanego przez generator NRG-201 firmy VEB MESSELEKTRONIK:
a) pomiar wykonany za pomocą korelatora analogowego firmy DISA 55D70, b) pomiar wykonany za pomocą korelatora stochastycznego

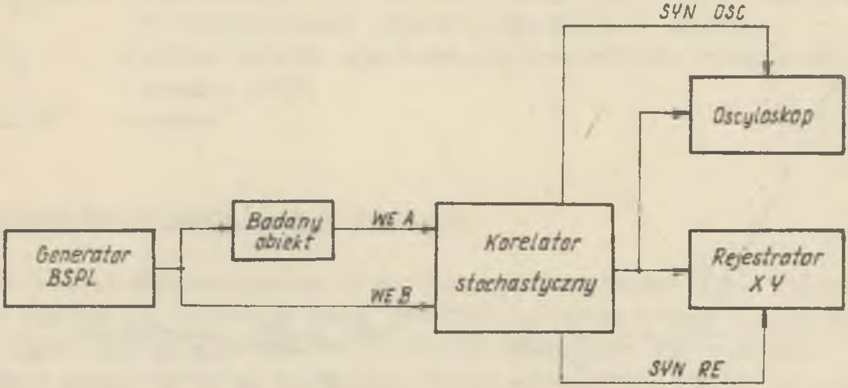
$$f_o = \frac{1}{2\sqrt{LC}} = 725 \text{ Hz} \qquad (25)$$



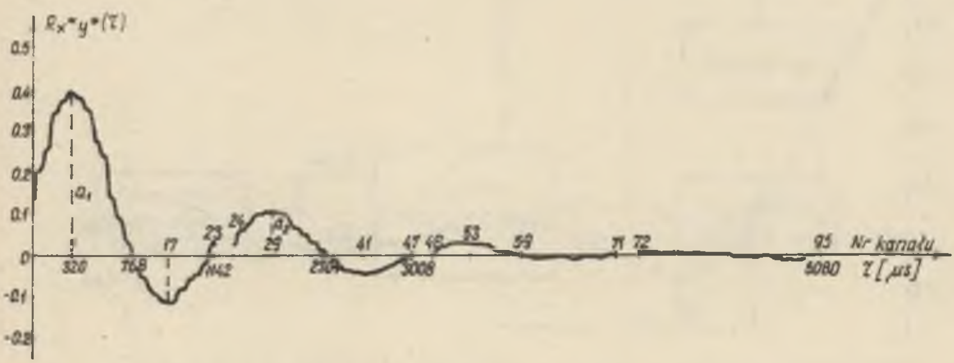
Rys. 7. Schemat badanego czwórnika reaktancyjnego

Jako sygnał testowy zastosowano binarny sygnał pseudolosowy taktowany z częstotliwością $f_t = 10^4$ Hz i o okresie

$$T = N\frac{1}{f_t} = (2^n-1)\Delta t = (2^{14}-1)\Delta t = 1{,}6383 \text{ s.}$$



Rys. 8. Schemat blokowy układu do wyznaczania odpowiedzi impulsowej czwórnika



Rys. 9. Odpowiedź impulsowa badanego czwórnika

Dobierając powyższą częstotliwość taktowania f_t zapewniono spełnienie wymagania, aby gęstość widmowa mocy sygnału wymuszającego (testowego) była stała w pasmie częstotliwości przenoszenia badanego czwórnika. Pomiar wykonano w układzie pokazanym na rys. 8. Na rys. 9 przedstawiono wyznaczoną eksperymentalnie odpowiedź impulsową badanego czwórnika.

Na podstawie zarejestrowanego wyniku obliczono tłumienie czwórnika stosując wzór przybliżony [4]

$$\xi = \frac{1}{2\pi} \ln \frac{a_1}{a_2} = 0,22 \tag{26}$$

Częstotliwość drgań własnych f_o wyznaczono według wzoru [4]

$$f_o = \frac{f}{\sqrt{1 - \xi^2}} = 715 \text{ Hz} \tag{27}$$

gdzie, f to częstotliwość drgań gasnących odpowiedzi impulsowej czwórnika. Należy zauważyć, że błąd wyznaczenia f_o wyniósł tylko 1,4% w stosunku do obliczonej na podstawie wartości elementów badanego czwórnika częstotliwości drgań własnych. Głównym źródłem powstania tego błędu jest urządzenie peryferyjne - rejestrator XY.

6. Podsumowanie

Na podstawie przeprowadzonych badań [10] oraz przyjętych założeń konstrukcyjnych określono parametry zbudowanego korelatora z przetwarzaniem stochastycznym:
- zakres napięciowy 0 - 10 V,
- podzakresy napięciowe 0,001; 0,003; 0,01; 0,03; 0,1; 0,3; 1; 3; 10 V,
- zakres opóźnień τ_{max} = 2,875 μs - 95 ms,
- rozdzielczość nastawialnej wartości τ_{max}

$$\Delta\tau = 0{,}125;1;4;10;16;64;100;256;1000\ \mu s,$$

- możliwość szerokiego zwiększania zakresu opóźnień przez zastosowanie taktowania zewnętrznego,
- częstotliwość graniczna f_g = 500 kHz,
- błąd wynikający ze skończonego czasu uśredniania

$$\Delta^o\% \leq 1\%,$$

- błąd liniowości przetwornika A/S [11]

$$\delta_L^o\% \leq 2\%,$$

- czas pomiaru 24 wartości funkcji korelacji

dla $\Delta\tau \leq 16\ \mu s$ T_{1pom} = 1s

$\Delta\tau \geq 64\ \mu s$ T_{2pom} = 40s,

- czas rejestracji 24 wartości funkcji korelacji przy współpracy korelatora z rejestratorem

$$T_{rej} = 12\ s,$$

- łączny czas pomiaru i rejestracji 96 wartości funkcji korelacji

dla $\Delta\tau \leq 16\,\mu s$ $T = 4T_{1pom} + 4T_{rej} = 52$ s

$\Delta\tau \geq 64\,\mu s$ $T = 4T_{2pom} + 4T_{ref} = 3$ min 38s.

Oceniając parametry korelatora z binarnym przetwarzaniem stochastycznym można stwierdzić, że pozwala on w sposób szybki wyznaczać funkcję korelacji przy stosunkowo dużej dokładności oraz szerokim pasmie częstotliwościowym sygnałów wejściowych. Trzeba podkreślić, iż istnieje możliwość znacznego polepszenia parametrów metrologicznych korelatora działającego w oparciu o przedstawiony algorytm w wyniku zastosowania szybkich komparatorów analogowych i szybkich układów scalonych wykonanych inną technologią niż TTL (np. ECL, C-MOS SOS).

Skonstruowanie korelatora o podobnych parametrach, jak opisany powyżej w technice analogowej związane jest z wielokrotnie wyższym nakładem technicznym i finansowym. Wynika to z faktu, że osiągnięcie powyższych parametrów możliwe jest tylko przy równoległej strukturze korelatora, a koszt jednego kanału wykonanego techniką analogową jest wielokrotnie wyższy od kosztu kanału przedstawionego korelatora. Uzyskanie podobnych parametrów w technice cyfrowej jest znacznie droższe, gdyż rolę linii opóźniającej spełnia pamięć, a funkcje układu mnożącego i uśredniającego spełnia arytmometr. Układ sterujący korelatora cyfrowego jest skomplikowany ze względu na znaczną liczbę rozkazów, jakie musi wydawać (rozkazy przekazywania informacji z pamięci do arytmometru, rozkazy wykonywania obliczeń, wprowadzania wyników itp.).

Przedstawiony algorytm wyznaczania funkcji korelacji pozwala na wyznaczenie funkcji korelacji dowolnych procesów X(t) i Y(t) stacjonarnych i ergodycznych. Należy podkreślić, że większość korelatorów służących do pomiaru opóźnienia transportowego, a opartych o takie metody, jak: metoda uśredniania warunkowego, kompensacyjna, znakowa, przekaźnikowa i inne, umożliwia prawidłowy pomiar tylko dla normalnych procesów X(t) i Y(t). Przedstawiona metoda może być stosowana do pomiaru opóźnienia transportowego oraz związanych z nim innych parametrów (prędkość, przyspieszenia itp.) w takich warunkach, gdy procesy X(t) i Y(t) nie są procesami normalnymi [8]. Metoda ta nadaje się szczególnie do szybkiego wyznaczania odpowiedzi impulsowej układów, przy czym zastosowanie binarnego sygnału wymuszającego pozwala na znaczne uproszczenie układu pomiarowego (rys. 4).

LITERATURA

[1] Bendat I.S., Piersol A.G.: Metody analizy i pomiaru sygnałów losowych, WNT, Warszawa 1976.

[2] Mesch F., Fritsche R., Kipphan H.: Transit time correlation a survey on its applications to measuring transport phenomena, Trans.ASME. J. of Dynamics Systems, Measurement and Control, 96, December 1974.

[3] Zieliński J.: Metody korelacyjne pomiaru prędkości i natężenia przepływu płynów. Prace Naukowe Inst. Techniki Cieplnej i Mechaniki Płynów, seria: Konferencja, nr 20/2, Wrocław 1977.

[4] Hagel R.: Miernictwo dynamiczne. WNT, Warszawa 1975.

[5] Peatman B.J.: Projektowanie systemów cyfrowych. WNT, Warszawa 1976.

[6] Michelsen K.F.: Statistische Mittelwerts- und Korelationseigenschaften von PBM mit Anwendungen in der stochastischen Messtechnik, Mar 17/1974.

[7] Kindlman P.J., Hooper E.B.: High Speed Correlator. The Review of Scientific Instruments, vol 39, nr 6, June 1968.

[8] Gribanow Ju.I. i dr.: Awtomaticzeskije cifrowyje korelatory. Energia, Moskwa 1971.

[9] Mazurek J.: Przetwornik analogowo-cyfrowy ze stochastycznym sygnałem odniesienia. Praca dypl. IMEiE Politechniki Śląskiej, marzec 1978.

[10] Frycz S.: Korelator,z przetwarzaniem stochastycznym. Praca dypl. IMEiE Politechniki Śląskiej, kwiecień 1979.

[11] Prusko A.: Dwukanałowy przetwornik napięciowego sygnału analogowego w binarny sygnał stochastyczny z przeznaczeniem do korelatora stochastycznego. Praca dypl. IMEiE Politechniki Śląskiej wrzesień 1978.

ПРИМЕНЕНИЕ СТОХАСТИЧЕСКОГО БИНАРНОГО МЕТОДА К БЫСТРОМУ ОПРЕДЕЛЕНИЮ КОРРЕЛЯЦИОННОЙ ФУНКЦИИ

Р е з ю м е

В статье обсуждается принцип действия быстродействующего коррелятора,работающего по методу опорного сигнала. Приводятся погрешности метода, основные конструкционные данные и параметры построенного коррелятора.

APLICATION OF THE STOCHASTIC BINARY PROCEDURE FOR HIGH SPEED COMPUTATION OF THE CORRELATION FUNCTION

S u m m a r y

The article presents the high speed computation procedure of the correlation function of two signals, based on the binary probabilistic conversion of input signals. The method accuracy, main constructional features and parameters of correlator prototype are discribed in detail.

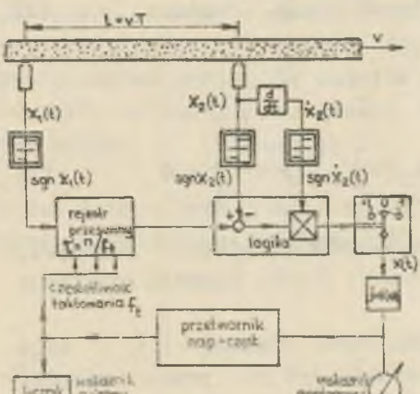
Seria: ELEKTRYKA z. 71 Nr kol. 656

Józef SZUTA

AUTOMATYCZNY POMIAR PRĘDKOŚCI PRZEPŁYWU METODĄ KORELACYJNĄ

Streszczenie. Artykuł zawiera analizę stochastycznych sygnałów generowanych przez czujniki przy pomiarach prędkości przetaczania i przepływu fazy stałej w cieczy metodą korelacyjną.

Pomiar prędkości przetaczania prętów, względnie taśm metodą korelacyjną jest zagadnieniem znacznie prostszym od pomiaru prędkości przepływu fazy stałej np. pyłu lub granulatu w pneumatycznych transporterach [1], [2], [3]. Idea pomiaru polega na wyznaczeniu funkcji korelacji sygnałów $X_1(t)$ i $X_2(t)$, generowanych przez 2 czujniki usytuowane na rurociągu w odległości L w kierunku przepływu (rys. 1). W przypadku pomiaru prędkości przetaczania wyznacza się funkcję autokorelacji, bo oba sygnały są w zasadzie identyczne, a tylko przesunięte w czasie. W przypadku drugim wyznacza się funkcję korelacji wzajemnej, bo sygnały są różne.



Rys. 1. Schemat układu śledzącego korelatora znakowego

Zamocowane czujniki z optycznymi lub pojemnościowymi przetwornikami generują stochastyczne sygnały elektryczne niosące informacje o mikrostrukturze powierzchni przetaczanego przedmiotu lub o chwilowym usytuowaniu cząstek fazy stałej w przepływie. Sygnały elektryczne w pierwszym przypadku (natężenie światła odbitego) stanowią realizację procesu stochastycznego jednowymiarowego, którego argumentem jest odległość. Natomiast w drugim przypadku, przy przepływie fazy stałej w gazie lub wodzie uzyskane sygnały elektryczne są realizacjami procesu stochastycznego dwuwymiarowego, którego argumentami są odległość i czas. Funkcja korelacji wzajemnej $R_{X1X2}(\tau)$ dwu sygnałów $X_1(t)$ i $X_2(t)$ przy pomiarze przepływu ma swoje maksimum dla czasu $\tau = T$, gdzie T jest czasem przesunięcia transportowego.

Do pomiaru funkcji korelacji wzajemnej przy pomiarze przepływu stosuje się uproszczone układy korelatorów, pozwalające na samoczynne wyznaczanie i rejestrowanie czasu T, w którym funkcja $R_{X1X2}(\tau)$ posiada maksimum.

Automatyczny korelator umożliwia ciągły pomiar prędkości średniej przepływu fazy stałej bez zaburzenia prędkości przepływu wzdłuż przekroju w miejscu pomiaru.

Urządzenie automatycznego pomiaru czasu przesunięcia transportowego T (rys. 1) jest opisane poniżej.

Wartość funkcji korelacji wzajemnej będzie maksymalna, gdy sygnały $X_1(t)$ i $X_2(t)$ będą maksymalnie do siebie podobne. Podobieństwo sygnału można wyrazić matematycznie w postaci warunku, że wartość średniokwadratowa różnicy sygnału musi być minimalna:

$$E\left\{\left[X_1(t-\tau) - X_2(t)\right]^2\right\} = \varepsilon_{min}, \tag{1}$$

gdzie E jest operatorem uśredniania.

Warunek (1) może być spełniony ze względu na czas przesunięcia τ, gdy

$$\frac{dE\left\{\left[X_1(t-\tau) - X_2(t)\right]^2\right\}}{d\tau} = 0. \tag{2}$$

Po rozwiązaniu równania (2) uzyskuje się:

$$-2E\left\{\left[X_1(t-\tau) - X_2(t)\right]\frac{dX_1(t-\tau)}{d\tau}\right\} = 0 \tag{3}$$

czyli, że warunek uzyskania największego podobieństwa sygnału zachodzi, gdy wyrażenie (3) osiąga zero. A więc dla czasu $\tau = T$, funkcja korelacji wzajemnej ma wartość maksymalną.

Optymalny korelator śledzący powinien realizować równanie (3), a więc układ powinien różniczkować jeden z sygnałów i mnożyć go przez różnicę sygnałów $X_1(t)$ i $X_2(t)$, a następnie wykonać operację uśredniania w zbiorze. Uśrednianie w zbiorze dla procesu stacjonarnego można zastąpić uśrednieniem w czasie, realizowanym przez integrator.

Aby uprościć urządzenie realizujące algorytm (3), zamiast analogowych sygnałów $X_1(t)$ i $X_2(t)$ stosuje się kwantowanie 1-bitowe (funkcja znaku - sgn X), a zmienne przesunięcie τ można realizować za pomocą rejestru przesuwanego, którego częstotliwość taktowania jest sterowana za pomocą konwertora napięciowo-częstotliwościowego zasilanego napięciem z wyjścia integratora.

Dla procesów Gaussa zachodzi ścisły związek między funkcją korelacji sygnałów analogowych z korelacją sygnałów znakowych:

$$R_{sgnX1,sgnX2}(\tau) = \frac{2}{\pi} \arcsin \frac{R_{X1,X2}}{\sigma_{X1}\sigma_{X2}}, \tag{4}$$

Stosując więc sygnały znakowe uzyskuje się zniekształcenie funkcji korelacji (arc sin funkcji korelacji). Zniekształcona funkcja korelacji posiada jednak ekstrema i punkty zerowe w tych samych miejscach, co funkcja korelacji sygnałów analogowych.

W warunkach ustalonych przesunięcie między obu sygnałami wynosi

$$\tau = n \frac{1}{f_t} \tag{5}$$

gdzie:

n - liczba stopni rejestru,

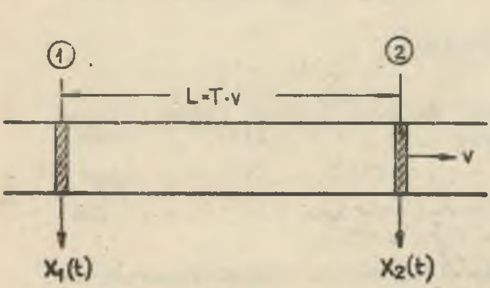
f_t - częstotliwość taktowania.

Automatyczne działanie korelatora polega na tym, że jeśli wartość przesunięcia τ na rejestrze nie odpowiada czasowi przesunięcia transportowego T (prędkość przepływu ϑ wzrosła) to warunek (3) nie będzie spełniony i na wejściu integratora pojawi się napięcie, wywołujące zmianę częstotliwości taktowania f_t aż do nowego zrównoważenia: $\tau_1 = T_1$.

Schemat układu śledzącego korelatora znakowego przedstawia rys. 1.

Przy projektowaniu układu pomiarowego prędkości przepływu, najważniejszym zagadnieniem jest analiza sygnału generowanego przez model stochastyczny poruszających się cząstek w czasie przepływu. Drugim zagadnieniem jest wybór optymalnej odległości L między czujnikiem ze względu na minimum błędu.

Analiza funkcji kowariancji sygnałów generowanych przy przepływie fazy stałej w transporterach (rys. 2)



Rys. 2. Usytuowanie czujników pomiarowych

Przestrzenne usytuowanie cząstek fazy stałej w miejscu ① (chwilowe natężenie światła) zostaje przetworzone w czujniku optycznym na sygnał $x_1(t)$, który jest realizacją procesu stochastycznego $X_1(t)$. Podobnie jest generowany sygnał $x_2(t)$ w miejscu ②. Usytuowanie cząstek fazy stałej, wskutek ruchów błądzących po przejściu drogi L w czasie T z punktu ① do ② zmienia się tak, że sygnał $x_2(t)$ w punkcie ② jest niepodobny do sygnału $x_1(t-T)$.

Dla uproszczenia można rozpatrywać scentrowane wartości sygnałów $x_1(t)$ i $x_2(t)$.

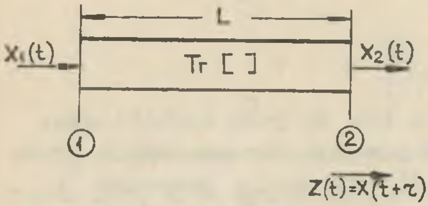
Miarą podobieństwa obu sygnałów jest funkcja kowariancji wzajemnej:

$$COV_{X1,X2}(\tau) = E\left[\mathring{X}_1(t)\ \mathring{X}_2(t-\tau)\right] \cong \frac{1}{T}\int_0^T \mathring{x}_1(t)\ \mathring{x}_2(t-\tau)dt. \tag{6}$$

Ponieważ usytuowanie cząstek po przejściu drogi L ulega rozmyciu, przy dużej odległości L procesy $X_1(t)$ i $X_2(t)$ mogą być niezależne a wartość funkcji kowariancji wzajemnej jest wtedy równa zeru.

Model kanału formującego sygnały (rys. 3)

Odcinek rurociągu między punktami zamocowania czujników można przedstawić jako kanał przetwarzający [4].



Rys. 3. Model kanału

$X_1(t)$ - proces stochastyczny na wejściu kanału (wartość natężenia światła w punkcie 1 odpowiadająca chwilowemu losowemu usytuowaniu cząstek w czasie przepływu),

$X_2(t)$ - proces stochastyczny na wyjściu kanału,

T_r - operator, opisujący działanie kanału,

$Z(t)$ - proces, jaki należałoby mieć w punkcie 2.

Celem uzyskania największej wartości funkcji kowariancji proces $Z(t)$ powinien być maksymalnie podobny do $X_1(t)$, a więc

$$Z(t) = X_1(t+\tau), \tag{7}$$

Matematycznie zagadnienie można przedstawić następująco:

Działanie kanału można przedstawić matematycznie, jako działanie operatora T_r na funkcję $X_1(t)$, co w wyniku daje

$$X_2(t) = T_r\left[X_1(t)\right],$$

Jest pożądane, aby operator T_r dawał taką funkcję $X_2(t)$, która byłaby zbliżona do wymaganej $Z_2 = X_1(t+\tau)$, czyli

$$T_r\left[X_1(t)\right] = X_2(t) \cong X_1(t+\tau), \tag{7a}$$

Tak więc, operator T_r powinien uczynić zadość kryterium średniokwadratowemu tj. błąd

$$\mathcal{E} = E\left[\left\{X_2(t) - Z(t)\right\}^2\right] = \mathcal{E}_{min} \tag{8}$$

ma być minimalny.

Z powyższego widać, że zagadnienie sprowadza się do optymalnej aproksymacji sygnału $X_2(t)$ do $Z(t) = X_1(t+\tau)$ wg kryterium wartości średniokwadratowej.

Rozwiązanie zagadnienia będzie polegać na predykcji sygnału $X_1(t)$ po czasie τ tzn. sygnału $X_1(t+\tau)$, gdy jest znana wartość sygnału $X(t)$w czasie t. Należy więc przedstawić wartość przyszłą procesu $X(t+\tau)$ przez $X(t)$ i niezależny od $X(t)$ stacjonarny proces $U(t)$, o wariancji $E\left[U^2(t)\right] = E\left[X^2(t)\right] = \sigma_x^2 = \sigma_u^2$ w postaci:

$$\mathring{X}_1(t+\tau) = a(\tau)\,\mathring{X}(t) + b(\tau)\,\mathring{U}(t). \tag{9}$$

W równaniu (9) należy znaleźć współczynniki $a(\tau)$ i $b(\tau)$:

I. Można rozpatrzyć podobieństwo sygnałów $X(t)$: $X(t+\tau)$, a więc równanie (9) należy pomnożyć $X(t)$ oraz dokonać operacji E.
Uzyskuje się wtedy:

$$COV_x(\tau) = E\left[\mathring{X}(t)\,\mathring{X}(t+\tau)\right] = a(\tau)\,E\left[\mathring{X}^2(t)\right] + b(\tau)E\left[\mathring{X}(t)\,\mathring{U}(t)\right] \tag{10}$$

Ponieważ $\mathring{X}(t)$ i $\mathring{U}(t)$ są niezależne, więc $E\left[\mathring{X}(t)\,\mathring{U}(t)\right] = 0$, a równanie (10) można przepisać:

$$COV_x(\tau) = \sigma_x^2\,\varrho_x(\tau) = a(\tau)\;\sigma_x^2,$$

a więc $a(\tau) = \varrho_x(\tau)$. (11)

II. Podobnie można porównać wariancje sygnałów z równania (9)

$$E\left[\left\{\mathring{X}(t+\tau)\right\}^2\right] = E\left[\left\{a(\tau)\mathring{X}(t) + b(\tau)\,\mathring{U}(t)\right\}^2\right]$$

Ponieważ wariancje sygnałów $\mathring{X}(t)$ i $\mathring{U}(t)$ są równe

$$\sigma_x^2 = \sigma_u^2,$$

więc $E\left[\mathring{X}^2(t)\right] = a^2(\tau)\,E\left[\mathring{X}^2(t)\right] + b^2(\tau)\,E\left[\mathring{U}^2(t)\right]$.

Stąd $1 - a^2(\tau) = b^2(\tau)$

$$b(\tau) = \pm\sqrt{1 - a^2(\tau)} = \pm\sqrt{1 - \varrho_x^2(\tau)}. \tag{12}$$

Z powyższych rozważań wynika, że

$$\mathring{X}(t+\tau) = \rho_x(\tau)\,\mathring{X}(t) \pm \sqrt{1-\rho_x^2(\tau)}\,\mathring{U}(t). \tag{13}$$

Z równania (13) wynika, że proces $\mathring{X}(t)$ po czasie większym od maksymalnego przedziału korelacji τ_{km}

$$\tau > \tau_{km}$$

(gdy $\rho_x(\tau) \to 0$), przechodzi w proces $\mathring{U}(t)$, który jest niezależny a więc i nieskorelowany.

Przy $\tau \ll \tau_{km}$ ($\rho_x(\tau) \approx 1$) procesy $\mathring{X}(t)$ i $\mathring{X}(t+\tau)$ są silnie skorelowane.

Predykcja procesu $\mathring{X}(t+\tau)$ wymaga więc znajomości unormowanej funkcji autokorelacji $\rho_x(\tau)$ procesu. Znając $\rho_x(\tau)$ procesu $X(t)$ towarzyszącego przepływowi, obliczenie odległości między czujnikami jest już proste: należy założyć, że wartość unormowanej kowariancji wzajemnej może wynosić np. połowę wartości autokowariancji.

$$\rho_{x1-2}(\tau) = 0{,}5\,\rho_x(\tau),$$

a znając przybliżoną wartość prędkości przepływu ϑ, można dobrać odległość L między czujnikami.

Wnioski

Poprawny pomiar prędkości przepływu 2 fazowego wymaga znajomości funkcji autokowariancji unormowanej sygnału stochastycznego, generowanego przez przepływ. Na podstawie znajomości tej funkcji, w zależności od spodziewanych prędkości przepływu należy umieścić drugi (lub większą ilość) czujnik w odpowiednio dobranej odległości.

LITERATURA

[1] Mesch F., Kipphon H.: Solids flow measurement by correlation methods. Opto-electronics, nr 4, 1972.

[2] Fritsche R., Mesch F.: Fehlereinflüsse bei berührungslosen Geschwindigkeitsmessung mit Korrelationverfahren. nr 6. MSR 1972.

[3] Zieliński J.: Korelacyjne metody pomiaru prędkości. PAK,nr 4, 122-123. 1979.

[4] Swiesznikow A.: Podstawowe metody funkcji losowych. PWN, Warszawa 1965.

АВТОМАТИЧЕСКОЕ ИЗМЕРЕНИЕ КОРРЕЛЯЦИОННЫМ МЕТОДОМ СКОРОСТИ РАСХОДА

Р е з ю м е

Статья содержит анализ стохастических сигналов, генерированных датчиками при измерениях корреляционным методом скорости проката и расхода постоянной фазы в жидкостях.

AUTOMATIC FLOW VELOCITY MEASUREMENT USING A CORRELATION METHOD

S u m m a r y

The paper contains an analysis of stochastic signals, generated by sensors during measurements of the rolling velocity and of the solid phase flow in a liquid using a correlation method.

ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1980

Seria: ELEKTRYKA z. 71 Nr kol. 656

Andrzej WARMUZEK

FUNKCJE KORELACYJNE WYŻSZYCH RZĘDÓW I ICH WŁAŚCIWOŚCI

Streszczenie. W artykule przedstawiono definicje i podstawowe właściwości funkcji autokorelacyjnych wyższych rzędów, pozwalających uogólnić znane dotychczas metody analizy korelacyjnej.

1. Wstęp

Jedną z podstawowych funkcji charakteryzujących dynamiczne właściwości procesów stochastycznych jest funkcja autokorelacji, zdefiniowana jako

$$R(t_1,\ t_2) = E\left\{X(t_1)\ X(t_2)\right\} \tag{1}$$

gdzie:

$X(t_1)$, $X(t_2)$ - zmienne losowe X określone w chwilach t_1 i t_2,

E - operator wartości oczekiwanej.

W przypadku procesów stacjonarnych i ergodycznych funkcję autokorelacji można przedstawić jako

$$R(\tau) = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} x(t)x(t+\tau)dt \tag{2}$$

gdzie: $x(t)$, $x(t+\tau)$ - wartości jednej realizacji procesu X.

Funkcja autokorelacji spełnia ważną rolę w analizie procesów przypadkowych. Wykorzystując jednak możliwości, jakie ona daje, należy zdawać sobie sprawę z pewnych ograniczeń w jej stosowaniu. Zdefiniowana poprzez równania (1) i (2) funkcja autokorelacji określa w pełni tylko procesy o rozkładzie normalnym. W przypadku procesów o innym rozkładzie funkcja autokorelacji daje zbyt mało informacji do pełnego określenia procesu.

2. Funkcje korelacyjne wyższych rzędów

Większe możliwości interpretacyjne i większy zasób informacji o procesie dają funkcje korelacyjne wyższych rzędów. Jeżeli funkcję autokorelacji (1) nazwiemy drugim momentem łącznym, to momentem łącznym rzędu n+1 będzie

$$R(t_0,t_1,\dots,t_n) = E\left\{X(t_0)X(t_1)\dots X(t_n)\right\}. \tag{3}$$

Dla procesów stacjonarnych (w ścisłym sensie) i ergodycznych

$$R(\tau_1,\dots,\tau_n) = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} x(t)x(t+\tau_1)\dots x(t+\tau_n)dt, \tag{4}$$

Wyrażenia (3) i (4) określają funkcję autokorelacji n-tego rzędu (AKF n-tego rzędu). Wobec tego trzeci moment łączny nazywany jest funkcją autokorelacji 2 rzędu (AKF 2 rzędu), czwarty moment łączny to AKF 3 rzędu, itd. Analogicznie definiuje się funkcje korelacji wzajemnej wyższych rzędów.

Każda funkcja korelacyjna n-tego rzędu jest funkcją n zmiennych. Powoduje to duże trudności w przedstawianiu wyników pomiarów tych funkcji oraz w ich prawidłowej interpreracji. Z tych względów znane dotychczas prace ograniczały się do badań właściwości funkcji korelacyjnych rzędu, co najwyżej 2.

3. Podstawowe właściwości funkcji autokorelacji wyższych rzędów

3.1. Symetria

W celu zbadania własności symetrii AKF n-tego rzędu najwygodniej jest interpretować ją, jako uogólnioną gęstość masy w przestrzeni R^n. Tak rozumując można funkcję $R(\tau)$ przedstawić jako gęstość masy rozłożonej na prostej τ, funkcję $R(\tau_1, \tau_2)$ jako gęstość masy rozłożonej na płaszczyźnie τ_1, τ_2, itd.

Z definicji (3), (4) wynika bezpośrednio własności symetrii AKF n-tego rzędu względem zamiany zmiennych. Oznacza to, że dla każdej permutacji argumentów wartość funkcji jest jednakowa. Przykładowo dla AKF 3 rzędu:

$$\begin{aligned} R(\tau_1, \tau_2, \tau_3) &= R(\tau_1, \tau_3, \tau_2) = R(\tau_2, \tau_3, \tau_1) = \\ &= R(\tau_2, \tau_1, \tau_3) = R(\tau_3, \tau_2, \tau_1) = R(\tau_3, \tau_1, \tau_2). \end{aligned} \tag{5}$$

Oznacza to, że AKF 3 rzędu jest symetryczna względem trzech płaszczyzn $\tau_1 = \tau_2$, $\tau_2 = \tau_3$, $\tau_1 = \tau_3$, a jednocześnie względem prostej przecięcia się tych płaszczyzn, danej równaniem $\tau_1 = \tau_2 = \tau_3$.
Dla określenia tej funkcji wystarczy zatem pomiar jej wartości w obszarze ograniczonym nierównością

$$\tau_1 \geqslant \tau_2 \geqslant \tau_3, \tag{6}$$

który stanowi 1/6 całego obszaru określoności tej funkcji. Pozostałe wartości funkcji są takie same dla wszystkich permutacji argumentów (5).

Analogicznie postępuje się w przypadku AKF n-tego rzędu. Wystarczy wtedy wyznaczyć wartości funkcji w obszarze ograniczonym nierównością

$$\tau_1 \geqslant \tau_2 \geqslant \dots \geqslant \tau_n \tag{7}$$

Stanowi to 1/ n! całego obszaru określoności funkcji.
Wartość n! jest to liczba permutacji n zmiennych (argumentów AKF n-tego rzędu).

Należy podkreślić, że AKF n-tego rzędu nie jest symetryczna względem żadnej z osi τ_1, $\tau_2,\dots,\tau_n$, [3] z wyjątkiem przypadku

$$R(\tau_1,\dots,\tau_n) = \text{const}. \tag{8}$$

3.2. Ograniczoność

Wykazuje się [1], że jeśli proces X spełnia warunek

$$E\left\{|X|^p\right\} < \infty \tag{9}$$

to momenty rzędu n tego procesu są skończone dla wszystkich $n \leqslant p$. Twierdzenie to stosuje się także do AKF n-tego rzędu, która w punkcie $\tau_1=0,\dots,\tau_n=0$ stanowi moment zwykły rzędu n+1 procesu X:

$$R(0,0,\dots,0) = E\left\{X^{n+1}\right\}. \tag{10}$$

Innymi słowy, jeżeli dla każdej realizacji proces X posiada skończony moment absolutny rzędu p, to wartości AKF rzędów $n \leqslant p-1$ w początku układu współrzędnych są skończone.

Można także pokazać, że AKF n-tego rzędu procesu nieujemnego ma swoją największą wartość w początku układu współrzędnych:

$$R(\tau_1, \tau_2,\dots,\tau_n) \leqslant R(0,0,\dots,0). \tag{11}$$

Własność tę można zapisać inaczej:

$$\overline{x(t)x(t+\tau_1)\dots x(t+\tau_n)} \leqslant \overline{x^{n+1}(t)}, \tag{12}$$

gdzie pozioma kreska oznacza operację uśredniania po czasie.

Aby udowodnić własności (11), (12) należy zastosować nierówność Höldera do funkcji

$$x^{n+1}(t),\ x^{n+1}(t+\tau_1),\dots,x^{n+1}(t+\tau_n)$$

na odcinku $-T \leqslant t \leqslant T$.

$$\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T} x(t)x(t+\tau_1)\dots x(t+\tau_n)dt$$

$$\leqslant \left[\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T} x^{n+1}(t)dt\ \frac{1}{2T}\int_{-T}^{T} x^{n+1}(t+\tau_1)dt\dots\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T} x^{n+1}(t+\tau_n)dt\right]^{1/n+1} =$$

$$= \left[\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T} x^{n+1}(t)dt\ \frac{1}{2T}\int_{-T+\tau_1}^{T+\tau_1} x^{n+1}(t)dt\dots\frac{1}{2T}\int_{-T+\tau_n}^{T+\tau_n} x^{n+1}(t)dt\right]^{1/n+1} \tag{13}$$

Dla T dążącego do nieskończoności

$$\lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T} x(t)x(t+\tau_1)\dots x(t+\tau_n)dt$$

$$\leqslant \lim_{T\to\infty}\left[\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T} x^{n+1}(t)dt\ \frac{1}{2T}\int_{-T+\tau_1}^{T+\tau_1} x^{n+1}(t)dt\dots\frac{1}{2T}\int_{-T+\tau_n}^{T+\tau_n} x^{n+1}(t)dt\right]^{1/n+1} \tag{14}$$

Ponieważ

$$\lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T} x^{n+1}(t)dt = \lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T+\tau_1}^{T+\tau_1} x^{n+1}(t)dt = \dots =$$

$$= \lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T+\tau_n}^{T+\tau_n} x^{n+1}(t)dt = \overline{x^{n+1}(t)} = R(0,0,\dots,0) \tag{15}$$

w wyniku otrzymuje się nierówność (11) i (12).

3.3. Ciągłość

Niech proces X spełnia następujące warunki:

1° $E\left\{|X|^p\right\}<\infty$

2° AKF 1 rzędu procesu X istnieje i jest wszędzie ciągła.

Wykażemy, że AKF n-tego rzędu procesu X jest wszędzie ciągła, gdy $n\leqslant p/2$. W tym celu rozpatrzyć należy różnicę

$$A = \left|R(\tau_1,\ldots,\tau_n) - R(\tau_1 + k_1,\ldots,\tau_n + k_n)\right| =$$

$$= \left|\overline{x(t)x(t+\tau_1)\ldots x(t+\tau_n)} - \overline{x(t)x(t+\tau_1 + k_1)\ldots x(t+\tau_n + k_n)}\right| \tag{16}$$

W celu uproszczenia obliczeń wprowadza się następujące oznaczenia:

$$\begin{array}{ll} x(t) = a_0 = b_0, & \\ x(t + \tau_1) = a_1, & x(t + \tau_1 + k_1) = b_1, \\ x(t + \tau_2) = a_2, & x(t + \tau_2 + k_2) = b_2, \\ \vdots & \vdots \\ x(t + \tau_n) = a_n, & x(t + \tau_n + k_n) = b_n. \end{array} \tag{17}$$

Różnicę (16) można zapisać teraz jako

$$A = \left|\overline{a_0a_1\ldots a_n} - \overline{b_0b_1\ldots b_n}\right| \tag{18}$$

Dodanie i odjęcie składnika $a_0\ldots a_{n-1}b_n$ nie zmienia wartości A:

$$A = \left|\overline{a_0\ldots a_n} - \overline{a_0\ldots a_{n-1}b_n} + \overline{a_0\ldots a_{n-1}b_n} - \overline{a_0b_1\ldots b_n}\right| =$$

$$= \left|\overline{a_0a_1\ldots a_{n-1}(a_n - b_n)} + \overline{a_0b_n(a_1\ldots a_{n-1} - b_1\ldots b_{n-1})}\right| . \tag{19}$$

Rozwijając w ten sposób dalej prawą stronę równania (19) dochodzi się do wyrażenia

$$A = \left|\overline{a_0a_1\ldots a_{n-1}(a_n - b_n)} + \overline{a_0a_1\ldots a_{n-2}(a_{n-1} - b_{n-1})b_n} + \ldots\right.$$

$$\left. + \ldots + \overline{a_0b_nb_{n-1}\ldots b_3(a_2 - b_2)a_1} + \overline{a_0b_nb_{n-1}\ldots b_2(a_1 - b_1)}\right| \tag{20}$$

Ponieważ

$$\left|v_1 + v_2 + \ldots + v_n\right| \leqslant \left|v_1\right| + \left|v_2\right| + \ldots + \left|v_n\right| \tag{21}$$

oraz

$$\left|\overline{v}_1\right| + \left|\overline{v}_2\right| + \ldots + \left|\overline{v}_n\right| \leqslant \left|\overline{v_1}\right| + \left|\overline{v_2}\right| + \ldots + \left|\overline{v_n}\right| \tag{22}$$

można napisać

$$A \leqslant \left|\overline{a_0a_1\ldots a_{n-1}(a_n-b_n)}\right| + \left|\overline{a_0a_1\ldots a_{n-2}(a_{n-1}-b_{n-1})b_n}\right| + \ldots$$

$$\ldots + \left|\overline{a_0(a_1-b_1)b_2\ldots b_n}\right| \tag{23}$$

Do każdego składnika powyższej sumy stosuje się kolejno nierówność Schwartza

$$\left|\overline{a_0a_1\ldots a_{n-1}(a_n-b_n)}\right| \leqslant \left[\overline{\left|a_0a_1\ldots a_{n-1}\right|^2 \left|a_n-b_n\right|^2}\right]^{1/2} \tag{24}$$

Wyrażenie $\overline{\left|a_0a_1\ldots a_{n-1}\right|^2}$ określa AKF rzędu 2n-1 i jego wartość jest ograniczona pod warunkiem, że $2n \leqslant p$ (zał. 1°). Drugi czynnik prawej strony nierówności (24) można zapisać w formie

$$\overline{\left|a_n - b_n\right|^2} = \overline{a_n^2} + \overline{b_n^2} - \overline{2a_nb_n}, \tag{25}$$

gdzie:

$$\overline{a_nb_n} = \overline{x(t+\tau_n)x(t+\tau_n+k_n)} = R(k_n), \tag{26}$$

czyli

$$\overline{\left|a_n - b_n\right|^2} = 2\left[R(0) - R(k_n)\right] \tag{27}$$

Funkcja $R(k_n)$ jest ciągła (warunek 2°), zatem każdy ze składników sumy po prawej stronie nierówności (23) można uczynić dowolnie małym przez odpowiedni dobór wartości k_i $(i=1,\ldots,n)$. Tak więc AKF n-tego rzędu procesu spełniającego warunki 1° i 2° jest ciągła w sensie definicji Cauchy'ego, gdy $2n \leqslant p$.

3.4. Związki AKF wyższych rzędów z innymi charakterystykami procesu

Poprzez odpowiedni dobór wartości poszczególnych argumentów AKF n-tego rzędu można uzyskać wiele informacji o innych parametrach procesu przypadkowego. Np. podstawiając za wszystkie argumenty zero otrzymuje się

$$R\,0,0,\ldots,0 = E\left\{X^{n+1}\right\} = m_{n+1}, \tag{28}$$

czyli wartość AKF n-tego rzędu w początku układu współrzędnych równa jest momentowi zwykłemu rzędu m+1, oznaczonemu jako m_{n+1}.

Zakładamy, że wartości realizacji procesu X po upływie dostatecznie długiego czasu τ ($\tau \to \infty$) są niezależne. Wartość oczekiwana iloczynu dwóch niezależnych zmiennych losowych jest równa iloczynowi wartości oczekiwanych tych zmiennych. Na tej podstawie można napisać:

$$R(0,0,\ldots,\infty) = R(\infty,\infty,\ldots,\infty) = E\left\{X^n(t)\right\} E\left\{X(\infty)\right\} =$$

$$= E\left\{X(t)\right\} E\left\{X^n(\infty)\right\} = m_n\, m_1. \tag{29}$$

Podstawiając za 2 lub n-1 argumentów $\tau = \infty$, przyrównując jednocześnie resztę argumentów do zera otrzymuje się:

$$R(0,0,\ldots,\infty,\infty) = R(0,\infty,\ldots,\infty) = E\left\{X^{n-1}(t)\right\} E\left\{X^2(\infty)\right\} =$$

$$= E\left\{X^2(t)\right\} E\left\{X^{n-1}(\infty)\right\} = m_{n-1}\, m_2. \tag{30}$$

Podstawiając dalej w miejsce poszczególnych argumentów zera i nieskończoności otrzymać można wartości AKF n-tego rzędu równe $m_{n-2}\, m_3$, $m_{n-3}\, m_4$, aż do $m_{n/2}\, m_{(n/2)+1}$ dla n parzystego i $m_{(n+1)/2}\, m_{(n+1)/2} = m^2_{(n+1)/2}$ w przypadku, gdy n jest nieparzyste. Przykładowo dla AKF 4 rzędu:

$$R(0,0,0,0) = E\left\{X^5(t)\right\} = m_5$$

$$R(\infty,0,0,0) = R(\infty,\infty,\infty,\infty) = E\left\{X^4(t)\right\} E\left\{X(\infty)\right\} =$$

$$= E\left\{X^4(\infty)\right\} E\left\{X(t)\right\} = m_4\, m_1$$

$$R(\infty,\infty,0,0) = R(\infty,\infty,\infty,0) = E\left\{X^3(t)\right\} E\left\{X^2(\infty)\right\} =$$

$$= E\left\{X^3(\infty)\right\} E\left\{X^2(t)\right\} = m_3\, m_2.$$

Natomiast dla AKF 5 rzędu:

$$R(0,0,0,0,0) = E\left\{X^6(t)\right\} = m_6$$

$$R(\infty,0,0,0,0) = R(\infty,\infty,\infty,\infty,\infty) = E\left\{X^5(t)\right\} E\left\{X(\infty)\right\} =$$

$$= E\left\{X(t)\right\} E\left\{X^5(\infty)\right\} = m_5\, m_1$$

$$R(\infty,\infty,0,0,0) = R(\infty,\infty,\infty,\infty,0) = E\{X^4(t)\}\, E\{X^2(\infty)\} =$$
$$= E\{X^2(t)\}\, E\{X^4(\infty)\} = m_4\, m_2$$
$$R(\infty,\infty,\infty,0,0) = E\{X^3(t)\}\, E\{X^3(\infty)\} = m_3^2.$$

Zależności te są ważne także dla wszystkich permutacji argumentów.

Zakładając teraz, że AKF n-tego rzędu ma postać:

$$R(\tau_1 + k_1,\ \tau_2 + k_1 + k_2, \ldots, \tau_n + k_1 + \ldots + k_n), \tag{31}$$

gdzie $k_1, \ldots, k_n$ - stałe, można uzyskać następujące związki:

dla $k_1 = \infty,\ \tau_2 = \tau_3 = \ldots = \tau_n = k_2 = k_3 = \ldots = k_n = 0$:

$$R(\tau_1 + k_1,\ \tau_2 + k_1 + k_2, \ldots, \tau_n + k_1 + k_2 + \ldots + k_n) = m_n\, m_1,$$

dla $k_1 = k_2 = \infty,\ \tau_3 = \ldots = \tau_n = k_3 = \ldots = k_n = 0$:

$$R(\tau_1 + k_1,\ \tau_2 + k_1 + k_2, \ldots, \tau_n + k_1 + k_2 + \ldots + k_n) = m_{n-1}\, m_1^2,$$

.
.
.

dla $k_1 = k_2 = \ldots = k_n = \infty$:

$$R(\tau_1 + k_1,\ \tau_2 + k_1 + k_2, \ldots, \tau_n + k_1 + k_2 + \ldots + k_n) = m_1^{n+1}. \tag{32}$$

Znając zatem wartości AKF n-tego rzędu w powyższych punktach można obliczyć wszystkie momenty zwykłe badanego procesu, aż do rzędu n.

Inną ciekawą własnością AKF n-tego rzędu jest fakt, że zawiera ona w sobie informację o wszystkich AKF rzędów mniejszych, niż n. Jeżeli w wyrażeniu na AKF n-tego rzędu wartość jednego z argumentów będzie dążyła do nieskończoności, to na podstawie założenia o niezależności procesu przy przesunięciu o dostatecznie długi czas można napisać:

$$R(\tau_1, \tau_2, \ldots, \infty) = R(\tau_1, \ldots, \tau_{n-1})\, m_1. \tag{33}$$

Gdy wartości dwóch argumentów będą dążyły do nieskończoności, to:

$$R(\tau_1, \tau_2, \ldots, \infty, \infty) = R(\tau_1, \ldots, \tau_{n-2})\, m_2. \tag{34}$$

Postępując dalej w ten sposób otrzymuje się:

$$R(\tau_1, \infty, \ldots, \infty) = R(\tau)\, m_{n-1}. \tag{35}$$

Znając z poprzednich wywodów wszystkie momenty zwykłe procesu, można wyznaczyć wszystkie AKF rzędów mniejszych, niż n. Podobnie, jak w poprzednim przypadku, zależności powyższe ważne są także dla wszystkich permutacji argumentów

4. Wnioski

W artykule przedstawiono niektóre właściwości funkcji autokorelacyjnych wyższych rzędów. Niektóre z nich są analogiczne do właściwości AKF 1 rzędu, a niektóre wykazują, że AKF wyższych rzędów zawierają więcej informacji o procesie przypadkowym.

Pomiar AKF wyższych rzędów w całym zakresie zmienności argumentów jest trudny technicznie i kłopotliwy, szczególnie ze względu na długi czas pomiaru. Wykorzystując właściwości symetrii można ten czas wydatnie ograniczyć. Jeżeli czas pomiaru AKF 1 rzędu procesu przypadkowego wynosi T, to czas pomiaru AKF n-tego rzędu wynosi T^n. Stosując jednak wyniki rozważań zawartych w p. 3.1 można ten czas zredukować do wartości $T^n/n!$.

AKF wyższych rzędów są funkcjami ujmującymi syntetycznie wiele parametrów procesu przypadkowego. Między innymi analizując wartości AKF n-tego rzędu można obliczyć wszystkie momenty zwykłe procesu, aż do momentu rzędu n+1 włącznie. Znając momenty zwykłe, można na podstawie znanej zależności [8] obliczyć wszystkie momenty centralne, aż do rzędu n+1 włącznie:

$$\mu_n = \sum_{k=2}^{n} (-1)^{n-k} \binom{n}{k} m_k m_1^{n-k} + (-1)^{n-1}(n-1)\, m_1^n \tag{36}$$

gdzie:

μ_n - moment centralny rzędu n

m_n - moment zwykły rzędu n.

Możliwe jest także obliczenie z AKF n-tego rzędu wartości wszystkich AKF rzędów mniejszych od n. Wystarcza wtedy ustalenie dostatecznie dużej wartości odpowiednich argumentów.

Przytoczone powyżej niektóre właściwości AKF wyższych rzędów świadczą o dużej roli, jaką mogą one spełniać w kompleksowej analizie sygnałów. Świadczą o tym także niektóre ich zastosowania omówione w pracy [9].

LITERATURA

[1] Gichman I.I., Skorochod A.W.: Wstęp do teorii procesów stochastycznych. PWN, Warszawa 1968.

[2] Hayase J.Y.: Second-order correlation. Quarterly Progress Report, April 15, Res.Lab. of Electronics, M.I.T., 1954.

[3] Lee Y.W., Bose A.G., Hayase J.Y.: Properties of second-order autocorrelation functions. Quarterly Progress Report, October 15, Res. Lab. of Electronics, M.I.T., 1954.

[4] Hayase J.Y.: Calculation of second-order correlation functions. Quarterly Progress Report, January 15, Res. Lab. of Electronics, M.I.T., 1955.

[5] Hayase J.Y.: Second-order correlation functions. Properties. Calculations. Quarterly Progress Report, April 15, Res. Lab. of Electronics, M.I.T., 1955.

[6] Hayase J.Y.: Properties of second-order correlation functions. Quarterly Progress Report, October 15, Res. Lab. of Electronics, M.I.T., 1955.

[7] Hayase J.Y.: Properties of second-order correlation functions. Quarterly Progress Report, January 15, Res. Lab. of Electronics, M.I.T., 1956.

[8] Lexikon der Methematik. VEB Bibliographisches Institut, Leipzig 1977.

[9] Warmuzek A.: Pomiary i zastosowania funkcji korelacyjnych wyższych rzędów. Zeszyty Naukowe Pol.Śl., Elektryka nr 71, 1980.

КОРРЕЛЯЦИОННЫЕ ФУНКЦИИ ВЫСШЕГО ПОРЯДКА И ИХ СВОЙСТВА

Р е з ю м е

В статье приводится определение и основные свойства корреляционных функции высшего порядка, которые могут обобщить известные методы корреляционного анализа.

HIGHER ORDER CORRELATION FUNCTIONS AND THEIR FEATURES

S u m m a r y

The paper presents a definition and main features of higher order correlation functions, which allow to generalize the known methods of correlation analysis

ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1980

Seria: ELEKTRYKA z. 71 Nr kol. 656

Andrzej WARMUZEK

Wyższa Szkoła Inżynieryjna w Opolu

POMIARY I ZASTOSOWANIA FUNKCJI KORELACYJNYCH WYŻSZYCH RZĘDÓW

Streszczenie. W artykule przedstawiono niektóre metody pomiaru funkcji korelacyjnych wyższych rzędów. Podano także przegląd zastosowań tych funkcji do analizy sygnałów przypadkowych i układów z wymuszeniami przypadkowymi, oraz do określania położenia źródeł sygnałów przypadkowych w przestrzeni. Funkcje korelacyjne wyższych rzędów umożliwiają nowe, oryginalne ujęcie omawianych zagadnień.

1. Wstęp

Funkcje korelacyjne wyższych rzędów stanowią rozszerzenie znanego pojęcia funkcji korelacji procesu przypadkowego. Funkcja korelacji wzajemnej rzędu n zdefiniowana jest następująco:

$$R_{0,\dots,n}(\tau_1,\dots,\tau_n) = E\left\{X_0(t)X_1(t+\tau_1)\dots X_n(t+\tau_n)\right\} \tag{1}$$

gdzie:

$X_0(t),\dots,X_n(t)$ – wzajemnie stacjonarne procesy przypadkowe,
E – operator wartości oczekiwanej.

Dla procesów ergodycznych:

$$R_{0,\dots,n}(\tau_1,\dots,\tau_n) = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T}\int_{-T}^{T} x_0(t)x_1(t+\tau_1)\dots x_n(t+\tau_n)dt \tag{2}$$

gdzie:

$x_0(t),\dots,x_n(t)$ – realizacje procesów $X_0(t),\dots,X_n(t)$
$2T$ – czas uśredniania.

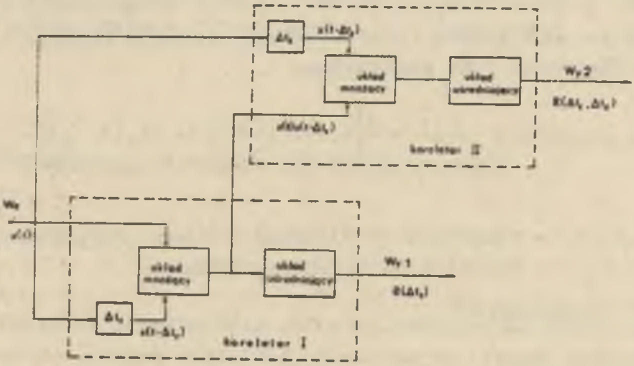
Funkcję autokorelacji (AKF) rzędu n definiuje się podobnie. Niektóre właściwości AKF wyższych rzędów podano w pracy [1].

Funkcje korelacyjne wyższych rzędów mogą stanowić bardzo pożyteczne narzędzie analizy sygnałów przypadkowych. Jednak trudności techniczne występujące przy pomiarze tych funkcji oraz ograniczenia związane ze stałością parametrów badanych sygnałów w czasie powodują, że możliwy jest pomiar funkcji korelacyjnych tylko pierwszych kilku rzędów. Obecnie omówione zostaną metody pomiaru funkcji autokorelacji AKF 2 rzędu. Metody te można w prosty sposób uogólnić na funkcje autokorelacji i korelacji wzajemnej wyższych rzędów.

2. Metody pomiarowe

Definicyjny pomiar wartości AKF 2 rzędu nie wymaga dużego rozbudowania aparatury pomiarowej w stosunku do pomiaru AKF 1 rzędu: do zwykłego korelatora dołączyć należy dodatkową linię opóźniającą oraz układ mnożący. Można w tym celu wykorzystać drugi korelator. Uproszczony schemat blokowy takiego układu pomiarowego przedstawiono na rys. 1. Należy pamiętać, że nastawy linii opóźniających Δt_1 i Δt_2 nie reprezentują bezpośrednio argumentów τ_1 i τ_2 AKF 2 rzędu (2). Pomiędzy wielkościami tymi zachodzą następujące związki:

$$\begin{aligned} \Delta t_1 &= -\tau_1, \\ \Delta t_2 &= -\tau_2. \end{aligned} \tag{3}$$



Rys. 1. Pomiar AKF 2 rzędu przy pomocy dwóch korelatorów

W wyniku pomiaru otrzymuje się:

$$R'(-\Delta t_1, -\Delta t_2) = \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} x(t)x(t-\Delta t_1)x(t-\Delta t_2)dt \tag{4}$$

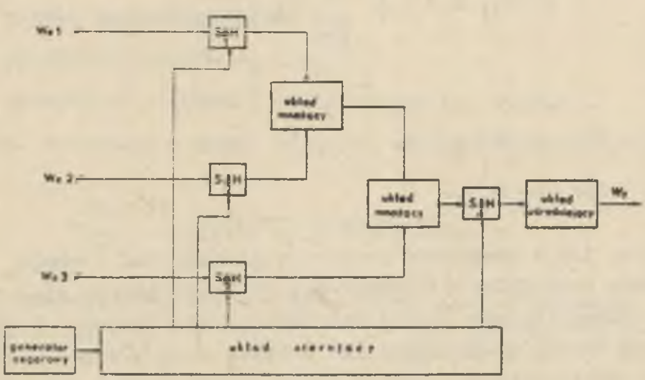
gdzie:

$R'(-\Delta t_1, -\Delta t_2)$ – estymator funkcji (1),

$2T$ – czas uśredniania.

Powyższa metoda pomiaru AKF 2 rzędu charakteryzuje się podobnymi błędami, jak metoda definicyjna pomiaru AKF 1 rzędu. Decydującym czynnikiem stanowiącym o błędzie pomiaru jest czas uśredniania 2T. Wielkość ta wyznacza czas pomiaru pojedynczego punktu $R(\tau_1, \tau_2)$. Zwiększając czas uśredniania zmniejsza się w myśl prawa wielkich liczb błąd pomiaru AKF, za który przyjmuje się najczęściej wariancję estymatora $R'(-\Delta t_1, -\Delta t_2)$.

O ile błąd wynikający ze skończonego czasu uśredniania można poprzez odpowiedni dobór tego czasu uczynić dowolnie małym, to błędy spowodowane ograniczonym pasmem przenoszenia oraz małą dokładnością linii opóźniających i układów mnożących, są w zasadzie niezależne od T. Obecnie produkowane scalone analogowe układy mnożące charakteryzują się dobrą dokładnością i dostatecznie szerokim pasmem przenoszenia (0,1%; 1 MHz), tak więc elementami wprowadzającymi największe błędy są linie opóźniające. W celu wyeliminowania błędu spowodowanego przez linię opóźniającą zaproponowano układ do pomiaru AKF 2 rzędu, w którym sygnał badany jest próbkowany w odpowiednich chwilach czasu, a następnie wartości próbek zostają wymnożone przez siebie i uśrednione. Uproszczony schemat blokowy takiego korelatora został przedstawiony na rys. 2.



Rys. 2. Schemat blokowy korelatora próbkującego:
S&H – układ próbkująco-pamiętający

Układ sterujący podaje na układy próbkujące-pamiętające $S\&H_1$, $S\&H_2$ i $S\&H_3$ kolejno impulsy w chwilach t, $t+\tau_1$, $t+\tau_2$. W chwilach tych zostają pobrane i zapamiętane próbki napięć wejściowych. Wartości próbek zostają wymnożone przez analogowe układy mnożące, a wynik zostaje zapamiętany w układzie próbkująco-pamiętającym $S\&H_4$. Po upływie czasu T_1 układ sterujący ponownie wysyła impulsy do układów próbkująco-pamiętających w tej samej kolejności jak poprzednio. Cykl się powtarza i nowa wartość zostaje zapamiętana w układzie S&H$_4$. T_1 stanowi dla każdego wejścia okres próbkowania. Na wejście układu uśredniającego podawane są kolejne wartości iloczynów próbek, a na jego wyjściu otrzymuje się napięcie o wartości proporcjonalnej do wartości estymatora AKF 2 rzędu:

$$R'(\tau_1, \tau_2) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{N} a_n b_n c_n \tag{5}$$

gdzie:

a_n, b_n, c_n - wartości próbek sygnałów na wejściach 1, 2, 3 w chwilach nT_1, $nT_1 + \tau_1$, $nT_1 + \tau_2$,

N - liczba próbek w cyklu pomiarowym.

W układzie tym liczba próbek N pomnożona przez okres próbkowania T_1 określa czas pomiaru wartości AKF 2 rzędu w jednym punkcie.

Korelator pracujący w oparciu o opisaną metodę został zaprojektowany w Instytucie Elektrotechniki WSI w Opolu [2].

Trzecią metodą pomiaru AKF 2 rzędu omówioną w niniejszej pracy jest metoda cyfrowa. Z uwagi na długi czas pomiaru jest to metoda "off-line". Pomiar realizuje się poprzez rejestrację cyfrową realizacji procesu o długości N słów, a następnie obliczenie przy pomocy maszyny cyfrowej lub specjalizowanego mikroprocesora estymatora AKF 2 rzędu według algorytmu:

$$R''(n_1, n_2) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{K} x_i\, x_{i+n_1}\, x_{i+n_2} \tag{6}$$

gdzie:

$K = N - n_1$ dla $n_1 > n_2$

lub

$K = N - n_2$ dla $n_2 > n_1$.

Analogicznie, jak w przypadku cyfrowego pomiaru AKF 1 rzędu, ze względu na zachowanie dostatecznej dokładności obliczeń zaleca się, aby wartości n_1 i n_2 stanowiły nie więcej niż 10% wartości liczby N [3].

Inną ciekawą metodą wyznaczenia AKF 2 rzędu jest metoda rozłożenia w szereg funkcji ortogonalnych, będąca uogólnieniem znanej metody pomiaru AKF 1 rzędu [4], [5]. Przy pomocy tej metody można osiągnąć stosunkowo dobre wyniki przy prostej realizacji technicznej układu pomiarowego, którego główną zaletą jest brak linii opóźniających.

Obecnie znanych jest wiele metod pomiaru AKF 2 i wyższych rzędów. Każda z nich posiada określone właściwości, wynikające z zasady pomiaru oraz z rodzaju aparatury użytej w trakcie pomiaru. Wybór metody zależny jest od konkretnych warunków pomiaru, a także od właściwości badanych sygnałów.

Opisane powyżej metody nie wyczerpują zagadnienia, są one uogólnieniami metod pomiaru AKF 1 rzędu. Przeglądy tych metod można znaleźć w wielu źródłach, np. w [6].

3. Zastosowanie KKF wyższych rzędów do lokalizacji źródeł sygnałów

Z problemem lokalizacji źródeł sygnałów zdeterminowanych lub przypadkowych można się spotkać przy konstruowaniu systemów lokalizacji celu (np. radar), a także w diagnostyce urządzeń technicznych.

Do lokalizacji źródeł sygnałów przypadkowych zastosować można metodę, polegającą na wykorzystaniu funkcji korelacji wzajemnej (KKF) rzędu n. W celu uproszczenia opisu rozpatrywana będzie metoda lokalizacji źródeł sygnałów na płaszczyźnie przy pomocy trzech anten [7].

Założymy, że na płaszczyźnie, np. na powierzchni ziemi znajduje się n dowolnie rozmieszczonych źródeł niezależnych sygnałów przypadkowych S_j $(j=1,\dots,n)$. Na tej samej płaszczyźnie zlokalizowany jest zespół trzech anten odbiorczych $L_i (i=1, 2, 3)$ umieszczonych w wierzchołkach trójkąta równobocznego o boku d. Sygnał odebrany przez antenę L_i ma postać:

$$g_i(t) = \sum_{j=1}^{n} f_j(t - kd_{ij}) \tag{7}$$

gdzie:

$f_j(t) \geqslant 0$ - sygnał generowany przez S_j,

d_{ij} - odległość punktów S_j i L_i,

k - odwrotność prędkości rozchodzenia się sygnału.

Funkcja korelacji wzajemnej 2 rzędu sygnałów odebranych przez anteny wynosi:

$$R_{123}^{(\tau_1,\tau_2)} = \overline{g_1(t)\, g_2(t+\tau_1) g_3(t+\tau_2)} =$$

$$= \sum_{k=1}^{n} \sum_{l=1}^{n} \sum_{m=1}^{n} \overline{f_k(t-kd_{1k})\, f_l(t+\tau_1-kd_{2l})\, f_m(t+\tau_2-kd_{3m})}, \tag{8}$$

gdzie pozioma kreska oznacza uśrednianie w czasie.
Można wykazać, że położenia lokalnych maksimów powyższej funkcji w układzie współrzędnych τ_1, τ_2 odpowiada położeniu źródeł sygnałów na płaszczyźnie x, y [7]. Postać operatora odwzorowania płaszczyzny τ_1, τ_2 w płaszczyznę x, y zależy między innymi od położenia anten odbiorczych na płaszczyźnie x, y.

Do analogicznych wyników można dojść analizując funkcje korelacji wzajemnej 1 rzędu sygnałów z poszczególnych par anten. Jednak przy większej liczbie źródeł sygnałów metoda KKF wyższych rzędów daje wyniki dokładniejsze oraz bardziej jednoznaczne. Dokładność metody zwiększa się wraz ze zwiekszeniem ilości anten odbiorczych, a co za tym idzie i rzędu KKF.

4. Zastosowanie KKF wyższych rzędów do identyfikacji systemów nieliniowych

Właściwości układów liniowych można w pełni opisać przez podanie ich odpowiedzi impulsowych. Istnieje wiele praktycznych metod pomiarowych, pozwalających na wyznaczenie tych funkcji z określoną dokładnością, między innymi znana jest metoda wykorzystująca funkcję korelacji wzajemnej 1 rzędu sygnału wejściowego i sygnału wyjściowego układu liniowego. W przypadku pewnej klasy ciągłych układów nieliniowych odpowiedź układu można przedstawić w postaci:

$$y(t) = \sum_{n=1}^{\infty} G_n\left[h_n, x(t)\right] \tag{9}$$

gdzie:

$\{h_n\}$ – zbiór jąder układu nieliniowego,

$\{G_n\}$ – zbiór zupełny funkcjonałów ortogonalnych,

$x(t)$ – sygnał wejściowy,

$y(t)$ – sygnał wyjściowy.

Właściwość ortogonalności funkcjonałów G można zapisać w postaci:

$$\overline{G_i\left[h_i, x(t)\right]\, G_j\left[h_j, x(t)\right]} = 0, \tag{10}$$

gdzie pozioma kreska oznacza uśrednianie w czasie.

Zbiór jąder $\{h_n\}$ charakteryzuje w pełni układ nieliniowy. Jądro pierwszego rzędu $h_1(\tau_1)$ to jądro liniowe, albo odpowiedź impulsowa układu liniowego. $h_2(\tau_1, \tau_2)$ oznacza jądro drugiego rzędu, a jądro n-tego rzędu to $h_n(\tau_1,\ldots,\tau_n)$. Jądra te można wyznaczyć przy pomocy metody będącej uogólnieniem metody korelacyjnej pomiaru odpowiedzi impulsowej układu liniowego.

Podając na wejście układu nieliniowego idealny biały szum o rozkładzie normalnym i AKF 1 rzędu $R(\tau) = K\delta(\tau)$ można wyznaczyć i-te jądro $h_i(\tau_1,\tau_2,\ldots,\tau_i)$ obliczając KKF i-tego rzędu procesu wejściowego i wyjściowego:

$$R_{xy}(\tau_1,\tau_2,\ldots,\tau_i) = \overline{y(t)\, x(t+\tau_1)\ldots x(t+\tau_i)}. \tag{11}$$

Można wykazać [8], że powyższa funkcja jest w określonych warunkach równa i-temu jądru $h_i(\tau_1,\dots,\tau_i)$ układu nieliniowego z dokładnością do stałej multiplikatywnej. W praktycznej realizacji metody, jako źródło sygnału wejściowego stosuje się generator sygnału pseudoprzypadkowego [9].

5. Zastosowanie AKF wyższych rzędów do analizy sygnałów przypadkowych

Podanie AKF 1 rzędu i jednowymiarowej gęstości rozkładu sygnału przypadkowego, często wystarczające w praktyce, w niektórych przypadkach nie wystarcza do opisu struktury procesu przypadkowego. Istnieje wiele sygnałów o różnych strukturach, ale o jednakowych AKF 1 rzędu. Podanie AKF kilku pierwszych rzędów pozwolić może na uściślenie opisu sygnałów bez konieczności wyznaczania rozkładów wyższych rzędów. Wspomniane uściślenie opisu sygnału ma szczególne znaczenie w przypadku symulacji występujących w praktyce sygnałów przypadkowych [10], ponieważ niejednoznaczność w określeniu sygnału symulowanego może spowodować znaczne błędy w ocenie wyników całego procesu symulacji.

AKF wyższych rzędów mogą ułatwić także analizę sygnałów złożonych. Jako przykład służyć może fakt, że z kształtu i wartości AKF 2 rzędu sygnału będącego sumą dwóch zależnych procesów o charakterze szumu śrutowego wnioskować można o stopniu wzajemnej zależności procesów składowych [11].

6. Wnioski

Przedstawione metody pomiarowe i niektóre zastosowania funkcji korelacyjnych wyższych rzędów nie wyczerpują wszystkich związanych z nimi zagadnień. Pole potencjalnych zastosowań tych funkcji jest bardzo szerokie, dlatego też wydaje się celowe dalsze badanie właściwości funkcji korelacyjnych wyższych rzędów i ich związków z innymi charakterystykami procesów przypadkowych.

LITERATURA

[1] Warmuzek A.: Funkcje korelacyjne wyższych rzędów i ich właściwości. Zeszyty Naukowe Pol.Śl., Elektryka z. 71, 1980.

[2] Zieliński A., Warmuzek A.: Funkcje korelacyjne wyższych rzędów. Sprawozdanie z pracy n.-bad. 18/1979. Instytut Elektrotechniki WSI w Opolu.

[3] Otnes R.K., Enochson L.: Analiza numeryczna szeregów czasowych, WNT, Warszawa 1978.

[4] Lampard D.G.: A New Method of Determining Correlation Functions of Stationary Time Series. Proceedings of the IEE s. 35-41, August 1954.

[5] Schetzen M.: Measurement of Correlation Functions. Quarterly Progress Report No. 57, Research Laboratory of Electronics, April 15, M.I.T. 1960.

[6] Donko H., Wehrmann W., Weinrichter H.: Experimentalle stochastische Prozesse, Jahresbericht stp II/67, Institut für Niederfrequenztechnik, Technische Universität Wien.

[7] Hayase J.Y.: Field Mapping by Crosscorrelation. Quarterly Progress Report, Research Laboratory of Electronics, M.I.T., October 15, 1954.

[8] Lee Y.W., Schetzen M.: Measurement of the Kernels of a Nonlinear System by Crosscorrelation, Quarterly Progress Report No. 60, Research Laboratory of Electronics, M.I.T., January 15, 1961.

[9] Kadri F.L., Lamb J.D.: An Improved Performance Criterion for Pseudorandom Sequences in the Measurement of 2-nd Order Volterra Kernels by Crosscorrelation. TN-9, Identification and System Parameter Estimation. Proceedings of 3rd IFAC Symposium, June 1973.

[10] Eier R.: Analyse und Synthese von diskreten Zufallsprozessen mit Hilfe von Markoffschen Ketten. Habilitationsschrift, Technische Universität Wien, 1972.

[11] Ten Hoopen M.: Some Properties of Second Order Correlation Functions in Relation to Biological Rhythm Research. TC-1 Identification and System Parameter Estimation. Proceedings of 3rd IFAC Symposium, June 1973.

ИЗМЕРЕНИЯ КОРРЕЛЯЦИОННЫХ ФУНКЦИЙ ВЫСШИХ ПОРЯДКОВ И ИХ ПРИМЕНЕНИЕ

Резюме

В статье представлены некоторые методы измерения корреляционных функций высших порядков. Представлен тоже обзор применений этих функций для анализа случайных сигналов и систем со случайными входами, а также для определения положения источников случайных сигналов в пространстве. Корреляционные функции высших порядков делают возможным новый, оригинальный подход к этим вопросам.

MEASUREMENTS AND APPLICATIONS OF HIGHER ORDER CORRELATION FUNCTIONS

Summary

The article presents selected methods of measurement of higher order correlation functions. Some applications of these functions to analysis of random signals and circuits with random input, and to the target location are given. Higher order correlation functions are very useful in describing these problems in a new original way.

ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1980

Seria: ELEKTRYKA z. 71 Nr kol. 656

Adam KOWALCZYK

Politechnika Rzeszowska

REGRESYJNA METODA POMIARU OPÓŹNIEŃ TRANSPORTOWYCH

Streszczenie. W artykule przedstawiono metodę pomiaru opóźnień transportowych za pomocą normalnych sygnałów stochastycznych wykorzystującą zależności regresyjne. Podano realizację układu pomiarowego oraz wykazano niektóre zalety metody w porównaniu do metody korelacyjnej.

1. Wstęp

Znajomość opóźnień transportowych przy przechodzeniu sygnałów stochastycznych między umownym wejściem i wyjściem fizycznych układów opóźniających jest często potrzebne zarówno w warunkach laboratoryjnych jak i przemysłowych. Znane metody pomiaru opóźnień, oparte na analizie funkcji korelacji wzajemnej sygnału wejściowego i wyjściowego, ze względu na stosunkowo trudną realizację praktyczną pomiaru nie znalazły powszechnego zastosowania.

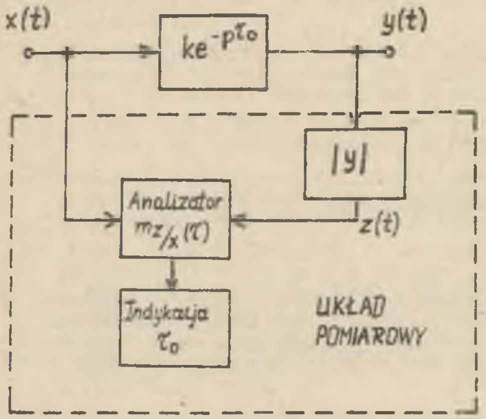
Dalej przedstawiono metodę pomiaru opóźnienia transportowego opartą na zależnościach regresyjnych sygnałów. Metoda ta zapewnia bardziej ekonomiczną realizację pomiaru niż metoda korelacyjna.

2. Opis metody

Do dalszych rozważań przyjmuje się, że sygnały wejściowy i wyjściowy są sygnałami stacjonarnymi o łącznym rozkładzie normalnym i zerowych wartościach średnich, a układ fizyczny ma transmitancję operatorową $G(p) = ke^{-p\tau_o}$.

Schemat blokowy układu do pomiaru opóźnienia przedstawia rys. 1. W układzie pomiarowym analizowana jest zależność regresyjna pomiędzy sygnałami $x(t)$ i $z(t) = |y(t)|$, którą można zapisać wyrażeniem:

$$m_{z/x} = \int_0^{\infty} zp(z/x)dz \qquad (1)$$



Rys. 1

gdzie:

p(z/x) - jest warunkowym rozkładem sygnału z(t) przy warunku x(t) = = x.

Dla przyjętych założeń prawdopodobieństwo warunkowe p(y/x) przyjmuje postać:

$$p(y/x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_y^2}\sqrt{1-\varrho_{xy}^2}} \exp\left\{-\frac{y-k\varrho_{xy}x}{2\sigma_y^2(1-\varrho_{xy}^2)}\right\} \tag{2}$$

przy czym:

σ_y - odchylenie standardowe sygnału y,

ϱ_{xy}- unormowana funkcja korelacji wzajemnej sygnałów x i y.

Na podstawie własności nieliniowego przekształcenia z = $|y(t)|$, które jest dokonywane na sygnale y(t) można napisać[2]:

$$p(z/x) = \begin{cases} \left|\frac{dy}{dz}\right| \left[p(+z) + p(-z)\right], & z \geqslant 0 \\ 0, & z < 0 \end{cases} \tag{3}$$

przy czym:

$$p(+z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_y^2}\sqrt{1-\varrho_{xy}^2}} \exp\left\{-\frac{(z-k\varrho_{xy}x)^2}{2\sigma_y^2(1-\varrho_{xy}^2)}\right\} \tag{4}$$

$$p(-z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_y^2}\sqrt{1-\varrho_{xy}^2}} \exp\left\{-\frac{(z+k\varrho_{xy}x)^2}{2\sigma_y^2(1-\varrho_{xy}^2)}\right\} \tag{5}$$

Podstawiając wzory (3), (4) i (5) do (1) otrzymujemy:

$$m_{z/x} = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_y^2}\sqrt{1-\varrho_{xy}^2}} \int_0^{\infty} z \left[\exp\left\{ -\frac{(z-k\varrho_{xy}x)^2}{2\sigma_y^2(1-\varrho_{xy}^2)} \right\} + \right.$$

$$\left. + \exp\left\{ -\frac{(z+k\varrho_{xy}x)^2}{2\sigma_y^2(1-\varrho_{xy}^2)} \right\} \right] dz \tag{6}$$

Po rozwiązaniu całki metodą podstawienia, wyrażenie (6) przyjmuje postać:

$$m_{z/x} = \sigma_y \sqrt{\frac{2}{\pi}(1-\varrho_{xy}^2)}\, \exp\left\{ -\frac{k^2\varrho_{xy}^2x^2}{2\sigma_y^2(1-\varrho_{xy}^2)} \right\} +$$

$$+ \; k\varrho_{xy}x \left[1-2\,\phi\left(-\frac{k\varrho_{xy}x}{\sigma_y\sqrt{1-\varrho_{xy}^2}}\right) \right] \tag{7}$$

gdzie:

$$\phi\left(-\frac{k\varrho_{xy}x}{\sigma_y\sqrt{1-\varrho_{xy}^2}}\right) = \phi(s_o) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{s_o} e^{-\frac{s^2}{2}}\, ds$$

- jest całką prawdopodobieństwa.

Łatwo wykazać, że dla warunku $X = 0$

$$m_{z/x} = \sigma_y \sqrt{\frac{2}{\pi}(1-\varrho_{xy}^2)}, \tag{8}$$

Funkcja korelacji wzajemnej $R_{xy}(\tau)$ może być określona za pomocą wyrażenia [1]:

$$R_{xy}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} g(t)\, R_x(\tau-t)\,dt \tag{9}$$

przy czym

$R_x(\tau)$ - funkcja korelacji sygnału wejściowego,

$g(t)$ - odpowiedź impulsowa układu.

Dla układu o transmitancji

$$G(p) = ke^{-p\tau_o}$$

i odpowiedzi impulsowej

$$g(t) = k\delta(t-\tau_o)$$

gdzie:

$\delta(t-\tau_o)$ jest impulsem Diraca dla $t = \tau_o$

wyrażenie (9) przyjmuje postać

$$R_{xy}(\tau) = kR_x(\tau-\tau_o), \tag{10}$$

a dla odpowiednich unormowanych funkcji korelacji:

$$\varrho_{xy}(\tau) = \varrho_x(\tau-\tau_o), \tag{11}$$

Po uwzględnieniu wyrażeń (8) i (11) otrzymujemy:

$$m_{z/x=0} = \sigma_y\sqrt{\frac{2}{\pi}\left[1-\varrho_x^2(\tau-\tau_o)\right]} \tag{12}$$

Wprowadzamy funkcję unormowaną

$$m_z = \frac{m_{z/x=0}}{(m_{z/x=0})_{max}} = \sqrt{1-\varrho_x^2(\tau-\tau_o)} \tag{13}$$

Otrzymana funkcja $m_z = f(\tau)$ (jej minimum dla $\tau = \tau_o$) umożliwia identyfikację opóźnienia transportowego τ_o. Dokładność określenia τ_o zależy od stromości funkcji $m_z(\tau)$ w pobliżu punktu ekstremalnego.
Stromość ta może być określona jako

$$S_m(\tau) = \frac{dm}{d\tau} = -\sqrt{\frac{\varrho_{xy}^2}{1-\varrho_{xy}^2}} \cdot \frac{d\varrho_{xy}}{d\tau} = k_1(\tau)\, S_\varrho(\tau) \tag{14}$$

przy czym $S_\varrho(\tau)$ - określa stromość funkcji korelacji wzajemnej.

Zachodzi pytanie kiedy $S_m(\tau) \geqslant S_\varrho(\tau)$.

Po rozwiązaniu nierówności:

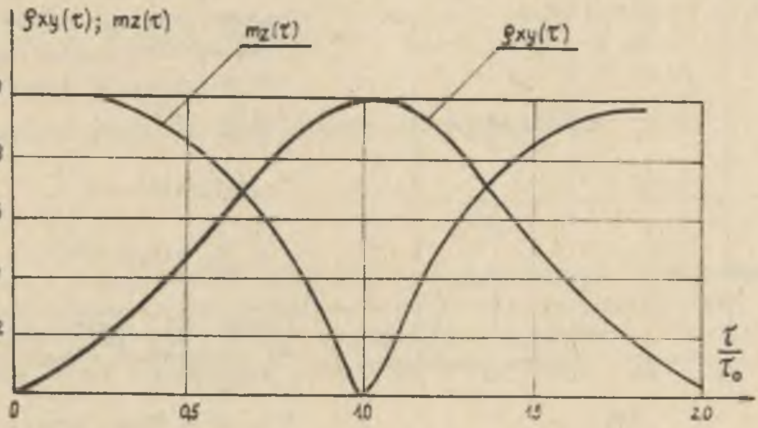
$$|k_1(\tau)| \geqslant 1$$

otrzymamy:

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \leq \varrho_{xy} \leq 1.$$

W otoczeniu punktu głównego ekstremum funkcja $m_z(\tau)$ jest bardziej stroma, aniżeli funkcja korelacji wzajemnej, co jest zaletą ze względu na dokładność identyfikacji.

Na rys. 2 przedstawiono przykładowo funkcje $\varrho_{xy}(\tau)$ i $m_z(\tau)$ dla sygnału wejściowego o unormowanej funkcji korelacji $\varrho_x(\tau) = e^{-\tau^2}$ przy opóźnieniu w układzie równym τ_0.



Rys. 2

Wariancja warunkowej wartości średniej podanej równaniem (8) wynosi

$$D(z/x=0) = \int_0^{\infty} (z-m_{z/x=0})^2 \, p(z/x=0)dz. \tag{15}$$

Zgodnie z wzorami (2) i (3) warunkowa gęstość prawdopodobieństwa dla $X=0$ ma postać:

$$p(z/x=0) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}\sigma_y \sqrt{1-\varrho_{xy}^2}} \exp\left\{-\frac{z^2}{2\sigma_y^2(1-\varrho_{xy}^2)}\right\} \tag{16}$$

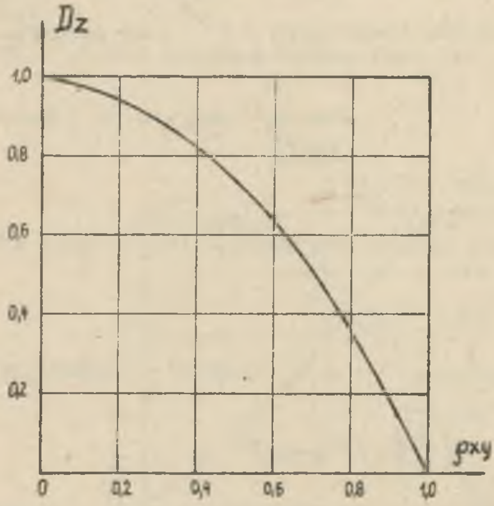
Po wstawieniu wyrażeń (8) i (16) do (15) i wykonaniu obliczeń otrzymuje się ostatecznie:

$$D(z/x=0) = \sigma_y^2\left(1-\frac{2}{\pi}\right)(1-\varrho_{xy}^2) \tag{17}$$

i w postaci unormowanej

$$D_z = \frac{D(z/x=0)}{\sigma_y^2(1-\frac{\hat{z}}{\hat{x}})} = 1 - \varrho_{xy}^2 \tag{18}$$

Zależność $D_z = f(\varrho_{xy})$ przedstawiona jest na rys. 3.



Rys. 3

Minimalna (zerowa) wariancja dla $\varrho_{xy} = 1$ umożliwia dokładne wyznaczenie minimum charakterystyki dla argumentu $\tau = \tau_0$.
Podana wyrażeniem (12) warunkowa wartość oczekiwana może być otrzymana w sposób dyskretny [4]:

$$m_{z(t+\tau)/x(t)} = 0$$

$$\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} z(t_i+\tau)/x(t) = 0 \tag{19}$$

Sygnał z(t) zostaje próbkowany w momentach odległych o τ od chwil, w których sygnał X(t) przechodzi przez wartość zerową. Dla odpowiednio dużej liczby próbek, które zostają uśrednione otrzymuje się estymator szukanej wartości oczekiwanej.

W badaniach wykonanych w Zakładzie Metrologii Elektrycznej i Elektronicznej Politechniki Rzeszowskiej do uśredniania zastosowano analogowy filtr dolnoprzepustowy. Sygnał impulsowy na wyjściu układu próbkującego z pamięcią charakteryzuje się w przybliżeniu stałym czasem trwania impulsów i przypadkowymi wartościami amplitud. Uśrednienie takiego sygnału przy odpowiednim doborze parametrów filtru dolnoprzepustowego daje w efekcie poszukiwany estymator warunkowej wartości średniej. Dla ciągłej i automatycznej rejestracji opóźnienia w wykonanym modelu zastosowano różnicowy układ regulacji ekstremalnej.

3. Wnioski końcowe

Realizacja praktyczna pomiaru w oparciu o przedstawioną metodę jest znacznie łatwiejsza aniżeli w metodzie korelacyjnej.

Z tego względu odpowiednie układy pomiarowe mogą znaleźć zastosowanie do wyznaczenia takich wielkości jak prędkość, przepływ itp.; wszędzie tam, gdzie jedynymi sygnałami niosącymi informację pomiarową są sygnały stochastyczne.

LITERATURA

[1] Bendat J.S., Piersol A.G.: Metody analizy i pomiaru sygnałów losowych PWN Warszawa 1976.

[2] Gorianow W.T., Żurawlew A.G., Tichonow W.I.: Primiery i zadaczi po statisteczeskoj radiotiechnikie. Sowietskoje radio. Moskwa 1970.

[3] Hagel R.: Miernictwo dynamiczne. WNT, Warszawa 1975.

[4] Mirskij G.J.: Apparaturnoje opriecielenje charakteristik słuczajnych processow. Energia, Moskwa 1972,

РЕГРЕССИОННЫЙ МЕТОД ИЗМЕРЕНИЯ ТРАНСПОРТНЫХ ЗАПАЗДЫВАНИЙ

Р е з ю м е

В статье рассматривается метод измерения транспортных запаздываний при помощи нормальных стохастических сигналов, используя регрессионные зависимости. Приводится измерительная схема, а также предлагаются некоторые преимущества метода в сравнении с корреляционным методом.

A REGRESSION METHOD OF MEASUREMENT OF CARRYING DELAYS

S u m m a r y

In this paper a method of measuring the carrying delays by means of standard stochastic pulses using the regression relationship has been presented. Furthermore, a measurent system and some features of this method as compared to that based upon correlation have also been described.

ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1980
Seria: ELEKTRYKA z. 71 Nr kol. 656

Ryszard HAGEL

PRECYZYJNE NARZĘDZIA POMIAROWE - BAZĄ ROZWOJU METROLOGII

Podstawą harmonijnego rozwoju metrologii, na każdym jej poziomie, jest równoczesny rozwój prac teoretycznych i działalności praktycznej.

Prace teoretyczne muszą być ściśle związane z eksperymentem. Wnioski wynikające z rozważań teoretycznych, potwierdzone wynikami eksperymentu, stanowią podstawę opracowania i produkcji narzędzi pomiarowych. Uwzględniając złe zaopatrzenie rynku krajowego w narzędzia pomiarowe - ich produkcję należy otoczyć specjalną opieką. Dotyczy to zwłaszcza precyzyjnych narzędzi pomiarowych. Opracowanie konstrukcji i technologii tych narzędzi stanowi bazę do opracowania użytkowych narzędzi pomiarowych.

Część artykułów opublikowanych w niniejszym Zeszycie Naukowym przedstawia wyniki prac zespołu zajmującego się problematyką miernictwa precyzyjnego podstawowych wielkości elektrycznych. Istotnymi elementami opracowywanych układów pomiarowych są indukcyjne dzielniki napięcia i magnetyczne komparatory prądów. Wymienione narzędzia pomiarowe zostały opracowane w ramach prac przygotowawczych i obecnie są jednostkowo produkowane w Instytucie Metrologii Elektrycznej i Elektronicznej Politechniki Śląskiej. Uzyskane już rezultaty w postaci sprawdzonych narzędzi i układów pomiarowych, o dobrych parametrach metrologicznych i dalsze perspektywy rozwoju tej działalności, uzasadniają zwrócenie uwagi szerszego grona zainteresowanych na działalność zespołu, w celu właściwego jej wykorzystania.

ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1980

Seria: ELEKTRYKA z. 71 Nr kol. 656

Ryszard HAGEL
Marian MIŁEK
Tadeusz SKUBIS

INDUKCYJNE DZIELNIKI NAPIĘĆ I KOMPARATORY PRĄDÓW W UKŁADACH POMIAROWYCH

Streszczenie. W artykule dokonano przeglądu prac prowadzonych w ostatnich latach przez Instytut Metrologii Elektrycznej i Elektronicznej Politechniki Śląskiej w dziedzinie układów pomiarowych z indukcyjnymi dzielnikami napięć i komparatorami prądów. Przedstawiono uzyskane rezultaty oraz określono kierunki dalszych prac.

1. Wprowadzenie

Jednym z podstawowych warunków rozwoju gospodarki narodowej jest postęp w dziedzinie technologii i konstrukcji precyzyjnych narzędzi pomiarowych. Istnieje sprzężenie zwrotne: precyzyjne narzędzia pomiarowe umożliwiają szczegółowe badanie zjawisk, wykorzystywanych następnie w konstrukcji nowych, bardziej precyzyjnych narzędzi pomiarowych. Współczesna technologia procesów produkcyjnych wymaga coraz częściej pomiarów parametrów z najwyższą, możliwą do osiągnięcia precyzją.

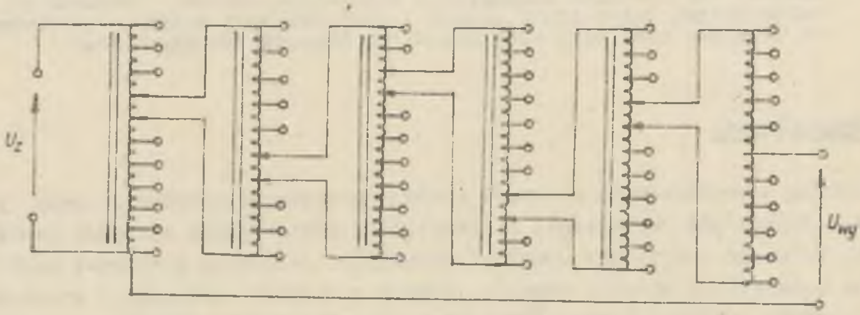
Doceniając znaczenie i rolę precyzyjnych narzędzi pomiarowych, od kilku lat prowadzone są w Instytucie Metrologii Elektrycznej i Elektronicznej Politechniki Śląskiej prace w zakresie konstrukcji i technologii nowych narzędzi do pomiaru wielkości elektrycznych. Narzędzia pomiarowe, wykorzystujące jako elementy nastawcze impedancje, osiągnęły granicę możliwości technologicznych zwiększenia precyzji. Dalsze zwiększenie precyzji narzędzi pomiarowych jest możliwe w przypadku zastąpienia elementów nastawczych impedancyjnych, indukcyjnymi dzielnikami napięcia (IDN) oraz komparatorami prądowymi (KP). Prace nad IDN oraz KP rozpoczęto w IMEiE w latach 1972-73. Ich efektem było opanowanie technologii siedmiodekadowego IDN w układzie Kelvina-Verleya oraz komparatorów prądów zmiennych i stałych z detekcją strumienia w układzie drugiej harmonicznej. Wyniki prac były tematami opracowań [4], [5], [6], [7], [8], [9].

2. Indukcyjne dzielniki napięcia

Wielodekadowy dzielnik indukcyjny odtwarza stosunek dwu napięć, przy czym dokładność wskazania tej wartości jest około 2...3 rzędy większa niż w dzielnikach rezystancyjnych lub pojemnościowych. Z punktu widzenia dokładności wskazania stosunku napięć przez dzielnik opracowano model matematyczny, który uwzględnia wszystkie istotne źródła błędów i wskazuje warunki ich minimalizacji [8], [9].

W oparciu o ten model wykonano szereg dzielników indukcyjnych, których badania potwierdziły słuszność generalnej koncepcji modelu oraz doprowadziły do jego udoskonalenia.

W wyniku tych prac dokonano wdrożenia sześciodekadowych dzielników indukcyjnych do produkcji w Zakładzie Doświadczalnym Elektrotechniki i Mechaniki precyzyjnej w Gliwicach. Wykonano również stanowiska do pomiarów błędów oraz impedancji wejściowych i wyjściowych dzielników.



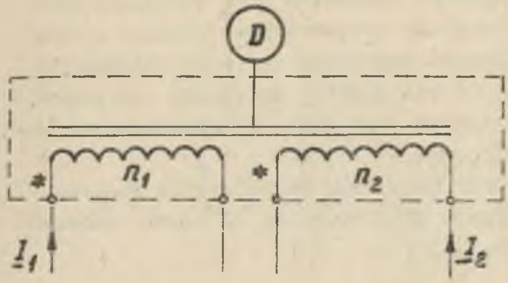
Rys. 1. 6-dekadowy dzielnik indukcyjny w układzie Kelvina-Verleya

Ważniejsze parametry tych dzielników są następujące (rys. 1):

- błąd modułowy $\delta < 1 \cdot 10^{-6}$
- błąd kątowy $\gamma < 2\,\mu$rad,
- impedancja wejściowa $Z_{we} > 50$ kΩ,
- impedancja wyjściowa $Z_{wy} < 6\,\Omega$,
- napięcie wejściowe U_{we} [V] = 0,2 f [Hz],
- częstotliwość pracy f = 100...5000 Hz.

3. Komparatory prądów

Zasada działania komparatorów prądów polega na porównaniu dwóch prądów doprowadzonych do uzwojeń nawiniętych na magnetowodzie, jak to pokazano na rysunku 2. Detektor strumienia, symbolicznie oznaczony na rysunku przez D, wskaże zero, gdy strumienie w magnetowodzie związane z każdym z uzwo-



Rys. 2. Ilustracja zasady działania komparatora prądów

jeń będą równe i przeciwnie skierowane. Jeżeli technologicznie zapewni się ścisłą zależność pomiędzy strumieniem, a siłą magnetomotoryczną każdego z uzwojeń, to

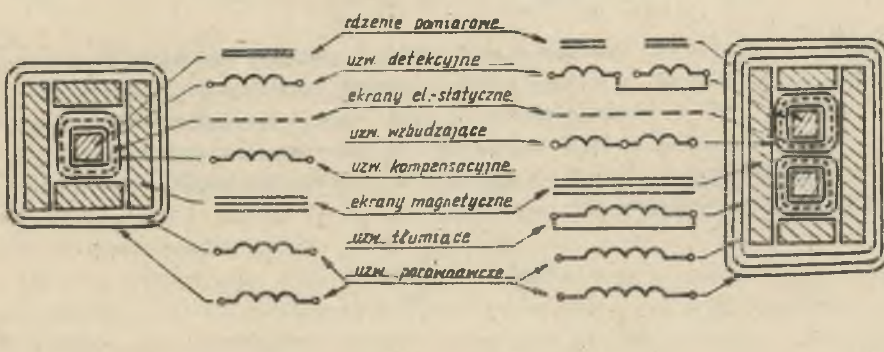
$$\underline{I}_1 n_1 - \underline{I}_2 n_2 = 0, \tag{1}$$

Wynik porównania otrzymuje się dla stanu kompensacji sił magnetomotorycznych $\underline{\Theta}_1 = \underline{\Theta}_2$. Stan kompensacji dla $\underline{\Theta}_1 \neq \underline{\Theta}_2$ można osiągnąć dwoma sposobami:

a) zmieniając liczbę zwojów jednego z uzwojeń,

b) wymuszając w dodatkowym uzwojeniu kompensacyjnym n_k prąd $\underline{I}_k$, taki, że $\underline{I}_k n_k = \underline{\Theta}_1 - \underline{\Theta}_2$.

Istotnym elementem w komparatorach są ekrany magnetyczne. Ekrany te zwierają strumień rozproszenia uzwojeń porównawczych, tak, że do detektora przenika tylko strumień roboczy. Jest to warunek konieczny otrzymania małego błędu porównania dwóch prądów. Komparatory prądów stałych różnią się od komparatorów prądów zmiennych sposobem detekcji strumienia. W komparatorach prądów zmiennych w celu stwierdzenia istnienia strumienia wystarczy nawinąć na magnetowodzie uzwojenie detekcyjne. Natomiast w komparatorach prądów stałych detekcję strumienia zrealizowano w układzie tzw. modulatora parzystych harmonicznych [3], [5]. Schemat uzwojeń oraz przekroje poprzeczne komparatorów zmienno- i stałoprądowych przedstawiono na rysunku 3.



Rys. 3. Schematy oraz przekroje poprzeczne komparatorów zmienno- i stałoprądowych

W komparatorze prądów stałych dodatkowym elementem jest uzwojenie tłumiące. Uzwojenie to umożliwia bezpieczną dla komparatorów, skokową zmianę prądu w uzwojeniach porównawczych. Ponadto zmniejsza napięcia zmienne indukujące się w uzwojeniach porównawczych pod wpływem zmiennych strumieni detektora. Analiza właściwości komparatorów oraz zjawisk zachodzących w nich, była m.in. przedmiotem prac [4], [5].

Opanowanie technologii KP umożliwiało wykonanie komparatorów stałoprądowych, porównujących dwa prądy, z błędem mniejszym niż 10^{-6} oraz zmiennoprądowych - z błędem mniejszym niż $5 \cdot 10^{-7}$.

4. Zastosowanie KP i IDN

IDN oraz KP umożliwiły opracowanie jakościowo nowych, precyzyjnych narzędzi pomiarowych, służących do pomiaru podstawowych wielkości elektrycznych. Prace nad konstrukcją układów pomiarowych z IDN i KP, prowadzone w IMEiE, koncentrują się w trzech kierunkach:

a) mostki do pomiaru pojemności oraz indukcyjności,

b) układy do komparacji rezystancji,

c) układy do uwierzytelniania precyzyjnych narzędzi pomiarowych.

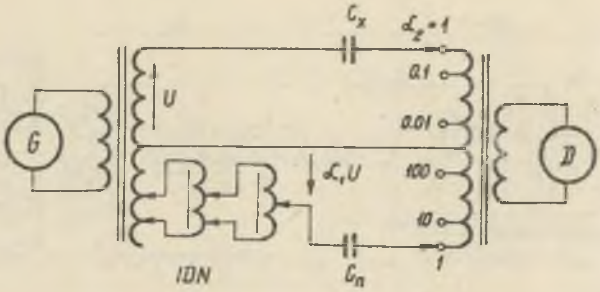
4.1. Mostki do pomiaru pojemności

Podstawowy uproszczony schemat ideowy mostka do pomiarów pojemności przedstawiono na rys. 4. Do równoważenia mostka wykorzystuje się 6-dekadowy dzielnik napięcia o przekładni α_1, nastawialnej w przedziale $> 0; 1 <$, z rozdzielnością $1 \cdot 10^{-6}$, natomiast do zmiany zakresów służy komparator prądów zmiennych o przekładni $\alpha_2 = 1:1;, 1:10; 1:100; 1:0,1; 1:0,01$. W stanie równowagi

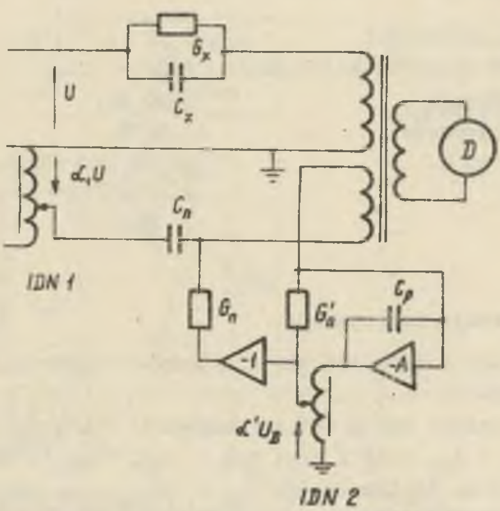
$$C_x = \alpha_1 \ \alpha_2 \ C_n. \tag{2}$$

Taki sposób równoważenia umożliwia zastosowanie jednego wzorca pojemności o wartości $C_n = 1000$ pF, z którym porównywane są kondensatory o wartościach 1 pF ... 1 μF, z rozdzielnością $1 \cdot 10^{-6}$. Do równoważenia składowej czynnej prądu, zależnej od $\mathrm{tg}\,\delta$ kondensatora badanego zastosowano układ przedstawiony na rys. 5. Dla $G_n = G_n'$ oraz $A \rightarrow \infty$ współczynnik strat kondensatora badanego oblicza się ze wzoru

$$\mathrm{tg}\,\delta = -\alpha_1' \frac{G_n}{\omega C_n}. \tag{3}$$



Rys. 4. Schemat ideowy mostka do pomiaru pojemności

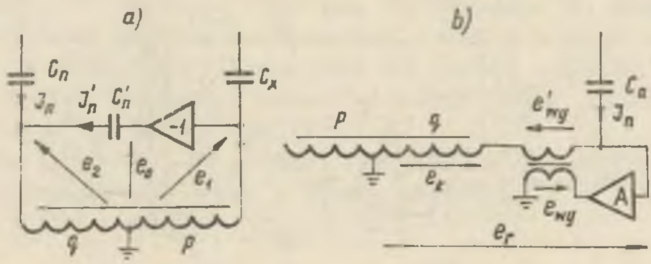


Rys. 5. Schemat ideowy układu do równoważenia tg δ

Impedancje wpływowe w układzie, takie jak:
- impedancja resztkowa uzwojeń komparatora,
- impedancja źródła napięcia i IDN,
- impedancje doprowadzeń,

kompensowane są za pomocą układów wprowadzających do gałęzi mostka dodatkowe prądy lub napięcia (rys. 6), które minimalizują wpływ tych impedancji na wynik pomiaru.

W celu osiągnięcia dużej dokładności porównania pojemności C_x oraz C_n zastosowano również ekranowanie elektryczne układu, zminimalizowano pętle prądowe oraz opracowano sposób uziemienia obwodów układu. Ważniejsze parametry wykonanego układu są następujące:



Rys. 6. Schematy ideowe układów kompensacji impedancji wpływowych mostka

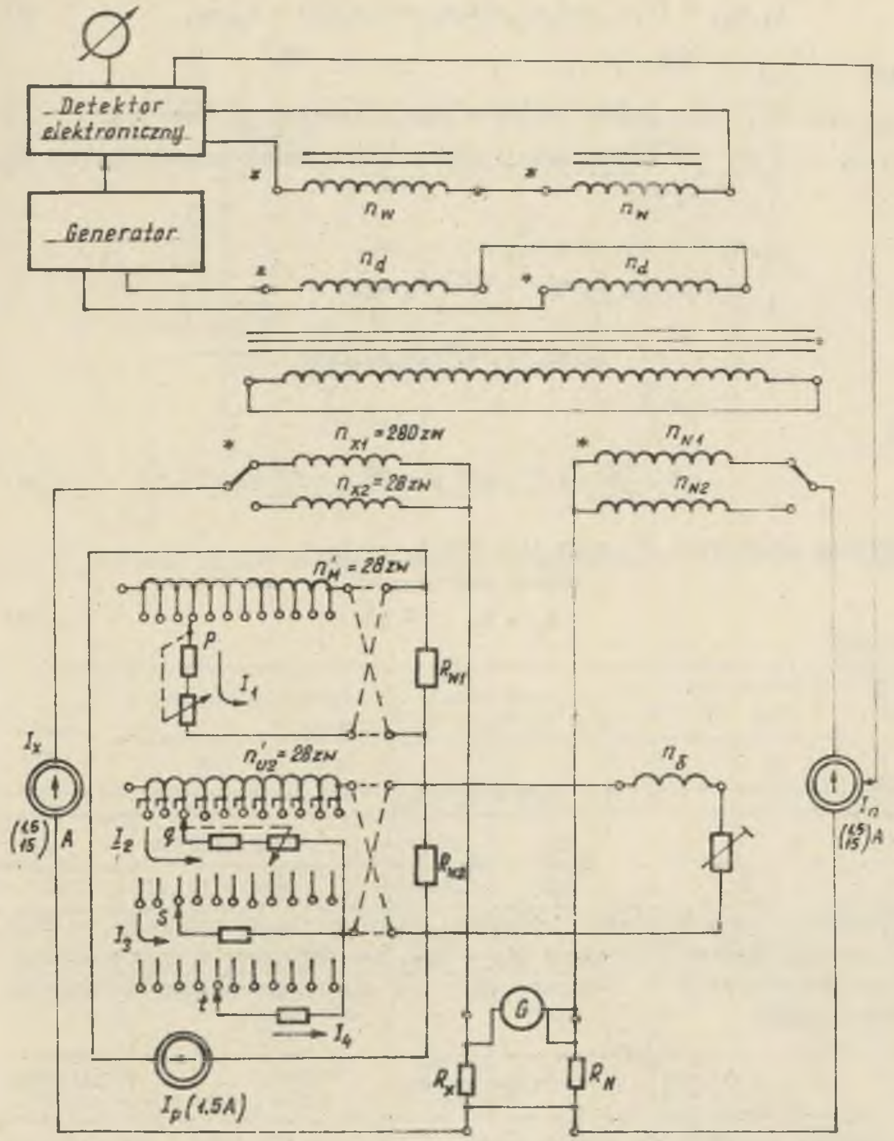
- zakres mierzonych pojemności 1 pF ... 1 µF,
- maksymalna wartość napięcia na obiekcie 100,
- częstotliwość zasilania 1000 Hz,
- błąd porównania pojemności 0,001%,
- zakres mierzonych tg δ +0,01 ... -0,01,
- błąd pomiaru tg δ $1 \cdot 10^{-5}$
- czułość układu 50 $\frac{mV}{pF}$.

4.2. Układ do komparacji rezystancji

Schemat komparatora prądów stałych w układzie komparacji rezystancji przedstawiono na rys. 7.
Komparator posiada cztery uzwojenia porównawcze: dwa o $n_{X1} = n_{N1}$ i nominalnych prądach $I_{X1} = I_{N1} = 15$ A oraz dwa o $n_{X2} = n_{N2}$ i nominalnych prądach $I_{X2} = I_{N2} = 1{,}5$ A. Liczba zwojów $n_{X2} = 10\ n_{X1}$, co umożliwia porównanie prądów o stosunku natężeń 1:1 oraz 1:10, przy stałej wartości sił magnetomotorycznych uzwojeń. Rozwiązanie takie zapewnia jednakową czułość komparatora, niezależnie od kombinacji uzwojeń porównawczych. Prądy uzwojeń płyną równocześnie przez porównywane rezystancje R_X i R_N; dla zerowego wskazania galwanometru:

$$R_X = \frac{I_N}{I_X}\ R_N \tag{4}$$

Stan równowagi osiąga się poprzez zmianę prądu I_N. Źródło prądu I_N jest sterowane sygnałem z detektora elektronicznego, tak że wypadkowy strumień w detektorze strumienia jest równy zeru. Zmianę strumienia i tym samym prądu I_N wywołuje zmiana sił magnetomotorycznych uzwojeń n_{U1} oraz n_{U2}. Dla stanu zerowego strumienia komparatora jest:



Rys. 7. Schemat układu komparacji rezystancji z komparatorem prądów

$$I_{X1}n_{X1} \pm (I_1 n'_{U1}p+I_2 n'_{U2}q+I_3 n'_{U2}s+I_4 n'_{U2}t) = I_{N1}n_{N1} \tag{5}$$

gdzie:

n'_{U1} oraz n'_{U2} ... – liczby zwojów w sekcji uzwojeń n_{U1} oraz n_{U2},

p, q, s, t – numery sekcji włączonych w obwody prądów I_1, I_2, I_3, I_4.

Dla

$$I_1\, n'_{U1} = 10^{-3}\, I_X\, n_{X1}$$

$$I_2\, n'_{U2} = 10^{-4}\, I_X\, n_{X1} \text{ itd.}$$

jest

$$\frac{I_N}{I_X} = \frac{n_{X1}}{n_{N1}}\left[1 \pm (10^{-3}\, p+10^{-4}\, q+10^{-5}\, s+10^{-6}p)\right]. \tag{6}$$

Porównując zależności (6) oraz (4), dla $n_{X1} = n_{N1}$:

$$R_X = R_N\ (1 \pm k) \tag{7}$$

gdzie:

$$k = 10^{-3}\, p + 10^{-4}\, q + \ldots$$

lub dla

$$n_{X1} = 0{,}1\, n_{N1}$$

$$R_X = 0{,}1\, R_N\ (1 \pm k). \tag{8}$$

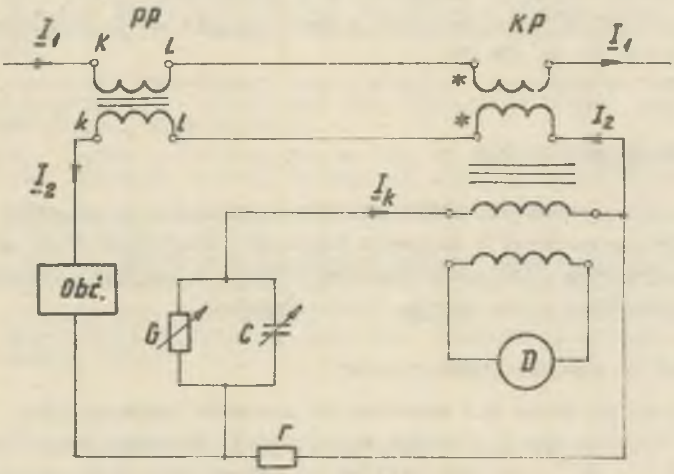
Komparator umożliwia więc porównanie rezystancji R_X oraz R_N o wartościach nominalnych różniących się o rząd lub jednakowych oraz o stosunku wartości rezystancji różniącym się o 1%. Błędy własne komparatora zdefiniowane jako:

$$\delta_\theta = \frac{\theta_1-\theta_2}{\theta_1}, \tag{9}$$

są mniejsze niż 10^{-6} dla dowolnej kombinacji uzwojeń. Próg pobudliwości komparatora wynosi $2 \cdot 10^{-8}$.

4.3. Uwierzytelnienie przekładników prądowych za pomocą komparatora prądów zmiennych

Metoda uwierzytelnienia przekładników prądowych za pomocą komparatorów jest znana m.in. z pracy [2]. Schemat układu uwierzytelnienia przekładnika prądowego przedstawia rysunek 8.



Rys. 8. Schemat układu uwierzytelniania przekładników prądowych za pomocą komparatora prądów

Tabela 1

Przekładnia	Uzwojenia porówn.		Liczba zwojów		Przekrój uzwojeń porówn. mm^2		Θ_N
	n_1	n_2	n_1	n_2	n_1	n_2	A
1	2	3	4	5	6	7	8
5/5	Multifilarne		4x20	4x20	2,4	2,4	400
20/10/5	Multifilarne		4x20	4x20	2,4	2,4	400
50/5	Sekcjonowane falowe		10x10	10x10	2,4	2,4	500
500/50	Szynowe	Sekcjonowane falowe	1	10x10	250	2,4	500
1000/500/ /5	Szynowe	Warstwowe	1+1	100	250+ +250	2,4	500+ 500

Prądy pierwotny i wtórny przekładnika doprowadzono do uzwojeń porównywawczych komparatora. Różnicę sił magnetomotorycznych, będącą miarą błędu przekładnika kompensuje się siłą magnetomotoryczną dodatkowego uzwojenia kompensującego. Błąd badanego przekładnika jest określony zależnością:

$$\underline{\delta}_I = rG + j\omega rC. \qquad (10)$$

Wykonano rodzinę komparatorów o parametrach zestawionych w tabeli 1. Składowe błędów własnych komparatorów o przekładniach 5/5 oraz 20/10/5 były mniejsze niż 10^{-7}, pozostałych - mniejsze niż 10^{-6}, dla zakresu częstotliwości od 40 Hz do 400 Hz.

5. Kierunki dalszych prac

Opanowanie technologii IDN i KP stworzyło realne możliwości opracowania układów pomiarowych o znacznie lepszych właściwościach metrologicznych, w porównaniu z układami impedancyjnymi. W tym też kierunku będą nadal przeprowadzone prace objęte trzema tematami.

5.1. Mostek do pomiaru indukcyjności

Prowadzone są prace nad mostkiem do pomiarów indukcyjności w zakresie 1µH ... 1 H, przy częstotliwości akustycznej. Docelowa dokładność pomiaru ma wynosić $1 \cdot 10^{-4}$, co jest możliwe do osiągnięcia tylko przy zastosowaniu dobrych IDN.

5.2. Modernizacja komparatora prądów

Prace będą koncentrowały się nad realizacją elektronicznego przetwarzania spadku napięcia I_2 r na prądy I_{k1} (składowa współfazowa) oraz I_{k2} (składowa kwadratowa), będące miarą błędu porównania prądów $\underline{I}_1$ oraz $\underline{I}_2$. Zastosowanie przetworników napięcie-prąd wyeliminuje wpływ rezystancji i uzwojeń kompensujących, będący źródłem istotnej części błędu komparatora w układzie podanym na rysunku 8.

5.3. Opracowanie metod uwierzytelnienia komparatorów prądów

Ze względu na małą wartość błędu własnego komparatora,uwierzytelnienia można dokonać metodą różnicowo-zerową. Jednak zakres zastosowania tej metody jest ograniczony do komparatorów o prądach znamionowych rzędu amperów, w których uzwojenia porównawcze można wykonać jako sekcjonowane. Dla jednego z porównywanych prądów rzędu kiloamperów uzwojenie komparatora wykonane jest w postaci szyny. Uwierzytelnienia takiego komparatora można dokonać w układzie z komparatorami pośredniczącymi, o znanych błędach, określonych metodą różnicowo-zerową.

LITERATURA

[1] Jaskulski J., Gotszalk R.: Krajowe dwurdzeniowe indukcyjne dzielniki napięcia. PAK, 1976.

[2] Kusters N., Moore W.: The Current Comparator and Its Applications to the Absolute Calibration of Current Transformers. IEEE, April 1961.

[3] Kusters N.L.: A direct Current Comparator Bridge for Four Terminal Resistance Measurements. IEEE, December 1966.

[4] Miłek M.: Analiza błędu pobudliwości komparatora prądów stałych i sposoby jego minimalizacji. Zeszyty Naukowe Pol.Śl., Elektryka z. 55, Gliwice 1976.

[5] Miłek M.: Analiza i konstrukcja magnetycznego komparatora przepływu prądu stałego w układzie porównania rezystancji. Rozprawa doktorska, Politechnika Śląska, Gliwice 1975.

[6] Puśledzki J., Skubis T.: Precyzyjny mostek do pomiaru pojemności - II Sympozjum n.t. Kierunki rozwoju metrologii elektrycznej,Warszawa 1979.

[7] Skubis T.: Konstrukcja i błędy indukcyjnych dzielników napięcia. Normalizacja, nr 4, 1979.

[8] Skubis T.: Źródła błędów autotransformatorowych indukcyjnych dzielników napięcia. Zesz.Nauk.Pol.Śl., Elektryka z.55, Gliwice 1976.

[9] Skubis T.: Opracowanie konstrukcji i technologii wzorcowych wielodekadowych indukcyjnych dzielników napięcia. Rozprawa doktorska, Politechnika Śląska, Gliwice 1975.

ИНДУКТИВНЫЕ ДЕЛИТЕЛИ НАПРЯЖЕНИЯ И МАГНИТНЫЕ КОМПАРАТОРЫ ТОКОВ В ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ СХЕМАХ

Р е з ю м е

Статья содержит просмотр работ проведённых в последние годы Институтом электрической метрологии и электроники Силезского политехнического института в области измерительных схем с индуктивными делителями напряжения и компараторами токов. Приводятся полученные результаты и определяются направления для следующих работ.

INDUCTIVE VOLTAGE DIVIDERS AND CURRENT COMPARATORS IN MEASUREMENTS CIRCUITS

S u m m a r y

This article contains a review of the work carried on in the last years in Institute of Electric and Electronic Metrology of Silesian Technical University, in the field of measurement circuits containing inductive voltage dividers and current comparators, Obtained results and direction of future work are presented.

ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1980

Seria: ELEKTRYKA z. 71 Nr kol. 656

Marian MIŁEK,
Józef KWICZAŁA

KONSTRUKCJA I TECHNOLOGIA DETEKTORA STRUMIENIA MAGNETYCZNEGO KOMPARATORA PRĄDÓW STAŁYCH

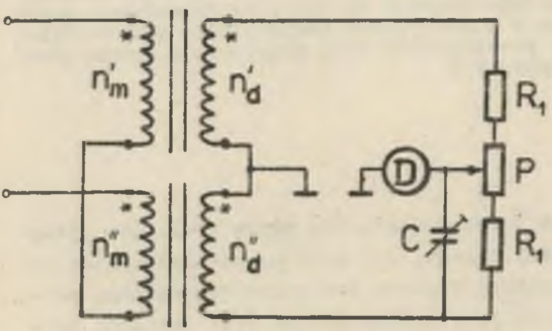
Streszczenie. Przedstawiono wybrane problemy konstrukcji i technologii przetwornika strumienia stałego na napięcie przemienne, spełniającego funkcję detektora w magnetycznym komparatorze prądów. Opisano praktyczną realizację przetwornika oraz przytoczono wyniki pomiarów właściwości metrologicznych.

1. Wstęp

W komparatorach prądów stałych porównywane prądy płyną przez dwa sprzężone magnetycznie uzwojenia, w taki sposób, by siły magnetomotoryczne odejmowały się. Realizacja dostatecznie czułego detektora reagującego bezpośrednio na siłę magnetomotoryczną jest bardzo trudna [9]. Znacznie łatwiej można wykonać czuły detektor reagujący na wielkość związaną, za pomocą prostych zależności z siłą magnetomotoryczną - na strumień magnetyczny. Zasadniczym problemem konstrukcji komparatorów jest zapewnienie ścisłej zależności różnicy sił magnetomotorycznych uzwojeń i różnicy strumieni magnetycznych, poddanej detekcji. Sposobem umożliwiającym spełnienie tego warunku jest umieszczenie w uzwojeniach magnetowodów zamykających drogę strumienia magnetycznego. Stąd problem detekcji różnicy sił magnetomotorycznych stałych sprowadza się do detekcji strumieni magnetycznych w magnetowodzie.

Detektorem strumienia stałego są m.in. elementy magnetooporowe, hallotrony, dwurdzeniowe przetworniki strumienia stałego na napięcie przemienne (modulatory parzystych harmonicznych) lub elementy wykorzystujące efekt Josephsona (SQIUD) [10]. Te ostatnie charakteryzują się najlepszymi właściwościami metrologicznymi, jednak zakres ich zastosowań jest ograniczony do komparatorów kriogenicznych [2]. Istnieje możliwość umieszczenia elementów magnetooporowych lub hallotronów w szczelinie magnetowodu, ale przecięcie magnetowodu powoduje wzrost reluktancji i w efekcie pogorszenie współzależności strumieni sił magnetomotorycznych. Dlatego, mimo że np. cienkowarstwowe magnetooporniki posiadają mniejszą wartość błędu pobudliwości, najwłaściwszym rozwiązaniem detektora jest dwurdzeniowy przetwornik strumienia stałego na napięcie przemienne. Rozwiązanie to jest zrealizowane w wykonanych komparatorach prądów [3], [4], [5], [6], [8]. Literatura dotycząca zasady działania i konstrukcji przetwornika strumienia na napięcie przemienne jest bardzo obszerne. Jednak realizacja takiego przetwornika przeznaczonego do detekcji strumienia magnetycznego komparatorów prądów różni się istotnymi szczegółami konstrukcyjnymi, nie omawianymi w literaturze dotyczącej magnetycznych komparatorów prądów.

2. Wpływ parametrów przetwornika strumienia na właściwości metrologiczne komparatorów prądów



Rys. 1. Schemat układu mostkowego detektora strumienia

Podstawowymi elementami przetwornika strumienia są dwa toroidalne magnetowody z rozwiniętymi uzwojeniami detekcyjnymi oraz modulującymi. Schemat układu przetwornika przedstawia rys. 1. Uzwojenia detekcyjne połączono z opornikami R_1 w układ mostkowy, przy czym wprowadzanie magnetowodów do stanu nasycenia odbywa się przy pomocy dodatkowych uzwojeń modulujących (n'_m, n''_m). Kierunek nawinięcia obu uzwojeń modulujących względem siebie jest przeciwny; detekcyjnych - zgodny. Układ mostkowy pozwala na:

- łatwą minimalizację napięcia asymetrii, powstałego wskutek nieidentycznych właściwości obu magnetowodów detektora, poprzez zastosowanie potencjometru P oraz pojemności C,
- zastosowanie elektronicznego detektora napięcia wyjściowego przetwornika o wejściu niesymetrycznym (ponieważ punkt połączenia uzwojeń może być uziemiony),
- ustalenie prądów pojemnościowych uzwojenia detekcyjnego.

Zadaniem przetwornika strumienia jest stwierdzenie zera strumienia i tym samym zera różnicy sił magnetomotorycznych uzwojeń komparatora. Dlatego zasadniczym kryterium określenia parametrów przetwornika są: maksymalna czułość komparatora, błąd pobudliwości komparatora oraz błąd histerezy.

Czułość komparatora prądów jest zdefiniowana, jako iloraz napięcia wyjściowego przetwornika strumienia U_{2h} do różnicy sił magnetomotorycznych uzwojeń Θ_r:

$$S_K = \frac{U_{2h}}{\Theta_r} \tag{1}$$

Z zależności opisanych w pracach [1], [6] i in., wyznacza się czułość modulatorów parzystych harmonicznych, jako iloraz napięcia wyjściowego U_{2h} do natężenia pola magnetycznego stałego H_s.

$$S_m = \frac{U_{2h}}{H_s} = 16\, f\, n_d\, s\, \mu_o \mu \tag{2}$$

dla $$H_m/H_{nas} \cong \sqrt{2},$$

gdzie:

n_d – liczba zwojów uzwojenia detekcyjnego,
s – pole przekroju poprzecznego magnetowodu,
H_m – natężenie pola magnetycznego modulującego magnetowody,
H_{nas} – natężenie pola magnetycznego powodujące nasycenie magnetowodów.

Zależność (2) obowiązuje dla przetworników strumienia, w których napięcie wyjściowe jest różnicą napięć indukowanych w uzwojeniu detekcyjnym. W przypadku układu mostkowego czułość jest dwukrotnie mniejsza. Stąd z porównania zależności (1) oraz (2) wynika:

$$S_k = \frac{8}{l}\, f\, n_d\, s\, \mu_o \mu \tag{3}$$

gdzie l – średnia droga strumienia magnetycznego.

Drugą wielkością, charakteryzującą komparator, o wartości której decydują parametry przetwornika strumienia jest bezwzględny błąd pobudliwości. Błąd ten zdefiniowano jako najmniejszy przyrost siły magnetomotorycznej, powodujący zauważalną zmianę napięcia wyjściowego przetwornika strumienia, w stanie równowagi komparatora. Uwzględniając to, że napięcie wyjściowe jest mierzone woltomierzem analogowym – za zauważalną zmianę napięcia przyjęto wartość odpowiadającą zmianie odchylenia wskazówki nie mniej niż o $\Delta\alpha = 0{,}2$ dz. W stanie równowagi komparatora na wyjściu przetwornika strumienia istnieje napięcie spowodowane nieidentycznością parametrów magnetycznych i elektrycznych obu magnetowodów i związanych z nimi uzwojeń. Napięcie to, nazwane napięciem asymetrii, ogranicza od dołu wartość błędu pobudliwości. Jeżeli np. napięcie asymetrii dwóch przetworników strumienia różnią się o rząd to, ponieważ równoważenie w pobliżu stanu równowagi będzie realizowane na różnych zakresach woltomierza, innym wartościom będzie odpowiadało $\Delta\alpha = 0{,}2$ dz. Stąd wynika wniosek, że jedynym sposobem zmniejszenia błędu pobudliwości jest zmniejszenie napięcia asymetrii. Problem ten był szczegółowo omówiony w pracy [7].

Źródłem napięcia asymetrii jest:

- nieidentyczność charakterystyk magnesowania obu magnetowodów,

- zmiana gęstości zwojowej (dn_d/dl) wzdłuż drogi strumienia,
- zmiany wymiarów geometrycznych obu magnetowodów,
- niejednorodność permeancji wzdłuż drogi strumienia [7].

Wymienione wielkości zmieniają się w sposób charakterystyczny dla każdego egzemplarza magnetowodu. Dlatego podstawowym wymogiem technologii przetwornika strumienia jest praktyczny dobór pary magnetowodów o najmniejszym napięciu asymetrii. Dalsze zmniejszenie napięcia asymetrii jest możliwe dzięki zastosowaniu w układzie mostkowym elementów C oraz P, przedstawionych na rys. 1.

Trzecią cechą przetwornika strumienia, charakteryzującą jednocześnie komparator jest graniczna niestałość zera. Główną przyczyną niestałości zera jest histereza magnetyczna. Efektem jej jest zmiana napięcia wyjściowego przetwornika strumienia w stanie, gdy siły magnetomotoryczne uzwojeń są równe zeru, po uprzednim wymuszeniu jednokierunkowego strumienia w magnetowodach. Zjawisko histerezy magnetycznej maleje i następnie prawie zanika, gdy amplituda fali modulującej wzrasta. Dokładnego określenia jej wartości należy dokonać na drodze doświadczalnej. Ogólnie można stwierdzić, że efekt histerezy magnetycznej wyraźnie maleje dla $H_m/H_{nas} > 1$.

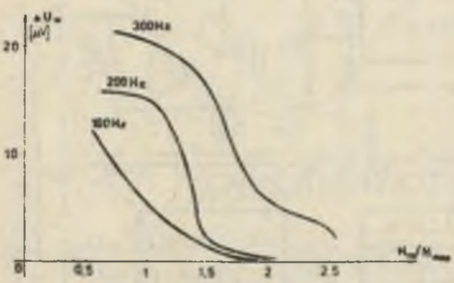
3. Technologia przetwornika strumienia

Z zależności (3) wynikają wnioski dotyczące wymiarów geometrycznych magnetowodów: minimalna długość drogi strumienia oraz maksymalne pole przekroju poprzecznego magnetowodu. Wnioski te są w pełni słuszne w przypadku magnetowodów wzmacniaczy magnetycznych lub sond Forstera. W przypadku komparatorów prądowych o wymiarach geometrycznych decyduje technologia uzwojeń pomiarowych, która musi zapewnić ścisły związek pomiędzy siłami magnetomotorycznymi i odpowiadającymi im strumieniami, warunkujący mały błąd komparatora. Z pracy [8] wynika, że magnetowody powinny posiadać średnicę zawartą w przedziale od d = 120...200 mm oraz pole przekroju poprzecznego $S \geq 10^{-4}$ mm^2.

Z zależności (3) wynika, że czułość komparatora jest proporcjonalna do modułu względnej początkowej przenikalności magnetycznej. Dlatego magnetowody wykonane są z taśmy permalojowej P80 o grubości 0,1 mm. Moduł względnej początkowej przenikalności magnetycznej wynosi ok. $35 \cdot 10^3$. Magnetowody umieszczono w karkasach z tekstolitu, które przyjmują nacisk uzwojeń. Nacisk uzwojeń na permaloj, w przypadku nawinięcia uzwojeń bezpośrednio na magnetowody, wskutek zjawiska magnetostrykcji, powoduje kilkunastoprocentowe zmniejszenie modułu względnej przenikalności magnetycznej. Z kolei na karkasach nałożono ekran elektrostatyczny wykonany z folii aluminiowej, do której dołączono przewód uziemiający. Ekran ten ustala pojemności uzwojeń detekcyjnych, nawiniętych w następnej warstwie, o liczbie zwojów n_d = 1410; średnicy przewodu 0,2 mm. Zarówno liczba zwojów jak i średnica przewodu wynikają z przesłanek technologicznych. Uzwojenie detekcyjne powinno być nawinięte na magnetowodzie jednowarstwowo i równomiernie (warunek minimalizacji napięcia asymetrii), maksymalną liczbą zwojów (zależność 2). Aktualnie praktyczne nawinięcie, za pomocą nawijarki do magnetowodów toroidalnych, uzwojenia przewodem o średnicy mniejszej niż 0,2 mm jest bardzo trudne ze względu na małą wytrzymałość mechaniczną przewodu. Stąd wynika średnica uzwojenia detekcyjnego oraz liczba zwojów obliczona jako iloraz obwodu wewnętrznego magnetowodu i średnicy przewodu.

W kolejnej warstwie oddzielonej drugim ekranem elektrostatycznym nawinięto uzwojenie modulujące o liczbie zwojów $Z_m = 140$. Następnym etapem realizacji komparatora jest parowanie magnetowodów ze względu na minimalną wartość napięcia asymetrii. Z kilkunastu magnetowodów pochodzących z tego samego cyklu produkcyjnego uzyskiwano 1-2 par o napięciu asymetrii mniejszym niż 1 mV, w porównaniu z napięciami uzwojeń detekcyjnych równymi ok. 80 V.

Istotnym problemem jest istnienie histerezy magnetycznej spowodowanej chwilowym podmagnesowaniem siłą magnetomotoryczną o dużej wartości. Dla wybranej pary magnetowodów zbadano zależność napięcia pozostałości magnetycznej ΔU_H, na wyjściu detektora strumienia, w funkcji H_m/H_{nas} (gdzie H_m - natężenie pola magnetycznego modulującego, H_{nas} - natężenie pola magnetycznego powodującego nasycenie magnetowodów), dla częstotliwości f_o=100, 200, 300 Hz. Jak wynika z przebiegu charakterystyk przedstawionych na rys. 2, napięcie histerezy magnetycznej gwałtownie maleje dla $H_m/H_{nas} > 1,2...1,4$.



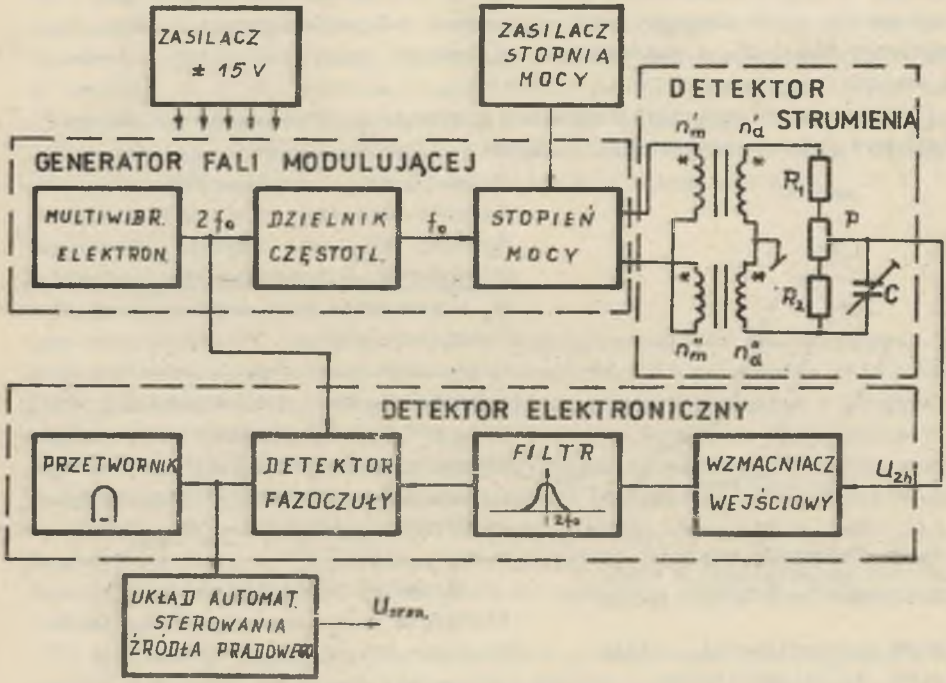
Rys. 2. Zależność napięcia pozostałości magnetycznej w funkcji natężenia pola modulującego

Zależność napięcia spowodowanego histerezą magnetyczną jest podstawą wyboru częstotliwości zasilania przetwornika strumienia. Z zależności (3) wynika, że częstotliwość zasilania powinna być jak największa. Z kolei z charakterystyk przedstawionych na rys. 4 widać, że napięcie spowodowane histerezą maleje szybciej dla niższych częstotliwości, Dodatkowym wymaganiem jest, aby częstotliwość zasilania przetwornika strumienia była różna od częstotliwości harmonicznych sieci.

3. Pomocnicze układy elektroniczne

Istotną rolę w prawidłowej pracy komparatora odgrywają: generator fali modulującej oraz elektroniczny detektor napięcia wyjściowego przetwornika strumienia.

Generator fali modulującej zbudowany jest na bazie multiwibratora Royer'a (o sprzężeniach magnetycznych), synchronizowanego multiwibratorem elektronicznym o częstotliwości własnej 2 f_o. Dzięki temu częstotliwość oraz amplituda generatora nie są zależne od wartości impedancji obciążenia, która zmienia się w funkcji podmagnesowującej magnetowody siły magnetomotorycznej. Detektor elektroniczny (rys. 3) składa się ze wzmacniacza wstępnego o dużej impedancji wejściowej, dwustopniowych filtrów pasmowo-przepustowych o częstotliwości środkowej $2f_o$, detektora fazoczułego oraz przetwornika magnetoelektrycznego. Detektor fazoczuły sterowany jest sygnałem o częstotliwości $2f_o$ z multiwibratora elektronicznego generatora fali modulującej.



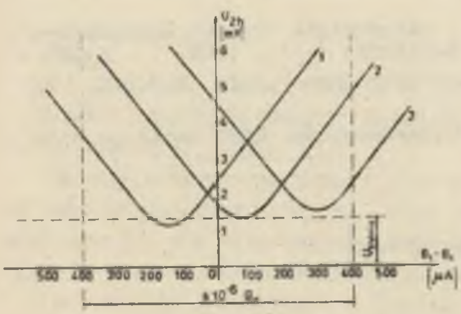
Rys. 3. Schemat blokowy detektora elektronicznego

Zastosowanie detektora fazoczułego umożliwia określenia znaku różnicy sił magnetomotorycznych. Sygnał wyjściowy detektora fazoczułego steruje poprzez układ automatyki prąd jednego ze źródeł, sprowadzając różnicę sił magnetomotorycznych do zera. Ze względu na dużą stałą czasową komparatora układ automatyki posiada specjalne układy korekcji dynamicznej.

W przypadku chwilowych silnych przemagnesowań magnetowodów strumieniem uzwojeń porównawczych przetwornik strumienia pobiera z zasilacza znacznie zwiększoną moc. Aby uniknąć przeciążenia uzwojeń przetwornika strumienia wykonano zabezpieczenie przeciążeniowe. Zabezpieczenie to powoduje gwałtowne obniżenie napięcia wyjściowego generatora w przypadku różnicy sił magnetomotorycznych większych niż 1% siły magnetomotorycznej nominalnej.

4. Pomiar charakterystyki czułości

Określenie charakterystyki czułości przetwornika strumienia $U_{2h}=f(\phi)$ jest z praktycznego punktu widzenia niecelowe. Równorzędną miarą jakości przetwornika strumienia jest charakterystyka $U_{2h} = f(\Theta)$ – charakterystyka czułości komparatora. W celu zbadania przebiegu charakterystyki nawinięto na magnetowodzie dodatkowe uzwojenie wymuszające siłę magnetomotoryczną. Zależność napięcia wyjściowego detektora strumienia w funkcji podmagnesowującej siły magnetomotorycznej przedstawiono na rys. 4. Na rysunku tym, przedstawiono początkowe fragmenty charakterystyk dla różnych stanów histerezy. Widoczny jest obszar niejednoznaczności charakterystyki. Obszar ten powinien być mniejszy od bezwzględnej niedokładności porównania sił magnetomotorycznych. Np. dla przyjętej niedokładności względnej komparatora $\pm 10^{-6}$ obszar niejednoznaczności powinien być mniejszy niż $\pm 10^{-6}\,\Theta_N$, gdzie Θ_N – nominalna siła magnetomotoryczna uzwojeń porównawczych. Z charakterystyki przedstawionej na rys. 4 wyznacza się czułość komparatora $S_K \cong 10$ V/A.



Rys. 4. Zależność napięcia wyjściowego detektora strumienia w funkcji podmagnesowującej siły magnetomotorycznej dla różnych napięć pozostałości magnetycznej

5. Zakończenie

Jak wynika z przedstawionej pracy, przetwornik strumienia jest elementem współdecydującym o właściwościach metrologicznych komparatora prądów stałych. Realizacja dwurdzeniowego przetwornika strumienia na napięcie przemienne wymaga magnetowodów o prawie identycznych charakterystykach. Jest to warunkiem minimalizacji napięcia asymetrii przetwornika strumienia oraz błędu pobudliwości komparatora prądów. Istotną rolę odgrywają parametry fali zasilającej przetwornik strumienia. Zależy od nich obszar niejednoznaczności charakterystyki czułości, spowodowany histerezą magnetyczną.

LITERATURA

[1] Geyger W.A.: Schiemy magnitnych usilitieliej. Gosenergoizdat 1959.
[2] Harvey I.K.: A precise low temperature d.c.ratio transformer. Rev.Sci. Instr.vol. 43. p. 1626, 1972.
[3] Kusters N.L., Mac Martin M.: A direct current comparator bridge for high resistance measurement. IEEE Trans. on Instr. and Meas. No 4, p. 22, 1973.
[4] Kusters N.L., Moore W.J.H.: A current comparator for the precision measurement of the d-c ratios. IEEE trans. on Instr. and Meas. vol. 82, March 1963.
[5] Kusters N.L., Mac Martin M.: A direct current comparator bridge for four terminal resistance measurements. IEEE Trans. on Instr. and Meas. vol. 15, December 1966.
[6] Miłek M.: Analiza i konstrukcja magnetycznego kompensatora przepływu prądu stałego w układzie porównania rezystancji. Praca doktorska,Gliwice 1976.
[7] Miłek M.: Analiza błędu pobudliwości komparatora prądów stałych i sposoby jego minimalizacji. Zesz.Nauk.Pol.Śląskiej, Elektryka z. 55, 1976.
[8] Miłek M., Kwiczała J.: Konstrukcja i technologia uzwojeń komparatora prądów stałych. Zesz.Nauk.Pol.Sl., Elektryka z. 71, 1980.
[9] Słuszkiewicz T.: Kompensacyjny pomiar przepływu prądu Z.N.AGH. Nr 91, Kraków 1965.
[10] Webb W.W.: Superconducting Quantum Magnetometers. IEEE Trans.on Mag. Vol.Mag. 8, Nr 1, 1972.

КОНСТРУКЦИЯ И ТЕХНОЛОГИЯ ДЕТЕКТОРА МАГНИТНОГО ТОКА
КОМПАРАТОРА ПОСТОЯННЫХ ТОКОВ

Р е з ю м е

В статье даются избранные проблемы конструкции и технологии преобразователя постоянного потока в переменное электрическое напряжение, исполняющего функцию детектора в магнитном компараторе токов. Описывается практическая реализация преобразователя и приводятся результаты измерений метрологических свойств.

CONSTRUCTION AND TECHNOLOGY OF FLUX DETECTOR OF DC MAGNETIC COMPARATOR

S u m m a r y

Some problems of construction and technology of transducer of constant flux to AC voltage are presented. This transducer is used as a detector in magnetic current comparator. Practical realisation of such transducer is described, as well as some results of measurements of metrologic properties are given.

ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1980

Seria: ELEKTRYKA z. 71 Nr kol. 656

Marian MIŁEK
Józef KWICZALA

KONSTRUKCJA I TECHNOLOGIA UZWOJEŃ KOMPARATORA PRĄDÓW STAŁYCH

Streszczenie. Przedstawiono konstrukcję i technologię uzwojeń komparatora prądów stałych, służących do porównania rezystancji oporników wzorcowych o wartościach od 0,1Ω do 0,0001Ω.

1. Wstęp

Zasada działania magnetycznych komparatorów prądów stałych jest znana m.in. z prac [2], [3], [5].

Funkcją komparatora prądów jest porównanie dwóch prądów doprowadzonych do uzwojeń porównawczych n_X oraz n_N, nawiniętych na magnetowodzie w taki sposób, aby siły magnetomotoryczne odejmowały się. W przypadku komparatorów prądów stałych detektorem strumienia jest dwurdzeniowy przetwornik strumienia na napięcie o częstotliwości równej podwójnej częstotliwości fali wzbudzającej, omówiony m.in. w pracy [4].

Komparator porównuje prądy dwóch źródeł prądowych (rys. 1). Prądy te płyną przez porównywane rezystancje R_X oraz R_N. Stan równości spadków napięcia

$$I_X R_X = I_N R_N \tag{1}$$

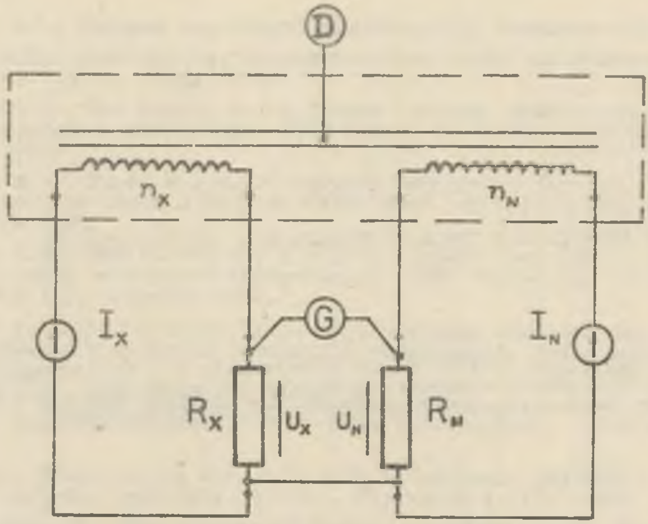
wskazuje galwanometr G.

Jednocześnie dla stanu zerowego detektora strumienia stałego D wypadkowa siła magnetomotoryczna w komparatorze jest równa zeru. Dla różnych wartości prądów I_N oraz I_X stan zerowy detektora można osiągnąć dwoma sposobami:

a) zmieniając liczbę zwojów jednego z uzwojeń, wtedy:

$$I_X n_X = I_N n_N, \tag{2}$$

b) wprowadzając dodatkowe uzwojenie, wyznaczające różnicę sił magnetomotorycznych; sposób ten jest omówiony w dalszej części pracy.



Rys. 1. Schemat układu porównania rezystancji z komparatorem

Z porównania zależności (1) oraz (2) otrzymuje się:

$$R_X = R_N \frac{I_N}{I_X} = R_N \frac{n_X}{n_N}, \tag{3}$$

Jeżeli zależność (2) jest spełniona z pomijalnie małym błędem, to błąd pomiaru rezystancji R_X zależy tylko od niedokładności wzorca. Wymaganie to, w przypadku pomiaru rezystancji wzorców np. klasy 0,005, określa wartość krańcowego, całkowitego błędu porównania sił magnetomotorycznych: $\delta_\Theta = 10^{-6}$.

Jednym z warunków osiągnięcia małej wartości błędu jest odpowiednia konstrukcja i technologia uzwojeń porównawczych oraz uzwojeń, za pomocą których wyznacza się różnicę sił magnetomotorycznych uzwojeń porównawczych, nazwanych uzwojeniami sił magnetomotorycznych podwielokrotnych. Problemy te będą omówione w artykule.

2. Konstrukcja i technologia uzwojeń porównawczych

Liczba zwojów uzwojeń porównawczych zależy od:
- natężenia prądu płynącego przez porównywane rezystancje,
- wymiarów geometrycznych komparatora, a w szczególności ekranów magnetycznych [5].

Prądy płynące przez porównywane rezystancje muszą być jak największe. Jest to ważne zwłaszcza w przypadku porównania rezystancji o małych wartościach, ze względu na ograniczoną czułość napięciową galwanometru G (rys. 1). Wielkością ograniczającą natężenie prądu jest moc dopuszczalna opornika wzorcowego. Jeżeli komparator jest przeznaczony do porównywania jednakowych rezystancji z szerokiego przedziału wartości (np. $10^{-1}...10^{-4}\Omega$, prądy będą miały różne natężenia. Jednak nominalna siła magnetomotoryczna w każdym przypadku musi być jednakowa; jest to warunkiem stałej czułości komparatora i umożliwia porównanie rezystancji o wartościach różniących się o rząd [4], [5]. Dlatego najlepszym rozwiązaniem jest wykonanie kilku uzwojeń o różnych prądach nominalnych i różnych liczbach zwojów. Najlepsze właściwości uzwojenia otrzymuje się nawijając je na magnetowodzie równomiernie - jednowarstwowo, tak aby obwód wewnętrzny był całkowicie wypełniony uzwojeniem. Liczba zwojów jest wtedy proporcjonalna do średnicy magnetowodu komparatora. Wraz z liczbą zwojów uzwojenia porównawczego, przy danym prądzie, wzrasta czułość komparatora [4]. Ale jednocześnie czułość maleje hiperbolicznie ze wzrostem średniej drogi strumienia. [4], [5]. Stąd też wynika optymalna średnica magnetowodów, która jak wykazano w pracy [5] powinna zawierać się w granicach od 120 do 200 mm. Liczba zwojów jest zatem kompromisem pomiędzy wymaganiem dużej czułości komparatora, a technologią umożliwiającą osiągnięcie małych błędów porównania sił magnetomotorycznych.

Tok postępowania podczas wyznaczenia liczby zwojów jest następujący:

- z danych znamionowych oporników wzorcowych R_N oraz R_X określa się dopuszczalne wartości natężeń prądów I_{Nmax} i I_{Xmax} oraz przyjmuje natężenie prądów pomiarowych $I_N = kI_{Nmax}$ oraz $I_X = kI_{Xmax}$, gdzie $k=0,1...0,6$,
- zgodnie z wymogami technologicznymi przyjmuje się typ uzwojenia (multifilarne, bifilarne, sekcjonowane),
- oblicza się przekroje przewodów uzwojenia,
- z wymiarów geometrycznych magnetowodów, ekranu i przewodów wyznacza się liczbę zwojów uzwojenia $n_{X1} = n_{N1}$,
- w przypadku zmniejszenia natężeń prądów o rząd liczba zwojów uzwojenia $n_{X2} = 10\ n_{X1}$ oraz $n_{N2} = 10\ n_{N1}$.

W przedstawiony sposób obliczono natężenia prądów uzwojeń porównawczych komparatora w przypadku porównania dwóch rezystancji o wartościach $0,1\Omega$ oraz $0,001\Omega$. Przyjęto, że natężenie prądu płynącego przez porównywane rezystancje jest równe w przybliżeniu $0,4\ I_{max}$. Wyniki przedstawiono w tabeli 1.

Zasadniczym wymogiem technologii jest realizacja uzwojeń porównawczych przystających przestrzennie (tzn. zajmujących tą samą przestrzeń). Wtedy indukcyjności rozproszenia oraz pojemności doziemne są dla obu uzwojeń identyczne i stąd błąd porównania sił magnetomotorycznych równy zeru. Wy-

Tabela 1

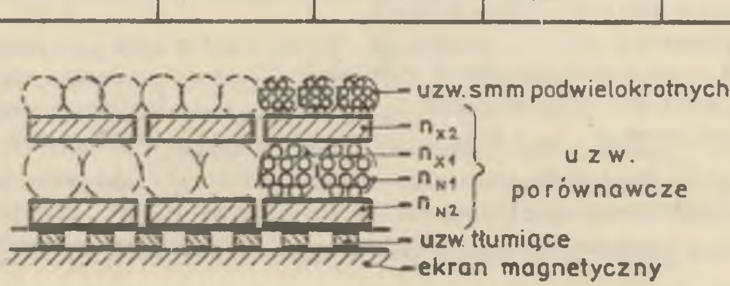
Obliczenie natężenia prądów uzwojeń porównawczych

	$R_X = R_N$ [Ω]	P_{max} [W]	I_{max} [A]	$I_X = I_N$ [A]	$P_{rzecz.}$ [W]
1	0,1	1	3,33	1,5	0,225
2	0,001	1	33,3	15	0,225

Tabela 2

Dane techniczne uzwojeń porównawczych

	Uzwojenie	Liczba zwojów	Typ uzwojenia	Wymiary mm	$\Theta_N = \Theta_X$ [A]
1	$n_{X1} = n_{N1}$	10x28	multifilarne	przewodu $d_p = 1,05$ wiązki $d_w = 3,6$	420
2	$n_{X2} = n_{N2}$	28	bifilarne	płaskownik 7,5x1	420



Rys. 2. Rozłożenie uzwojeń komparatora prądów

magania tego nie można spełnić w sposób dokładny - w przybliżeniu spełnia je uzwojenie multifilarne [1]. Jednak zakres stosowania uzwojenia tego typu jest ograniczony jego prądem nominalnym. Dla prądów o natężeniu większym od ok. 2 A istnieją trudności technologiczne z wykonaniem wiązki i uzwojenie multifilarnego (wiązka ma średnicę równą 6...7 mm). Dlatego dla natężeń prądów większych od ok. 2A uzwojenia wykonuje się inną technologią. Dla prądów o natężeniu kilkunastu amperów uzwojenia wykonuje się, dla przekładni zwojowej równej 1, jako bifilarne. Ze względów technologicznych najbardziej odpowiednim przekrojem uzwojenia jest przekrój prostokątny. Uzwojenia są wtedy nawinięte dwoma płaskownikami, przy czym położenie poszczególnych przewodów (dół-góra) zmienia się np. co 1/4 obwodu komparatora. Rozłożenie uzwojeń na obwodzie komparatora przedstawia rys. 2. Na rysunku zaznaczono uzwojenie tłumiące oraz ekrany magnetyczne - omówione w pracy [5]. Dane techniczne uzwojenia zestawiono w tabeli 2.

3. Konstrukcja oraz błędy dodatkowe uzwojeń sił magnetomotorycznych podwielokrotnych

Wartości rzeczywiste rezystancji oporników wzorcowych różnią się od swojej wartości nominalnej o mniej niż ± 1%. Stąd siły magnetomotoryczne i prądy muszą również zmieniać się w granicach ± 1% swoich wartości nominalnych. Wynik pomiaru, ze względu na wymaganą dokładność (błąd mniejszy niż 10^{-6}), powinien posiadać nie mniej niż 6 cyfr znaczących. Stąd z zależności (3) dla takich samych wartości nominalnych rezystancji wynika:

$$R_{Xg} = R_N \frac{I_N}{I_X} = R_N \frac{n_X}{n_N} = R_N \ (1{,}000000 \pm 0{,}010000). \tag{4}$$

Wykonanie przekładni zwojowej o stosunku zwojów określonych za pomocą 6 cyfr znaczących jest z punktu widzenia technologii niemożliwe. Dlatego na rdzeniu komparatora nawinięto dodatkowe uzwojenie, nazwane uzwojeniem sił magnetomotorycznych podwielokrotnych. Przez uzwojenie to płyną prądy I_1, I_2, I_3..., o ściśle określonej części prądu I_X, jak to przedstawiono na rys. 3. Obwody uzwojeń sił magnetomotorycznych podwielokrotnych zasilano z dodatkowego źródła I_p o prądzie równym cI_x. Rozwiązanie takie zapewnia, dla takiej samej wartości siły magnetomotorycznej nominalnej uzwojeń porównawczych (420 A z tabeli 2), jednakową czułość komparatora.

Równanie sił magnetomotorycznych komparatora przedstawionego na rys. 3 ma postać:

$$I_X n_{X1} + I_1 m n_U' + I_2 n n_U' + I_3 \, p n_U' + I_4 \, q n_U' = I_N n_N \tag{5}$$

gdzie:

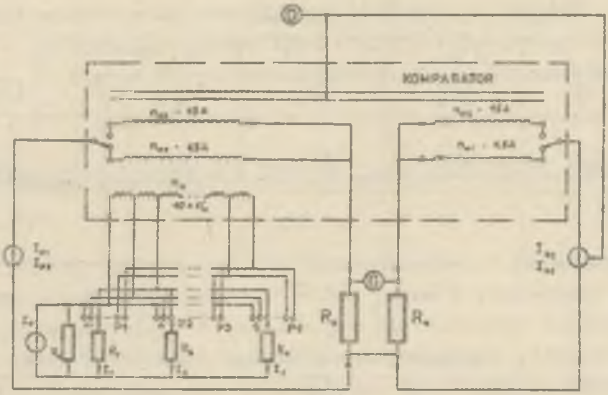
n_U' - liczba zwojów w sekcji uzwojenia sił magnetomotorycznych podwielokrotnych,

m, n, p, q - numery pozycji przełączników.

Jeżeli:

$$I_1 n_U' = 0{,}001 \ I_X n_{X1} \tag{6}$$

$$I_2 n_U' = 0{,}0001 \ I_X n_{X1} \text{ itd.}$$



Rys. 3. Schemat uzwojeń porównawczych komparatora z jednym uzwojeniem sił magnetomotorycznych podwielokrotnych

to

$$\frac{I_N}{I_X} = \frac{n_{X1}}{n_{N1}} (1+10^{-3}m+10^{-4}n+10^{-5} p+10^{-6}q). \tag{7}$$

Stąd dla $n_{X1} = n_{N1}$ w celu osiągnięcia stanu równowagi komparatora, należy zmieniać jeden z prądów: I_N lub I_X. Najprostszą realizacją zapewniającą liniową zależność natężenia prądu i numerów pozycji przełączników jest sterowanie źródłem prądowym I_N przedstawione na rys. 3.

Liczba zwojów uzwojenia sił magnetomotorycznych podwielokrotnych n_U może być określona w dowolny sposób, z zachowaniem warunku (6). Przyjęcie jednak zależności pomiędzy liczbami zwojów $n_U = n_{X1} = 10\ n_{X2}$ oraz równości prądów $I_{X1} = I_p$ umożliwia wyznaczenie błędu własnego uzwojenia sił magnetomotorycznych podwielokrotnych.

W przypadku uzwojeń sił magnetomotorycznych podwielokrotnych istnieje błąd własny uzwojenia spowodowany różnym, w porównaniu z uzwojeniami n_{X1} i n_{N1}, sprzężeniem magnetycznym z detektorem strumienia oraz błędy dodatkowe spowodowane:

a) wpływem rezystancji uzwojeń sił magnetomotorycznych podwielokrotnych,

b) wpływem temperatury na rezystancję uzwojeń.

Błąd spowodowany rezystancją uzwojeń jest funkcją położenia zwieracza przełączników P1, P2, P3... (rys. 3). Gdy rośnie numer sekcji włączonej w obwód prądów I_1, I_2... wzrasta rezystancja w obwodach i maleją wartości tych prądów. Błąd ten zdefiniowano dla obwodu prądu I_1 jako:

$$\delta_{Iu} = \frac{I_{10} - I_1}{I_{10}} \tag{8}$$

gdzie:

I_{10} - prąd w układzie bez rezystancji uzwojeń,
I_1 - prąd uzwojenia zwojów ułamkowych z uwzględnieniem rezystancji uzwojeń.

Przedstawiony zostanie sposób zmniejszenia na drodze konstrukcyjnej, wpływu rezystancji na wynik pomiaru.

W pierwszej realizacji układu uzwojeń sił magnetomotorycznych w obwodach prądów I_1, I_2 itd. włączone były tylko rezystancje R_1, R_2 itd., jak to pokazano na rys. 3. Rozpatrując tylko obwody prądów I_1 oraz I_2 (w pozostałych obwodach rezystancji R_3, $R_4 \gg r_u'$, gdzie r_u' - rezystancja sekcji uzwojenia n_U'), wyznaczono zależność błędu spowodowanego rezystancją [4] i obliczono jego wartość dla typowych danych:

$$r_u' = 4{,}0\Omega \qquad R_1 = 100\,\Omega$$
$$R_w = 1\Omega; \qquad R_2 = 1000\Omega.$$

Dla sytuacji $m < n$

$$\delta_{Iu}' = \frac{\alpha+m\vartheta+(m\vartheta-0{,}1\alpha)\,\left[(n-m)\vartheta+10\right]}{\alpha+m\vartheta+(\alpha+m\vartheta+1)\,\left[(n-m)\vartheta+10\right]} \tag{9}$$

gdzie:

$$\vartheta = \frac{r_u}{R}; \qquad \alpha = \frac{R_w}{R_1},$$

m, n - numery sekcji.

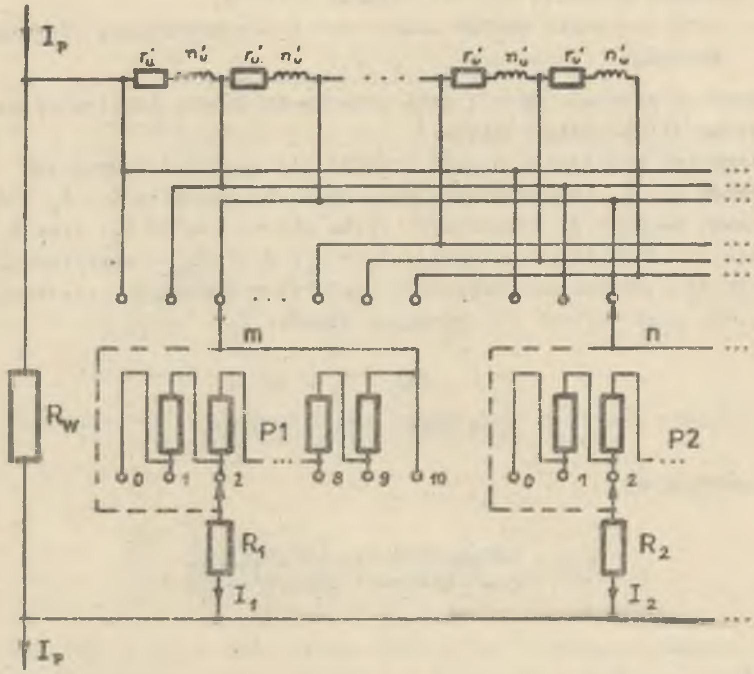
Przyjmując $m = 9$, $n = 10$ otrzymano $\delta_{Iu}' \approx 10^{-1}$.

Sposobem zmniejszenia tego błędu jest wyrównanie rezystancji w obwodach prądów I_1 oraz I_2, poprzez synchroniczne włączanie dodatkowych rezystancji o wartościach $r_d = r_u'$, wraz ze zmianą położenia zwieracza przełączników P_1 oraz P_2, jak to pokazano na rys. 4.

W przedstawionym układzie istnieje jednak błąd spowodowany spadkiem napięcia, wywołanym prądem I_2, na rezystancji r_u' przez którą przepływa również prąd I_1.

Błąd ten analizowano w pracy [4]; jego wartość dla $m < n$ wyznacza się z zależności:

$$\delta_{Iu}'' = \frac{\left[1+(10-m)\vartheta\right](\alpha+m\vartheta) - \alpha\,\frac{1+10\vartheta}{10+10\vartheta}\left[10+(10-m)\vartheta\right]}{(\alpha+10\vartheta+1)\left[10-(10-m)\vartheta\right]+\left[1+(10-m)\vartheta\right](m\vartheta+1)} \tag{10}$$



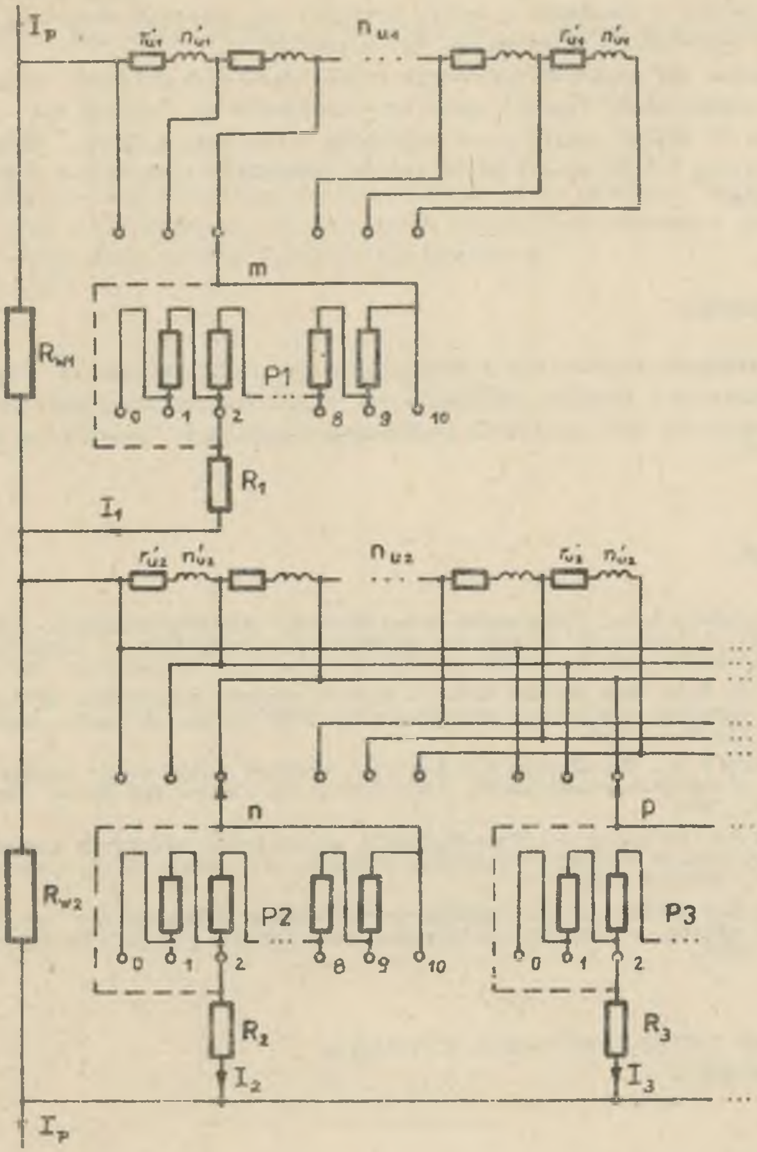
Rys. 4. Schemat uzwojeń sił magnetomotorycznych podwielokrotnych z kompensacją wpływu rezystancji uzwojeń

Dla identycznych jak w poprzednim przypadku parametrów α oraz ϑ, błąd spowodowany rezystancją uzwojeń zmniejszył się do wartości

$$\delta_{Iu}'' \cong 7 \cdot 10^{-3}.$$

Wpływ rezystancji r_u na wartość błędu można jeszcze zmniejszyć o rząd, wykonując w komparatorze dwa uzwojenia sił magnetomotorycznych podwielokrotnych - jedno uzwojenie włączone tylko w obwód prądu I_1, drugie w obwód prądów I_2, I_3, I_4 (rys. 5).

Drugim dodatkowym błędem związanym z uzwojeniem sił magnetomotorycznych ułamkowych jest błąd spowodowany zmianą temperatury. Komparator, a zwłaszcza źródła prądowe wymagają stabilizacji, której czas jest równy ok. kilkunastu minut. W tym okresie czasu przez uzwojenia porównawcze płyną prądy, powodując nagrzewanie uzwojeń. Pojemność cieplna komparatora oraz jego termiczna stała czasowa są bardzo duże (duża masa elementów i kilka warstw izolacji elektrycznej). Powoduje to nagrzewanie się uzwojeń n_{U1} oraz n_{U2}, co pociąga zmianę rezystancji w obwodach prądów I_1, I_2, itd.



Rys. 5. Schemat uzwojeń sił magnetomotorycznych podwielokrotnych z oddzieleniem obwodu I_1

Z pomiarów wykonanych modeli komparatorów wynika, że po czasie t=90min temperatura wnętrza komparatora wzrasta o około 10°C. Zmiany rezystancji nie są więc znaczące dla rozpływu prądów w obwodzie n_{U2}, ale mogłyby powodować dodatkowy błąd w obwodzie n_{U1} (rys. 5). Dlatego też uzwojeniu n_{U1} należy wykonać z przewodów o takiej średnicy aby stosunek rezystancji uzwojeń do rezystancji całej gałęzi był rzędu 10^{-3}.

Uzwojenia sił magnetomotorycznych podwielokrotnych wykonano również w postaci wiązki multifilarnej, przy czym uzwojenie n_{U1} składa się z 10 sekcji po 28 zwojów, nawiniętych przewodem o średnicy 0,85 mm, natomiast uzwojenie n_{U2} - z 10 sekcji po 28 zwojów, nawiniętych przewodem o średnicy 0,35 mm.

4. Zakończenie

Przedstawiona konstrukcja i technologia uzwojenia umożliwiła realizację komparatora o błędzie porównania sił magnetomotorycznych mniejszym niż 10^{-6}. Komparator taki umożliwia porównanie rezystancji wzorców z błędem rzędu 10^{-6}.

LITERATURA

[1] Grocholskij A.L., Kuszczajew E.L.: Mietody obespieczіwanija tiosnoj swjazi plieczіewych induktiwno swjazanych eliemjentow na osnowie multifiljarnych sistem. Probliemy Eliektromietrij, Nowosibirsk 1971.

[2] Kusters N.L., Mac Martin N.P.: A direct current comparator bridge for four terminal resistance measurements. IEEE Trans. on Instr. and Meas, vol. 15, Dec. 1966.

[3] Kusters N.L., Mac Martin M.: A direct current comparator bridge for high resistance measurement. IEEE Trans. on Instr. and Meas. No. 4, p. 22, 1973.

[4] Miłek M., Kwiczala J.: Konstrukcja i technologia detektora strumienia magnetycznego komparatora prądów stałych. Zesz.Nauk.,Politechnika Śl., z. 71, Gliwice 1980.

[5] Miłek M.: Analiza i konstrukcja magnetycznego kompensatora przepływu prądu stałego w układzie porównania rezystancji. Praca doktorska. Gliwice 1976.

КОНСТРУКЦИЯ И ТЕХНОЛОГИЯ ОБМОТОК КОМПАРАТОРА ПОСТОЯННЫХ ТОКОВ

Р е з ю м е

Предоставлена конструкция и технология обмоток компаратора постоянных токов, применяемого в схемах сравнения резистанса эталонных сопротивлений стоимости $(0,0001 \div 0,1)\,\Omega$.

CONSTRUCTION AND TECHNOLOGY OF THE WINDINGS OF DC CURRENT COMPARATORS

S u m m a r y

Construction and technology of the windings of DC current comparator designed for the comparison of resistances of standard resistors in the range of value from 0.1Ω to 0.0001Ω are presented.

ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1980

Seria: ELEKTRYKA z. 71 Nr kol. 656

Jan PUŚLEDZKI

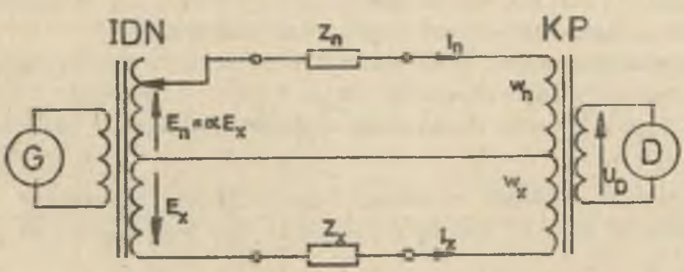
Tadeusz SKUBIS

MINIMALIZACJA ODDZIAŁYWANIA IMPEDANCJI WPŁYWOWYCH NA WYNIK POMIARU W MOSTKU TRANSFORMATOROWYM

Streszczenie. Przedstawiono układ mostka z indukcyjnym dzielnikiem napięcia i komparatorem prądów, przeznaczonego do pomiarów pojemności. Mostek charakteryzuje się szerokim zakresem pomiarowym, dużą precyzją i dużą dokładnością. Określono impedancje wpływowe w układzie, ograniczające dokładność pomiaru. Przedstawiono sposoby minimalizacji błędów, zależnych od impedancji wpływowych.

1. Wprowadzenie

Indukcyjne dzielniki napięcia i komparatory prądów zmiennych, w których zastosowano magnetowody o dużej przenikalności magnetycznej i małej



Rys. 1. Schemat ideowy mostka

stratności są podstawowymi podzespołami mostka do pomiarów pojemności w zakresie 1 pF...1μF z błędem nie przekraczającym 0,001%.[5]. Mostek taki został zbudowany w Instytucie Metrologii Elektrycznej i Elektronicznej Politechniki Śląskiej. Schemat ideowy układu przedstawiono na rys. 1.

W stanie równowagi mostka ($U_D = 0$) przepływy Θ_n i Θ_x w uzwojeniach w_n i w_x komparatora prądów KP są sobie równe, czyli

$$I_n w_n = I_x w_x. \tag{1}$$

Jeśli pominie się impedancje rozproszenia uzwojeń komparatora, to w stanie równowagi mostka uzwojenia komparatora stanowią zwarcie. W takim przypadku

$$I_n = \frac{\alpha E_x}{Z_n} = \frac{E_n}{Z_n} \tag{2}$$

oraz

$$I_x = \frac{E_x}{Z_x}. \tag{2}$$

Po podstawieniu równań (2) do (1) otrzymuje się równania równowagi mostka, zbudowanego z idealnych podzespołów.

$$Z_x = \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{w_x}{w_n} Z_n \tag{3}$$

Jeżeli, Z_x oraz Z_n są impedancjami bezstratnych kondensatorów, to

$$C_x = \alpha \frac{w_n}{w_x} C_n. \tag{3a}$$

Zależność (3) obowiązuje jedynie dla modelu, w którym nie uwzględniono impedancji wpływowych. Zależność (3a) jest bardzo prosta i przydatna do praktycznego wykorzystania, ponieważ umożliwia bezpośredni odczyt pojemności C_x. Stosowanie tej zależności do rzeczywistego układu mostka powoduje jednak błędy, zależne od impedancji wpływowych. Rzeczywisty układ mostka należało więc tak zmodyfikować, aby równanie (3) obowiązywało także przy skończonych wartościach impedancji wpływowych.

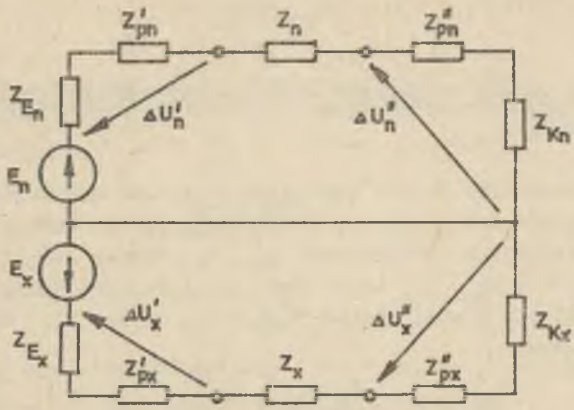
Impedancjami wpływowymi w tym układzie są impedancje rozproszenia uzwojeń komparatora w stanie równowagi (Z_{kn}, Z_{kx}), impedancje doprowadzeń (Z'_{pn}, Z''_{pn}, Z'_{px}, Z''_{px}) oraz impedancje wewnętrzne źródeł napięcia (Z_{En}, Z_{Ex}).

Schemat mostka w stanie równowagi uwzględniający impedancje wpływowe przedstawiono na rys. 2. Równanie równowagi dla tego układu ma postać

$$Z_x = \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{w_x}{w_n} Z_n + \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{w_x}{w_n}(Z_{En} + Z'_{pn} + Z''_{pn} + Z_{kn}) - (Z_{Ex} + Z'_{px} + Z''_{px} + Z_{kx}) \tag{4}$$

Równanie (3) stosowane dla układu mostka z rys. 2 daje wyniki obarczone błędem

$$\delta = \frac{-(Z_{En} + Z'_{pn} + Z''_{pn} + Z_{kn}) + \alpha \frac{w_n}{w_x}(Z_{Ex} + Z'_{px} + Z''_{px} + Z_{kx})}{Z_n + (Z_{En} + Z'_{pn} + Z''_{pn} + Z_{kn}) + \alpha \frac{w_n}{w_x}(Z_{Ex} + Z'_{px} + Z''_{px} + Z_{kx})} \tag{5}$$



Rys. 2. Schemat zastępczy mostka z impedancjami wpływowymi

Tabela 1

C_x nF	0,001... 0,01	0,01... 0,1	0,1...1	1...10	10...100	100... 1000
$\delta_{\%}$max	0,002	0,002	0,004	0,03	0,2	2

Tabela 2

Nazwa podzespołu	Źródło		Przewód				Uzwojenie KP	
Oznaczenie impedancji	Z_{En}	Z_{Ex}	Z'_{pn}	Z''_{pn}	Z'_{px}	Z''_{px}	Z_{kn}	Z_{kx}
Rezystancja [Ω]	2	2	0,015	0,015	0,015	0,015	6,5	6,5
Indukcyjność μH	10	10	0,4	0,4	0,4	0,4	125	125

W tabeli 1 zestawiono wartości błędów obliczone wg równania (5) dla mostka zbudowanego wg układu z rys. 2, bez dodatkowych układów podwyższających dokładność.

Maksymalne wartości rezystancji i indukcyjności rozproszenia poszczególnych podzespołów mostka zestawiono w tabeli 2. Obliczenia błędów wykonano dla częstotliwości roboczej 1000 Hz. Impedancję wzorcową stanowił kondensator stały o pojemności C_n = 1000 pF.

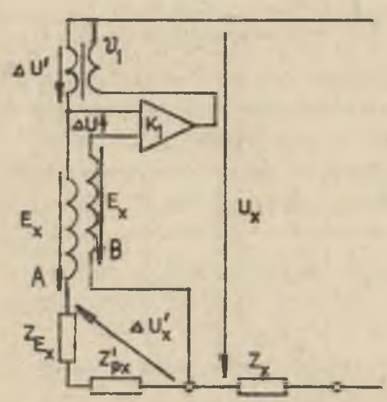
Wyniki zamieszczone w tabeli 1 świadczą, że impedancje wpływowe stanowią istotne źródło błędów mostka, szczególnie w przypadku pomiaru małych wartości impedancji. Zmniejszenie wartości uwzględnianych tu impedancji wpływowych do poziomu zapewniającego błąd pomiaru mniejszy od 0,001% na wszystkich zakresach nie może być zrealizowane ze względów konstrukcyjnych [6]. Problem ten rozwiązano przez zastosowanie elektronicznej kompensacji spadków napięć $\Delta U_n'$, $\Delta U_x'$, $\Delta U_n''$, $\Delta U_x''$.

2. Minimalizacja wpływu impedancji wewnętrznych źródeł napięć oraz impedancji doprowadzeń

Impedancje wewnętrzne źródeł napięć są to przede wszystkim impedancje wyjściowe dzielników indukcyjnych, dostarczających do układu napięcia E_n oraz E_x. Na impedancjach wewnętrznych Z_{Ex}, Z_{En} źródeł napięć oraz na impedancjach doprowadzeń Z_{px}', Z_{pn}' od strony zasilania, występują przy przepływie prądów obciążenia spadki napięć $\Delta U_x'$, $\Delta U_n'$ (rys. 2). Spadki te są określone równaniami .

$$\Delta U_x' = \frac{E_x(Z_{Ex} + Z_{px}')}{Z_x + Z_{Ex} + Z_{px}' + Z_{px}'' + Z_{kx}}$$

$$\Delta U_n' = \frac{\alpha E_x(Z_{En} + Z_{pn}')}{Z_n + Z_{En} + Z_{pn}' + Z_{pn}'' + Z_{kn}} \tag{6}$$



Rys. 3. Idea kompensacji spadku napięcia w gałęzi zasilania

Wartości spadków napięć $\Delta U_x'$ oraz $\Delta U_n'$ są zmienne, ponieważ dla różnych impedancji mierzonych zmieniają się wartości α, Z_{En}, Z_x. Spadki te muszą być kompensowane automatycznie w całym zakresie zmian parametrów α, Z_{En}, Z_x.

Zasadę kompensacji spadku napięcia $\Delta U_x'$ przedstawiono na rys. 3. W celu wykonania tej kompensacji zastosowano w transformatorze dwa jednakowe uzwojenia A i B, w których indukują się siły elektromotoryczne E_x. Przez uzwojenie A przepływa prąd obciążenia I_x i z tego względu występuje na nim i na przewodzie spadek napięcia $\Delta U_x'$. Uzwojenie B połączone jest równolegle z uzwojeniem A przez wzmacniacz o wzmocnieniu K_1 i o dużej impedancji wejściowej. Z tego względu można przyjąć, że spadek napięcia na impedancji rozproszenia uzwojenia B jest równy 0. Równanie napięć dla obwodu wejściowego wzmacniacza

$$E_x - \Delta U_x' - E_x + \Delta U = 0$$

stąd

$$\Delta U'_x = \Delta U. \tag{7}$$

Napięcie wyjściowe wzmacniacza o wzmocnieniu K_1 jest transformowane przez transformator o przekładni ϑ_1 do obwodu, w którym płynie prąd I_x. W układzie zastosowano $K_1 = 1$, $\vartheta_1 = 1$. W tym przypadku

$$\Delta U' = \Delta U'_x$$

oraz

$$U_x = E_x. \tag{8}$$

Z równania (8) wynika, że do impedancji mierzonej Z_x dołączone jest napięcie E_x nie zmniejszone o spadek napięcia $\Delta U'_x$ [1, 2].

Podobnie kompensuje się spadek napięcia $\Delta U'_n$ z tym, że ze względu na konieczność regulacji napięcia E_n stosuje się dwa dzielniki wielodekadowe zamiast uzwojeń A i B, w celu precyzyjnego nastawienia napięcia E_n na impedancji wzorcowej Z_n. Dzielnik A jest taki sam, jak dzielnik B, a ponadto pierwsze dekady obu dzielników wykonane są na tym samym magnetowodzie.

Zastosowanie opisanych układów kompensacji spadków napięć jest równoważne spełnieniu warunku

$$Z_{Ex} = Z_{En} = Z'_{px} = Z'_{pn} = 0 \tag{9}$$

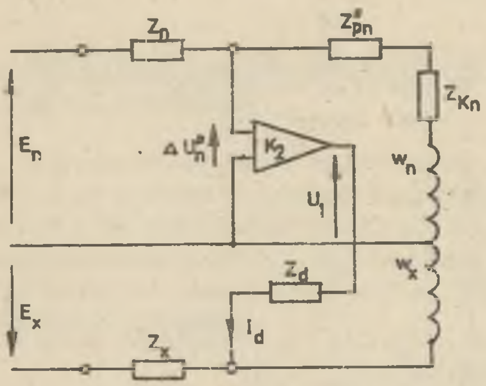
3. Minimalizacja wpływu impedancji rozproszenia uzwojeń komparatora i impedancji doprowadzeń

Jeśli spełnione jest równanie (9), wartości prądów płynących przez impedancje Z_n oraz Z_x są określone równaniami

$$\begin{aligned} I_{nr} &= \frac{E_n}{Z_n + Z''_{pn} + Z_{kn}} = \frac{E_n - \Delta U''_n}{Z_n} \\ I_{xr} &= \frac{E_x}{Z_x + Z''_{px} + Z_{kx}} = \frac{E_x - \Delta U''_x}{Z_x} \end{aligned} \tag{10}$$

Gdyby impedancje rozproszenia uzwojeń komparatora i doprowadzeń po stronie komparatora byży równe 0, wtedy wartości prądów byżyby określone równaniami (2).

Impedancje Z''_{pn}, Z_{kn}, Z''_{px}, Z_{kx} powodują zmniejszenie porównywanych prądów o wartości



Rys. 4. Idea kompensacji spadku napięcia w gałęzi komparatora od strony impedancji wzorcowej

$$\Delta I_n = I_n - I_{nr} = \frac{\Delta U''_n}{Z_n}$$
$$\Delta I_x = I_x - I_{xr} = \frac{\Delta U''_x}{Z_x} \qquad (11)$$

Minimalizację wpływu impedancji rozproszenia uzwojeń komparatora i doprowadzeń można zrealizować przez kompensację prądową (wprowadzenie do uzwojeń komparatora dodatkowych prądów kompensujących) lub kompensację napięciową (wprowadzenie do obwodów dodatkowych napięć kompensujących) [3, 4].

Na rys. 4 przedstawiono zasadę działania układu minimalizującego wpływ impedancji rozproszenia uzwojenia w_n komparatora i impedancji doprowadzeń Z''_{pn} w gałęzi impedancji wzorcowej Z_n. Zasada ta polega na wprowadzeniu dodatkowego prądu I_d do uzwojenia w_x komparatora prądów.

Dla układu mostka w stanie równowagi z włączonym wzmacniaczem o wzmocnieniu K_2 i impedancją Z_d, obowiązuje równanie

$$\frac{E_n - \Delta U''_n}{Z_n} w_n = \left(\frac{E_x}{Z_x} + I_d\right) w_x \qquad (12)$$

przy czym

$$I_d = \frac{U_1}{Z_d} \qquad (13)$$

Jeśli spełniony jest warunek

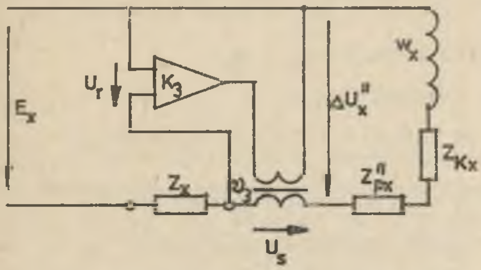
$$-\frac{\Delta U''_n}{Z_n} w_n = \frac{U_1}{Zd} w_x \qquad (14)$$

to równanie (12) upraszcza się do postaci(1). Spadek napięcia $\Delta U''_n$ nie ma wtedy wpływu na równanie równowagi.
Z równania (14) oblicza się

$$U_1 = -\Delta U''_n \frac{Z_d}{Z_n} \cdot \frac{w_n}{w_x} \qquad (15)$$

Równanie (15) spełnia się w praktyce przez zastosowanie wzmacniacza odwracającego o wzmocnieniu $K_2 = -1$ i przez włączenie impedancji

$$Z_d = Z_n \frac{w_x}{w_n}.$$



Rys. 5. Idea kompensacji spadku napięcia w gałęzi komparatora od strony impedancji mierzonej

Minimalizację wpływu impedancji Z_{kx} oraz Z''_{px} przeprowadzono przez skompensowanie spadku napięcia $\Delta U''_x$. Zasadę kompensacji przedstawiono na rys. 5. Dla obwodu z włączonym wzmacniaczem o wzmocnieniu K_3 i transformatorem o przekładni ϑ_3 obowiązują równania

$$U_r = \Delta U_x'' - U_s$$
$$U_s = U_r K_3 \vartheta_3. \tag{16}$$

Z równań (16) otrzymuje się

$$U_r = \frac{\Delta U_x''}{1 + K_3\vartheta_3} \tag{17}$$

$U_r \to 0$ gdy $K_3\vartheta_3 \infty$

W układzie praktycznym należy zastosować wzmacniacz o dużym wzmocnieniu, natomiast transformator powinien obniżać napięcie. Takie warunki ustalono doświadczalnie.

Zastosowanie układów przedstawionych na rys. 4 i 5 oraz odpowiednie spełnienie równań (15) i (17) jest równoważne spełnieniu warunku

$$Z''_{pn} = Z_{kn} = Z''_{px} = Z_{kx} = 0, \tag{18}$$

4. Wnioski

Zastosowanie przedstawionych układów kompensacji w mostku o ramionach sprzężonych indukcyjnie jest równoważne zastosowaniu źródeł napięć, komparatora prądów oraz doprowadzeń o zerowych wartościach impedancji rozproszenia. W takich warunkach błąd mostka, zależny od analizowanych impedancji wpływowych, określony równaniem (5) ma wartość 0. W praktyce udało się zminimalizować ten błąd do wartości około $5 \cdot 10^{-6}$, co pozwoliło na osiągnięcie założonej dokładności mostka.

5. Ważniejsze oznaczenia

E_n, E_x – napięcia źródeł w stanie jałowym, w obwodach Z_n i Z_x,

K_1, K_2, K_3 – wzmocnienie wzmacniacza,

w_n, w_x – liczby zwojów uzwojeń porównawczych komparatora w obwodach impedancji Z_n i Z_x,

Z_{En}, Z_{Ex} – impedancje wewnętrzne źródeł napięć E_n i E_x,

Z_{kn}, Z_{kx} – impedancje rozproszenia uzwojeń w_n i w_x,

Z'_{pn}, Z'_{px} – impedancje doprowadzeń od źródeł E_n i E_x do impedancji Z_n, Z_x,

Z''_{pn}, Z''_{px} – impedancje doprowadzeń od Z_n i Z_x do uzwojeń w_n i w_x,

$\Delta U'_n$, $\Delta U'_x$ – spadki napięć na impedancjach rozproszenia odpowiednio Z_{En} i Z_{pn}' oraz Z_{Ex} i Z'_{px},

$\Delta U''_n$, $\Delta U''_x$ – spadki napięć na impedancjach rozproszenia odpowiednio Z''_{pn} i Z_{kn} oraz Z''_{px} i Z_{kx},

α – nastawiona przekładnia dzielnika indukcyjnego,

ϑ_1, ϑ_2, ϑ_3 – przekładnia transformatorów.

LITERATURA

[1] Cutkosky R.D.: Active and Passive Direct-Reading Ratio Sets for the Comparison of Audio-Frequency Admittances. IEEE Trans. on Instr. and Meas., Dec. 1964.

[2] Emschermann H.H., Fuhrmann R.: Low-Frequency One-Step Inductive Voltage Divider with Ratio up to 1:1000. IEEE Trans. on Instr. and Meas., vol. IM-24, nr 4, Dec 1975.

[3] Petersons O.: A Transformer-Ratio-Arm Bridge for Measuring Large Capacitors Above 100 Volts. IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, vol. PAS-87 nr 5, May 1968.

[4] Petersons O., Anderson W.E.: A Wide-Range High-Voltage Capacitance Bridge with One PPM Accuracy. IEEE Trans. on Instr. and Meas,,vol.IM-24 nr 4, Dec. 1975.

[5] Skubis T.: Konstrukcja i błędy indukcyjnych dzielników napięcia. Normalizacja nr 4, 1979.

[6] Skubis T., Miłek M.: Analiza błędów mostka dwutransformatorowego. Zeszyty Naukowe Pol.Śląskiej, Elektryka nr 33, 1972.

МИНИМАЛИЗАЦИЯ ВОЗДЕЙСТВИЯ ВЛИЯТЕЛЬНЫХ СОПРОТИВЛЕНИЙ
НА РЕЗУЛЬТАТ ИЗМЕРЕНИЯ В МОСТАХ С ИНДУКТИВНОЙ СВЯЗЬЮ

Р е з ю м е

В статье излагается схема моста с индуктивным делителем напряжения и компаратором токов, который предназначен для измерения ёмкости. Этот мост характеризуется широким пределом измерений и большой точностью. Определяются влиятельные сопротивления моста, ограничивающие точность измерений. Приводятся методы минимализации погрешности, зависимой от влиятельных сопротивлений.

MINIMALIZATION OF INFLUENCE OF RESIDUAL IMPEDANCES ON
MEASUREMENT RESULT IN RATIO-ARM BRIDGE

S u m m a r y

The bridge with inductive voltage divider and current comparator, for capacitance measurement is presented. Wide range, high precision and high accuracy are the main features of this bridge. Residual impedances, restricting measurement accuracy are shown. Methods of minimization of errors depended on residual impedances are defined.

ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1980

Seria: ELEKTRYKA z. 71 Nr kol. 656

Janusz TOKARSKI

ELEKTRONICZNA KOMPENSACJA BŁĘDÓW INDUKCYJNEGO PRZEKŁADNIKA NAPIĘCIOWEGO

Streszczenie. Rozpatrzono sposoby elektronicznej kompensacji błędów i podano ich ocenę. Przeanalizowano zjawiska w przekładniku ze względu na działanie obwodów kompensujących. Podano analizę dokładności. Przytoczono wyniki doświadczalnych danych dla opracowanego prototypu.

1. Wprowadzenie

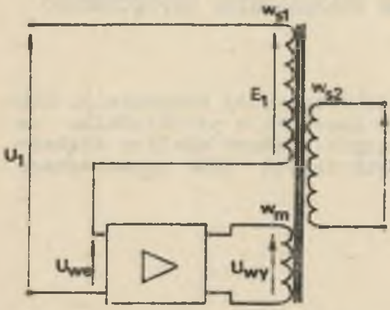
Przekładniki napięciowe i prądowe są niezbędnym i niezastąpionym elementem wielu układów pomiarowych prądu przemiennego. Rozszerzenie zakresów pomiarowych przyrządów oraz zapewnienie odpowiedniego odseparowania obwodów pomiarowych nie ma dotychczas konkurencyjnego rozwiązania. W klasycznym niekorygowanym przekładniku napięciowym głównym źródłem błędów są spadki napięcia na rezystancji uzwojenia pierwotnego i wtórnego oraz na indukcyjności rozproszenia tych uzwojeń. Tradycyjna korekcja błędu kątowego polega na dobraniu odpowiedniej wartości indukcyjności rozproszenia uzwojeń tzn. na jej zwiększeniu lub częściowym skompensowaniu szeregową pojemnością włączoną w obwód wtórny. Zmniejszenie błędu amplitudowego uzyskuje się przez zastosowanie tzw. dozwojenia. Korekcja taka skuteczna jest jedynie w przypadku obciążenia przekładnika określoną impedancją. Dodatkowo nieliniowe zmiany prądu magnesującego ograniczają skuteczność tradycyjnej korekcji do wąskiego zakresu napięcia wejściowego. Z tych względów klasyczne konstrukcje są zadawalające do pomiarów elektroenergetycznych.

Niewystarczające do wielu celów metrologiczne właściwości klasycznych przekładników skłaniają do poszukiwania nowych rozwiązań. Chodzi przede wszystkim o zapewnienie dużej dokładności przy dużym zakresie pomiarowym i o uniezależnienie dokładności od zmian impedancji obciążenia. Ze względu na dokładność pomiaru napięcia w dowolnie odległym punkcie, ważne jest również uniezależnienie dokładności od spadku napięcia na przewodach łączących.

W przypadku indukcyjnych przekładników napięciowych wymienione właściwości metrologiczne można uzyskać przez wprowadzenie dodatkowych obwodów magnetycznych, dodatkowych uzwojeń oraz odpowiednich układów elektronicznych.

2. Sposoby elektronicznej kompensacji błędów przekładnika

Istnieje wiele rozwiązań elektronicznej kompensacji błędów w indukcyjnych przekładnikach napięciowych. Wydaje się, że celowe byłoby podzielenie znanych rozwiązań przekładników na dwie klasy charakteryzujące się określonym sposobem kompensacji i posiadające w związku z tym pewne charakterystyczne właściwości.



Rys. 1. Schemat przekładnika napięciowego z redukcją prądu w uzwojeniu pierwotnym stosunkowym

Charakterystyczną cechą pierwszego sposobu kompensacji jest generacja prądu magnesującego i prądu obciążenia w dodatkowym uzwojeniu zwanym uzwojeniem magnesującym. Wprowadzenie takiego uzwojenia pozwala na znaczną redukcję prądu w uzwojeniu pierwotnym stosunkowym. Efektem jest wielokrotne zmniejszenie różnicy między napięciem mierzonym, a SEM indukującą się w uzwojeniu pierwotnym. Przykładem może być układ podany w pracy [4] i przedstawiony na rys. 1. Na rdzeniu nawinięte jest uzwojenie pierwotne stosunkowe w_{s1}, uzwojenie wtórne stosunkowe w_{s2} i uzwojenie magnesujące w_m. Przekładnia zwojowa uzwojeń w_{s1} i w_{s2} jest równa przekładni znamionowej ϑ_N. Przekładnia zwojowa uzwojeń w_{s1} i w_m jest równa ϑ. Uzupełnieniem układu jest wzmacniacz o wzmocnieniu napięciowym K i dużej rezystancji wejściowej, tak dobranej, by spadek napięcia na impedancji rozproszenia uzwojenia w_{s1} był pomijalnie mały w stosunku do napięcia wejściowego wzmacniacza U_{we}. Wzmacniacz poprzez silne ujemne sprzężenie zwrotne powoduje wyindukowanie się w uzwojeniu w_{s1} SEM E_1 mniejszej od napięcia wejściowego U_1 o spadek na rezystancji wejściowej wzmacniacza. Im większe są wartości współczynnika wzmocnienia K i przekładni ϑ, tym mniejsza jest wartość napięcia U_{we} w stosunku do napięcia U_1, a tym samym mniejsza różnica napięć U_1 i E_1.

Na podstawie przytoczonego przykładu można określić cechy charakterystyczne układów z redukcją prądu w uzwojeniu pierwotnym stosunkowym. Do najważniejszych należą:

- bardzo duża impedancja wejściowa przekładnika, niezależna od jego obciążenia (moc potrzebna na namagnesowanie rdzenia oraz moc obciążenia dostarczana jest przez wzmacniacz),
- wymagana jest odpowiednio duża moc wyjściowa wzmacniacza,
- wymagane są duże wartości współczynnika K i przekładni ϑ dla osiągnięcia odpowiednio niskiego poziomu błędów,
- brak kompensacji błędu powstającego w obwodzie wtórnym w wyniku obciążenia przekładnika, co ogranicza zakres dopuszczalnych obciążeń do bardzo dużych impedancji.

Drugi sposób kompensacji błędów polega na wygenerowaniu napięć odpowiednio proporcjonalnych do spadków napięcia na impedancji rozproszenia uzwojenia pierwotnego i wtórnego oraz użycie ich do korekcji napięcia wyjściowego przekładnika. Do najważniejszych cech rozwiązań, w których zastosowano ten sposób kompensacji należą:

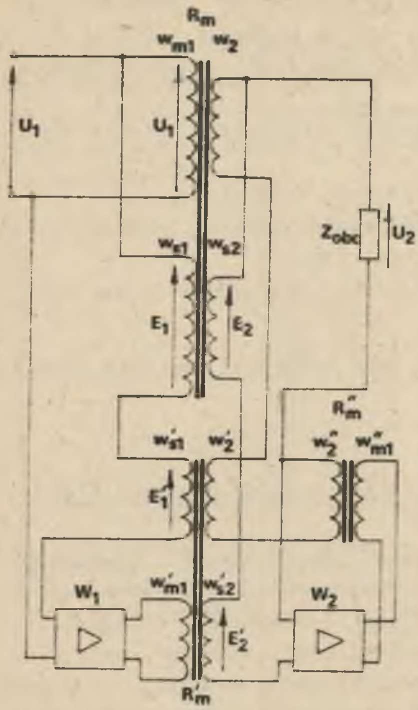
- impedancja wejściowa porównywalna z impedancją wejściową klasycznego przekładnika,
- wymagana jest stosunkowo niewielka moc wyjściowa wzmacniacza,
- wymagana jest wielokrotnie mniejsza wartość współczynnika wzmocnienia wzmacniacza dla uzyskania tego samego poziomu błędu,
- kompensacja w obwodzie wtórnym pozwala na zmiany obciążenia w szerokim zakresie.

Dane doświadczalne podane w tym artykule będą dotyczyły drugiego sposobu kompensacji.

3. Opracowany przekładnik napięciowy z elektroniczną kompensacją błędów

Do instalacji automatycznego badania maszyn elektrycznych zbudowano przekładniki napięciowe o szerokim zakresie pomiarowym, przystosowane do współpracy z przetwornikami mocy czynnej o dużej dokładności. Wymagane były następujące własności metrologiczne przekładników: nominalne napięcie wejściowe U_{1N} = 480 V; nominalne napięcie wyjściowe U_{2N} = 100 V; zakres pomiarowy od 10% do 120% U_{1N}; niedokładność przetwarzania $\pm$ 0,01% wartości mierzonej; zakres zmian mocy obciążenia od 0 do 5 VA, przy zmianie $\cos\varphi$ od 0 ind. do 1; częstotliwość znamionowa 50 Hz. Równocześnie przekładniki miały być zainstalowane w znacznej odległości od źródła mierzonego napięcia. Ponieważ sposób kompensacji polegający na redukcji prądu w uzwojeniu pierwotnym stosunkowym nie zapewniał uzyskania wymienionych właściwości, wybrano drugi sposób kompensacji. Przyjęto układ podany na rys. 2. W rozwiązaniu tym wykorzystano układ przedstawiony na rys. 1 do transformacji spadku napięcia na impedancji rozproszenia uzwojenia pierwotnego (rdzeń R_m' wraz z uzwojeniami oraz wzmacniaczem W_1). Kompensację błędu w obwodzie wtórnym uzyskano na zasadzie kontroli różnicy napięcia wyjściowego i napięcia odniesienia(SEM indukująca się w nieobciążonym uzwojeniu wtórnym stosunkowym)i dodaniu do napięcia wyjściowego napięcia kompensującego tę różnicę (rdzeń R_m'' wraz z uzwojeniami oraz wzmacniaczem W_2).

Skonstruowany przekładnik napięciowy składa się z trzech rdzeni magnetycznych. Rdzeń R_m wraz z uzwojeniami stanowi właściwy przekładnik(rys.2). Rdzenie R_m' i R_m'' wraz z uzwojeniami tworzą transformatory pomocnicze. Na rdzeniu R_m nawinięte są dwa uzwojenia pierwotne: uzwojenie pierwotne magnesujące w_{m1} i uzwojenie pierwotne stosunkowe w_{s1} (o równej liczbie zwojów) oraz dwa uzwojenia wtórne: uzwojenie wtórne stosunkowe w_{s2} i uzwojenie wtórne prądowe w_2 (również o równej liczbie zwojów). Przekładnia na-



Rys. 2. Schemat przekładnika napięciowego z kompensacją spadków napięcia na impedancji rozproszenia uzwojenia pierwotnego i wtórnego

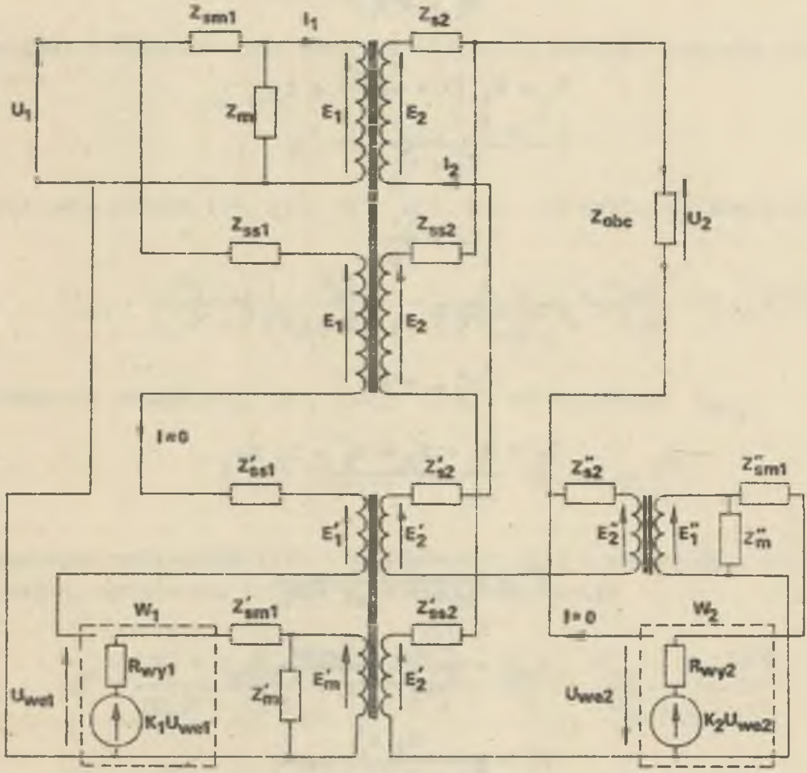
pięciowa przekładnika ϑ_N jest równa stosunkowi liczby zwojów uzwojenia pierwotnego do liczby zwojów uzwojenia wtórnego. Na rdzeniu R'_m nawinięte jest uzwojenie pierwotne stosunkowe w'_{s1}, uzwojenie magnesujące w'_{m1} (stosunek liczby zwojów tych uzwojeń wynosi ϑ') oraz dwa uzwojenia wtórne: uzwojenie wtórne stosunkowe w'_{s2} i uzwojenie wtórne prądowe w'_2 (o równej liczbie zwojów). Stosunek liczby zwojów uzwojeń stosunkowych jest równy przekładni napięciowej przekładnika ϑ_N. Rdzeń R''_m został wykorzystany do budowy transformatora oddzielającego o przekładni zwojowej ϑ''. Nawinięte są na nim uzwojenie pierwotne w''_{m1} i wtórne w''_2. Rezystancja wejściowa wzmacniacza W_1 i wzmacniacza W_2 została tak dobrana, by spadek napięcia na impedancji rozproszenia uzwojeń stosunkowych wywołany przepływem prądu wejściowego wzmacniacza był pomijalnie mały w stosunku do jego napięcia wejściowego.

Pod wpływem napięcia wejściowego przekładnika U_1 w każdym z uzwojeń pierwotnych w_{m1} i w_{s1} indukuje się SEM E_1 i odpowiednio w każdym z uzwojeń wtórnych w_{s2} i w_2 SEM E_1/ϑ_N. Różnica napięć na zaciskach uzwojenia w_{m1} i nieobciążonego w_{s1} jest równa spadkowi napięcia ΔU_1 na impedancji rozproszenia uzwojenia w_{m1}. Wzmacniacz W_1 przez wymuszenie odpowiedniego strumienia w rdzeniu R'_m powoduje wyindukowanie w uzwojeniu w'_{s1} SEM E'_1 bliskiej napięciu ΔU_1 i odpowiednio w każdym z uzwojeń wtórnych w'_{s2} i w'_2 SEM E'_1/ϑ_N. Wzmacniacz W_2 wzmacnia różnicę między sumą SEM indukujących się w szeregowo połączonych uzwojeniach wtórnych stosunkowych, a napięciem na zaciskach impedancji obciążenia i dzięki silnemu sprzężeniu zwrotnemu powoduje skompensowanie spadku napięcia na impedancji rozproszenia uzwojeń wtórnych w_2, w'_2, w''_2 wywołanego przepływem prądu obciążenia.

Przedstawiony układ zapewnia kompensację spadku napięcia na przewodach łączących przekładnik ze źródłem oraz z przyrządami po stronie wtórnej. Wymagane jest w takim przypadku połączenie czteroprzewodowe.

4. Analiza błędów przekładnika

Błędy przekładnika z elektroniczną kompensacją celowe jest podzielić na dwie kategorie: błędy kompensacji oraz błędy sprzężeń magnetycznych i pojemnościowych.



Rys. 3. Schemat zastępczy przekładnika z rys. 2 (oznaczenia takie jak na rys. 2, na pierwszym miejscu indeksu dodano literę s lub m określającą rodzaj impedancji)

Analizę błędów kompensacji przeprowadzono w oparciu o schemat zastępczy podany na rys. 3. Założono nieskończenie duże rezystancje wejściowe wzmacniaczy i odpowiednio zerowe prądy w uzwojeniach stosunkowych.

Dla przyjętego schematu zastępczego słuszne są następujące równania:

$$U_1 = E_1 + E_1' + U_{we1} \tag{1}$$

$$E_1 = \vartheta_N E_2 \tag{2}$$

$$E_1 = \vartheta_N E_2 \tag{3}$$

$$U_2 = E_2 + E_2'' - U_{we2} \tag{4}$$

$$E_m' = K_1' U_{we1} - I_1 Z_{wy1} \vartheta' \tag{5}$$

$$E_1' = \vartheta' E_m' \tag{6}$$

$$U_1 = E_1 \left(1 + \frac{Z_{sm1}}{Z_m}\right) + Z_{sm1} I_1 \tag{7}$$

$$I_1 = \vartheta_N I_2 \tag{8}$$

$$I_2 = \frac{U_2}{Z_{obc}} \tag{9}$$

$$E_1'' = K_2' U_{we2} - Z_{wy2} I_2 \vartheta' \tag{10}$$

$$E_2'' = E_1'' \vartheta' \tag{11}$$

$$U_2 = E_2 + E_2' + E_2'' - I_2 Z_2 \tag{12}$$

gdzie:

$$K_1' = \frac{K_1 Z_m'}{R_{wy1} + Z_{sm1}' + Z_m'}$$

$$Z_{wy1} = \frac{(Z_{sm1}' + R_{wy1}) Z_m'}{Z_{sm1}' + R_{wy1} + Z_m'}$$

$$K_2' = \frac{K_2 Z_m''}{R_{wy2} + Z_m'' + Z_{sm1}''}$$

$$Z_{wy2} = \frac{(R_{wy2} + Z_{sm1}'') Z_m''}{R_{wy2} + Z_m'' + Z_{sm1}''}$$

$$Z_2 = Z_{s2} + Z_{s2}' + Z_{s2}''.$$

Błąd względny wektorowy przekładnika zdefiniowany jest jako

$$\delta^o = \frac{\vartheta_N U_2 - U_1}{U_1} \tag{13}$$

Względny błąd amplitudowy stanowi część rzeczywistą zależności (13)

$$\delta_u^o = \mathrm{Re}\left\{\delta^o\right\} \tag{14}$$

Błąd kątowy jest częścią urojoną zależności (13)

$$\gamma = \mathrm{Im}\left\{\delta^o\right\} \tag{15}$$

Dokonujemy przekształcenia równania (13) wykorzystując równania (1), (2), (3), (4)

$$\delta^o = -\frac{U_{we1} + U_{we2}\,\vartheta_N}{U_1} \tag{16}$$

Na podstawie równań (1), (5), (6), (7), (8), (9) wyliczamy napięcie U_{we1}

$$U_{we1} = \frac{U_1}{K_1'\vartheta' + 1}\left[\frac{Z_{sm1}}{Z_m + Z_{sm1}} + \frac{1}{\vartheta_N^2 Z_{obc}}\left(\frac{Z_m Z_{sm1}}{Z_m + Z_{sm1}} + Z_{wy1}\vartheta'^2\right)\right] \tag{17}$$

Na podstawie równań (4), (9), (10), (11), (12) wyliczamy U_{we2}

$$U_{we2} = \frac{U_2}{(K_2'\vartheta'' + 1)\,Z_{obc}}\left(Z_2 + Z_{wy2}\vartheta''^2\right) \tag{18}$$

Podstawiając zależności (17), (18) do wzoru (16) i zakładając, że $Z_m \gg Z_{sm1}$ otrzymujemy ostateczną zależność na błąd kompensacji

$$\delta^o = \frac{Z_2 + Z_{wy2}\,\vartheta''^2}{(K_2'\vartheta'' + 1)\,Z_{obc}} - \frac{1}{K_1'\vartheta' + 1}\left(\frac{Z_{sm1}}{Z_m} + \frac{Z_{sm1} + Z_{wy1}\vartheta'^2}{\vartheta_N^2 Z_{obc}}\right) \tag{19}$$

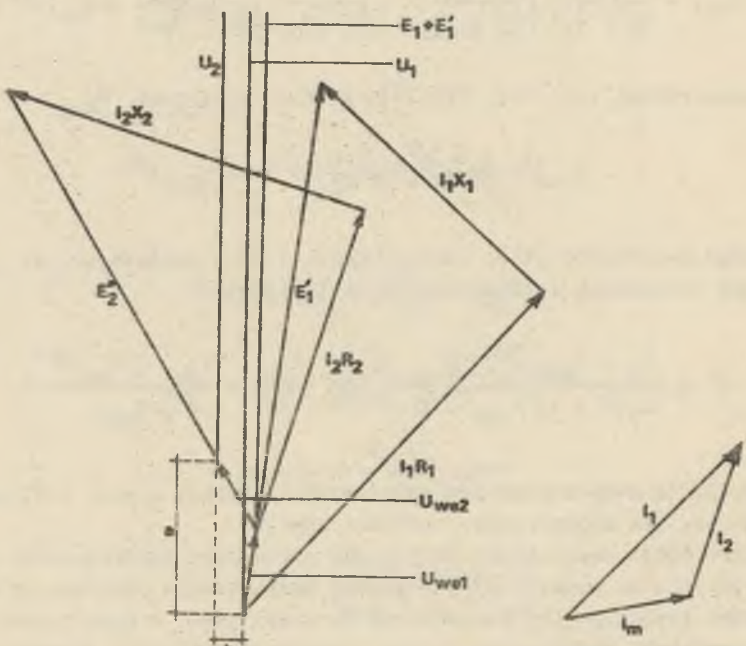
Analizę błędu kompensacji przeprowadzono w oparciu o wzór (19) pod kątem uzyskania, jak najmniejszej wartości błędu.

Na poziom błędu kompensacji decydujący wpływ mają współczynniki wzmocnienia napięciowego wzmacniaczy. Ponieważ zastosowanie wzmacniaczy o dużej wartości współczynnika wzmocnienia związane jest z określonymi trudnościami uzyskania stabilności układu (problem stabilności stanowi osobne, obszerne zagadnienie i będzie tematem oddzielnego opracowania), wzmocnienia powinny być tak dobrane, aby zapewniały jednakowy poziom błędu kompensacji oraz błędów sprzężeń magnetycznych i pojemnościowych, jak również jednakowy udział błędu kompensacji po stronie pierwotnej i wtórnej przekładnika. Funkcja $|\delta^o| = f(\vartheta', \vartheta'')$ określającą zależność modułu błędu kompensacji od zmian wartości przekładni transformatorów pomocniczych posiada minimum dla wartości przekładni ϑ'_m i ϑ''_m. Zwiększenie odpowiednich przekładni powyżej wartości ϑ'_m i ϑ''_m spowoduje odwrotny skutek do zamierzonego, mianowicie wzrost błędu kompensacji oraz dodatkowe trudności związane z zachowaniem stabilności. Przekładnie ϑ' i ϑ'' nie mogą zatem być dowolne, lecz muszą spełniać nierówności:

$$\vartheta' < \vartheta'_m \tag{22}$$

$$\vartheta'' < \vartheta''_m \tag{23}$$

Z analizy błędu kompensacji wynika, że korzystne jest by stosunek indukcyjności głównej do indukcyjności rozproszenia w transformatorach osiągnął jak największą wartość, co można uzyskać przez odpowiednie nawijanie uzwojeń oraz przez zastosowanie rdzeni o wysokiej przenikalności magnetycznej. Pożądane jest również, by rezystancja wyjściowa wzmacniaczy była mniejsza lub porównywalna z rezystancją uzwojeń magnesujących w'_{m1} i w''_{m1}.



Rys. 4. Wykres wektorowy napięć w przekładniku z rys. 2

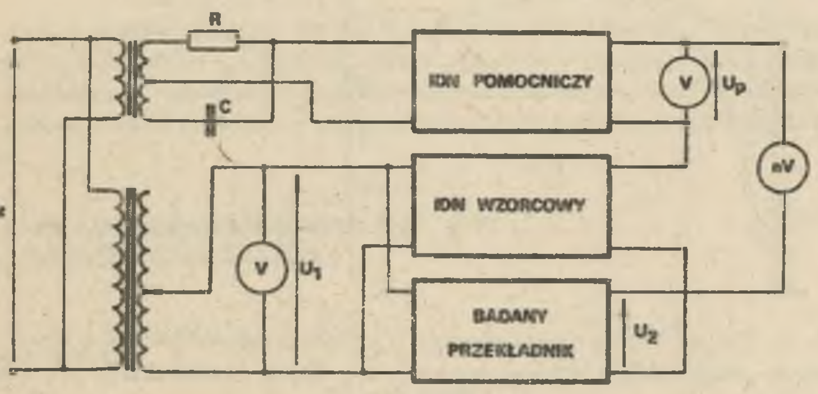
Na rys. 4 podano wykres wektorowy napięć przekładnika w celu uzupełnienia analizy błędu kompensacji. Dla uproszczenia założono przekładnie równe jedności oraz pominięto spadki napięcia na impedancjach rozproszenia uzwojeń transformatorów pomocniczych. Przyjęto, że wzmacniacze nie wnoszą przesunięć fazowych. Ponieważ obwody kompensujące znajdują się na niskim potencjale, na wykresie uwidocznione są początki wektorów napięć U_1 i U_2. Wykres nie zachowuje skali. Na wykresie odcinek a odwzorowuje błąd amplitudowy, natomiast odcinek b odwzorowuje błąd kątowy.

Błędy sprzężeń dodatkowo zmniejszają skuteczność kompensacji. W szczególności ważne są zjawiska:
- niedoskonałe sprzężenie magnetyczne uzwojeń stosunkowych w_{s1} i w_{s2};
- wpływ strumieni rozproszenia na SEM indukujące się w uzwojeniach stosunkowych;
- istnienie pojemności własnych uzwojeń stosunkowych, które stanowią wewnętrzne obciążenie tych uzwojeń;
- istnienie pojemności między poszczególnymi uzwojeniami, które również stanowią wewnętrzne obciążenie uzwojeń stosunkowych.

Dobre sprzężenie magnetyczne uzwojeń stosunkowych można zapewnić przez zastosowanie rdzenia o dużej przenikalności magnetycznej oraz przez odpowiednie nawinięcie uzwojeń. Dobre sprzężenie magnetyczne wymaga jak najmniejszych odległości między zwojami poszczególnych uzwojeń, co powoduje znaczny wzrost pojemności międzyuzwojeniowych. Ponieważ zmniejszenie pojemności jest sprzeczne z warunkiem uzyskania dobrego sprzężenia magnetycznego, zmniejszenie błędów powstających w wyniku przepływu prądu pojemnościowego w uzwojeniach stosunkowych powinno odbywać się na drodze zmniejszania impedancji rozproszenia tych uzwojeń.

5. Sposób badania dokładności przekładnika

Błąd amplitudowy i błąd kątowy przekładnika korzystnie jest wyznaczyć stosując metodę równoczesnego, bezpośredniego porównania z wzorcem stosunku dwu napięć [5]. W układzie podanym na rys. 5 dzielnik rezystancyjno-pojemnościowy i pomocniczy IDN tworzą regulowane źródło napięcia U_p pro-



Rys. 5. Schemat połączeń układu pomiarowego

stopadłego do napięcia wejściowego. Wzorcem stosunku dwu napięć jest autotransformatorowy indukcyjny dzielnik napięcia (IDN) o błędzie 10^{-6}. Nanowoltomierz selektywny stanowi wskaźnik zera. Wejścia IDN wzorcowego i badanego przekładnika są połączone równolegle. Napięcie wyjściowe przekładnika jest porównywane z sumą napięć: U_p i napięcia wyjściowego wzorcowego IDN. Przez odpowiednią nastawę dekad wzorcowego i pomocniczego IDN uzyskuje się kolejno równość modułów porównywanych napięć i zgodność ich faz.

Pomijając błędy wzorcowego IDN otrzymujemy następujący wzór obliczeniowy na błąd amplitudowy badanego przekładnika:

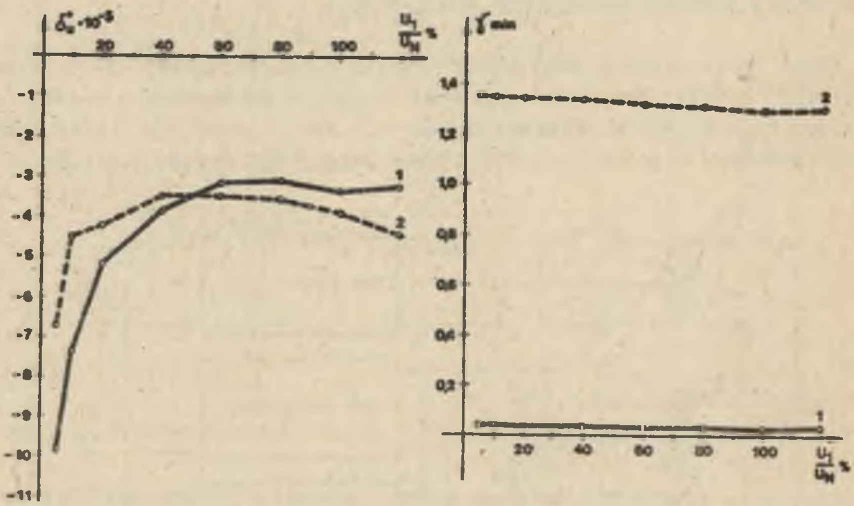
$$\delta_u^o = \frac{\vartheta_{zn}|U_2| - |U_1|}{|U_1|} = \frac{\vartheta_{zn} - \vartheta_{rz}}{\vartheta_{rz}}$$

gdzie:

$\vartheta_{rz} = \frac{|U_1|}{|U_2|}$ – przekładnia rzeczywista otrzymana z odczytu nastawy wzorcowego IDN.

Błąd kątowy można wyznaczyć z zależności:

$$\gamma = \sphericalangle(U_1; U_2) = tg\sphericalangle(U_1; U_2) = U_p \frac{1}{U_2} = \frac{U_p \vartheta_{rz}}{U_1} .$$



Rys. 6. Wykres błędu amplitudowego i kątowego przekładnika z rys. 2
1 – błędy przekładnika nieobciążonego, 2 – błędy przekładnika obciążonego mocą P = 5W

Podanym sposobem badano skonstruowany model przekładnika napięciowego o elektronicznej kompensacji błędu. Na podstawie przeprowadzonych badań modelu ustalono, że w zakresie przetwarzania od 5% do 120% napięcia znamionowego i obciążenia od 0 do 100% mocy znamionowej, względna niedokładność amplitudowa nie przekracza ± 0,01%, a niedokładność kątowa 1,5 minuty. Na rys. 6 podano wykresy błędów amplitudowych i kątowych badanego przekładnika.

LITERATURA

[1] Emschermann H.H., Fuhrmann B.: Low Frequency One-Step Inductive Voltage Divider with Ratio up to 1:1000. IEEE; vol. IM-24, nr 4, 1975.

[2] Gibbings D.L.H.: A Circuit for Reducing the Exciting Current of Inductive Devices. The Institution of Elektrical Engineers; Paper nr 3515 M, 1961.

[3] Gusiew W.G.: Intiegralnyje opieracjonnyje usilitieli w ciepiach induktiwnych i magnitoczuwstwitielnych prieobrazowatieli eliektriczieskich signałow. Priborostrojenije nr 12, 1977.

[4] Lichtcinbier B.J., Gusiew W.G.: Obobszczniennyj analiz izmieritielnych transformatornych ciepiej s korriektirujuszczimi usilitieliami. IWUZ Eliektromiechanika nr 6, 1971.

[5] Skubis T.: Pomiary błędów indukcyjnych dzielników napięcia. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, Elektryka 1976, z. 55.

[6] Starczakow W.: Przekładniki. PWT, Warszawa 1959.

ЭЛЕКТРОННАЯ КОМПЕНСАЦИЯ ПОГРЕШНОСТИ ИНДУКТИВНОГО ИЗМЕРИТЕЛЬНОГО ТРАНСФОРМАТОРА НАПРЯЖЕНИЯ

Р е з ю м е

В статье рассматриваются методы электронной компенсации погрешности и приводится их оценку. Приводится анализ эффектов в измерительном трансформаторе напряжения, принимая во внимание функционирование компенсационных цепей. Даётся анализ точности и результаты опытных данных разработанного прототипа.

THE ELECTRONIC COMPENSATION OF ERRORS OF THE MEASURING VOLTAGE TRANSFORMER

S u m m a r y

This paper presents methods of the electronic compensation of errors and their assessment. There have been given the analysis of phenomena in the measuring voltage transformer with regard for functioning of compensating circuits. The analysis of accurancy as well as results of experiments of the prototype have also been given.

ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1980

Seria: ELEKTRYKA z. 71 Nr kol. 656

Mirosław JELENIEWICZ

Wyższa Szkoła Inżynieryjna
w Zielonej Górze

WPŁYW RÓWNOLEGŁEGO ŁĄCZENIA PRZEWODÓW NA WŁASNOŚCI CZĘSTOTLIWOŚCIOWE NAWOJÓW MULTIFILARNYCH

Streszczenie. Omówiono własności częstotliwościowe uzwojeń multifilarnych transformatorów stosunkowych, w których dla zmniejszenia rozrzutu parametrów zastosowano równoległe łączenie dwu lub więcej przewodów. Przedstawiono model teoretyczny takiego uzwojenia w postaci wieloprzewodowej linii długiej połączonej skośnie. Podano wyrażenia umożliwiające wprowadzenie odpowiednich poprawek uwzględniających częstotliwościową zależność błędów podziału napięcia.

1. Wprowadzenie

Uzwojenia dokładnych transformatorów stosunkowych wykonuje się najczęściej jako multifilarne [1], [5]. Parametry poszczególnych przewodów nawoju multifilarnego nie są jednak idealnie wyrównane [4] co prowadzi do powstania błędów określenia stosunków napięć [6].

Jedną z metod wyrównania parametrów nawoju jest łączenie równoległe dwu lub więcej przewodów. Według danych literaturowych [5] przy równoległym łączeniu dwóch przewodów rozrzuty np. pojemności mogą być zmniejszone do ok. 20-30% pojemności średniej, a przy łączeniu trzech przewodów nawet do 1 - 2% pojemności średniej. Podkreśla się przy tym, że równoległe łączenie przewodów zmniejsza wypadkowe rezystancje i indukcyjności rozproszenia sekcji uzwojenia stosunkowego.

Powstaje tu jednak pytanie, jak zmienią się własności częstotliwościowe transformatorów z tego typu uzwojeniami. W dostępnej literaturze problem ten nie był dotychczas poruszany. Stąd też wydaje się celowym przedstawienie w niniejszej publikacji próby rozwiązania tego problemu w oparciu o teorię wieloprzewodowego skośnika [2].

2. Model teoretyczny nawoju multifilarnego

Przedstawiona w pracy 2 teoria skośnika dotyczy torów wieloprzewodowych, które mogą tworzyć jednokrotne lub wielokrotne pętle. Takim torem jest także nawój multifilarny. Jeśli założymy, że przewody nawoju są nierozróżnialne pod względem elektrycznym to nieoznaczona macierz admitancyjna takiego nawoju jest identyczna z macierzą podaną w pracy [2] lub [3].

Załóżmy, że ogólną liczbę przewodów n podzielimy na q grup po p przewodów każda (t.j. $n = pq$), jak to pokazano na rys. 1a. W takim przypadku odpowiednią macierz admitancyjną można znaleźć z macierzy wg [2] przez dodawanie do siebie odpowiednich wierszy i kolumn. Po odpowiednich obliczeniach macierz admitancyjną nawoju wg rys. 1a można przedstawić w sposób podany w tabeli 1, gdzie podano również zależności elementów tej macierzy od parametrów jednostkowych nawoju.

Jeśli poszczególne grupy przewodów połączymy szeregowo, otrzymamy wieloprzewodowy skośnik zwarty [2] pokazany na rys. 1b. Skośnik ten stanowi model teoretyczny uzwojenia multifilarnego, w którym poszczególne sekcje zawierają po p równolegle połączonych przewodów. Odpowiednią macierz admitancyjną, podaną w tabeli 2, bez trudu obliczyć można z macierzy podanej w tabeli 1.

Wszystkie elementy macierzy admitancyjnej skośnika mogą być określone np. eksperymentalnie w sposób podany w pracy [2].

W oparciu o wyliczenia zawarte w pracy [3] wykazać można, że dla dostatecznie niskich częstotliwości, przy których $|\Gamma_1| \ll 1$, rozkład napięć na zaciskach skośnika z rys. 1b wyraża się (z dokładnością dostateczną dla celów praktycznych) zależnościami:

$$\frac{U_D}{U_1} = D + \Delta_D \tag{1}$$

$$\Delta_D \approx \Gamma_1^2 \frac{q^2}{12} (2D^3 - 3D^2 + D) \tag{2}$$

gdzie:

U_D - napięcie na zacisku skośnika odpowiadającemu nominalnemu podziałowi D,

U_1 - napięcie wejściowe,

D - nominalny podział napięcia równy wielokrotności 1/q,

Δ_D - błąd podziału napięcia na odpowiednim zacisku skośnika.

Tabela 1

$[Y]_w = \frac{n}{q}$

1	2 ...	q	q+1	1+2 ...	2q	
(q-1)B+F	-B+F	-B+F	-(q-1)D-F	D-F	D-F	1
-B+F	(q-1)B+F	-B+F	D-F	-(q-1)D+F	D-F	2
-B+F	-B+F	(q-1)B+F	D-F	D-F	-(1-1)D-F	. . . q
-(q-1)D-F	D-F	D-F	(q-1)B+F	-B+F	-B+F	q+1
D-F	-(q-1)D-F	D-F	-B+F	-B+F	-B+F	q+2
D-F	D-F	-(q-1)D-F	-B+F	-B+F	(q-1)B+F	...2q

gdzie:

$$B = \frac{1}{Z_{f_1} \cdot \text{th}\,\Gamma_1}, \qquad D = \frac{1}{Z_{f_1} \cdot \text{sh}\,\Gamma_1}, \qquad F = \frac{1}{2\, Z_{f_0}\ \text{th}\,\frac{\Gamma_0}{2}}$$

$$\Gamma_0 = \sqrt{z_0 + (n-1) z_m\, y_0}\ l \qquad Z_{f_0} = \sqrt{\frac{z_0 + (n-1) z_m}{y_0}} \qquad \Gamma_1 = \sqrt{(z_0 - z_m)(y_0 + n\, y_w)}\ l$$

$$Z_{f_1} = \sqrt{\frac{z_0 - z_m}{y_0 + n\, y_w}}$$

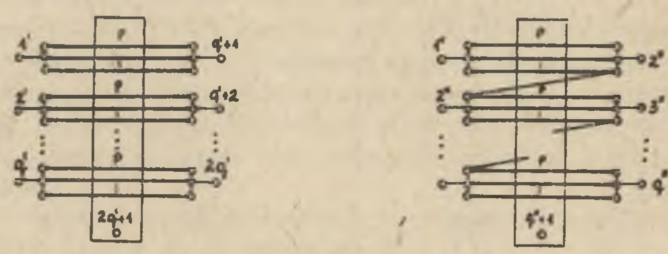
z_0, z_m, y_0, y_w – parametry jednostkowe uzwojenia multifilarnego

Tabela 2

$[Y]_s = \frac{p}{q}$

1	2	3	4 …	q	
(q-1)B+F	-B-(q-1)D	D-B	D-B	D-B	1
-B-(q-1)D	2(q-1)B+D	-2B-(q-2)D	2(D-B)	2(D-B)	2
D-B	-2B-(q-2)D	2(q-1)B+D	-2B-(q-2)D	2(D-B)	3
D-B	2(D-B)	-2B-(q-2)D	2(q-1)B+D	2(D-B)	4
					⋮
D-B	2(D-B)	2(D-B)	2(D-B)	2(q-1)B+D	q

Oznaczenia takie jak w tablicy 1.



a) b)

Rys. 1

Można też znaleźć wyrażenie na admitancję wejściową skośnika przy biegu jałowym:

$$Y_i \approx \frac{1}{12} \cdot \frac{p}{q} \cdot \left[(q^2-1)(Y_o + n\,Y_w) + \frac{1}{Z_o + (n-1)Z_m} \right] \tag{3}$$

gdzie:

$Y_o,\ Y_w,\ Z_o,\ Z_m = (y_o,\ y_w,\ z_o,\ z_m)\,l$

$n = pq$

l – długość uzwojenia mulfifilarnego,

$Z_o,\ Z_m,\ y_o,\ y_w$ – parametry jednostkowe uzwojenia mulfifilarnego.

Na podstawie powyższych wyrażeń można określić własności częstotliwościowe uzwojeń multifilarnych.

Dla wysnucia praktycznych wniosków celowym będzie wyróżnienie dwóch przypadków:

a) gdy liczba sekcji jest stała i równa q, a interesuje nas wpływ liczby połączonych równolegle przewodów,

b) gdy ogólna liczga przewodów $n=pq$ jest stała, a należy dobrać liczbę sekcji q.

Rozważmy kolejno oba te przypadki.

3. Wpływ liczby łączonych równolegle przewodów

Zagadnienie wpływu liczby łączonych równolegle przewodów na własności częstotliwościowe nawoju multifilarnego odpowiada sytuacji, gdy liczba sekcji jest narzucona, a pozostaje jedynie kwestia wyrównania parametrów nawoju.

Z wyrażenia (2) wynika, że w takim przypadku zmieniającym się składnikiem jest jedynie współczynnik propagacji Γ_1, który określony jest wyrażeniem:

$$\Gamma_1(n) = \sqrt{(z_o - z_m)\left[y_o + n\, y_w(n)\right] l} \tag{4}$$

Na ogół spełniona jest nierówność $y_o \ll y_w$, wobec czego:

$$\Gamma_1(n) \cong \sqrt{n}\ \sqrt{(z_o - z_m)\ y_w(n)\ l} = \sqrt{n}\ \Gamma(n) \tag{5}$$

$$\Delta_D \cong \Gamma^2(n)\ p\ \frac{q^3}{12}\ (2D^3 - 3D^2 + D) \tag{6}$$

Wynika stąd, że błędy podziału napięcia rosną proporcjonalnie do liczby połączonych równolegle przewodów. W wyrażeniu (6) występuje jednak czynnik $\Gamma^2(n)$ uzależniony od całkowitej liczby przewodów n przede wszystkim przez zależność średniej pojemności C_w, która maleje przy wzroście liczby przewodów na skutek wzajemnego ich ekranowania. Na rys. 2 przedstawiono wyznaczoną praktycznie zależność średniej pojemności jednostkowej od liczby przewodów, dla kilku średnic przewodu emaliowanego typu DNEs (przy 0,2 mm przewód typu DNEul).

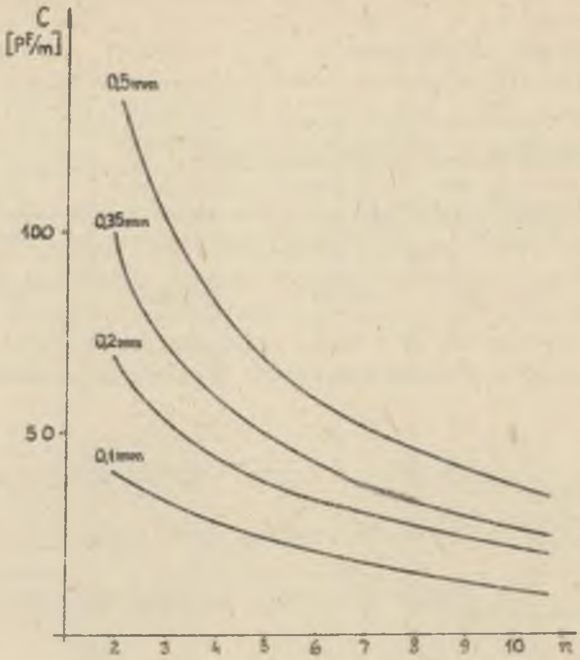
W ostatecznym efekcie p-krotny wzrost błędów można traktować jako wartość graniczną.

Przyjmując podobne założenia:

$$Y_o \ll Y_w \approx j\omega C_w \tag{7}$$

oraz (przy silnym sprzężeniu magnetycznym):

$$Z_o \approx Z_m \approx j\omega L_m \tag{8}$$



Rys. 2

można znaleźć pulsację, przy której admitancja wejściowa osiąga minimum ($Y_1 \approx 0$):

$$\omega_0 = \frac{1}{p} \cdot \frac{2\sqrt{3}}{q\sqrt{q^2-1}\sqrt{C_w L_m}} \tag{9}$$

Przy wzroście liczby przewodów połączonych równolegle rezonans występuje przy niższych częstotliwościach. Przy częstotliwościach wyższych od rezonansowej admitancja wejściowa transformatora ma charakter pojemnościowy i jej moduł szybko rośnie ze wzrostem częstotliwości, co może być przyczyną powstania dodatkowych błędów.

4. Wpływ liczby sekcji

Problem wyboru liczby sekcji występuje szczególnie jasno przy układach wymagających stałego przełożenia. Np. nominalny podział D = 0,2 można uzyskać, albo na drugim odczepie przy szeregowym połączeniu dziesięciu przewodów (q=10,p=1), albo też na pierwszym odczepie przy równoległym połączeniu po dwa przewody i szeregowym w pięć sekcji ($q=5$, $p=2$). W obu przypadkach ogólna liczba przewodów $n=pq=10$.

W takiej sytuacji współczynnik propagacji $\Gamma_1(n)$ pozostaje stały niezależnie od liczby sekcji i z wyrażenia (2) wynika wprost, że błąd na danym odczepie rośnie z kwadratem liczby sekcji. Wynika więc stąd, że znacznie korzystniejszym jest zmniejszenie liczby sekcji nawet przy stałej ogólnej liczbie przewodów.

Dla $q^2 \gg 1$ wyrażenie (9) można przekształcić:

$$\omega_0 \approx \frac{1}{q} \cdot \frac{2\sqrt{3}}{n\sqrt{C_w L_m}} \tag{10}$$

Podobnie więc jak w przypadku rozważanym w rozdz. 3, pulsacja rezonansowa zmienia się odwrotnie proporcjonalnie tym razem do liczby sekcji. Ewentualne skutki pozostają oczywiście takie same jak poprzednio.

5. Zakończenie

Przedstawione rozważania wynikają wprost z własności nawojów multifilarnych traktowanych jako skośniki o parametrach rozłożonych. Własności te były przedmiotem wielu eksperymentów, które generalnie potwierdziły słuszność przyjętych założeń. W trakcie zbierania materiałów do niniejszej publikacji przeprowadzono taki eksperyment dla nawoju o $n=12$. Uzyskano wyniki potwierdzające podstawowe tezy przedstawionych wyżej rozważań. Jednak zastosowana metoda badania błędów przekładni (z wykorzystaniem mostka transformatorowego BM 433) i zakres częstotliwości, w którym eksperyment przeprowadzono (0,15-5 MHz) na tyle odbiegają od codziennej praktyki, że zrezygnowano z przedstawienia danych liczbowych.

Prezentowany model teoretyczny nawoju multifilarnego zakłada idealne wyrównanie parametrów poszczególnych przewodów. Jest to dość znaczne uproszczenie przy pojedynczych przewodach. Natomiast dla $p=2$, a jeszcze bardziej dla $p\geqslant 3$, założenie takie wydaje się w pełni uzasadnione. Celowym jest jednak uwzględnienie w dalszych pracach wpływu niesymetrii na własności częstotliwościowe nawojów.

LITERATURA

[1] Hill J.J., Miller A.P.: A seven-decade adjustable-ratio inductively-coupled voltage divider with 0,1 part per million accuracy, Proc.IEE. 109B, 1962.

[2] Jeleniewicz M.: Teoria skośnika wieloprzewodowego. Materiały I Krajowej Konferencji "Teoria obwodów i układy elektroniczne", Podlesice 1977.

[3] Jeleniewicz M.: Rozkład napięć w nawoju multifilarnym. Zeszyty Naukowe WST., Elektryka (w druku).

[4] Joers R.R.: Rasczíot i opriedielenije paramietrow multifilarnych obmotok. Trudy Tallinskogo Politiechniczieskogo Instituta, No 334, 1972.

[5] Karandiejew K.B. (pod red.): Transformatornyje izmieritielnyje mosty. Energia Moskwa 1970.

[6] Skubis T.: Źródła błędów autotransformatorowych indukcyjnych dzielników napięcia. Zeszyty Naukowe Pol.Śl., z. 55, Gliwice 1976.

ВЛИЯНИЕ ПАРАЛЛЕЛЬНОГО СОЕДИНЕНИЯ ПРОВОДОВ
НА ЧАСТОТНЫЕ СВОЙСТВА МУЛЬТИФИЛЯРНОЙ ОБМОТКИ

Р е з ю м е

В статье рассматриваются частотные свойства мультифилярной обмотки соотносительных трансформаторов. Приводится теоретическая модель обмотки в виде многопроводной удлинённой линии связанной косе. Приведены выражения, которые позваляют учесть частотную зависимость ошибок разделения напряжения.

INFLUENCE OF PARALLEL CONNECTION OF WIRES ON FREQUENCY
CHARACTERISTICS OF MULTIFILAR WINDINGS

S u m m a r y

This article deals with the frequency characteristics of multifilar windings of ratio transformers, in which for reduction of parameters scatter, the parallel connection of two or more wires is used. Atheoretical model of such winding, in the form of multiple line connected is presented askew. The expressions for adequate corrections, taking account of frequency dependency of voltage division errors are given.

ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1980

Seria: ELEKTRYKA z. 71 Nr kol. 656

Aleksander ŁATKA

SYSTEMOWE UJĘCIE FIZYCZNYCH WIELKOŚCI POMIAROWYCH

Streszczenie. Przedstawiono propozycję nowego sposobu klasyfikacji pomiarowych wielkości fizycznych. Podano dwa kryteria podziału jako punkt wyjścia do systematyzacji wielkości fizycznych. Wynika z nich możliwość interdyscyplinarnego podejścia do problemu pomiaru różnych wielkości fizycznych. Artykuł jest wstępem do systemowego ujęcia fizycznych wielkości pomiarowych.

1. Wstęp

Rozwój każdej dziedziny nauki wymaga pewnych uogólnień wynikających z wykorzystania cech wspólnych dla różnych wielkości fizycznych. Takie wspólne cechy występują także w pomiarach wszystkich wielkości. Dzięki uogólnionemu ujęciu różne wielkości fizyczne można mierzyć w jednym układzie pomiarowym, różniącym się jedynie rodzajem czujnika. Szczególne znaczenie miałoby tutaj wykorzystanie wspólnych cech wszystkich systemów pomiarowych, w celu jednolitego, interdyscyplinarnego i systemowego ujęcia problemu pomiaru. Takie interdyscyplinarne podejście ułatwić może także nauczanie metrologii.

Mierzone wielkości fizyczne można sklasyfikować wg następujących kryteriów:

I Kryterium. Występowanie wielkości fizycznych w systemach pomiarowych.
II Kryterium. Znaczenie fizykalne wielkości.

2. Występowanie wielkości fizycznych w systemach pomiarowych jako I kryterium ich klasyfikacji

Przyjmując jako kryterium klasyfikacji występowania wielkości fizycznych w systemach pomiarowych można wyróżnić następujące wielkości:

A. Wielkością zero punktową niezależną od systemu i miejsca w przestrzeni fizycznej jest czas t. Czas można traktować jako wielkość niezależną, gdyż jego pomiar nie jest związany z jakimkolwiek punktem przestrzeni fizycznej[x].

B. Wielkościami jednopunktowymi (przelotowymi - ang. Pervariable lub przepływu - ang. Through variable) - są to takie wielkości, które można zmierzyć lub zdefiniować w odniesieniu do jednego punktu przestrzeni fizycznej. Zgodnie z tabelą 1 wielkości jednopunktowe można podzielić na wielkości natężenia τ charakteryzujące prędkość zmian (np.: siła, prąd elektryczny, przepływ i in.) oraz wielkości stanu σ (np.: ładunek elektryczny, objętość, entropia i in.).

Ogólną zależność między stanem σ, a natężeniem τ dla wielkości jednopunktowych można przedstawić jako:

$$\sigma = \int \tau \, dt \tag{2-1}$$

$$\tau = \frac{d\sigma}{dt}. \tag{2-2}$$

C. Wielkościami dwupunktowymi (poprzecznymi ang. Transvariable lub spadku ang. Across variable) - są to takie wielkości, które można zmierzyć między dwoma punktami przestrzeni lub zdefiniować w odniesieniu do dwóch punktów przestrzeni fizycznej. Wielkości dwupunktowe można podzielić na wielkości natężenia α charakteryzujące prędkość zmian (np.: prędkość, napięcie, ciśnienie, temperatura itp.) oraz wielkości stanu λ (np.: przemieszczenie liniowe lub kątowe, strumień sprzężony itp.). W termodynamice nie występuje dwupunktowa wielkość stanu.

Ogólną zależność między stanem λ, a natężeniem α dla wielkości dwupunktowych można przedstawić następująco:

$$\alpha = \frac{d\lambda}{dt} \tag{2-3}$$

$$\lambda = \int \alpha \, dt. \tag{2-4}$$

Pojęcie wielkości jednopunktowych i dwupunktowych wiąże się ze sposobem ich pomiaru. Amperomierz i przepływomierz włącza się w jednym punkcie obwodu. W celu wzorcowania tych przyrządów łączy się je szeregowo z wzorcami.

Woltomierz i manometr włącza się między dwa punkty systemu fizycznego. Podczas wzorcowania takie przyrządy łączy się równolegle z wzorcami.

[x] Takie ujęcie czasu oparte jest na teorii fizyki klasycznej. W sensie teorii względności czasu t nie można traktować jako wielkości absolutnie niezależnej.

Tabela 1

System fizyczny	Wielkości			
	Przepływu 1-punktowe	P(er)	Spadku 2-punktowe	T(rans)
	stan	natężenie	natężenie	stan
Ogólny system fizyczny	$\mathcal{G} = \int \tau \, dt$	$\tau = \frac{d\mathcal{G}}{dt}$	$\alpha = \frac{d\lambda}{dt}$	$\lambda = \int \alpha \, dt$
Mechaniczny translacyjny	impuls siły (popęd) $\mathcal{P}_P$	siła P	prędkość liniowa v	przemieszczenie liniowe s
Mechaniczny rotacyjny	impuls momentu $\mathcal{P}_s$	moment obrotowy M_s	prędkość kątowa ω	przemieszczenie kątowe φ
Elektryczny	ładunek q	prąd i	napięcie u	strumień skojarzony Ψ
Magnetyczny	strumień magnetyczny ϕ	napięcie (SEM) magn. e	siła magnetomotoryczna (SMM) F_m	impuls SMM $\mathcal{P}_m = \int F_m dt$
Strumieniowy	objętość V	natężenie przepływu $\dot{V}$	ciśnienie p	impuls ciśnienia $\mathcal{P}_p$
Termodynamiczny	entropia S	prędkość entropii $\dot{S}$	temperatura absolutna T	
Cieplny (pseudotermodynamiczny)	ilość ciepła Q	strumień cieplny $\dot{Q}$	temperatura ϑ	

W tabeli 1 przedstawiono zestawienie wielkości jedno- i dwupunktowych, z uwzględnieniem natężenia i stanu, niektórych systemów fizycznych.

2.1. Energia i moc jako funkcja wielkości typu P i T

Na bazie wielkości jedno i dwupunktowych można sformułować funkcje rozproszenia i magazynowania energii oraz odpowiadające im kofunkcje:

a) energia zmagazynowana wyrażono wielkościami typu T (energia potencjalna)

$$U_T = \int_0^{\alpha} \tau \, d\lambda \tag{2-5}$$

b) koenergia wyrażona wielkościami typu T

$$T_T = \int_0^{\tau} \lambda d\tau, \tag{2-6}$$

c) energia zmagazynowana wyrażona wielkościami typu P (energia kinetyczna)

$$U_P = \int_0^{\sigma} \varphi d\sigma, \tag{2-7}$$

d) koenergia wyrażona wielkościami typu P

$$T_P = \int_0^{\varphi} \sigma d\varphi, \tag{2-8}$$

e) funkcja dyssypacji

$$G = \int_0^{\tau} \varphi d\tau, \tag{2-9}$$

f) kofunkcja dyssypacji

$$I = \int_0^{\varphi} \tau d\varphi, \tag{2-10}$$

g) moc

$$P = \varphi\tau = \int_0^{\tau} \varphi d\tau + \int_0^{\varphi} \tau d\varphi = G + I. \tag{2-11}$$

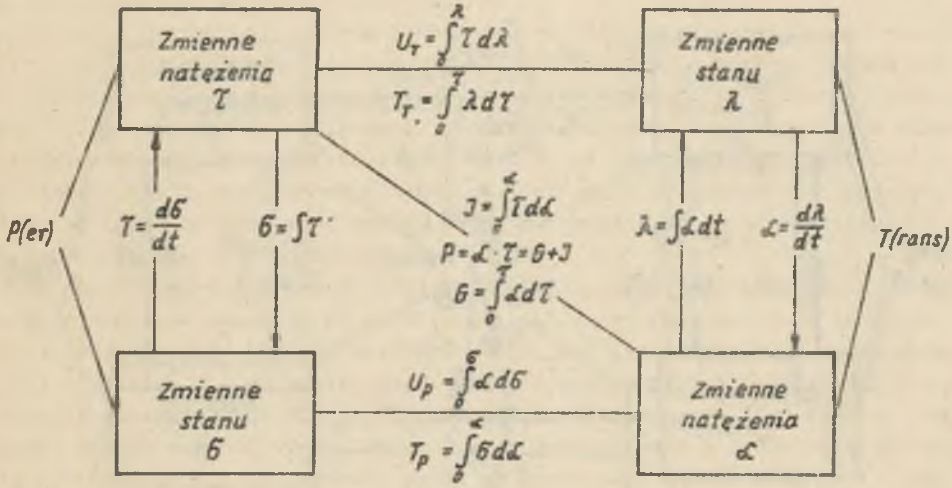
Obowiązujące ogólne zależności między wielkościami przepływu i stanu dla różnych systemów fizycznych wyrażone wzorami od (2-5) do (2-11) przedstawiono na rysunkach od 1 do 7.

Przez podział wielkości na jedno i dwupunktowe otrzymuje się możliwość odwzorowania systemów technicznych (w szczególności pomiarowych) w izomorficznych strukturach topologicznych.

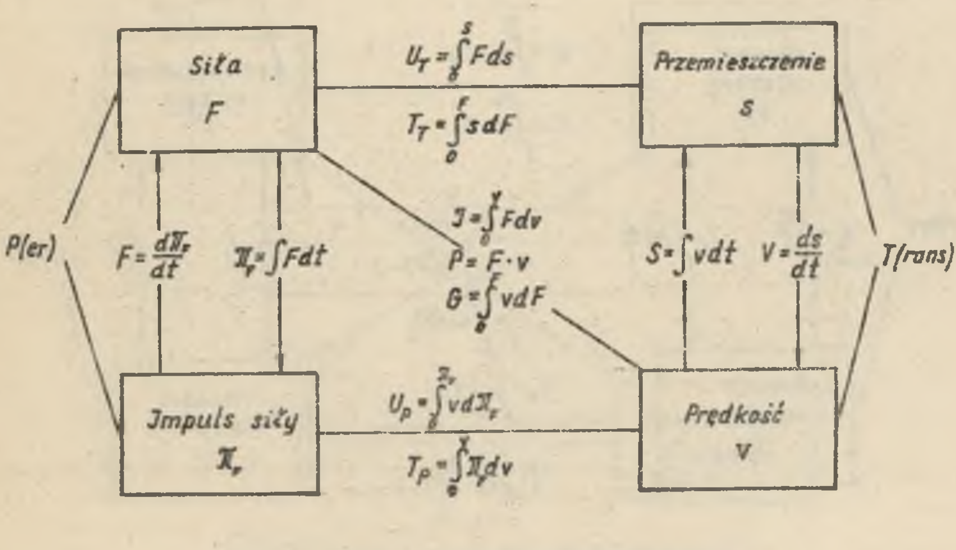
2.2. Prawa obwodów

Połączenie elementów w sieci daje struktury, których właściwości są określone przez dwa rodzaje zależności, związane z geometrią połączeń oraz z charakterem elementów.

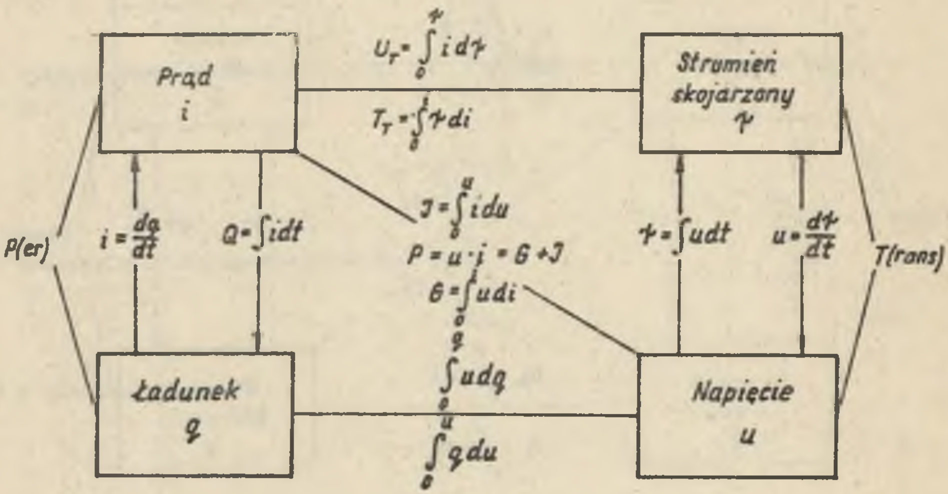
Z geometrią sieci związane są zależności między wielkościami przepływu, wyrażające zależności dla węzłów.



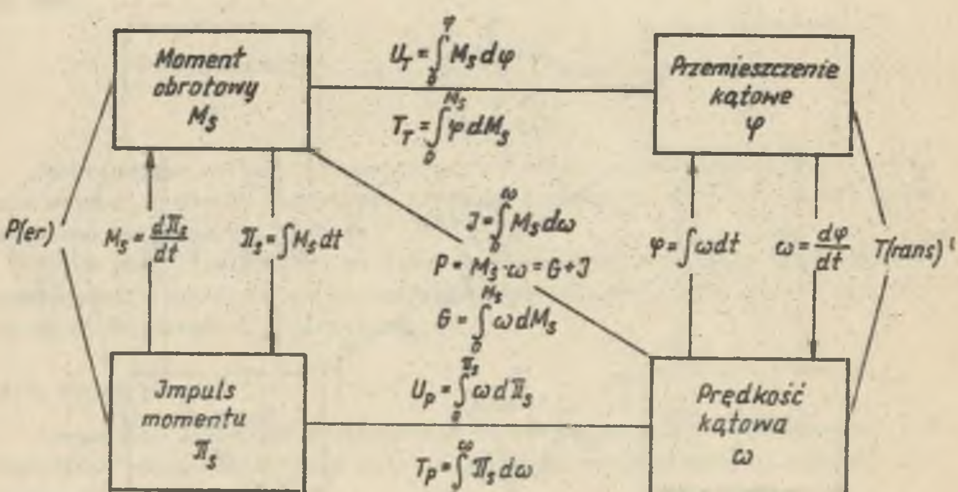
Rys. 1. Ogólny system fizyczny



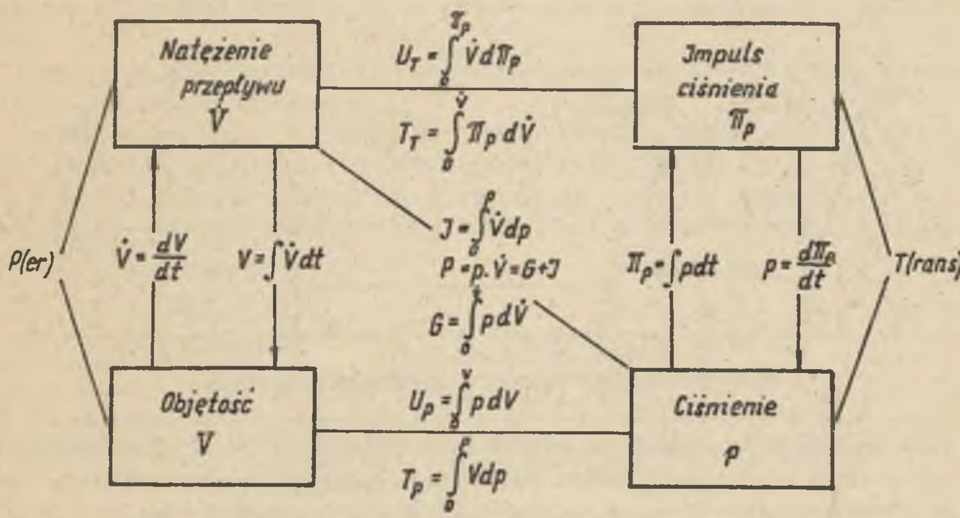
Rys. 2. System mechaniczny translacyjny



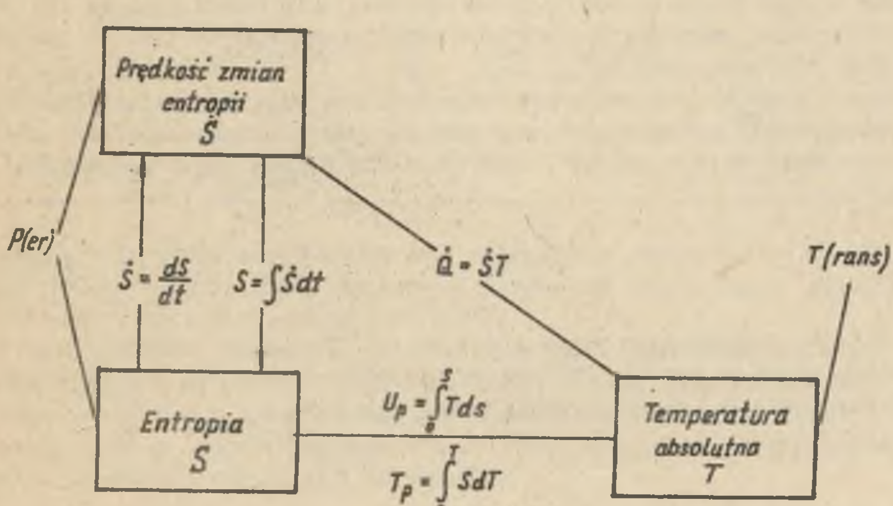
Rys. 3. System elektryczny



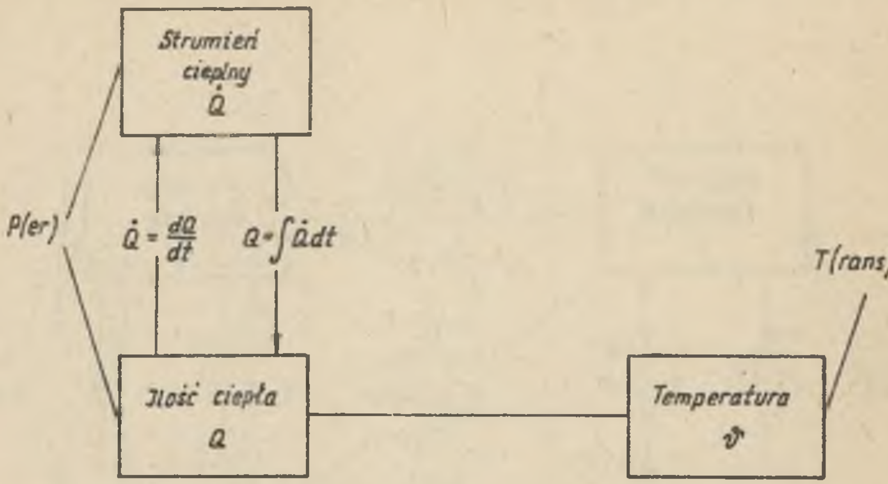
Rys. 4. System mechaniczny rotacyjny



Rys. 5. System strumieniowy



Rys. 6. System termodynamiczny



Rys. 7. Cieplny system pseudotermodynamiczny

Suma wszystkich wielkości jednopunktowych, występujących w jednym punkcie przestrzeni (względnie w jednym węźle systemu dynamicznego) jest równa zeru. Twierdzenie to wyrażone za pomocą jednopunktowych wielkości natężenia τ przedstawia matematyczna postać prawa dla węzłów

$$\sum_i \tau_i = 0, \tag{2-12}$$

Dla obwodów elektrycznych prawo to znane jest jako I prawo Kirchhoffa. Dla układów mechanicznych wyraża je prawo równowagi sił przecinających się w jednym punkcie (prawo Newtona). Dla układów hydraulicznych jest to równanie ciągłości przepływu.

Drugie prawo dotyczy zmiennych dwupunktowych. Suma wszystkich wielkości dwupunktowych wzdłuż zamkniętego obwodu systemu dynamicznego jest równa zeru. Prawo to wyrażone za pomocą wielkości dwupunktowych natężenia α ma postać

$$\sum_i \alpha_i = 0 \tag{2-13}$$

Dla obwodów elektrycznych prawo to nazywa się II prawem Kirchhoffa. W przypadku sieci rurociągów II prawo Kirchhoffa oznacza, że suma algebraiczna spadków ciśnienia w obwodzie jest równa zeru.

3. Znaczenie fizykalne wielkości jako II kryterium ich klasyfikacji

Ze względu na różnorodność zjawisk w systemach fizycznych, celowy jest opis matematyczny tych zjawisk za pomocą wielkości o charakterze uogólnionym.

Wprowadza się wielkości typu uogólniona siła, uogólniona prędkość lub uogólnione przemieszczenie.

Wybór uogólnionych wielkości musi być sensowny z punktu widzenia fizyki i powinien być zgodny z opisem matematycznym zjawiska.

W tabeli 2 podano zestawienie wielkości najczęściej przyjmowanych za uogólnione siły, przemieszczenia i prędkości w przypadku różnych rodzajów energii.

Tabela 2

Środowisko fizyczne	Wielkość typu uogólniona		
	Siła	Przemieszczenie	Prędkość
Elektryczne	siła elektromotoryczna (e) Napięcie (u)	ładunek elektryczny (q)	prąd elektryczny (i)
Magnetyczne	siła magnetomotoryczna (F_m)	strumień magnetyczny (ϕ)	siła elektromotoryczna (e)
Mechaniczne	siła (F) moment obrotowy (M_s) ciśnienie (p)	przemieszczenie liniowe (s) przemieszczenie kątowe (φ) objętość (V)	prędkość liniowa (v) prędkość kątowa (ω) natężenie przepływu ($\dot{V}$)
Cieplne Termodynamiczne	temperatura (ϑ) (T)	ilość ciepła (Q) entropia (S)	strumień cieplny ($\dot{Q}$) prędkość zmian entropii ($\dot{S}$)
Chemiczny	potencjał chemiczny	ilość materii	prędkość reakcji

Przyjęcie pojęć uogólnionych sił, prędkości i przemieszczeń (uogólnionych współrzędnych) umożliwia wprowadzenie pojęć uogólnionych parametrów systemów fizycznych i źródeł informacji.

Na wejściach i wyjściach systemów fizycznych można zidentyfikować takie uogólnione wielkości, których iloczyn ma wymiar mocy lub energii. Zależnie od tego w pierwszym przypadku określa się parametry obiektów fizycznych przez uogólnioną impedancję i admitancję, a w drugim przypadku przez uogólnioną sztywność i podatność.

3.1. Uogólniona impedancja

Uogólnioną impedancję Z systemu fizycznego [1, 5] definiuje się jako stosunek uogólnionej siły x_p określonej na wyjściu systemu, do uogólnionej prędkości x_v określonej na jego wejściu

$$Z = \frac{x_p}{x_v} \tag{3-1}$$

przy czym: siła x prędkość = moc.

W ogólnym przypadku impedancje mogą być funkcjami czasu, zmiennej zespolonej lub mogą mieć postać operatorową. Postać operatorowa jest najogólniejszym sposobem przedstawienia impedancji, ponieważ inne postacie mogą być z niej wyprowadzone.

Jeżeli uogólniona siła x_p jest wielkością zawierającą informacje pomiarowe, wówczas na podstawie (3-1) chwilowa wartość mocy P na wejściu przetwornika pomiarowego wyraża zależność

$$P = x_v\, x_p = \frac{x_p^2}{Z}. \tag{3-2}$$

Z wzoru (3-2) wynika, że warunkiem małego poboru mocy ze źródła informacji jest duża wartość impedancji wejściowej przetwornika pomiarowego. Uściślenie powyższego sformułowania brzmi: impedancja wejściowa przetwornika pomiarowego powinna być duża w porównaniu z impedancją wyjściową źródła informacji, co można ogólnie zapisać

$$x_p = x_{p0}\frac{Z_1}{Z_1 + Z_2}; \qquad Z_1 \gg Z_2 \tag{3-3}$$

przy czym:

x_{p0} – pierwotna, niezakłócona wartość mierzonej wielkości o charakterze uogólnionej siły,

Z_1 – uogólniona impedancja wejściowa przetwornika,

Z_2 – uogólniona impedancja wyjściowa źródła informacji.

Impedancja wejściowa przetwornika pomiarowego decyduje o jego oddziaływaniu na źródło informacji.

3.2. Uogólniona admitancja

Jeżeli nośnikiem informacji jest wielkość o charakterze uogólnionej prędkości x_v, wówczas korzystniej jest posługiwać się pojęciem uogólnionej admitancji:

$$Y = \frac{x_v}{x_p} \tag{3-4}$$

Chwilową wartość mocy pobieraną przez przetwornik w funkcji wielkości będącej nośnikiem informacji x_v określa się jako

$$P = x_p x_v = \frac{x_v^2}{Y} \tag{3-5}$$

Na podstawie (3-5) widać, że zmniejszenie mocy pobieranej ze źródła informacji przez przetwornik jest możliwe przez zwiększenie uogólnionej admitancji wejściowej przetwornika.

Można wykazać [1], że zmierzona wartość wielkości o charakterze uogólnionej prędkości x_v uzależniona jest od uogólnionej admitancji wyjściowej źródła informacji Y_1 i uogólnionej admitancji wejściowej przetwornika Y_2 w następujący sposób

$$x_v = x_{vo} \frac{\frac{1}{Y_1}}{1 + \frac{1}{Y_2}} \tag{3-6}$$

przy czym: x_{vo} - pierwotna niezakłócona wartość wielkości mierzonej.

Gdy spełniony jest warunek

$$Y_2 \gg Y_1 \tag{3-7}$$

wówczas pierwotna wartość wielkości mierzonej jest w przybliżeniu równa zmierzonej wartości wielkości.

3.3. Uogólniona sztywność statyczna

Oddziaływanie przetworników na źródła informacji w ujęciu energetycznym można opisać takimi parametrami, jak uogólniona sztywność statyczna i uogólniona podatność statyczna.

Uogólnioną sztywność statyczną S_s można zdefiniować, jako stosunek uogólnionej siły x_p do uogólnionego przemieszczenia x_s lub do całki z uogólnionej prędkości x_v

$$S_s = \frac{x_p}{x_s} = \frac{x_p}{\int x_v dt} \tag{3-8}$$

przy czym: $x_p\, x_s$ = energia.

Można wykazać [1], że oddziaływanie przetwornika pomiarowego na źródło informacji określa zależność analogiczna do (3-3) po zastąpieniu S przez S_s. Wówczas otrzymuje się

$$x_p = x_{po} \frac{S_{s1}}{S_{s1} + S_{s2}} \tag{3.9}$$

przy czym:

x_F - zmierzona wartość wielkości informacyjnej o charakterze uogólnionej siły,

x_{F0} - pierwotna niezakłócona wartość wielkości informacyjnej,

S_{s1} - uogólniona statyczna sztywność wejściowa przetwornika,

S_{s2} - uogólniona statyczna sztywność wyjściowa źródła informacji.

Warunek znikomego oddziaływania przetwornika na źródło informacji wynika ze wzoru (3-9)

$$S_{s1} \gg S_{s2} \tag{3-10}$$

3.4. Uogólniona podatność statyczna

Uogólnioną podatność statyczną C_s definiuje się jako stosunek uogólnionego przemieszczenia x_s (lub całki z uogólnionej prędkości x_v) do uogólnionej siły x_F

$$C_s = \frac{x_s}{x_F} = \frac{\int x_v dt}{x_F} \tag{3-11}$$

Analogicznie jak we wzorze (3-6) można określić warunki pomijalnego oddziaływania przetwornika na źródło informacji

$$x_v = x_{v0} \frac{1}{1 + \frac{C_{s1}}{C_{s2}}} \tag{3-12}$$

gdy

$$C_{s2} \gg C_{s1} \tag{3-13}$$

przy czym:

x_v - zmierzona wartość wielkości będącej nośnikiem informacji o charakterze uogólnionej prędkości,

x_{v0} - pierwotna niezakłócona wartość wielkości informacyjnej,

C_{s1} - uogólniona statyczna podatność wyjściowa źródła informacji,

C_{s2} - uogólniona statyczna podatność wejściowa przetwornika pomiarowego.

W tabeli 3 przedstawiono zestawienia uogólnionych parametrów systemów fizycznych i źródeł informacji.

Posługiwanie się pojęciami uogólniona podatność i sztywność statyczna jest szczególnie przydatna, gdy w warunkach ustalonej pracy systemów fizycznych uogólniona impedancja i admitancja są równe zero.

Tabela 3

Zestawienie uogólnionych wielkości

Wielkość informacyjna ma charakter uogólnionej		Iloczyn wielkości ma wymiar mocy			Iloczyn wielkości ma wymiar energii		
Siły	Prędkości	Wielkość towarzysząca	Impedancja	Admitancja	Wielkość towarzysząca	Sztywność	Podatność
Napięcie U		Natężenie prądu I	U/I, Ω		Ładunek elektryczny q	U/q, $\frac{V}{C}$	
	Natężenie prądu I	Napięcie U		I/U, $\frac{1}{\Omega}$	$\int$(napięcie) dt		$I/\int U\,dt$, $\frac{A}{Vs}$
Siła mechaniczna F		Prędkość liniowa v	F/v, $\frac{Ns}{m}$		Przemieszczenie liniowe s	F/s, $\frac{N}{m}$	
	Przemieszczenie liniowe s	Prędkość zmiany siły $\frac{dF}{dt}$		$\frac{s}{\frac{dF}{dt}}$, $\frac{s}{N}$ m	Siła F		$\frac{s}{F}$, $\frac{m}{N}$
Moment obrotowy M_s		Prędkość kątowa ω	M_s/ω, $\frac{Nm\ s}{rad}$		Przemieszczenie kątowe φ	$\frac{M_s}{\varphi}$, $\frac{N\ m}{rad}$	
	Prędkość liniowa v	Siła F		$\frac{v}{F}$, $\frac{m}{s}$ N	$\int$(siła) dt		$\frac{v}{\int F\,dt}$, $\frac{m}{N\ s^2}$
	Prędkość kątowa ω	Moment M_s		$\frac{\omega}{M_s}$, $\frac{rad}{N\ m\ s}$	$\int$(moment) dt		$\frac{\omega}{\int M_s dt}$, $\frac{rad}{Nm\ s^2}$
	Przemieszczenie kątowe φ	$\frac{dM_s}{dt}$		$\frac{\varphi}{\frac{d(M_s)}{dt}}$, $\frac{rad\ s}{Nm}$	Moment (M_s)		$\frac{\varphi}{M_s}$, $\frac{rad}{Nm}$
	Przyspieszenie liniowe a	$\int$(siła) dt		$\frac{a}{\int F\,dt}$, $\frac{m/s^2}{N\ s}$	$\int\left[\int(\text{siła})\,dt\right]dt$		$\frac{a}{\iint F dt^2}$, $\frac{m/s^2}{Ns^2}$
	Przyspieszenie kątowe α	$\int$(moment) dt		$\frac{\alpha}{\int M dt}$, $\frac{rad/s^2}{Nm\ s}$	$\int\left[\int(\text{moment})\,dt\right]dt$		$\frac{\alpha}{\iint M dt^2}$, $\frac{rad/s^2}{Nm\ s^2}$
Temperatura ϑ		Strumień ciepła przepływający przy różnicy temperatur 1 °C $\dot{Q}$	$\frac{\vartheta}{\dot{Q}}$, $\frac{{}^\circ C}{J/s\ {}^\circ C}$		Ilość ciepła przepływająca przy różnicy temperatur 1 °C Q_ϑ	$\frac{\vartheta}{Q_\vartheta}$, $\frac{{}^\circ C}{J \cdot deg}$	

LITERATURA

[1] Doebelin E.O.: Measurement Systems. Application and Design. London 1966 Mac Graw-Hill.

[2] Hagel R.: Miernictwo dynamiczne. WNT, Warszawa 1975.

[3] Mac Farlene, A.G.J.: Engineering systems analysis. G.G. Harrp Co.Ltd., London 1964.

[4] Meisel J.: Zasady elektromechanicznego przetwarzania energii.WNT, Warszawa 1970.

[5] Ostrovskij L.A.: Elektrische Messtechnik. Grundlagen einer allgemeinen Theorie. VEB Verlag Technik, Berlin 1969.

[6] Watts R.D.: Pewna propozycja ujęcia problemów konstrukcji przyrządów. Przegląd Elektrotechniczny 8/1973.

СИСТЕМНЫЙ ПОДХОД К ФИЗИЧЕСКИМ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫМ ВЕЛИЧИНАМ

Р е з ю м е

Статья содержит предложение нового способа классификации измерительных физических величин. Даны два критерия раздела величин, которые являются исходной точкой для систематизации физических величин. Рассмотренные вопросы являются введением к системному подходу к измерительным физическим величинам.

SYSTEM FORMULATION OF PHYSICAL MEASUREMENT QUANTITIES

S u m m a r y

A new way of physical measurement quantities clasification has been introduced. As a starting point to systematization of physical quantities two criteria of their division have been given. These criteria have resulted in the possibility of the interdisciplinar approach to the problem of different physical quantities measurement. The paper is an introduction to the system formulation of the physical measurement quantities.

ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1980

Seria: ELEKTRYKA z. 71 Nr kol. 656

Jacek SOBCZYK

NIEZRÓWNOWAŻONY MOSTEK REZYSTANCYJNY LINEARYZOWANY UKŁADEM DZIELĄCYM

Streszczenie. Przedstawiono linearyzację niezrównoważonego mostka rezystancyjnego, pracującego przy zmianach rezystancji od 0 do 2R. Układ linearyzujący został zrealizowany w oparciu o układ dzielący o przetwarzaniu na czas trwania impulsu. Przedstawiono ocenę błędów wnoszonych przez układy elektroniczne.

1. Wstęp

Pomiar zmian rezystancji jest częstym problemem, zwłaszcza przy pomiarach wielkości nieelektrycznych. Do tego celu szczególnie użyteczny jest niezrównoważony mostek rezystancyjny prądu stałego.

Nieliniową zależność zmian napięcia nierównowagi mostka od rezystancji należy linearyzować, gdy zakres pomiarowy jest duży, a wymagana dokładność jest znaczna.

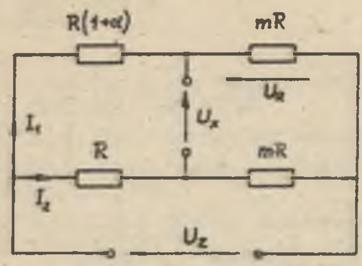
Istnieje szereg pozycji w literaturze zajmujących się linearyzacją niezrównoważonych mostków prądu stałego. Przedstawiane metody można ogólnie podzielić na:
- metodę z odwrotną funkcją przetwarzania,
- metodę addytywnej korekcji nieliniowości,
- metodę kompensacyjną.

Współcześnie szeroko rozpowszechnione są elementy scalone które umożliwiają realizację układów linearyzujących w stosunkowo prosty sposób. Do celów linearyzacji sygnału nierównowagi mostka wykorzystuje się wzmacniacze operacyjne, układy mnożące lub dzielące.

Rozpatrzono linearyzację niezrównoważonego mostka za pomocą układu dzielącego o przetwarzaniu na proporcjonalny czas trwania impulsu. Przedstawiona metoda polega na dzieleniu dwóch sygnałów zależnych od względnej zmiany rezystancji i służy do pomiaru dużych względnych zmian rezystancji.

Jeśli założy się, że zasilanie układu (rys. 1) jest napięciowe oraz rezystancja wejściowa wskaźnika nierównowagi $R_{wsk} \gg R$ to,

$$U_x = U_z \frac{m}{1+m} \cdot \frac{\frac{\alpha}{1+m}}{1+\frac{\alpha}{1+m}} \tag{1}$$



Rys. 1

jeśli m=1,

$$U_x = \frac{U_z}{2} \cdot \frac{\frac{\alpha}{2}}{1+\frac{\alpha}{2}} \tag{2}$$

gdzie $\alpha = \pm \frac{\Delta R}{R}$, ΔR - bezwzględna zmiana rezystancji.

Prąd w gałęzi o zmiennej rezystancji wynosi:

$$I_1 = \frac{U_z}{R(1+\alpha)+R} = \frac{U_z}{2} \cdot \frac{1}{R(1+\frac{\alpha}{2})} \tag{3}$$

oraz

$$U_R = I_1 R = \frac{U_z}{2(1+\frac{\alpha}{2})} \tag{4}$$

Dzieląc napięcie nierównowagi mostka U_x przez napięcie U_R otrzymamy:

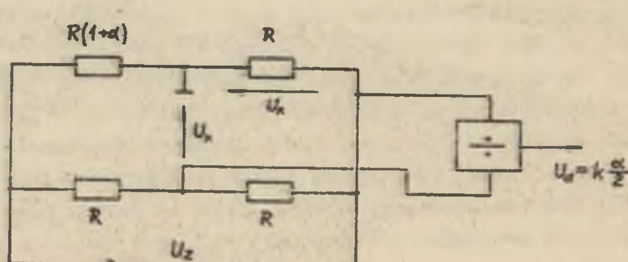
$$\frac{U_x}{U_R} = \frac{\alpha}{2} \tag{5}$$

Jeśli układ dzielący wykonuje operację opisaną relacją:

$$U_d = \frac{U_x}{U_R} k \tag{6}$$

to sygnał wyjściowy tego układu, przy połączeniu takim jak na rys. 2 wynosi:

$$U_d = k \frac{\alpha}{2} \tag{7}$$



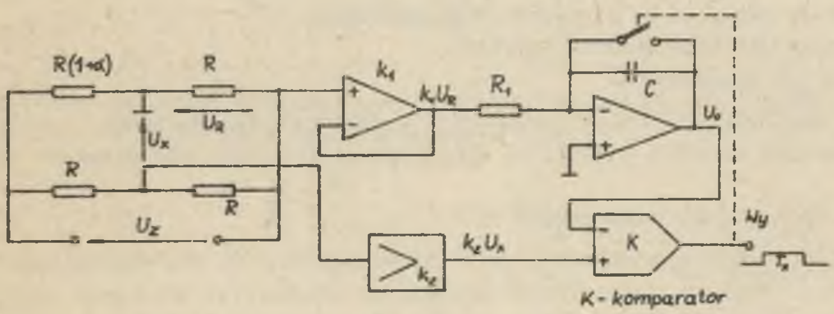
Rys. 2

Z relacji (7) wynika podstawowa zaleta przedstawionego układu linearyzującego - sygnał wyjściowy nie zależy od napięcia zasilania mostka.

Relacja (4) jest słuszna przy założeniu, że $\alpha \neq -2$. Ogranicza to zakres pomiarowy zmian rezystancji od 0 do 2R.

2. Równania przetwarzania układu linearyzującego

Przetwarzanie a/c realizowane metodami pośrednimi charakteryzuje się tym, że w relacjach opisujących ich działanie występuje iloraz dwóch napięć. Fakt ten umożliwia przystosowanie tych przetworników do pracy, jako układ dzielący dwa sygnały napięciowe i przetwarzający iloraz na proporcjonalny odcinek czasu lub na częstotliwość. W pracy [4] przedstawiony jest układ realizujący dzielenie dwóch napięć analogowych metodą czasową prostą. Rys. 3 przedstawia schemat ideowy mostka linearyzowanego układem dzielącym o przetwarzaniu na proporcjonalny czas trwania impulsu,w którym to układzie przetwornik a/c działa według metody czasowej prostej.



Rys. 3

Przy założeniu, że napięcie k_1U_R jest stałe w czasie całkowania, to wzór można napisać:

$$U_o = \frac{1}{R_1C}\int_0^t k_1U_R dt = \frac{k_1}{R_1C} U_R t \qquad (8)$$

Po upływie czasu T_x następuje zrównanie napięć U_o i k_2U_x,

$$U_o = k_2U_x; \quad k_2U_x = \frac{k_1}{R_1C} U_R T_x$$

$$T_x = R_1C \frac{k_2}{k_1} \cdot \frac{U_x}{U_R} \qquad (9)$$

Wstawiając relację (9) do (2) i (4) otrzymamy:

$$T_x = R_1C\frac{k_2}{K_1}\cdot\frac{\alpha}{2} \tag{10}$$

3. Ocena błędu pomiaru zmian rezystancji

Przekształcając relację (10) można otrzymać następujące wyrażenie:

$$\Delta R = 2\,\frac{k_1\,R}{k_2R_1C}\,T_x \tag{11}$$

Niedokładność przetwarzania zmian ΔR w czas T_x wynika z niestałości parametrów elementów układu pochodzących do czynników zewnętrznych, głównie temperatury i czasu.

Zakładając, że układ jest wykalibrowany z żądaną dokładnością, to pod wpływem tych czynników, na podstawie relacji (11), można spodziewać się zmian czasu trwania impulsu T_x spowodowanych:
- dryftem napięć i prądów niezrównoważenia wtórnika k_1 i wzmacniacza k_2,
- zmianą napięcia U_e na wyjściu integratora,
- błędem nieliniowości integratora,
- dryftem komparatora.

Błąd wynikający ze zmian rezystancji w gałęziach mostka można zaniedbać, dobierając oporniki o stałości dużo lepszej niż pozostałe elementy układu.

3.1. Ocena błędów wzmacniaczy

W przedstawionym układzie (rys. 3) zastosowane są dwa wzmacniacze k_1 i k_2. Wzmacniacz k_1 jest wtórnikiem mającym zapewnić dostatecznie duże R_{we}, tak aby nie bocznikować gałęzi mostka. Wzmacniacz k_2 zapewnia odpowiednie wzmocnienie sygnału nierównowagi mostka.

Czynnikiem wpływającym na zmianę napięć wyjściowych wzmacniaczy k_1 i k_2 jest dryft napięcia i prądu niezrównoważenia wzmacniaczy. Na podstawie pracy [1] można napisać:

$$\Delta U_{wy} \approx \frac{1}{\beta}(\Delta I_{os}R_z \pm \Delta U_{os}) \tag{12}$$

gdzie:

ΔU_{wy} - wyjściowe napięcie niezrównoważenia,
β - współczynnik sprzężenia zwrotnego wzmacniacza,
R_z - rezystancja zastępcza obwodów polaryzacji wzmacniacza,
ΔI_{os} - dryft prądu niezrównoważenia wzmacniacza,
ΔU_{os} - dryft napięcia niezrównoważenia wzmacniacza.

Celem oceny ilościowej błędów przyjęto, że układ zrealizowany został w oparciu o popularne liniowe układy scalone, tj. wzmacniacz typu μA 741 oraz komparator typu μA 710. I tak dla wzmacniacza o danych: ΔI_{os} = 0,3 nA/K; ΔU_{os} = 3 μV/K, przy R_z = 10 kΩ; k_2 = 10 V/V i zmianach temperatury w czasie trwania pomiaru o 10 K, to $U_{wyk_1} \cong 33\mu V$; $U_{wyk_2} \cong 330\mu V$.

Zakładając, że napięcie wyjściowe wzmacniacza wynosi 1 V, to odpowiednio błędy wynoszą:

$$\delta^o_{k_1} = 33 \cdot 10^{-4}\%; \quad \delta_{k_2} = 33 \cdot 10^{-3}\%.$$

3.2. Błędy integratora

Realizując integrator na podstawie wzmacniacza operacyjnego można przyjąć [5], że błąd wnoszony przez ten układ, wynikający ze zmian temperatury i czasu określa relacja:

$$\delta^o_s = \frac{\frac{\Delta U_{os}}{R_1} + \Delta I_{os}}{2\left(\frac{k_1 U_R}{R_1} + \frac{\Delta U_{os}}{R_1} - \Delta I_{os}\right)} \tag{13}$$

Ponadto na dokładność pomiaru ma wpływ liniowość integratora. Można napisać wyrażenie określające błąd integratora [5]:

$$\delta^o_p = \frac{R_1 + R_{we}}{R_{we}} \cdot \frac{T_x}{2\tau(1+k'_u)} \tag{14}$$

gdzie:

R_{we} - różnicowa rezystancja wejściowa integratora,

$\tau = R_1C$ - stała czasowa integratora,

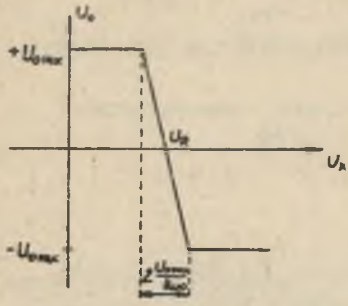
$k'_u = \frac{R_u}{R_1}$; R_u - rezystancja upływności kondensatora.

Dla stosowanego wzmacniacza operacyjnego typu μA 741, gdy R_{we} = 1 MΩ; $k_u = 10^5$ V/V; dla T_x = 1 ms; R_1 = 10 kΩ; C = 0,1 μF; R_u = 10 MΩ; wtedy $\delta_p \cong 0{,}05\%$, a $\delta_s \cong 0{,}02\%$.

3.3. Błąd komparatora

Działanie idealnego komparatora analogowego można opisać funkcją signum różnicy porównywanych napięć:

$$\left.\begin{array}{ll} U_o < +U_{omax}, & \text{dla } U_x < U_R \\ U_o > -U_{omax}, & \text{dla } U_x > U_R, \end{array}\right\} \qquad (15)$$



Rys. 4

Rzeczywisty komparator posiada charakterystykę statyczną, dla której niezerowa wartość wyrażenia $2\frac{U_{omax}}{k_{uo}}$ powoduje powstawanie błędu statycznego, powiększonego przez dryft prądu i napięcia niezrównoważenia komparatora. Uwzględniając te wpływy można napisać wyrażenie określające czułość komparatora:

$$\Delta U = \frac{U_{omax}}{k_{uo}} + RI_{os} + U_{os} \qquad (16)$$

gdzie R - rezystancja polaryzująca wejście komparatora.

Także własności dynamiczne rzeczywistego komparatora, tj. głównie czas opóźnienia, wpływają na błąd pomiaru czasu. Stosując typowy komparator scalony typu μA 710 o parametrach: k_{uo} = 1000 V/V; czas odpowiedzi 40 ns; U_{omax} = 3,7 V; U_{os} = 5 mV; ΔU_{os} = 3,5 V/°C; I_{os} = 3μA oraz przy założeniu, że czas pomiaru T_x = 1 ms, błąd komparatora wynosi: $\delta_k^o \approx 0,3\%$.

4. Wnioski

Przedstawiony układ zrealizowany został w oparciu o popularne, standardowe elementy scalone, umożliwiając uzyskanie poprawnych parametrów metrologicznych.

Niezaprzeczalną zaletą tego układu jest fakt, iż sygnał wyjściowy (relacja (7)) nie zależy od napięcia zasilania mostka.

Ponadto dla bardzo dużych zmian rezystancji w zakresie od 0 do 2R, błąd nieliniowości jest pomijalnie mały. Wynika on jedynie z nieliniowości układu dzielącego, a ten z kolei zależy od liniowości integratora (dla omawianego przypadku $\delta_p \approx 0,05\%$). Z przeprowadzonej oceny błędów przedstawionego układu do pomiaru zmian rezystancji wynika, że błędy pochodzące od zmian parametrów elementów w funkcji czasu i temperatury są pomijalnie małe, zarówno w obu wzmacniaczach jak i integratorze. Jedynie duże błędy, pochodzące od zmian czynników zewnętrznych, może wnosić układ komparatora.

LITERATURA

[1] Kulka Z., Nadachowski M.: Liniowe układy scalone i ich zastosowanie, WKŁ, Warszawa 1974.

[2] Friedl R., Seyfried P.: A New Resistance to Frequence Converter for Temperature Measurement in Colorimeter.; IEEE vol. Dec. 1975.

[3] Sheingold D.H.: Nonlinear circuits handbook. Analog Devices Inc., Massachusette 1976.

[4] Gaszyński M., Hendrysiak W.: Układ dzielący z wyjściem cyfrowym. PAK nr 9, 1977.

[5] Raczyński Z.: Analiza błędów integratora funkcji prostokątnej. Zeszyty Naukowe Pol.Sl. Elektryka z. 53, 1976.

НЕУРАВНОВЕШЁННЫЙ СОПРОТИВЛЯЕМЫЙ МОСТ ЛИНЕАРИЗОВАННЫЙ СХЕМОЙ ДЕЛИТЕЛЯ

Р е з ю м е

Статья рассматривает линеаризацию неуравновешенного моста, работающего при схемах сопротивления 0 - 2R. Линеаризационная схема основанная на схеме делителя с преобразованием на время длительности импульса. Даётся оценка ошибок, которые вносятся электронными схемами.

UNBALANCED BRIDGE FOR MEASUREMENT OF RESISTANCE LINEARIZED BY DIVIDING

S u m m a r y:

Linearization of unbalanced bridge for measurement of resistance within the range of resistance change from 0 to 2R. is prezented.Linearizing circuit is based on the dividing circuit with conversion to time of pulse duration. The estimation of errors evolved by electronic circuits is presented.

ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1980

Seria: ELEKTRYKA z. 71 Nr kol. 656

Krzysztof ZIOŁO

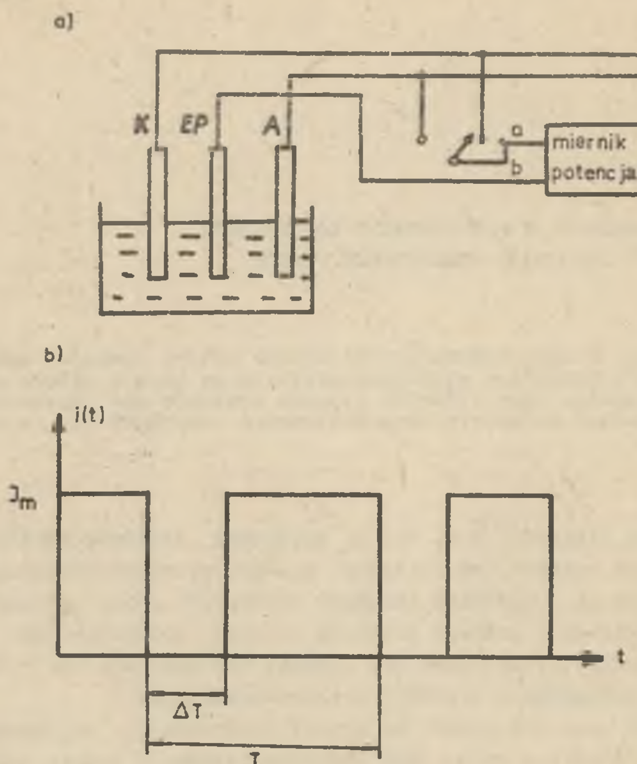
UKŁAD PRÓBKUJĄCY Z PAMIĘCIĄ W ZASTOSOWANIU DO POMIARU POTENCJAŁU ELEKTROD W PROCESACH ELEKTROCHEMICZNYCH

Streszczenie. W opracowaniu przedstawiono metodę pomiaru potencjału elektrod w procesach elektrochemicznych za pomocą układu próbkującego z pamięcią, przy krótkich czasach pomiarów nie przekraczających 5 μs. Podano parametry skonstruowanego przyrządu i sposób ich pomiaru.

Pomiary potencjału elektrod (rys. 1a) w procesach elektrochemicznych stanowią jedną z metod badania tzw. kinetyki zjawisk przyelektrodowych. Pomiary takie dokonywane są w krótkich okresach przerw ΔT prądu płynącego przez wannę elektrolityczną, którego przebieg czasowy przedstawiono na rysunku 1b. Okresy przerw ΔT nie mogą być dłuższe niż 5 μs, aby nie spowodować zaburzeń w przebiegającym procesie elektrochemicznym.

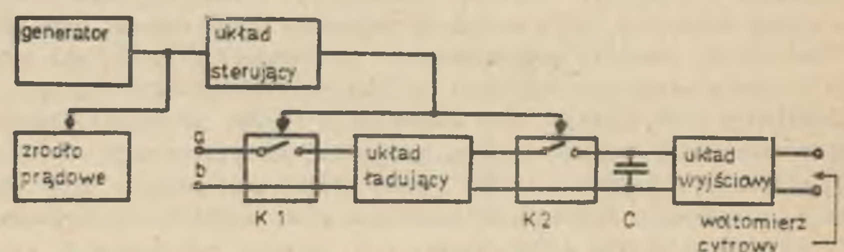
Bezpośredni pomiar tego potencjału za pomocą woltomierzy analogowych lub cyfrowych jest niemożliwy wobec zbyt krótkiego czasu, w którym należy dokonać pomiaru. W związku z tym zaproponowano wykorzystanie do przeprowadzenia pomiarów układu próbkującego z pamięcią. Zadaniem tego układu jest pobranie w czasie nie większym od ΔT próbki badanego potencjału, a następnie zapamiętanie jej na przeciąg czasu T równego 1 ms, który to czas umożliwia pomiar zapamiętanego napięcia za pomocą woltomierza cyfrowego lub rejestrację przy pomocy odpowiednich przyrządów.

W porównaniu z typowymi układami próbkującymi z pamięcią czas próbkowania nie jest dobierany, gdyż został on narzucony przez warunki pomiaru. Typowe rozwiązania układowe przedstawione w literaturze [1], [2] nie nadają się do bezpośredniego wykorzystania, a niniejsze opracowanie stanowi pewną modyfikację tych układów. Duża rezystancja warstw przyelektrodowych w badanych roztworach pociąga za sobą wymaganie, aby rezystancja wejściowa układu nie była mniejsza od $10^7 \Omega$. Bardzo krótki czas pomiaru (nie większy od 5 μs) powoduje konieczność uzyskania dużej szybkości narastania napięcia na wyjściu układu próbkującego, jak również minimalnych czasów przełączania układu ze stanu pamiętania do próbkowania i odwrotnie. Z tej samej przyczyny należy dążyć do uzyskania możliwie małych wartości przeskoku i czasu jego trwania (w porównaniu z czasem próbkowania). Zgodnie z koncepcją pomiaru układ próbkujący z pamięcią powinien też zapewnić uzy-



Rys. 1

a) pomiar potencjału elektrody dodatkowej EP względem anody A lub katody B stosowany w procesach elektrochemicznych. b) przebieg czasowy prądu płynącego przez wannę elektrolityczną

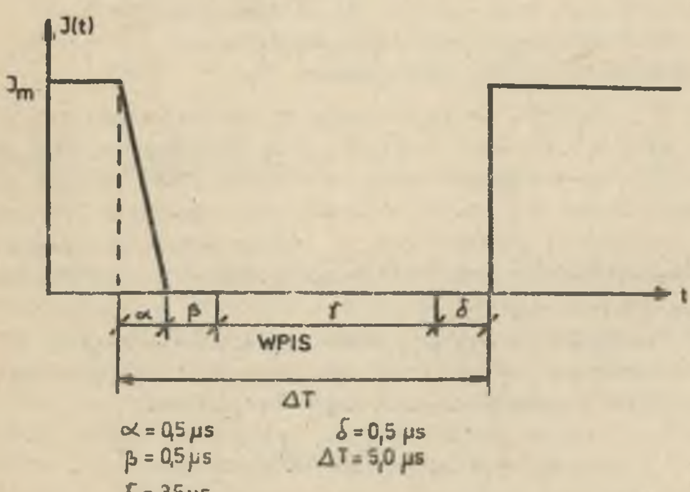


Rys. 2. Układ próbkujący z pamięcią

skanie stosunkowo długiego czasu pamiętania (T=1 ms) przy błędzie pamiętania nie większym od setnych części procentu. Wartość mierzonego potencjału powinna mieścić się w granicach od -4 do 0 oraz od 0 do +4 V (wymaganie przyjęte w opracowanym układzie).

Schemat blokowy proponowanego układu, realizującego postawione wyżej wymagania, przedstawiono na rys. 2. Układ próbkujący z pamięcią składa się z: przełączników analogowych K_1 i K_2 zwartych w czasie próbkowania, natomiast rozwartych przy pamiętaniu; układu sterującego, włączającego w odpowiednich momentach czasowych dany rodzaj pracy; kondensatora pamięciowego C; układu ładującego, którego zadaniem jest szybkie naładowanie kondensatora C oraz układu wyjściowego, mającego zapobiegać zbyt szybkiemu rozładowywaniu się tego kondensatora.

Skończone wartości czasów włączania i wyłączania przełączników K_1 i K_2, oraz opóźnienie wnoszone przez elementy układu sterującego mogą być przyczyną zapamiętania błędnej wartości potencjału (tak zwany błąd opóźnienia [1]) w związku z czym postanowiono skrócić czas wpisywania wartości mierzonego potencjału do 3,5 μs, pozostawiając 0,5 μs przed i po wpisie. Tym samym łączna wartość wymienionych czasów przełączania i opóźnienia nie może przekraczać 0,5 μs. Ponadto przed wpisem dodano czas 0,5 μs w celu uniknięcia wpływów opadania tylnego zbocza impulsu prądowego, zwłaszcza przy dużych prądach - 5A (rys. 3).



Rys. 3. Sposób wykorzystania czasu, w którym wyłączony jest prąd płynący przez wannę elektrolityczną

Błąd próbkowania wynikający z niedoładowania kondensatora C zależy od wartości stałej czasowej ładowania tego kondensatora:

$$\tau_1 = (R'_{K2} + R_{WY})C \tag{1}$$

gdzie:

R_{WY} - rezystancja wyjściowa układu ładującego,
R'_{K2} - rezystancja zwartego przełącznika K_2

oraz od szybkości narastania napięcia wyjściowego i maksymalnego prądu wyjściowego układu ładującego. Wartość stałej czasowej powinna być jak najmniejsza (np. dla $\tau_1 = 0{,}5\ \mu s$, błąd próbkowania wynosi 0,006%), co pociąga za sobą wymagania odpowiednio małych wartości wymienionych rezystancji i pojemności. Minimalna szybkość narastania napięcia wyjściowego powinna wynosić 1,20 $V\mu s^{-1}$.

Błąd pamiętania wynika z rozładowania się kondensatora C w okresie pamiętania (T=1ms) i zależy od stałej czasowej rozładowania τ_2, określonej zależnością:

$$\tau_2 = \frac{R''_{K2}\, R_{WE}\, R_V}{R''_{K2}\, R_{WE} + R_{WE}\, R_V + R''_{K2}\, R_V} \tag{2}$$

gdzie:

R''_{K2} - rezystancja przełącznika K_2 w stanie rozwarcia,
R_{WE} - rezystancja wejściowa układu wyjściowego,
R_V - rezystancja upływu kondensatora C.

W równaniu (2) przyjęto, że rezystancja wyjściowa układu ładującego jest pomijalnie mała w porównaniu z R''_{K2}, R_{WE}, R_V. Założona wartość błędu pamiętania (0,01%) przy wymaganym czasie pamiętania (1ms) pociąga za sobą wymaganie dużej wartości tej stałej czasowej (nie mniej niż 150 ms).

Wartość pojemności kondensatora C należy dobrać kompromisowo, biorąc pod uwagę sprzeczne wymagania wynikające z żądanych wartości stałych czasowych τ_1 i τ_2.

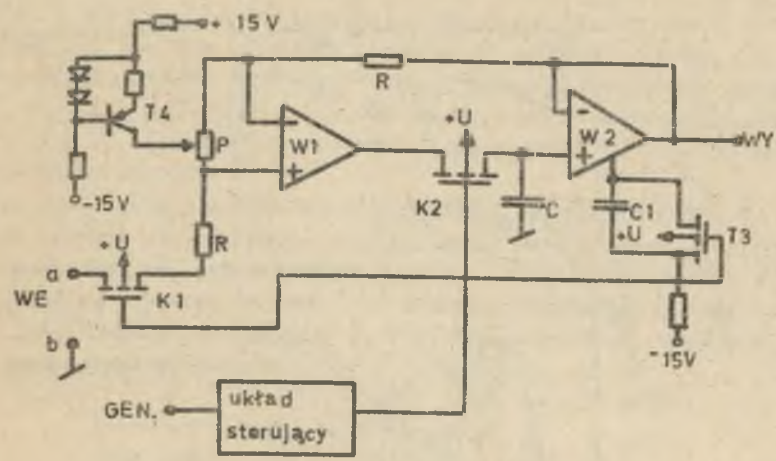
Schemat ideowy proponowanego układu przedstawiono na rys. 4. Układ ten przy zwarciu przełączników K_1 i K_2 jest wtórnikiem napięciowym, co wynika z równania opisującego wzmocnienie napięciowe układu:

$$K_S = \frac{1-\exp(-t/RC)}{\frac{1}{K'}\left[1 + \frac{1}{K''}\right] + \left[1 - \exp(-t/RC)\right]} \tag{3}$$

gdzie:

K' - wzmocnienie napięciowe wzmacniacza W_1 przy otwartej pętli sprzężenia zwrotnego,

K'' - wzmocnienie napięciowe wzmacniacza W_2 przy otwartej pętli sprzężenia zwrotnego.



Rys. 4. Schemat ideowy układu próbkującego z pamięcią

(wartości K' i K'' powinny być nie mniejsze niż 10^4). Pozwala to na spełnienie warunku dużej rezystancji wejściowej układu.

Pętla sprzężenia zwrotnego, łącząca wzmacniacze W_1 i W_2 powoduje uniezależnienie czasu ładowania kondensatora C od stałej czasowej τ_1 ładowania ; wniosek ten wynika z równania (3) i (4).

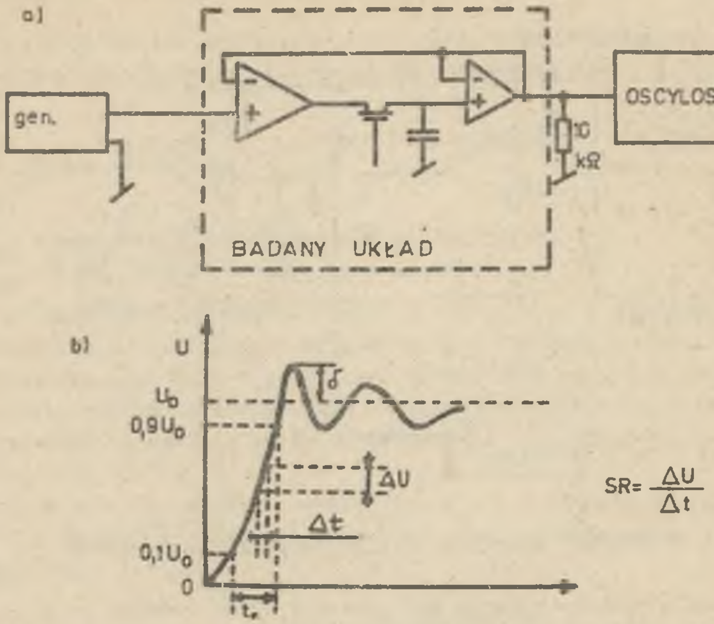
$$t = \tau_1 \ln \left[1 - \frac{1}{K'} \cdot \frac{B}{1-B}\right]^{-1} \qquad (4)$$

gdzie:

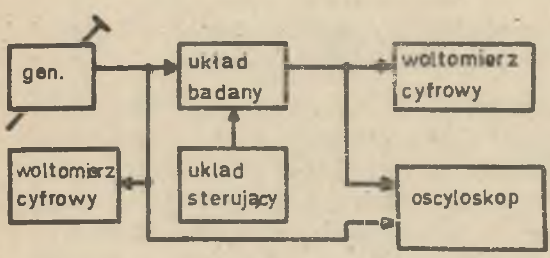
t - czas ładowania kondensatora C

$B = \frac{U_{WY}}{U_{WE}}$.

Funkcję przełączników analogowych K_1 i K_2 spełniają tranzystory MOSFET typu P. Układ ładujący zbudowano wykorzystując wzmacniacz operacyjny W_1, dobierany pod względem minimalnego wejściowego prądu polaryzacji, w celu zapewnienia odpowiednio dużej rezystancji wejściowej. W układzie wyjściowym zastosowano wzmacniacz W_2 o rezystancji wejściowej i szybkości narastania napięcia wyjściowego nastawialnej za pomocą obwodu z tranzystorem T_3. Kondensator C_1 służy do filtracji zakłóceń związanych z przełączaniem tranzystora T_3. W czasie próbkowania prąd wyjściowy wzmacniacza W_2 ma wartość 50 nA, natomiast w stanie pamiętania maleje do wartości 0,75nA. Obwód zbudowany na tranzystorze T_4 służy do zerowania wzmacniacza W_1, jednocześnie zapewniając dopływ prądu do baz tranzystorów stopnia wejściowego tego wzmacniacza w stanie pamiętania, co zapobiega nasycaniu się układu.



Rys. 5
a) pomiary szybkości i czasu narastania napięcia wyjściowego oraz wartości przeskoku, b) definicje SR i δ



Rys. 6. Układ do pomiaru błędu próbkowania, czasu opóźnienia i błędu pamiętania

Układ sterujący zaprojektowano wykorzystując przerzutniki monostabilne UCY 74 121 i komparator μA 710.

Zaproponowany układ poddano pomiarom sprawdzającym, z których ważniejsze omówiono poniżej.

Szybkość narastania napięcia wyjściowego SR (rys. 5b) równą 4 $V\mu s^{-1}$ mierzono w układzie przedstawionym na rys. 5a. Na wejście układu podawano impuls o kształcie skoku jednostkowego o amplitudzie od -4 do +4 woltów, na wyjściu załączone było obciążenie o wartości 10 kΩ. W tym samym układzie zmierzono czas narastania napięcia wyjściowego t_r otrzymując wartość 3 μs, przy takim samym sygnale wejściowym oraz wartość przeskoku równą 50 mV (przy czasie trwania 100 ns).

Błąd próbkowania i czas opóźnienia wnoszony przez układ sterujący i przełączniki analogowe określono w układzie przedstawionym na rys. 6. Na wejście układu próbkującego z pamięcią podawano impuls w kształcie skoku jednostkowego, wyzwalając jednocześnie za jego pomocą układ sterujący. Przy pomocy oscyloskopu dwustrumieniowego określono wartość czasu opóźnienia wynoszącą 250 ns. W przedstawionym układzie dokonano również pomiaru błędu próbkowania, stwierdzając jego wartość równą 0,2%. Podając na układ sterujący przebiegi prostokątne o bardzo małej częstotliwości określono błąd pamiętania po czasie 1 ms od momentu przełączenia w stan pamiętania. Otrzymano wartość -0,005%.

Rezystancję wejściową układu określono według schematu na rys. 7, [3]. Jest to rezystancja nieróżnicowa wtórnika napięciowego, jakim jest badany układ, w czasie zwarcia przełączników K_1, K_2. Woltomierz cyfrowy mierzy na wyjściu układu napięcie, w momentach zwarcia, a następnie rozwarcia rezystora R, przy pomocy przełącznika P. Wartość rezystancji wejściowej określono korzystając z równania (5).

$$R_{WE} = \frac{U'_{WY}}{U_{WY} - U'_{WY}} R \tag{5}$$

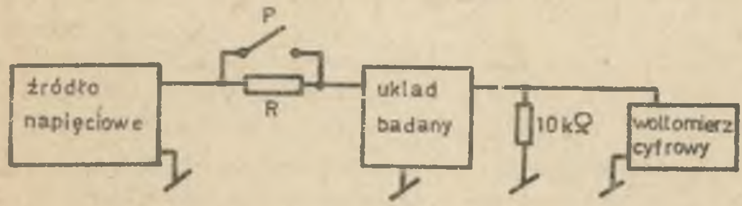
gdzie:

U_{WY} - napięcie wyjściowe przy rozwarciu przełącznika P,

U'_{WY} - napięcie wyjściowe przy zwarciu przełącznika P.

Wartość badanej rezystancji wynosi około 10 MΩ.

Przedstawiony układ (rys. 4) w połączeniu z woltomierzem cyfrowym na wyjściu umożliwia pomiar zmian potencjału elektrod w warunkach podanych na wstępie.



Rys. 7. Układ do pomiaru rezystancji wejściowej

LITERATURA

[1] Kulka Z., Nadachowski M.: Liniowe układy scalone i ich zastosowania. WKŁ, Warszawa 1977.

[2] Libura A.L., Nadachowski M.: Przetworniki analogowo-cyfrowe. WNT, 1973.

[3] Spiralski L.: Miernictwo układów scalonych. WKŁ, 1974.

ПРИМЕНЕНИЕ ИСПЫТЫВАЮЩЕГО И ЗАПОМИНАЮЩЕГО УСТРОЙСТВА ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ ПОТЕНЦИАЛА ЭЛЕКТРОД В ЭЛЕКТРОХИМИЧЕСКИХ ВАННАХ

Р е з ю м е

В статье рассматривается метод измерения потенциала электрод в электрохимических процессах, при помощи испытывающего и запоминающего устройства, при коротких промежутках времени измерений, не превышающих $5{:}10^{-6}$ сек.Приводятся параметры разработанного прибора и способы их измерения.

ADOPTION OF SAMPLE AND HOLD CIRCUITS' FOR MEASURING THE ELECTRODES POTENTIAL IN THE ELECTROCHEMICAL TANKS

S u m m a r y

In this article the method of measurement the electrodes' electrochemical potential in electrochemical processes, owing to application of sample and hold circuit at short measuring times, no moer than 5 μs is shown. The parameters of the circuit's are also published.