

SPIS TREŚCI

	Str.
1. Gerard Bartodziej, Jerzy Żaczek: Metoda pomiaru strat mocy w elementach związanych z torami prądowymi.....	5
2. Jerzy Żaczek: Straty mocy czynnej w powłokach metalowych kabli jednożyłowych .....	11
3. Tomasz Trojak: Wpływ ukształtowania kanału pleca indukcyjnego na wydzieloną w nim energię cieplną .....	21
4. Gerard Bartodziej, Wiktor Kiś, Edmund Piętka: Koncepcja pomiaru wielkich prądów w torach wielkoprądowych pieców łukowych i łukowo-oporowych .....	27
5. Gerard Bartodziej, Wiktor Kiś: Zastosowanie teorii linii elektrycznej jednorodnej do określania temperatur w torach prądowych skokowo niejednorodnych .....	35
6. Edmund Piętka, Zygmunt Piątek: Wybrane zagadnienia pracy przewodu krioporowego .....	43
7. Zygmunt Piątek, Edmund Piętka: Rozkład wypadkowego wektora gęstości prądu w przewodzie walcowym umieszczonym w nierównomiernym polu magnetycznym prądu sinusoidalnego płynącego w przewodzie równoległym.....	51
8. A.P. Dpiłgow, A.K. Landman, S.N. Udałow, W.M. Czaban: Automatyczne sterowanie samorozruchem dużych silników synchronicznych.....	61
9. Kurt Żmuda: Kaskadowe uszkodzenia słupów stalowych w liniach wysokiego napięcia .....	71
10. Alfred Kałużny: Wpływ warunków otoczenia na konduktywność powierzchniową warstwy zabrudzeniowej.....	81
11. Jerzy Macejko, Janusz Ziarnik: Ocena skuteczności ochrony odgromowej linii napowietrznych wysokiego napięcia metodą analityczną.....	91
12. Zbigniew Bartoń: Sterowanie pracą systemu elektroenergetycznego w stanach zakłóceńowych .....	103
13. Paweł Sowa: Wpływ niejednoczesności zwarć wielofazowych na składowe swobodne wysokiej częstotliwości.....	111
14. Leonid Wikientiewicz Bagiński: Analiza sygnałów wejściowych zabezpieczeń różnicowych i porównawczo-fazowych obiektów skupionych przy głębokich nasyceniach przekładników prądowych.....	121
15. A. Witanow, L. Pandewa: Algorytm cyfrowego zabezpieczenia odległościowego.....	131
16. Zbigniew Wysocki, Jerzy Klamka: Wybrane problemy cyfrowej filtracji sygnałów analogowych .....	141
17. Gerard Bartodziej: Modelowanie złączy stykowych linearnych.....	153

Gerard BARTODZIEJ

Jerzy ŻACZEK

Instytut Elektroenergetyki  
i Sterowania Układów  
Politechniki Śląskiej

## METODA POMIARU STRAT MOCY W ELEMENTACH ZWIĄZANYCH Z TORAMI PRĄDOWYMI

**Streszczenie.** W pracy zaproponowano sposób pomiaru strat mocy w elementach torów prądowych, w przypadku jeżeli pomiar tradycyjnymi metodami jest niemożliwy.

### 1. WPROWADZENIE

Zastosowanie metod elektrycznych do pomiaru strat mocy w torach wielkoprądowych (np. przy użyciu watomierzy, pomiaru prądu i napięcia itp.) jest często niemożliwe z uwagi na niektóre ozynniki, jak:

- zależność składowej spadku napięcia będącej w fazie z prądem w torze od zewnętrznego pola magnetycznego,
- występowanie prądów wirowych, wywołujących straty niemożliwe do pomiarzenia metodami klasycznymi.

Przy zapewnieniu określonych warunków nagrzewania elementów pod wpływem strat mocy uzyskuje się możliwość wyznaczenia tych strat w oparciu o pomiar temperatury ciała.

### 2. ZASADA POMIARU

Zasadę pomiaru strat mocy czynnej w elementach związanych z torami prądowymi przedstawiono na przykładzie pomiaru strat od prądów wirowych w ekranach metalowych. Zasada ta może być wykorzystana dla obiektów dowolnych, przy pomiarze temperatur w odpowiednio dużej liczbie punktów ciała. Proponowana metoda nadaje się również do badania strat w konstrukcjach metalowych, znajdujących się w polu elektromagnetycznym toru.

Wyznaczenie pomiarowe strat mocy w ekranach metalowych 3-fazowego toru prądowego oparto na wykorzystaniu zasady kalorymetru, przy czym w roli obiektu akumulującego ciepło występuje sam obiekt badany. Z podstaw teo-

rii nagrzewania ciała jednorodnego [1] wynika, że dla krótkich czasów nagrzewania  $t_p \ll T$ , przy czym:

- $t_p$  - czas nagrzewania, pomiaru,
- $T$  - cieplna stała czasowa,

uzyskuje się jednoznaczną i liniową zależność temperatury od czasu oraz wydzielonej mocy.

Przyrost temperatury ciała (ekranu) opisać można zależnością:

$$\Delta \varphi = \frac{\Delta P}{C_w} t_p, \quad (1)$$

gdzie:

$\Delta P$  - straty mocy,

$C_w$  - pojemność cieplna obiektu.

Wykorzystując do pomiaru temperatury termoelementy [2] o liniowej charakterystyce (np. Fe-const), można napisać następujące równanie na SEM termoelementu:

$$E_t = k_z \Delta \varphi, \quad (2)$$

gdzie:

$k_z$  - współczynnik przeliczeniowy,

a po uwzględnieniu zależności (1):

$$E_t = k_z \frac{\Delta P}{C_w} t_p. \quad (3)$$

Poprzez wykorzystanie przyrządów pomiarowych (do pomiaru SEM termoelementów) o wychyleniu ( $\alpha_w$ ) proporcjonalnym do przyłożonego napięcia:

$$\alpha_w = k_m E_t \quad (4)$$

gdzie:

$k_m$  - stała przyrządu.

Uzyskujemy ostatecznie

$$\alpha_w = k_m k_z \frac{\Delta P}{C_w} t_p = k'_z \Delta P t_p, \quad (5)$$

a dla  $t_p = \text{const}$

$$\alpha_w = k''_z \Delta P, \quad (6)$$

gdzie:

$k''_z = k'_z t_p$  - stała określona dla danego obiektu i czasu pomiaru.



Zależność (6) opisuje wychylenie przyrządu pomiarowego proporcjonalnie od wydzielonej mocy w badanym obiekcie.

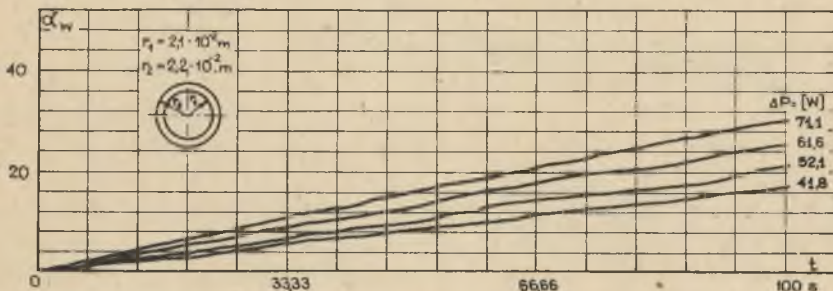
Aczkolwiek możliwe jest analityczne wyznaczenie stałych  $k'_z$  i  $k''_z$ , celowe jest ich wyznaczenie doświadczalne uwzględniające nieliniowość parametrów badanego obiektu względem temperatury a też uchybów systematycznych termoelementów i przyrządów pomiarowych (np. nieliniowości termoelementów, uchybów systematycznych przyrządów rejestrujących itp.).

Z tego też względu przyjęto następujący sposób postępowania:

- W ekranie wydzielono straty mocy  $\Delta P_{\text{=}}$  (przy zasilaniu obiektu prądem stałym) o znanej, zmierzonej wartości w określonym czasie  $t_p$ . Rejestrowano przy tym pomiarze wychylenie przyrządu pomiarowego w zależności od czasu. Z uzyskanego przebiegu:

$$\alpha_w = k'_z \Delta P_{\text{=}} t_p \quad (7)$$

możliwe jest bezpośrednio wyznaczenie stałej  $k'_z$  - wzorcowanie obiektu badanego. Na rys. 1 przedstawiono przykładowo przebiegi wychylenia rejestratora przy wzorcowaniu ekranu aluminiowego toru prądowego o długości pomiarowej 3,9 m. W praktyce może być przydatne nieco odmienne postępowanie niż wyżej opisane, polegające na wyznaczeniu współczynnika  $k'_z$ . Dla obiektu badanego można wykonać pęk charakterystyk wychylenia przyrządu pomiarowego -  $\alpha_w$  w funkcji mocy wydzielonej  $\Delta P_{\text{=}}$  w określonym czasie pomiaru  $t$  (krzywe wzorcowe).



Rys. 1. Przykładowe przebiegi wychylenia rejestratora przy wzorcowaniu ekranu aluminiowego. Straty mocy wyznaczono w oparciu o pomiary prądu i spadku napięcia na obiekcie badanym

- Dla warunków roboczych straty wydzielają się zarówno w żyłę, jak i w ekranie. Dlatego też, aby w zaproponowany sposób można było wyznaczyć straty w ekranie przy zasilaniu żyłą prądem przemiennym, należy zapewnić niezależność przebiegu temperatury w ekranie w czasie od ciepła wydzielanego w żyłę. Dla krótkich czasów pomiaru (rzędu kilkudziesięciu s) można wykorzystać przebieg nieustalony temperatury w warstwach znajdujących się między żyłą a powłoką. Należy przy tym każdorazowo dla danego obiektu

określić czas  $t_{kryt}$ , po którym ciepło w żyłce dochodzi do ekranu. Jeżeli czas pomiaru  $t_p$  jest krótszy od  $t_{kryt}$ , można uważać przebieg nagrzewania ekranu za niezależny od nagrzewania żyły.

- Dla układu o wyznaczonym doświadczalnie współczynniku  $k_z^n$  przy  $t_p < t_{kryt}$  można napisać następującą zależność pozwalającą wyznaczyć straty mocy w ekranie przy zasilaniu żyły prądem przemiennym jako:

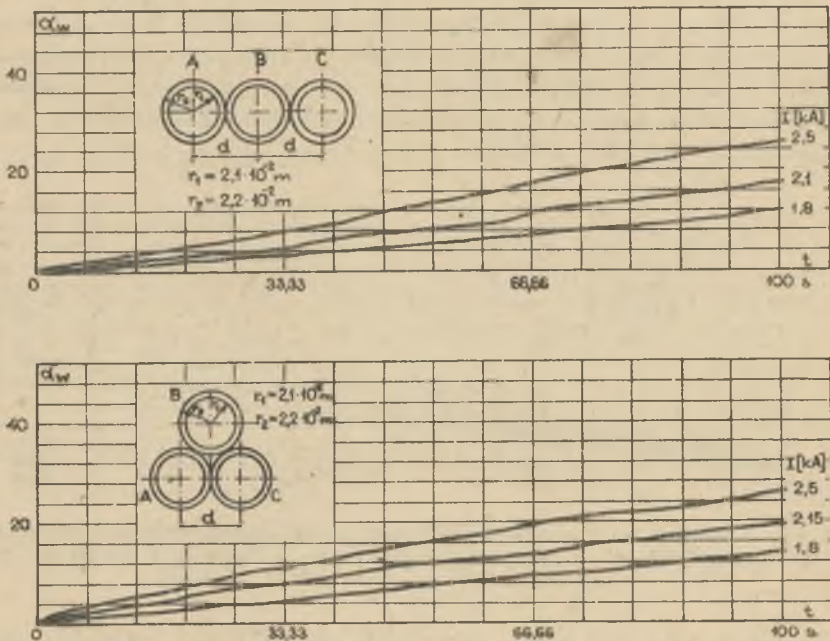
$$\Delta P = \frac{\alpha_w W}{k_z^n}, \quad (8)$$

gdzie:

$\alpha_w$  - wychylenie przyrządu pomiarowego po czasie  $t_p$ , przy zasilaniu żyły prądem przemiennym,

$k_z^n = k_z^o t_p$  - wartość stałej wyznaczona z wzorcowania.

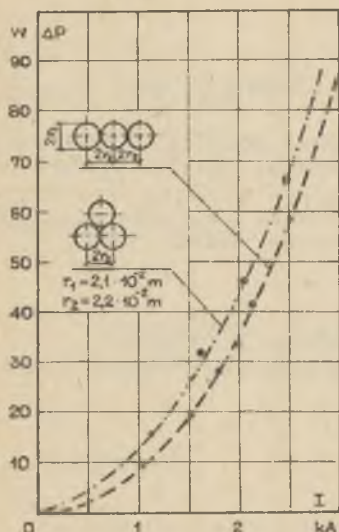
Straty mocy można również wyznaczyć poprzez bezpośrednie porównanie charakterystyki  $\alpha_w = f(P, t)$  uzyskanej przy zasilaniu żyły prądem przemiennym z charakterystykami uzyskanymi przy wzorcowaniu.



Rys. 2. Przykładowe charakterystyki wychylenia rejestratora przy zasilaniu żyły prądem przemiennym (I)

a - układ płaski, b - układ trójkątny symetryczny

Na rys. 2 przedstawiono przykładowe charakterystyki wychylenia rejestratora przy zasilaniu żył toru prądem przemiennym.



Rys. 3. Charakterystyki strat mocy czynnej w ekranie aluminiowym modelu trójfazowego toru prądowego w funkcji prądu obciążenia dla układu płaskiego i trójkątnego na styk

Na rys. 3 przedstawiono charakterystyki strat mocy czynnej od prądów wirowych w ekranie aluminiowym modelu trójfazowym toru prądowego [3].

Dla obiektów metalowych o bardzo małej zmienności temperatury w objętości obiektu wystarczająca jest niewielka liczba termoelementów do pomiaru temperatury. Przy dużej zmienności możliwe są dwa sposoby postępowania:

- a) zastosowanie dużej liczby termoelementów,
- b) pomiar temperatury wyrównania, tj. po wyłączeniu źródła zasilania.

Jeżeli obiekt jest liniowy, to możliwe jest badanie strat przy dowolnym natężeniu prądu w torze. Celowe jest też takie dobranie natężenia prądu, aby uzyskać mierzalne (z dopuszczalnym uchybem) przyrosty temperatur dla osazu nagrzewania:

$$t_p \ll T,$$

gdzie:

$T$  - cieplna stała osazowa elementu traktowanego jako ciało jednorodne.

Praktyczne znaczenie ma możliwość zwiększenia stałej osazowej za pomocą dodatkowej izolacji termicznej umieszczonej w rozważanym przypadku na ekranie.

Idealna izolacja dodatkowa winna zapewnić nieskończony duży opór cieplny przy znikomej pojemności cieplnej. W rachubę wchodzi zatem takie materiały izolacyjne, jak np. wata mineralna, wata szklana e nawet kilkuwarstwowa izolacja papierowa.

### 3. PODSUMOWANIE

Proponowana metoda umożliwi pomiar strat w elementach metalowych torów prądowych w warunkach niemożności stosowania metod tradycyjnych.

Trudności w zastosowaniu proponowanej metody wiążą się praktycznie jedynie z doбором odpowiednich przyrządów pomiarowych (dokładne rejestratory z dość szybkim przesuwem taśmy rzędu 5000 mm/h). Dokładność pomiaru zależy od dokładności wzorcowania i uchybów przyrządowych zastosowanego przy-



rzędu pomiarowego rejestrującego. Jest realne osiągnięcie stosunkowo prostymi środkami dokładności pomiaru strat mocy ok. 5%.

#### LITERATURA

- [1] Staniszewski B.: Wymiana ciepła - podstawy teoretyczne. PWN, Warszawa 1963.
- [2] Bartodziej G., Dąbrowska J.: Pomiary temperatur urządzeń elektrycznych - termoelementy, konstrukcje, projektowanie. Biuletyn Elektromontażu, COIB, Warszawa 1976.
- [3] Żaczek J.: Analiza strat mocy czynnej w powłokach metalowych kabli jednożyłowych przy pracy normalnej. Praca doktorska, Gliwice 1980.

Wpłynęło do Redakcji dnia 20.VI.1980 r. Recenzent:

Doc. dr hab. inż. Romuald Wiodek

#### МЕТОД ИЗМЕРЕНИЯ ПОТЕРЬ МОЩНОСТИ В ЭЛЕМЕНТАХ, СВЯЗАННЫХ С ТОКОПРОВОДАМИ

#### Р е з ю м е

В работе представлен способ измерения потерь мощности в элементах токопроводов в случае, когда измерение их традиционными методами невозможно.

#### METHOD OF MEASURING POWER LOSSES IN ANY BUS BAR ELEMENTS

#### S u m m a r y

The paper suggests a method of measuring power losses in some bus bar elements in cases where such a measurement made by traditional methods is not possible.

Jerzy ŻACZEK

Instytut Elektroenergetyki  
i Sterowania Układów  
Politechniki Śląskiej

## STRATY MOCY CZYNNEJ W POWŁOKACH METALOWYCH KABLI JEDNOŻYŁOWYCH

**Streszczenie:** W pracy przedstawiono sposób wyznaczania strat mocy, wywołanych prądami wirowymi w metalowych powłokach kabli jednożyłowych na przykładzie układu trójfazowego płaskiego.

### 1. WPROWADZENIE

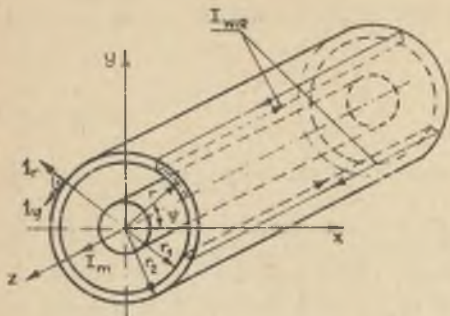
W ostatnich latach utrzymuje się tendencja do budowy linii kablowych tak średnich, jak i przede wszystkim wysokich napięć z kablami jednożyłowymi. Konstrukcje jednożyłowe w układach trójfazowych przeważają też w przyszłościowych rozwiązaniach przesyłu energii, jak np.: kable z izolacją gazową czy kriogeniczną. Specjalne połączenia powłok metalowych kabli jednożyłowych (cross-bonding, continuous cross-bonding) w zasadniczo sposób eliminują straty wywołane prądami podłużnymi indukowanymi w powłokach [1]. Problem strat wynikających z indukowania prądów wirowych jest nadal aktualny.

Niniejsza praca podejmuje analizę strat wywołanych prądami wirowymi w powłokach metalowych kabli jednożyłowych.

### 2. POLE ELEKTROMAGNETYCZNE W POWŁOCE ODOSONBIONEGO KABLA JEDNOŻYŁOWEGO

W celu wyznaczenia składowych pola elektromagnetycznego w powłoce odosobnionego kabla jednożyłowego zaproponowano model obliczeniowy, przedstawiony na rys. 1. Składa się on z żyły, w której płynie wymuszony prąd przemienny, izolacji i metalowej powłoki. Powłoka jest jednorodnym cylindrycznym walcem wykonanym z materiału niemagnetycznego o stałej konduktywności izolowana lub uzziemiona jednostronnie. Dla przyjętego modelu wprowadzono cylindryczny układ współrzędnych o osi z skierowanej zgodnie z kierunkiem przepływu prądu w danej chwili. Wobec symetrii układu ( $\frac{\partial H}{\partial \varphi} = 0$ ) natężenie pola magnetycznego w powłoce posiada składową  $H_{\varphi}$ . Przyjmując zaś do rozważań powłokę nieskończenie długą ( $\frac{\partial H_{\varphi}}{\partial z} = 0$ ) równanie falowe Maxwell-





Rys. 1. Model kabla jednożyłowego z zaznaczonym kierunkiem rozplywu prądów wirowych i wektorami kierunkowymi współrzędnych cylindrycznych

$r_1, r_2$  - promień wewnętrzny i zewnętrzny powłoki

la dla stanu ustalonego i napisane dla wartości skalarnych przyjmuje postać:

$$\nabla^2 \underline{H}_\varphi - \frac{H_\varphi}{r^2} = \alpha^2 \underline{H}_\varphi, \quad (1)$$

gdzie:

$$\alpha^2 = j\omega\mu\gamma.$$

Natężenie pola elektrycznego w powłoce posiada odpowiednio składową  $\underline{E}_z$ , dla której spełnione musi być równanie:

$$\nabla^2 \underline{E}_z = \alpha^2 \underline{E}_z. \quad (2)$$

Rozwiązaniem równań (1) i (2) będą odpowiednio funkcje:

$$\underline{H}_\varphi(r) = \underline{C}_1 I_1(\hat{r}) + \underline{C}_2 K_1(\hat{r}), \quad (3)$$

$$\underline{E}_z(r) = \underline{C}_3 I_0(\hat{r}) + \underline{C}_4 K_0(\hat{r}), \quad (4)$$

gdzie:

$$\hat{r} = krj^{1/2}$$

$$k = \sqrt{\omega\mu\gamma}$$

$I(\hat{r}), K(\hat{r})$  - zmodyfikowane funkcje Bessela 1 i 2 rodzaju rzędu zerowego i pierwszego,

$\underline{C}_1, \underline{C}_2$  - stałe całkowania.

Stale całkowania  $\underline{C}_1$  i  $\underline{C}_2$  występujące w równaniu (3) związać można ze stałymi  $\underline{C}_3$  i  $\underline{C}_4$  równania (4), korzystając z 2 równania Maxwella ( $\text{rot } \underline{E} = -j\omega\mu \underline{H}$ ). Zależności między stałymi dane są w postaci:

$$\underline{C}_1 = -j\sqrt{\frac{\gamma}{\mu}} \underline{C}_3 \quad \text{oraz} \quad \underline{C}_2 = j\sqrt{\frac{\gamma}{\mu}} \underline{C}_4. \quad (5)$$

Stale całkowania  $\underline{C}_1$  i  $\underline{C}_2$  wyznacza się z warunku brzegowego dla powierzchni wewnętrznej i zewnętrznej powłoki w oparciu o prawo Ampéra [2].

Po uwzględnieniu warunków brzegowych w równaniu (3) oraz wyznaczeniu stałych  $\underline{C}_1, \underline{C}_2, \underline{C}_3$  i  $\underline{C}_4$  równania (3) i (4) mają postać:

$$\underline{H}_\varphi(r) = \frac{I_m}{2\pi r_1 r_2} \cdot \frac{A_1 I_1(\hat{r}) + A_2 K_1(\hat{r})}{M_1}, \quad (6)$$

$$\underline{E}_z(r) = \frac{I_m}{2\pi r_1 r_2} j \sqrt{\frac{\omega\mu}{\gamma}} \frac{A_1 I_0(\hat{r}) - A_2 K_0(\hat{r})}{M_1}, \quad (7)$$

gdzie:

$$A_1 = r_2 K_1(\hat{r}_2) - r_1 K_1(\hat{r}_1),$$

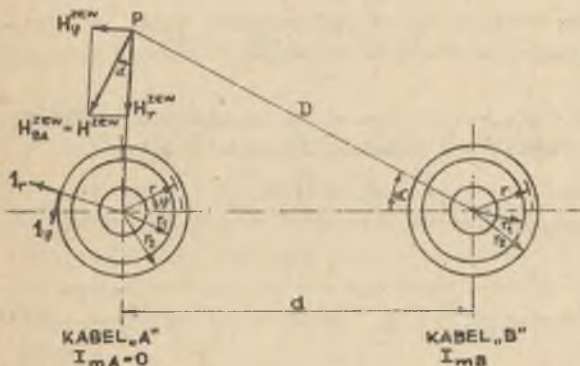
$$A_2 = r_1 I_1(\hat{r}_1) - r_2 I_1(\hat{r}_2),$$

$$M_1 = K_1(\hat{r}_2) I_1(\hat{r}_1) - K_1(\hat{r}_1) I_1(\hat{r}_2).$$

Równania (6) i (7) określają zespolone wartości maksymalne natężenia pola magnetycznego i elektrycznego w dowolnym punkcie powłoki metalowej kabla 1-żyłowego, a wywołane przepływem prądu zmiennego we własnej żyłce.

### 3. POWŁOKA KABLA JEDNOŻYŁOWEGO W ZEWNĘTRZNYM POLU MAGNETYCZNYM

Pod wpływem zewnętrznego pola magnetycznego (np. wywołanego przepływem prądu w żyłce kabla sąsiedniego) w powłoce metalowej kabla indukuje się prądy wirowe. W celu wyznaczenia składowych pola elektromagnetycznego w powłoce znajdującej się w zewnętrznym polu magnetycznym rozpatrzono model reprezentowany przez dwa identyczne równoległe kable 1-żyłowe. W żyłce jednego z kabli przepływa wymuszony prąd przemienny o wartości maksymalnej  $I_{mA}$ , prąd w żyłce drugiego  $I_{mB} = 0$  (rys. 2).



Rys. 2. Powłoka kabla "A" w zewnętrznym polu magnetycznym wywołanym przepływem prądu w żyłce kabla "B"

$H^zew$ ;  $H_P^zew$ ;  $H_T^zew$  - wektor natężenia zewnętrznego pola magnetycznego i jego składowe,  $d$  - odległość między osiami kabli

$$\underline{H}_{BA}^{zew} = 1 \varphi \underline{H}_\varphi^{zew} - 1 r \underline{H}_r^{zew} \tag{8}$$

Wyznaczenie wypadkowego (wtórnego) pola elektromagnetycznego w powłoce kabla "A" przeprowadzono poprzez rozwiązanie równań Maxwella, przy uwzględnieniu warunków brzegowych oraz faktu, iż pole magnetyczne pierwotne zostanie zniekształcone prądami wirowymi (reakcja prądów wirowych). W przyjętym modelu powłoka kabla "A" znajduje się w zewnętrznym polu magnetycznym:

Z zależności geometrycznych wynika, że:

$$\underline{H}_r^{\text{zew}} = \underline{H}^{\text{zew}} \frac{d \sin \varphi}{\sqrt{d^2 + r^2 - 2rd \cos \varphi}} \quad (9)$$

$$\underline{H}_\varphi^{\text{zew}} = \underline{H}^{\text{zew}} \frac{r - d \cos \varphi}{\sqrt{r^2 + d^2 - 2rd \cos \varphi}} \quad (10)$$

gdzie:

$$\underline{H}^{\text{zew}} = \frac{I_m}{2\pi D}$$

$$D = \sqrt{r^2 + d^2 - 2rd \cos \varphi}.$$

Pole magnetyczne zewnętrzne wyrażone równaniem (8) zostanie dodatkowo zmniejszone poprzez reakcję prądów wirowych wyindukowanych w powłoce kabla "A". W konsekwencji wektor natężenia pola magnetycznego na zewnątrz powłoki będzie wypadkową ( $\underline{H}^{\text{wyp}}$ ) pola zewnętrznego wywołanego przepływem prądu w żyłę kabla sąsiedniego ( $\underline{H}^{\text{zew}}$ ) i oddziaływania pochodzącego od prądów wirowych w powłoce ( $\underline{H}^{\text{od}}$ ):

$$\underline{H}^{\text{wyp}} = \underline{H}_{BA}^{\text{zew}} + \underline{H}^{\text{od}}. \quad (11)$$

Uwzględnienie powyższego faktu uściśla metodę wyznaczania strat w powłokach metalowych wywołanych prądami wirowymi w porównaniu z dotąd prezentowanymi.

Dla obszaru na zewnątrz powłoki kabla, dla stanu ustalonego i przy pominięciu prądów przesunięcia obowiązuje równanie Laplace'a [3]:

$$\nabla^2 \underline{E}_z^{\text{od}} = 0, \quad (12)$$

czyli:

$$\text{rot } \underline{H}^{\text{od}} = 0. \quad (13)$$

Rozwiązania równań (12) i (13) przy postawionych założeniach są dane w postaci:

$$\underline{H}^{\text{od}} = \sum_{n=1}^{\infty} \underline{C}_5 \frac{n}{j\omega\mu r^{n+1}} [1_r \sin n\varphi - 1_\varphi \cos n\varphi], \quad (14)$$

$$\underline{E}_z^{\text{od}} = 1_z \sum_{n=1}^{\infty} \underline{C}_5 \frac{\cos n\varphi}{r^n} \quad (15)$$

Znajomość tych składowych jest konieczna do sformułowania warunku brzegowego dla wyznaczenia składowych pola elektromagnetycznego w powłoce znajdującej się w zewnętrznym polu magnetycznym.



We wnętrzu powłoki znajdującej się w zewnętrznym polu magnetycznym spełnione jest równanie Maxwella w postaci:

$$\nabla^2 \underline{E}^w = \alpha^2 \underline{E}^w, \quad (16)$$

gdzie:

$\underline{E}^w$  - wektor natężenia pola elektrycznego wewnątrz powłoki ( $r_1 \leq r \leq r_2$ ).

Rozwiązaniem powyższego równania jest

$$\underline{E}_z^w = 1_z \sum_{p=0}^{\infty} [\underline{C}_6 J_p(\bar{r}) + \underline{C}_7 K_p(\bar{r})] \cos p\varphi, \quad (17)$$

gdzie:

$$\bar{r} = krj^{3/2},$$

$J_p(\bar{r})$  - funkcja Bessela 1 rodzaju rzędu  $p$ ,

$K_p(\bar{r})$  - zmodyfikowana funkcja Bessela 2 rodzaju rzędu  $p$ .

Odpowiednio wektor natężenia pola magnetycznego wewnątrz powłoki dany jest w postaci:

$$\begin{aligned} \underline{H}^w = 1_r \frac{1}{j\omega\mu r} \sum_{n=0}^{\infty} p [\underline{C}_6 J_p(\bar{r}) + \underline{C}_7 K_p(\bar{r})] \sin p\varphi + \\ + 1_\varphi \frac{k}{j\omega\mu r} \sum_{n=0}^{\infty} [\underline{C}_6 J_p'(\bar{r}) j^{3/2} + \underline{C}_7 K_p'(\bar{r}) j^{1/2}] \cos p\varphi, \end{aligned} \quad (18)$$

gdzie:

$J_p'(\bar{r})$ ,  $K_p'(\bar{r})$  - pochodne funkcji Bessela.

Stałe  $\underline{C}_6$  i  $\underline{C}_7$  występujące w równaniach (18) i (19) wyznaczyć można z warunków brzegowych (równość wektorów stycznych i normalnych na granicy dwu ośrodków). Pierwszy z tych warunków to równość wektorów natężenia pola magnetycznego wypadkowego zewnętrznego  $\underline{H}^{wyp}$  i wektora natężenia pola magnetycznego wewnętrznego  $\underline{H}^w$  dla powierzchni zewnętrznej powłoki ( $r=r_2$ ) czyli:

$$\underline{H}^{wyp}(r_2, \varphi) = \underline{H}^w(r_2, \varphi). \quad (19)$$

Drugi warunek to równość wektora natężenia pola magnetycznego wewnętrznego  $\underline{H}^w$  i wektora natężenia pola w izolacji kabla  $\underline{H}^{iz}$  dla powierzchni wewnętrznej powłoki ( $r=r_1$ ), czyli:

$$\underline{H}^w(r_1, \varphi) = \underline{H}^{iz}(r_1, \varphi), \quad (20)$$

gdzie:

$$\underline{H}^{iz}(r, \varphi) = 1_r \sum_{n=1}^{\infty} \underline{C}_8 \frac{n r^{n-1} \sin n\varphi}{j\omega\mu} + 1_\varphi \sum_{n=1}^{\infty} \underline{C}_8 \frac{n r^{n-1} \cos n\varphi}{j\omega\mu}.$$

Rozwiązanie równań (19) i (20) pozwala wyznaczyć stałe  $C_6$ ,  $C_7$  i w ostateczności otrzymać zależności opisujące poszczególne składowe pola elektromagnetyczne w powłoce kabla "A" znajdującego się w zewnętrznym polu magnetycznym, a wywołanym przepływem prądu przemiennego w żyłce kabla sąsiedniego w postaci:

$$\underline{E}_z^W(r, \varphi) = \frac{I_{mB}}{\pi} \sqrt{\frac{\omega \mu}{\gamma}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{r_2^{n-1}}{d^n} \frac{[K_{n+1}(\dot{r}_1) J_n(\ddot{r}) - j J_{n+1}(\dot{r}_1) K_n(\ddot{r})]}{M_2} j^{3/2} \cos n\varphi \quad (21)$$

$$\underline{H}_\varphi^W(r, \varphi) = \frac{I_{mB}}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{r_2^{n-1}}{d^n} \frac{[J_{n+1}(\dot{r}_1) K_n'(\ddot{r}) - K_{n+1}(\dot{r}_1) J_n'(\ddot{r})]}{M_2} \cos n\varphi \quad (22)$$

$$\underline{H}_r^W(r, \varphi) = \frac{I_{mB}}{\pi r \sqrt{\omega \mu \gamma}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{r_2^{n-1}}{d^n} \cdot$$

$$\frac{[j^{1/2} K_{n+1}(\dot{r}_1) J_n(\ddot{r}) + j^{3/2} J_{n+1}(\dot{r}_1) K_n(\ddot{r})]}{M_2} n \sin n\varphi, \quad (23)$$

gdzie:

$$M_2 = J_{n-1}(\dot{r}_2) K_{n+1}(\dot{r}_1) + J_{n+1}(\dot{r}_1) K_{n-1}(\dot{r}_2).$$

#### 4. STRATY MOCY W UKŁADACH TRÓJFAZOWYCH KABLI JEDNOŻYŁOWYCH (UKŁAD TRÓJFAZOWY PŁASKI)

Wyznaczone w punktach 2 i 3 składowe pola elektromagnetyczne w powłokach metalowych kabla odcobnionego, jak i w układzie dwu równoległych kabli stanowią podstawę do określenia strat mocy wywołanych prądami wirowymi w układach 3-fazowych kabli jednożyłowych. Straty te wyznaczyć można z równania [4]:

$$\Delta P = \oint_V \gamma |\underline{E}|^2 dV, \quad (24)$$

gdzie:

$|\underline{E}|$  - moduł wypadkowego natężenia pola elektrycznego w powłoce,

określającego energię zamienioną na ciepło Joule'a w obszarze o objętości  $V$ . Przy wyznaczaniu modułu wypadkowego natężenia pola elektrycznego w powłoce kabla znajdującego się w układzie trójfazowym należy uwzględnić:

- natężenie pola elektrycznego w powłoce wywołane przepływem prądu w żyłce własnej,

- wypadkowe natężenie pola elektrycznego wywołane przepływem prądu w dwu fazach sąsiednich.

Straty mocy ozynnej (na jednostkę długości) w powłokach kabli 1-żyłowych dla poszczególnych faz układu płaskiego, zgodnie z (24) wynoszą:

- dla faz zewnętrznych

$$\Delta P_{A,C} = \int_0^{\gamma} \int_{r_1}^{r_2} |E_z^{A,C}|^2 r dr d\varphi, \quad (25)$$

- dla fazy środkowej

$$\Delta P_B = \int_0^{\gamma} \int_{r_1}^{r_2} |E_z^B|^2 r dr d\varphi, \quad (26)$$

gdzie:

$|E_z^{A,B}|$  - moduł wypadkowego natężenia pola elektrycznego w powłokach faz skrajnych,

$|E_z^B|$  - moduł wypadkowego natężenia pola elektrycznego w powłoce fazy środkowej.

Dla fazy skrajnej, przykładowo fazy "A", wektor wypadkowego natężenia pola elektrycznego w powłoce wynosi:

$$E_z^A = \int_z (E_{wz} + E_{zew}), \quad (27)$$

gdzie:

$E_{wz}$  - zespolona wielkość natężenia pola elektrycznego w powłoce wywołana przepływem prądu w żyłce własnej - równanie (7)

$E_{zew}$  - zespolona wielkość natężenia pola elektrycznego w powłoce wywołana oddziaływaniem zewnętrznych pól, czyli przepływem prądu w fazach sąsiednich "B" i "C" dane równaniem:

$$E_{zew} = \frac{I_n}{\pi} \sqrt{\frac{\omega \mu}{\gamma}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{r_2^{(n-1)}}{(2d)^2} (2^n e^{j2/3\pi} + e^{j4/3\pi}) j^{3/2} \cos n\varphi \times$$

$$\times \frac{K_{n+1}(\tilde{r}_1) J_n(\tilde{r}) - j J_{n+1}(\tilde{r}_1) K_n(\tilde{r})}{M_2} \quad (28)$$

Po zastąpieniu w równaniach (7) i (28) funkcji Bessela funkcjami Kelvina-Thomsona w postaci biegunowej [5] i wyznaczeniu modułu wypadkowego natężenia pola elektrycznego w powłoce i obliczeniu całki wg równania (26) otrzymano ostateczną zależność na straty mocy ozynnej w powłoce faz zewnętrznych układu trójfazowego płaskiego w postaci:



$$\begin{aligned}
\Delta P_{A,C} = & \frac{I^2}{2\pi r_1 r_2 m_1} \sqrt{\frac{\omega \mu}{\delta}} \left\{ A^{(0)} r_2^2 N_1^2(kr_2) + A^{(0)} r_1^2 N_1^2(kr_1) + \right. \\
& - 2r_1 r_2 N_1(kr_2) N_1(kr_1) A^{(0)} \cos[\phi_1(kr_1) - \phi_1(kr_2)] + \\
& + A^{(3)} r_1^2 M_1^2(kr_1) + A^{(3)} r_2^2 M_1^2(kr_2) + \\
& - 2A^{(3)} r_1 r_2 M_1(kr_2) M_1(kr_1) \cos[\theta_1(kr_2) - \theta_1(kr_1)] + \\
& + \frac{1}{\sqrt{2}} r_1 r_2 N_1(kr_2) N_1(kr_1) [A^{(1)} \cos \delta_0 + A^{(2)} \sin \delta_0] + \\
& + \frac{1}{\sqrt{2}} r_2^2 N_1(kr_2) M_1(kr_2) [A^{(1)} \cos \delta_1 + A^{(3)} \sin \delta_1] + \\
& + \frac{1}{\sqrt{2}} r_1^2 N_1(kr_1) M_1(kr_1) [A^{(1)} \cos \delta_2 + A^{(3)} \sin \delta_2] + \\
& - \left. \frac{1}{\sqrt{2}} r_1 r_2 N_1(kr_1) M_1(kr_2) [A^{(1)} \cos \delta_3 + A^{(3)} \sin \delta_3] \right\} + \\
& + \frac{I^2}{\pi} \sqrt{\frac{\omega \mu}{\delta}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{r_2^{2(n-1)} (2^{2n} - 2^{n+1})}{m_2 (2d)^{2n}} [A^{(4)} N_{n+1}^2(kr_1) + A^{(5)} M_{n+1}^2(kr_1) + \\
& - \frac{2}{\sqrt{2}} N_{n+1}(kr_1) M_{n+1}(kr_1) (A_n^{(1)} \cos \delta_4 + A_n^{(2)} \sin \delta_4)] \quad (29)
\end{aligned}$$

ie:

- wartość skuteczna prądu - moduł,
- $N_n(kr)$ ;  $N_n(kr)$  - moduły funkcji Kelvina-Thomsona,
- $\phi_n(kr)$ ;  $\phi_n(kr)$  - fazy funkcji Kelvina-Thomsona,
- $A^{(0)}, A^{(1)}, \dots, A^{(5)}$  - stałe zawierające kombinacje funkcji ber, bei i ker kei, oznaczenia 0, 1, ... oznaczają numer kolejny stałej,
- $\delta_0, \delta_1, \dots, \delta_4$  - kąty zawierające kombinacje faz funkcji Kelvina-Thomsona,
- $m_1, m_2$  - moduły mianowników  $N_1$  i  $M_2$  równania (7) i (28) przedstawione za pomocą funkcji Kelvina-Thomsona

Zależność na straty mocy w fazie środkowej układu trójfazowego płaskiego różni się jedynie jednym czynnikiem występującym pod znakiem sumy równania (29), a mianowicie zamiast

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{r_2^{2(n-1)} (2^{2n} - 2^{n+1})}{(2d)^{2n}} \dots$$

ma być

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{r_2^{(n-1)}}{(d)^{2n}} \dots$$

Postępująco w analogiczny sposób wyznaczyć można straty w innych układach trójfazowych kabli [6] lub ich wiązek.

## 5. PODSUMOWANIE

- Przedstawiona metoda analizy pola elektromagnetycznego związanego z trójfazowym układem kabli jednożyłowych umożliwia wyznaczenie strat mocy czynnej w powłokach metalowych kabli wywołanych prądami wirowymi. W porównaniu z dotychczas prezentowanymi metodami uwzględnia nierównomierność natężenia zewnętrznego pola działającego na kabel oraz wpływ prądów wirowych na rozkład tego pola.
- Opracowana metoda obliczeń strat w powłokach może być wykorzystana zarówno dla kabli jednożyłowych, jak również ekranowanych przewodów szynowych.
- Metoda obliczeniowa strat mocy czynnej w powłokach kabli jednożyłowych jest dość złożona, dlatego celowe jest:
  - opracowanie programu obliczeniowego na EBC,
  - kontynuowanie badań zmierzających do uproszczenia zależności obliczeniowych poprzez wyeliminowanie mało znaczących składników w równaniach opisujących straty.

## LITERATURA

- [1] Szendzielorz A.: Kryteria oceny sposobów łączenia i uzleźniania powłok metalowych linii kablowych najwyższych napięć, Sieci Kablowe, III Seminarium, Gliwice 1978.
- [2] Jain M.P., Ray L.M.: Field Pattern and Associated Losses in Aluminium Sheet in Presence of Strip Bus Bars, IEEE Tr. Pow. App. and Syst. Nr 7, 1970.
- [3] Goworkow A.W.: Pola elektryczne i magnetyczne. WNT, Warszawa 1962.
- [4] Turowski I.: Elektrodynamika techniczna. WNT, Warszawa 1964.
- [5] Mc Lachlan N.W.: Funkcje Bessela dla inżynierów. PWN, Warszawa 1964.
- [6] Żaczek J.: Analiza strat mocy czynnej w powłokach metalowych kabli jednożyłowych przy pracy normalnej. Praca doktorska, Gliwice 1980.

Wpłynęło do Redakcji dnia 20.VI.1980 r. Recenzent:

Doc. dr hab. inż. Romuald Włodek

ПОТЕРИ АКТИВНОЙ МОЩНОСТИ В МЕТАЛЛИЧЕСКИХ ОБОЛОЧКАХ  
СИЛОВЫХ ОДНОЖИЛЬНЫХ КАБЕЛЕЙ

Р е з ю м е

В работе представлен способ определения потерь мощности, вызванных вихревыми токами в металлических оболочках одножильных кабелей на примере трехфазной плоской системы.

ACTIVE POWER LOSSES IN METAL SHEATHS OF SINGLE CABLES

S u m m a r y

The paper presents the way of determining power losses induced by eddy currents in single cable metal sheaths, taking as an example a flat formation.



Tomasz TROJOK

Walcownia Metali - Dziedzice

WPLYW UKSZTAŁTOWANIA KANAŁU PIECA INDUKCYJNEGO  
NA WYDZIELONĄ W NIM ENERGIĘ CIEPLNĄ

**Streszczenie.** Dla kanału pieca indukcyjnego o przekroju prostokątnym, najczęściej występującym w praktyce, określono korzystne ze względu na przemianę energii elektrycznej w ciepło ukształtowanie kanału. Rozważania prowadzono stosując teorię rozchodzenia się elektromagnetycznej fali płaskiej, zweryfikowaną pomiarami w układzie rzeczywistym pieca.

## 1. WPROWADZENIE

Fala elektromagnetyczna wysyłana przez wzbudnik pieca indukcyjnego kanałowego (p.i.k) niesie ze sobą energię określoną przez część rzeczywistą i urojoną wektora Poytinga  $\underline{S}$ . Zagadnienie ciepła  $Q$  wydzielonego w kanale sprowadzono do określenia maksimum części rzeczywistej  $S_a$  wektora Poytinga [1]

$$Q \sim S_a = \operatorname{Re}(\underline{S}). \quad (1)$$

Analizując założenia teorii rozchodzenia się elektromagnetycznej fali płaskiej stwierdzono potrzebę analizy zespołu założeń prowadzących do przyjęcia określonego rozkładu składowej stycznej  $H_s$  wektora natężenia pola magnetycznego na powierzchniach kanału p.i.k. [2]. Przeprowadzono pomiary powyższej składowej w układzie rzeczywistego p.i.k. i stwierdzono jej występowanie na wszystkich powierzchniach kanału [3].

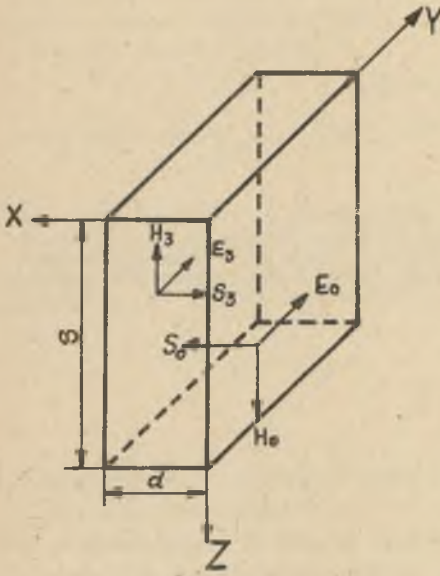
W związku z liniowością ośrodka wypełniającego kanał sumowano energie cieplne wnoszone przez fale elektromagnetyczne.

Przeanalizowano dwa przypadki:

- fala elektromagnetyczna pada na powierzchnię kanału,
- dwie identyczne fale elektromagnetyczne padają na przeciwległe powierzchnie kanału.

## 2. CIEPŁO NIESIONE PRZEZ POJEDYNCZĄ FAŁĘ ELEKTROMAGNETYCZNĄ

W wypadku kanału o przekroju prostokątnym punkt poniżej dotyczy powierzchni wewnętrznej, tj. bliżej położonej od wzbudnika p.i.k. niż powierzchnia zewnętrzna kanału.



Rys. 1. Wektory  $H, E, S$  na wewnętrznej i zewnętrznej powierzchni kanału

Na rysunku 1 pokazano wektory występujące na tych powierzchniach.

Na podstawie układu równań Maxwella w postaci zespolonej określono wektory natężenia pola magnetycznego  $\underline{H}$  i natężenia pola elektrycznego  $\underline{E}$  w kanale p.i.k. [4,1]. Znajomość powyższych wektorów pozwala na określenie ilości ciepła  $Q$  ze wzoru (1), gdyż:

$$\underline{S} = \frac{1}{2} [\underline{E} \underline{H}^*] \quad (2)$$

gdzie:

$\underline{H}^*$  - wektor sprzężony z wektorem  $\underline{H}$ .

Dla powierzchni wewnętrznej kanału otrzymano:

$$Q_0 \sim \frac{H_0^2}{2 \gamma \delta} \left[ \frac{\operatorname{sh} \frac{2(d-x)}{\delta} + \sin \frac{2(d-x)}{\delta}}{\operatorname{ch} \frac{2d}{\delta} - \cos \frac{2d}{\delta}} \right] \quad (3)$$

i analogicznie dla powierzchni zewnętrznej:

$$Q_3 \sim \frac{H_3^2}{2 \gamma \delta} \left[ \frac{\operatorname{sh} \frac{2x}{\delta} + \sin \frac{2x}{\delta}}{\operatorname{ch} \frac{2d}{\delta} - \cos \frac{2d}{\delta}} \right] \quad (4)$$

gdzie:

- $\gamma$  - rezystywność metalu w kanale,
- $Q_0$  - ciepło wnoszone przez falę elektromagnetyczną padającą na wewnętrzną powierzchnię kanału,
- $Q_3$  - ciepło wnoszone przez falę elektromagnetyczną padającą na zewnętrzną powierzchnię kanału,
- $H_0$  - składowa styczna wektora  $H$  na powierzchni wewnętrznej kanału o przekroju prostokątnym,

$H_3$  - składowa styżna wektora  $H$  na powierzchni zewnętrznej kanału o przekroju prostokątnym.

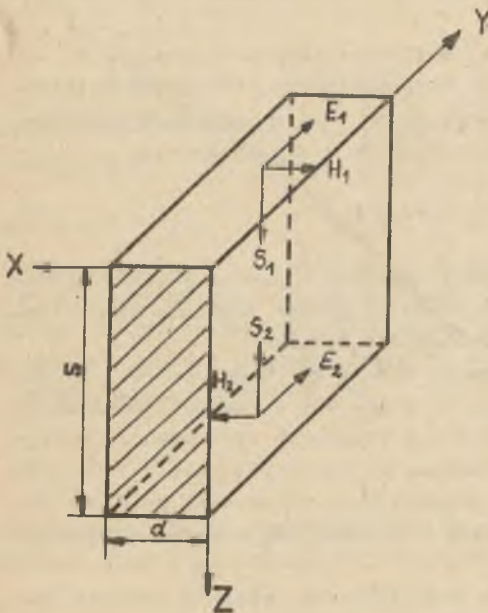
Z analizy zależności (3) i (4) wynika, że wartości  $Q_0$  i  $Q_3$  są maksymalne przy spełnieniu:

$$\frac{d}{g} > 1,57 \quad \text{lub} \quad \frac{d}{g} < 1,1. \quad (5)$$

Stwierdzono również silny wpływ, zależnych przede wszystkim od odległości kanału i wzbudnika, wartości składowych styżnych  $H_0$  i  $H_3$  na wartości  $Q_0$  i  $Q_3$  ( $Q \sim H_s^2$ ).

### 3. CIEPŁO NIESIONE PRZEZ IDENTYCZNE FALE ELEKTROMAGNETYCZNE PADAJĄCE NA PRZECIWLĘGLE POWIERZCHNIE

W przypadku kanału o przekroju prostokątnym poniższy punkt dotyczy powierzchni bocznych. Na rysunku 2 pokazano kierunki wektorów  $\underline{E}_1, \underline{E}_2, \underline{H}_1, \underline{H}_2$  charakteryzujących poszczególne fale elektromagnetyczne. Wektory  $\underline{E}_1$  i  $\underline{E}_2$  mają ten sam kierunek, zwrot i wartości liczbową. Wektory  $\underline{H}_1$  i  $\underline{H}_2$  charakteryzują się przeciwnymi zwrotami, tym samym kierunkiem i wartością liczbową. Wektory Poytinga  $\underline{S}_1$  i  $\underline{S}_2$  mają przeciwny zwrot, ten sam kierunek i wartość liczbową.



Rys. 2. Wektory  $H, E, S$  na bocznych powierzchniach kanału

Postępująco analogicznie jak w punkcie 2 oraz opierając się na pracach [5,6] otrzymano:

$$Q_1 + Q_2 \sim \frac{(H_0 + H_3)^2}{8 \gamma g} \left[ \frac{\text{sh} \frac{s-2z}{g} + \text{sim} \frac{s-2z}{g}}{\text{sh} \frac{s}{g} - \cos \frac{s}{g}} \right] \quad (6)$$

gdzie:

$Q_1, Q_2$  - ciepła wnoszone przez fale elektromagnetyczne padające na boczne powierzchnie kanału.



Z analizy wzoru (6) wynika, że przy spełnieniu jednego z poniższych warunków:

$$\frac{s}{g} > 3,14 \quad \text{lub} \quad \frac{s}{g} < 2,2 \quad (7)$$

wartości  $Q_1$  i  $Q_2$  osiągają maksimum.

Wielkości  $Q_1$  i  $Q_2$  są wprost proporcjonalne do kwadratu składowej stycznej ( $Q \sim H_g^2$ ), której wartość zależy przede wszystkim od odległości kanału - wzbudnik.

#### 4. WNIOSKI KOŃCOWE

W oparciu o wyznaczony na podstawie pomiarów rozkład wektora  $H_g$  określono najkorzystniejsze ze względu na przemianę cieplną zależności wymiarów kanału o przekroju prostokątnym. Zależności te są określone przez wzory (5) i (7).

Niemniej określenie najkorzystniejszej geometrii kanału ze względu na wydzielone w nim ciepło nie upoważnia do bezpośredniego zastosowania zależności (5) i (7) w praktyce przemysłowej. Można bowiem zwiększyć ilość ciepła  $Q$ , które dla kanału o przekroju prostokątnym równa się:

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4, \quad (8)$$

lecz jednocześnie zmniejszyć intensywność wymiany cieplnej pomiędzy kanałem a wanną p.i.k., gdzie odbywa się właściwy proces topienia zimnegowsadu i nie uzyskać zmniejszenia energochłonności p.i.k.

Ograniczenie dowolności ukształtowania kanału wprowadza sposób ubijania wyłożenia ogniotrwałego dna pieca, co wiąże się z koniecznością zachowania swobodnego dostępu od góry do każdego fragmentu powierzchni kolejnych warstw materiału ceramicznego. Stosunkowo niska wytrzymałość termiczna wyłożenia ogniotrwałego ogranicza zmniejszanie odległości pomiędzy kanałem a wzbudnikiem, co zwiększa wartość składowej  $H_g$  natężenia pola magnetycznego.

Oprócz tego należy brać pod uwagę, iż zaprojektowane wymiary szablonu kanału ulegają ciągłym zmianom w trakcie eksploatacji pieca.

Reasumując zależność (5) i (7) mają znaczenie pomocnicze przy projektowaniu geometrii kanału pieca indukcyjnego, jak również interpretacji jego własności w trakcie eksploatacji.



## LITERATURA

- [1] Wajnberg A.M.: Indukcyjnyje pławilnyje pieczy. Energija, Moskwa 1967.
- [2] Trojok T., Skrobel S., Paździorek Z.: Wybrane założenia teorii grzania indukcyjnego w kontekście obliczeń rozkładu gęstości prądu w kanale pieca indukcyjnego. Materiały I Konferencji Centralnej Sekcji Elektrotermii Hutniczej, ss. 247-254. Żelazno 1979.
- [3] Trojok T.: Mierzenie natężenia pola magnetycznego wzbudnika pieca indukcyjnego. Rudy i Metale 1979 R 24, nr 9, ss. 439-441.
- [4] Skóra E.: Teoretyczna analiza przemiany energii elektrycznej w ciepło w kanale i zbiorniku metalu indukcyjnego pieca kanałowego. Prace Naukowe Instytutu Energoelektryki Politechniki Wrocławskiej nr 22/73.
- [5] Horoszko E.: Elektromagnetyczne pole w kanale indukcyjnym pieca. Archiwum Elektrotechniki, tom XXII, zeszyt 2, 1973.
- [6] Horoszko E.: Ein Beitrag zur Theorie des Induktionsrinnenofens, Elektrowärme International 30 1972 (B3), ss.130-137.

Wpłynęło do Redakcji dnia 20.VI.1980 r. Recenzent:

Prof. dr inż. Eugeniusz Horoszko

ВЛИЯНИЕ СФОРМИРОВАНИЯ КАНАЛА ИНДУКЦИОННОЙ ПЕЧИ  
НА ВЫДЕЛЯЮЩУЮСЯ В НЕЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКУЮ ЭНЕРГИЮ

Р е з ю м е

Для канала индукционной печи с прямоугольным сечением, выступающим чаще всего на практике, определено полезное формирование канала, учитывая превращение электрической энергии в тепло. Рассуждения проведены, применяя теорию распространения электромагнитной плоской волны, проверенную измерениями в действительной системе печи.

THE INFLUENCE OF AN INDUCTIVE FURNACE CHANNEL SHAPE ON  
THE HEAT ENERGY EMITTED IN THIS CHANNEL

S u m m a r y

The channel shape, profitable with regard to electrical energy conversion into heat is determined for an inductive furnace channel with a rectangular cross-section, being the most frequent one in practice. The investigations have been carried out utilizing the theory of electromagnetic plane wave dispersion, verified by measurements made in a real setting of a furnace.

Gerard BARTODZIEJ,  
Wiktor KIŚ, Edmund PIĘTKA

Instytut Elektroenergetyki  
i Sterowania Układów  
Politechniki Śląskiej

#### KONCEPCJA POMIARU WIELKICH PRĄDÓW W TORACH WIELKOPRĄDOWYCH PIECÓW ŁUKOWYCH I ŁUKOWO-OPOROWYCH

Streszczenie. Przedstawiono koncepcję zastosowania cewki Rogowskiego do pomiaru prądu w torze wielkoprądowym pieca łukowego oraz jej wykorzystania w układach sterowania pracą pieca, w celu symetryzacji mocy wydzielanych w otoczeniu elektrod.

#### 1. WPROWADZENIE

Poprawna eksploatacja dużych odbiorników elektrotermicznych, jak piece łukowe i łukowo-oporowe posiada duże znaczenie ekonomiczne, m.in. z uwagi na ich znaczne moce i zużycie energii. Piece łukowe i łukowo-oporowe o prądach dużych w torze wielkoprądowym znacznie przekraczających 10 kA z reguły nie są wyposażone w urządzenia umożliwiające kontrolę takich prądów, głównie z powodu braku odpowiednich przekładników prądowych. Pomiar prądu w torze wielkoprądowym jest jednak niezbędny dla uzyskania pożądanej symetrii mocy wydzielanych w poszczególnych fazach pieca. Ma to duże znaczenie dla procesu technologicznego, wpływając na poprawę równomierności rozkładu temperatury w wannie pieca, tym samym na ilość oraz jakość produktu [1].

Pomiary prądu i mocy po stronie wysokiego napięcia w układzie zasilania pieca są niewystarczające, gdyż nie pozwalają na bezpośrednie określenie prądów i mocy fazowych pieca, z uwagi na grupy połączeń transformatorów piecowych (najczęściej DY lub Yd). Realizacja prostego układu do pomiaru prądów przemiennych rzędu kilkudziesięciu kA może mieć duże znaczenie praktyczne dla umożliwienia poprawnej regulacji pracy pieca zarówno ręcznej, jak i automatycznej, np. w celu stabilizacji mocy wydzielanej w otoczeniu poszczególnych elektrod pieca w określonych fazach cyklu technologicznego.

## 2. KONCEPCJA POMIARU PRĄDU W TORZE WIELKOPRĄDOWYM PIECA

Realizacja pomiaru prądu w torze wielkoprądowym - bez jego demontażu dla instalowania urządzeń - może być oparta na wykorzystaniu cewki Rogowskiego, specjalnie dobranej do wymiarów toru wielkoprądowego i natężenia mierzonego prądu [2]

Pomiar natężenia prądu cewką Rogowskiego opiera się na podstawowej zależności (rys. 1):

$$\oint H dl = I \quad (1)$$

Napięcie indukowane w cewce elementarnej o przekroju  $dF$  i długości  $dl$  wynosi:

$$du = \frac{d\psi}{dt} = w_1 dl dF \frac{dB}{dt} = \mu_0 \mu_r w_1 dl dF \frac{dH}{dt} \quad (2)$$

Dla cewki o przekroju elementarnym  $dF$  i długości  $l$ , tworzącej zamknięty obwód wokół przewodu z prądem  $I$ , uzyskuje się:

$$du = \mu_0 \mu_r w_1 dF \oint \frac{dH}{dt} dl, \quad (3)$$

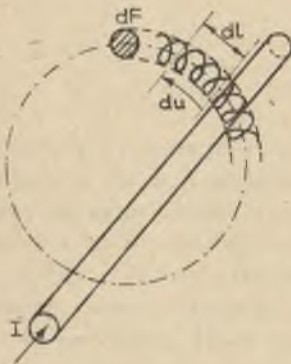
czyli zgodnie z (1):

$$du = \mu_0 \mu_r w_1 dF \frac{dI(t)}{dt}, \quad (4)$$

natomiast dla cewki rzeczywistej o przekroju rdzenia  $F$ :

$$u = \int du = \mu_0 \mu_r w_1 F \frac{dI(t)}{dt} \quad (5)$$

Rys. 1. Schemat ilustrujący zależności (1)..(11)



Zależność (5) jest ważna, jeśli można dla całego przekroju rdzenia cewki przyjąć  $B = \text{const}$ . Praktycznie oznacza to konieczność budowy cewek o małych przekrojach rdzenia. Dokładność zależności (5) zwiększy się w praktyce, jeśli cewka będzie układana w miejscach o możliwie małym gradiencie indukcji.

Dla prądu o przebiegu sinusoidalnym można zapisać:

$$I(t) = \sqrt{2} I \sin \omega t \quad (6)$$

uzyskując

$$u(t) = \mu_0 \mu_r w_1 F \sqrt{2} I \omega \cos \omega t, \quad (7)$$

Wartość skuteczna napięcia:

$$U = \mu_0 \mu_r w_1 F \omega I = k I, \quad (8)$$

gdzie  $k$  oznacza stałą cewki Rogowskiego:

$$k = \mu_0 \mu_r w_1 F \omega \quad (9)$$

Przy prądzie odkształconym, dla składowej harmoniczej  $h$ , o przebiegu:

$$I_h(t) = \sqrt{2} I_h \sin h \omega t \quad (10)$$

uzyska się stałą cewki:

$$k_h = h k \quad (11)$$

Fakt ten stanowi istotną niedogodność cewki Rogowskiego przy pomiarze prądów odkształconych. Można zatem wykorzystać następujące możliwości:

- a) ograniczyć się do pomiaru pierwszej harmoniczej prądu,
- b) odtworzyć wartość skuteczną prądu w oparciu o pomiar kilku harmoniczych o największej amplitudzie.

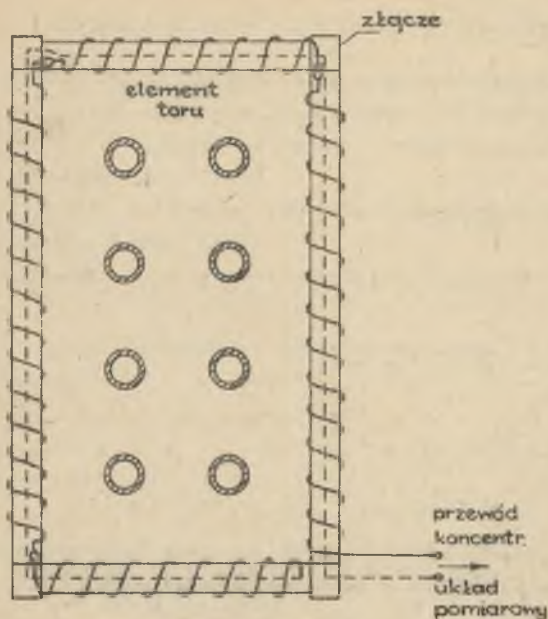
### 3. REALIZACJA CEWKI ROGOWSKIEGO DLA POMIARU PRĄDU W TORZE WIELKOPRĄDOWYM PIECA

Z uwagi na znaczne rozmiary poprzeczne jednej fazy toru wielkoprądowego, złożonej z kilku - kilkunastu szyn, np. rurowych, proponuje się wykonanie cewki Rogowskiego w postaci sztywnej ramy prostokątnej o przekroju kołowym (rys. 2). "Koniec" cewki jest wyprowadzony razem z jej "początkiem", tak by cewka nie tworzyła zwoju sprzężonego z mierzonym prądem.

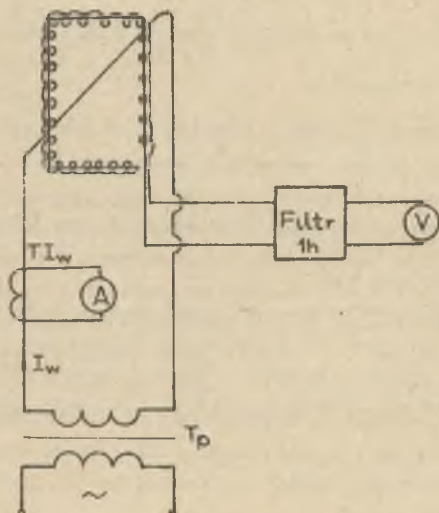
Parametry cewki: średnica rdzenia i ilość zwojów na jednostkę długości i wynikającą stąd średnicę drutu nawojowego można obliczyć w oparciu o wzór (8) zakładając wymaganą stałą cewki  $k$ . Długość cewki może być w zasadzie dowolna. Wpływa ona jedynie na rezystancję cewki. Dopuszczalna wartość rezystancji cewki zależy od rezystancji wewnętrznej zastosowanego miernika. Można dopuścić wysokie wartości rezystancji cewki (dużą długość cewki), jeśli pomiar napięcia będzie realizowany woltomierzem o wysokiej rezystancji wewnętrznej np. elektronicznym.

Zastosowanie rdzenia ferromagnetycznego możliwe z uwagi na zasadę pomiaru i pozwalające na uzyskanie wysokich wartości stałej  $k$  jest utrudnione możliwością powstania znacznych błędów pomiarowych przy niecałkowitym zamknięciu obwodu magnetycznego, a także nieliniowością związaną z na-





Rys. 2. Konstrukcja sztywnej cewki Rogowskiego z oknem prostokątnym



Rys. 3. Schemat wzorcowania cewki Rogowskiego dla 1 fazy prądem  $I_w$  mierzonym za pomocą przekładnika wzorcowego klasycznego  $T I_w$ ,

$T_p$  - transformator pomocniczy

syeniem rdzenia przy określonym natężeniu pola magnetycznego. Dlatego też w praktyce można zalecić wykonanie cewek na rdzeniu o przenikalności względnej równej 1. Cewki takie mogą być wzorcowane przy małych natężeniach prądu (kilkadziesiąt-kilkaset A) za pomocą np. amperomierza wzorcowego lub przekładnika prądowego z amperomierzem (rysunek 3) o odpowiedniej dokładności i stosowane do pomiaru dużych prądów (nawet kilkadziesiąt kA lub więcej) zachowując tę samą wyznaczoną wartość stałej  $k$ .

W praktyce przy poprawnie wykonanej i wzorcowanej cewce (o stałej średnicy rdzenia rzędu 10 mm, jednakowej gęstości uzwojenia  $w_1$  na całej długości cewki) można osiągać dokładność pomiaru nie gorszą od 5%, co wystarcza dla szeregu zastosowań eksploatacyjnych.

Połączenia cewki Rogowskiego z układem pomiarowym winno być wykonane przewodem koncentrycznym dla wyeliminowania napięć pasożytniczych indukowanych w przewodzie pod wpływem działającego pola elektromagnetycznego.

Przykładowe parametry cewki Rogowskiego dla 1 fazy pieca łukowo-oporowego:

- wymiary okna cewki 1500 x 400 mm,
- średnica uzwojenia  $d = 1$  om;  $F = 0,785$  cm<sup>2</sup>,
- ilość zwojów  $w_1 = 50$  1/om, drut nawojowy DNE-0,2,
- stała cewki:

$$K = 4\pi \cdot 10^{-7} w_1 F w = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 50 \cdot 10^2 \cdot 0,785 \cdot 10^{-4} \cdot 314 =$$

$$= 0,154 \cdot 10^{-3} \text{ V/A} = 0,154 \text{ mV/A.}$$

Napięcie na wyjściu cewki nieobciążonej przy  $I = 50$  kA:

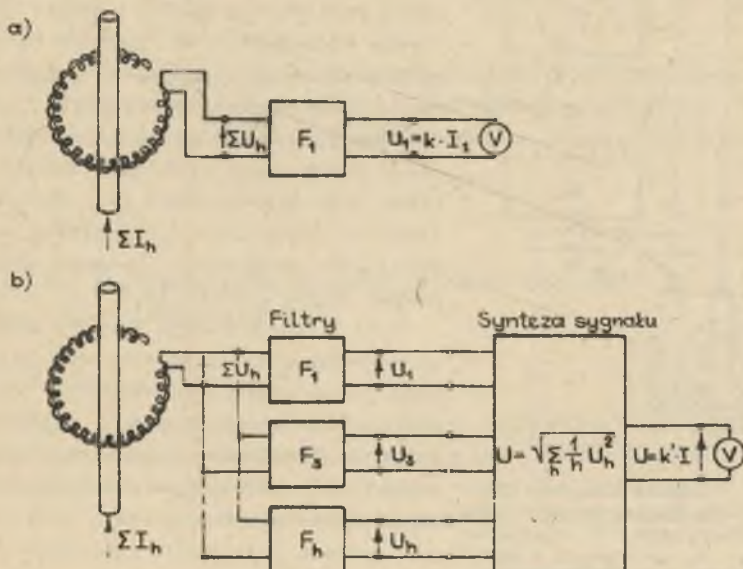
$$U = K I = 0,154 \cdot 10^{-3} \cdot 50 \cdot 10^3 = 7,7 \text{ V}$$

Odpowiednio dla uzyskanego napięcia należy dobrać woltomierz. Pożądane jest, aby rezystancja woltomierza  $R_v$  była znacznie większa od rezystancji cewki  $R_o$ . Woltomierz wskaże napięcie:

$$U_v = \frac{U R_o}{R_o + R_v} \tag{12}$$

Wpływ rezystancji cewki na wskazania woltomierza może być uwzględniany przy wzorcowaniu układu pomiarowego.

Z uwagi na odkształcenie przebiegu czasowego prądu w torze wieloprądowym pieca niezbędne jest zastosowanie jednego z układów przedstawionych na rys. 4.



Rys. 4. Schematy układów pomiarowych z cewką Rogowskiego

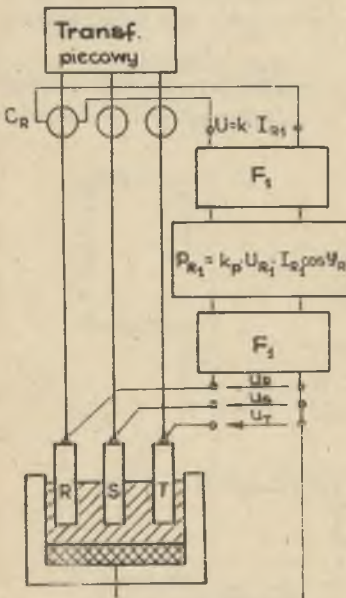
a - pomiar harmonicznej podstawowej prądu, b - pomiar wybranych harmonicznych prądu i przybliżone wyznaczenie wartości skutecznej prądu

Pomiar wartości skutecznej prądu przy użyciu cewki Rogowskiego wymagałby syntezy sygnałów pochodzących od poszczególnych harmonicznych prądu (rys. 4b) zgodnie z zależnością:

$$U = k' I = \sqrt{\sum_{h=1}^n \frac{1}{h} U_h^2} \quad (13)$$

Realizacja takiej syntezy sygnału jest technicznie możliwa dla ograniczonej liczby harmonicznych. Stąd też pomiar wartości skutecznej prądu opisanym sposobem może być dokonany z błędami zależnymi od udziału wyższych harmonicznych, pominiętych w układzie pomiarowym, w wartości skutecznej prądu.

Dla prawidłowej eksploatacji pieca istotne znaczenie posiada asymetria obciążenia poszczególnych faz pieca. Informacja o stopniu asymetrii może być uzyskana w oparciu o pomiar harmonicznych podstawowych prądów, jeśli widmo częstotliwości przebiegów prądu w trzech fazach pieca jest jednokowe.



Rys. 5. Schemat blokowy układu pomiaru składowej mocy czynnej dostarczonej do elektrody fazy R, związanej z harmonicznymi podstawowymi prądami i napięciami

W praktyce, jeśli przebiegi czasowe procesu technologicznego w otoczeniu każdej elektrody pieca są jednakowe, można uznać za dopuszczalne ograniczenie pomiaru do harmonicznej podstawowej prądu (rys. 4a).

Układ pomiarowy mierzący 1 harmoniczną prądu jest bardzo prosty i tani. Jego praktyczne zastosowanie w dowolnym układzie toru wielkopiędowego pieca nie nastęrcza istotnych problemów konstrukcyjnych.

Wydaje się w pełni możliwe wykorzystanie cewek Rogowskiego również w układach do pomiaru mocy dostarczonej do poszczególnych elektrod pieca (rys. 5), a przynajmniej składowej mocy związanej z harmonicznymi podstawowymi prądami i napięciami.

Dalszą konsekwencją pomiaru prądu lub mocy w poszczególnych fazach toru wielkopiędowego pieca byłoby wprowadzenie indywidualnej regulacji automatycznej napięcia i położenia elektrod poszczególnych faz pieca. Umożliwiłoby to zwiększenie wydajności pieców, poprawienie jakości produktu oraz zmniejszenie zużycia elektrod i wymurówki pieca.



## 4. PODSUMOWANIE

Zaproponowano wykorzystanie cewki Rogowskiego do pomiaru wielkich prądów w torach wielkoprądowych pieców łukowych i łukowo-oporowych, w których nie zainstalowano przekładników prądowych. Prostota konstrukcji i możliwość dopasowania cewek do dowolnego ukształtowania toru przemawia za celowością szerokiego rozpowszechnienia proponowanych rozwiązań.

## LITERATURA

- [1] Strunskij B.A.: Korotkije seti električeskich pečej. Metalurgizdat 1962.
- [2] Bartodziej G., Wierzbicki A.: Zastosowanie cewki Rogowskiego w niektórych pomiarach w elektroenergetyce hutniczej. Postępowanie Techniczne w Energetyce Hutniczej. Kraków 1977. Materiały Konferencyjne.

Wpłynęło do Redakcji dnia 20.VI.1980 r. Recenzent:

Prof. dr inż. Eugeniusz Horoszko

КОНЦЕПЦИЯ ИЗМЕРЕНИЯ БОЛЬШИХ ТОКОВ В КОРОТКИХ СЕТЯХ  
ДУГОВЫХ ЭЛЕКТРОПЕЧЕЙ И ДУГОВЫХ ПЕЧЕЙ ПРЯМОГО НАГРЕВА

## Р е з ю м е

Представлена концепция применения катушки Rogovskogo для измерения тока в короткой сети дуговой печи, а также ее использование в системах управления работой печи с целью симметрирования мощностей, выделяемых вблизи электродов.

THE CONCEPT OF MEASURING HIGH CURRENTS IN SHORT NETWORKS  
OF ARC AND ARC-RESISTANCE FURNACES

## S u m m a r y

The article presents a method of applying Rogowski coil for measuring the current in a short network of an arc furnace. Rogowski coil may also be used in systems controlling the furnace operation in order to achieve balancing powers emitted in the area surrounding the electrodes.



Gerard BARTODZIEJ,  
Wiktor KIS

Instytut Elektroenergetyki  
i Sterowania Układów  
Politechniki Śląskiej

## ZASTOSOWANIE TEORII LINII ELEKTRYCZNEJ JEDNORODNEJ DO OKREŚLANIA TEMPERATUR W TORACH PRĄDOWYCH SKOKOWO NIEJEDNORODNYCH

**Streszczenie.** Zaproponowano przybliżoną metodę analogową wyznaczania rozkładu temperatury w torach prądowych o skokowej niejednorodności parametrów. Przedstawiono przykłady zastosowania metody.

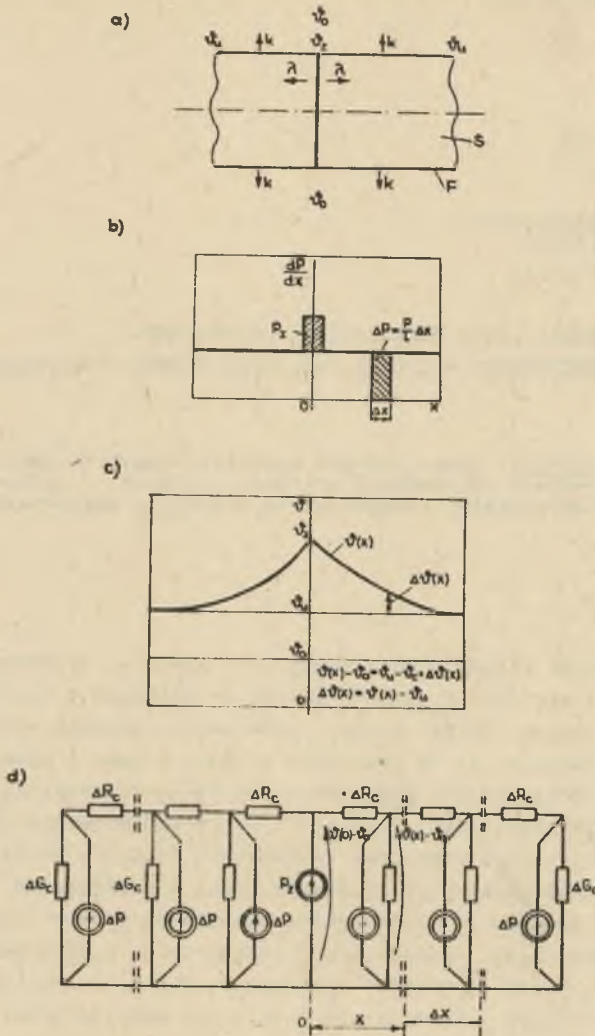
### 1. WPROWADZENIE

Analiza wymiany ciepła między elementami obwodów prądowych urządzeń elektrycznych i otoczeniem jest zagadnieniem złożonym i trudnym do analitycznego rozwiązania. Ścisłe ujęcie problemu, w postaci równań propagacji ciepła, otrzymuje się na podstawie bilansu ciepła i prawa zachowania energii, przy uwzględnieniu prawa Fouriera (przewodnictwo cieplne), Stefana-Boltzmana (promieniowanie cieplne) oraz równań przewodnictwa cieplnego, ruchu płynu i ciągłości przepływu (konwekcja) [1,2,3]. Rozwiązania analityczne tych równań możliwe do uzyskania tylko w nielicznych przypadkach, przy przyjęciu szeregu założeń upraszczających są często nieskuteczne dla praktyki inżynierskiej, zwłaszcza gdy chodzi tylko o obliczenia szacunkowe. Stosuje się wtedy zależności uproszczone, wprowadzając tzw. współczynniki oddawania ciepła o wartościach ustalonych doświadczalnie dla określonych temperatur [4,5,6,7].

### 2. METODA WYZNACZANIA ROZKŁADU TEMPERATURY

Obliczenia cieplne - nawet przybliżone - komplikują się znacznie, jeśli w rozpatrywanym układzie występują niepomiyalne niejednorodności w zakresie geometrii i materiału toru prądowego, warunków wymiany ciepła, zmienności funkcji wewnętrzznego źródła ciepła wzdłuż toru. Zachodzi to np. w torach prądowych zawierających:

- zestyki szelowa,
- odcińki o zmniejszonym lub zwiększonym przekroju,



Rys. 1. Nagrzewanie toru prądowego jednorodnego z zestykiem czołowym

a - szkic poglądowy, b - ilustracja funkcji źródła ciepła, c - rozkład temperatury, d - schemat analogowy dla wyznaczenia rozkładu temperatury

$k$  - współczynnik oddawania ciepła  $W/m^2K$ ;  $\lambda$  - współczynnik cieplnej przewodności materiału  $W/mK$ ;  $\vartheta_z$  - temperatura zestyku  $K$ ;  $\vartheta_u$  - temperatura ustalona, w znacznej odległości od zestyku,  $K$ ;  $\vartheta_0$  - temperatura otoczenia,  $K$ ;  $i$  - prąd o wartości skutecznej  $I$ ,  $A$ ;  $S$  - powierzchnia przekroju poprzecznego  $m^2$ ;  $A$  - obwód przekroju poprzecznego  $m$ ;  $F$  - powierzchnia oddawania ciepła  $m^2$ ;  $\Delta P$  - moc Joule'a, wydzielona w odcinku  $\Delta x$  toru,  $W$ ;  $P_z$  - moc wydzielona dodatkowo w zestyku,  $W$ ;  $\Delta R_c$  - opór cieplny podłużny odcinka  $\Delta l$  toru  $\Delta R_c = \frac{\Delta l}{kF}$ ;  $\Delta G_c$  - konduktancja cieplna poprzeczna odcinka  $\Delta l$  toru  $\Delta G_c = \frac{kF}{\Delta l}$ ;  $\Delta l = kA \Delta l$

- odcinki o odmiennych warunkach wymiany ciepła (izolatory przepustowe, przepusty).

Stosowana może być w takich przypadkach metoda analogowa sieci cieplnej, w której wielkości elektryczne odpowiadają wielkościom cieplnym:

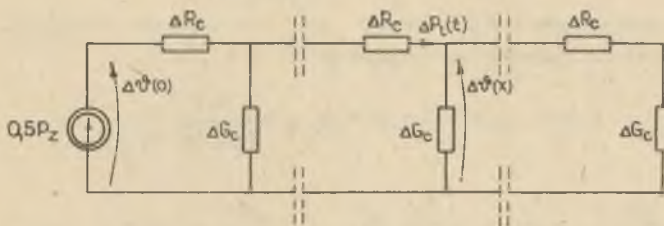
napięcie	$U; V$	- różnica temperatur	$\Delta \vartheta; K$
prąd	$I; A$	- moc cieplna	$P; W$
rezystancja	$R; \Omega$	- opór cieplny	$R_0; W/K$

Ilustruje ją w uproszczeniu, dla stanu cieplnie ustalonego w torze prądowym ze złączem ozołowym, rys. 1 przy pominięciu zależności wymienionych wielkości od temperatury.

Rozkład przyrostów temperatury wzdłuż toru prądowego

$$\Delta \vartheta(x) = \vartheta(x) - (\vartheta_0 + \Delta \vartheta_u) \quad (1)$$

spowodowanych działaniem dodatkowego źródła ciepła  $P_z$  w zestyku ozołowym, można określić - zgodnie z zasadą superpozycji - przez wyznaczenie  $\Delta \vartheta(x)$  (napięć) w punktach węzłowych układu z rys. 2.



Rys. 2. Schemat analogowy dla wyznaczania osłowego rozkładu przyrostu temperatury, wywołanego dodatkowym źródłem ciepła w zestyku (układ wg rys.1)

Schemat tego układu odpowiada linii elektrycznej łańcuchowej, a przy podziale rozpatrywanego toru na odcinki nieskończenie krótkie, staje się równoważny linii elektrycznej jednorodnej o parametrach równomiernie rozłożonych, opisaney równaniami:

$$\begin{bmatrix} U(x) \\ I(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \operatorname{ch} \gamma x, & -Z \operatorname{sh} \gamma x \\ -\frac{\operatorname{sh} \gamma x}{Z}, & \operatorname{ch} \gamma x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U(0) \\ I(0) \end{bmatrix} \quad (2)$$

Przy zastosowaniu oznaczeń z rys. 2, jest więc:

$$\begin{bmatrix} \Delta \vartheta(x) \\ \Delta P_1(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \operatorname{ch} \gamma x, & -Z \operatorname{sh} \gamma x \\ -\frac{\operatorname{sh} \gamma x}{Z}, & \operatorname{ch} \gamma x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \vartheta(0) \\ 0,5 P_z \end{bmatrix} \quad (3)$$

przy czym odpowiednio:

- rezystancja jednostkowa (opór cieplny jednostkowy) podłużna

$$R_o = \frac{1}{\lambda S} \quad (4)$$

- konduktancja jednostkowa (cieplna) poprzeczna

$$G_o = kA \quad (5)$$

- impedancja falewa

$$Z = \sqrt{\frac{R_o}{G_o}} = \frac{1}{\sqrt{\lambda S k A}} \quad (6)$$

- stała propagacji

$$\gamma = \sqrt{R_o G_o} = \sqrt{\frac{kA}{\lambda S}} \quad (7)$$

- impedancja wejściowa (przy biegu jałowym)

$$Z_w = \frac{Z}{\operatorname{th} \gamma l} = \frac{1}{\sqrt{k \lambda S A} \operatorname{th} \gamma l} \quad (8)$$

Przyrost temperatury  $\Delta \vartheta(0)$ , czyli  $\Delta \vartheta_z$  na zestyku izolowym, można wyznaczyć w oparciu o impedancję wejściową

$$\Delta \vartheta(0) = \Delta \vartheta_z = 0,5 P_z Z_w = \frac{0,5 P_z}{\sqrt{k \lambda S A} \operatorname{th} \gamma l} \quad (9)$$

Stąd rozkład

$$\begin{aligned} \Delta \vartheta(x) &= \Delta \vartheta(0) \operatorname{ch} \gamma x - 0,5 P_z Z \operatorname{sh} \gamma x = \\ &= \frac{0,5 P_z}{\sqrt{k \lambda S A}} \left( \frac{\operatorname{ch} \gamma x}{\operatorname{th} \gamma l} - \operatorname{sh} \gamma x \right) = \Delta \vartheta_z (\operatorname{ch} \gamma x - \operatorname{sh} \gamma x \operatorname{th} \gamma l) = \frac{0,5 P_z}{\sqrt{k \lambda S A}} \frac{\operatorname{ch} \{ \gamma(1-x) \}}{\operatorname{sh} \gamma l} \quad (10) \end{aligned}$$

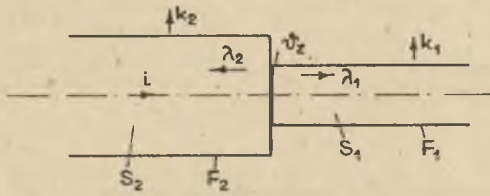
oraz

$$\vartheta(x) = \vartheta_u + \Delta \vartheta(x) = \vartheta_u + \Delta \vartheta_z (\operatorname{ch} \gamma x - \operatorname{sh} \gamma x \operatorname{th} \gamma l) \quad (11)$$

W szczególnym przypadku, gdy długość  $l$  rozpatrywanego odcinka toru jest dostatecznie duża zależność (11) przyjmuje w granicy  $\lim_{l \rightarrow \infty} \vartheta(x)$  postać:

$$\vartheta(x) = \vartheta_u + \Delta \vartheta_z e^{-\gamma x} = \vartheta_u + \frac{P_z}{2 \sqrt{k \lambda S A}} e^{-\sqrt{\frac{kA}{\lambda S}} x} \quad (12)$$





Rys. 3. Szkic toru prądowego ze skokową zmianą parametrów w miejscu zestyku czołowego

Jest ona identyczna z podawaną dla takiego układu np. w pracy [4], jeśli przyjmie się tam temperaturowy współczynnik rezystancji  $\alpha_0 = 0$ , tzn. przy pominięciu wpływu temperatury na moc wydzieloną w torze.

Postępując analogicznie jak w przedstawionym przykładzie, można wyznaczyć rozkłady temperatur również dla innych przypadków technicznych tego typu układów.

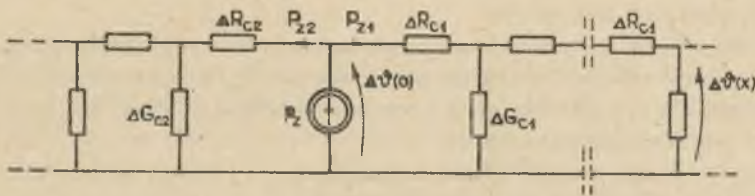
Przykładowo, dla toru prądowego z zestykiem czołowym o różnych parametrach toru po obu stronach zestyku (rys. 3) otrzymuje się schemat pokazany na rys. 4, oraz równania:

$$\Delta\vartheta(x)_1 = \Delta\vartheta(0)\text{oh } \gamma_1 x - P_{z1} Z_1 \text{sh } \gamma_1 x \quad (13)$$

$$\vartheta(x)_1 = \vartheta(x)_u + \Delta\vartheta(x)_1 \quad (14)$$

$$\Delta\vartheta(x)_2 = \Delta\vartheta(0)\text{oh } \gamma_2 x - P_{z2} Z_2 \text{sh } \gamma_2 x \quad (15)$$

$$\vartheta(x)_2 = \vartheta(x)_u + \Delta\vartheta(x)_2 \quad (16)$$



Rys. 4. Schemat analogowy dla wyznaczania osiowego rozkładu przyrostu temperatury, wywołanego dodatkowym źródłem ciepła w zestyku (układ wg rys.3)

przy ozym:

$$P_{z1} = \frac{\Delta\vartheta(0)}{Z_{w1}} \quad (17)$$

$$P_{z2} = \frac{\Delta\vartheta(0)}{Z_{w2}}$$

$$Z_{w1} = \frac{1}{\sqrt{\lambda_1 S_z k_1 A_1} \operatorname{th} \gamma_1 l_1} \quad (18)$$

$$Z_{w2} = \frac{1}{\sqrt{\lambda_2 S_z k_2 A_2} \operatorname{th} \gamma_2 l_2}$$

$$\Delta \vartheta(0) = \Delta \vartheta_z = P_z \frac{Z_{w1} Z_{w2}}{Z_{w1} + Z_{w2}} = \frac{P_z}{\sqrt{\lambda_1 k_1 S_1 A_1} \operatorname{th} \gamma_1 l_1 + \sqrt{\lambda_2 k_2 S_2 A_2} \operatorname{th} \gamma_2 l_2} \quad (19)$$

$\vartheta(x)_u$  - ustalony rozkład temperatury w układzie bez dodatkowego źródła ciepła  $P_z$ .

Stąd rozkład temperatury po prawej stronie zestyku wynosi:

$$\vartheta(x)_1 = \vartheta(x)_u + \Delta \vartheta_z (\operatorname{ch} \gamma_1 x - \operatorname{th} \gamma_1 l_1 \operatorname{sh} \gamma_1 x), \quad (20)$$

natomiast po lewej stronie

$$\vartheta(x)_2 = \vartheta(x)_u + \Delta \vartheta_z (\operatorname{ch} \gamma_2 x - \operatorname{th} \gamma_2 l_2 \operatorname{sh} \gamma_2 x) \quad (21)$$

### 3. WNIOSKI

- Zaproponowana metoda analogowa pozwala na przybliżone wyznaczenie osiowego rozkładu przyrostów temperatury w torach prądowych o skokowej niejednorodności parametrów.
- Zaletą metody jest możliwość wyznaczenia rozkładu temperatury bezpośrednio z równań linii elektrycznej jednorodnej o parametrach  $(R, G)$  równomiernie rozłożonych, po zastąpieniu wielkości elektrycznych odpowiednimi wielkościami cieplnymi.
- Przewiduje się możliwość rozszerzenia i uściślenia metody przez wykorzystanie analogii względem linii łańcuchowej złożonej z oczworników aktywnych.

### LITERATURA

- [1] Tichonow A.N., Samarski A.A.: Równania fizyki matematycznej, PWN, Warszawa 1963.
- [2] Wiśniewski S.: Wymiana ciepła. PWN, Warszawa 1979.
- [3] Staniszewski B.: Wymiana ciepła, Podstawy teoretyczne. PWN, Warszawa 1979.
- [4] Maksymiuk A.A., Peohcenke Z.: Podstawy obliczeń aparatów elektroenergetycznych. WNT, Warszawa 1976.

- [5] Markiewicz H., Wołkowiński K.: Urządzenia elektroenergetyczne. WNT, Warszawa 1980.
- [6] Kurdziel R.: Działywanie cieplne i dynamiczne prądów zwarciovych. PWT, Warszawa 1957.
- [7] Praca zbiorowa: Poradnik inżyniera elektryka, tom. I. WNT, Warszawa 1974.

Wpłynęło do Redakcji 20.VI.1980 r.

Recenzent:

Prof. dr hab. inż. Jan Maksymiuk

ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРИИ ОДНОРОДНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЛИНИЙ  
ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕМПЕРАТУР В СКАЧКОБРАЗНО  
НЕОДНОРОДНЫХ ТОКОПРОВОДОВ

#### Р е з ю м е

В статье предлагается приближенный аналоговый метод определения осевого распределения температуры в токоведущих узлах со скачкообразной неоднородностью параметров. Приводятся примеры применения этого метода.

THE APPLICATION OF A HOMOGENEOUS ELECTRIC LINE THEORY  
TO THE DETERMINATION OF TEMPERATURES IN ELECTRIC LINES

#### S u m m a r y

The article suggests an approximate analog method of determining axis temperature distribution in electric lines with parameters of jumping heterogeneity. The examples of method application are presented.

Edmund PIĘTKA

Instytut Elektroenergetyki  
i Sterowania Układów

Politechniki Śląskiej

Zygmunt PIĄTEK

Instytut Podstawowych Problemów  
Elektrotechniki i Energoelektroniki

Politechniki Śląskiej

#### WYBRANE ZAGADNIENIA PRACY PRZEWODU KRIOOPOROWEGO

**Streszczenie.** Obecnie stosowane układy zasilania elektrotermicznych urządzeń dużej mocy charakteryzują się małą sprawnością. Powoduje to znaczne straty energii i podwyższa koszty produkcji. Jedną z możliwości rozwiązania zagadnienia są skompensowane prądowe tory krioporowe. Przeprowadzono analizę pracy przewodu krioporowego i przedstawiono wnioski praktyczne.

#### 1. WSTĘP

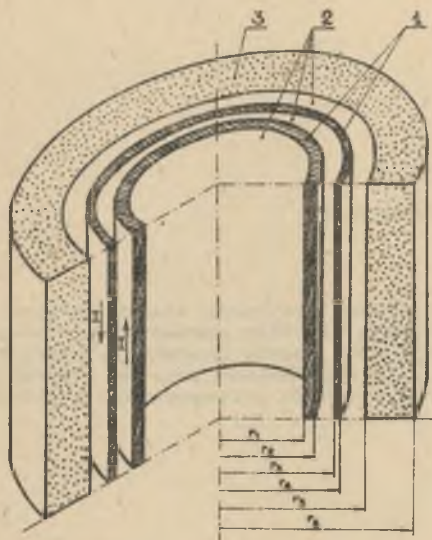
Problem zasilania odbiorników elektrycznych dużej mocy wynika z potrzeb przemysłu i sygnalizowany jest w literaturze krajowej i zagranicznej. W kraju obserwuje się trudności w doprowadzaniu energii do przemysłowych odbiorników dużej mocy. W przemyśle ohmicznym i hutniczym trudności te ograniczają w wielu przypadkach możliwość uzyskiwania produkcji na optymalnym poziomie. Obserwuje się również poważne straty energii elektrycznej w wyniku jej rozproszenia w torach prądowych o zagęszczonych strumieniach mocy. Straty te, obok poważnych kosztów, powodują skutki termiczne ograniczające doprowadzenie energii do odbiorników. Powoduje to w wielu energochłonnych zakładach przemysłowych straty produkcji przekraczające niekiedy setki milionów złotych w skali rocznej.

Problem optymalnego zasilania wobec rozwijającej się ohemii i hutnictwa nabiera dla tych gałęzi przemysłu coraz większej aktualności i znaczenia gospodarczego. Jednym z obiecujących rozwiązań tego problemu są prądowe przewody krioporowe. Wykazują one małą rezystywność, która prowadzi do zmniejszenia strat Joule'a i w rezultacie umożliwia znaczne zwiększenie zdolności przesyłania mocy. Specjalne konstrukcje tych przewodów w postaci torów krioporowych skompensowanych pozwalają na znaczne oszczędności energii elektrycznej, poprzez likwidację strat energii rozproszenia. Zaleta ta ma istotne znaczenie ekonomiczne, pozwala zmniejszać energochłonność produkcji i uzasadnia aktualność tematu.



## 2. PRZEWÓD KRIOOPOROWY SKOMPENSOWANY

Problem wykorzystania efektów zjawisk występujących w oziębionych do niskich temperatur przewodach nabiera coraz większego znaczenia dla współczesnej elektroenergetyki zawodowej i przemysłowej. Jednym ze skutecznych rozwiązań praktycznych, zmierzających do ograniczenia strat energii roz-

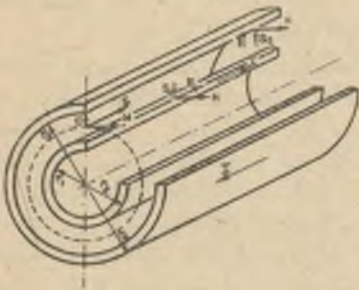


Rys. 1. Przewód krioporowy skompensowany

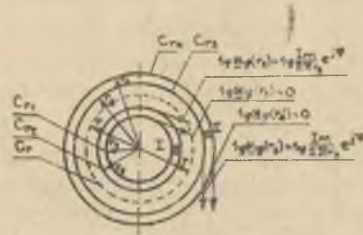
1 - przewodniki z aluminium o wysokim stopniu czystości metalu, 2 - ciekły azot, 3 - perlitowo-próżniowa izolacja termiczna

proszenia w przewodnikach o zagęszczonych strumieniach mocy, jest stosowanie prądowych skompensowanych torów krioporowych. Na rys. 1 przedstawiono doświadczalny jednofazowy przewód krioporowy chłodzony ciekłym azotem. Przewodnik stanowi dwa współśrodkowe cylindry aluminiowe, w których wymuszony jest jednakowy od do wartości prąd przemienny 50 Hz, płynący w przeciwnych kierunkach. Cylindry zanurzone w ciekłym azocie w izolowanym termicznie kanale o promieniu wewnętrznym  $r_5$  stanowią skompensowany przewód krioporowy. Przy zadanych wymuszeniach prądowych straty Joule'a w cylindrach zależne są od grubości ich ścian, stopnia czystości metalu i temperatury. Straty mocy odprowadzane są w postaci ciepła z powierzchni cylindrów do kriocieczy, a dopuszczalną ich wartość określają zjawiska zachodzące w procesie wymiany ciepła. Parametry elektryczne przewodników można określić w oparciu o wyniki analizy pola elektromagnetycznego w obszarze kanału przewodu krioporowego. Analiza teoretyczna na modelu matematycznym, złożonym z równań Maxwella i teorii równań Bessela oraz teorii Peymtinga, wykonana dla krioprzewodnika (rys. 2) przy określonych prawem Ampere warunkach brzegowych (rys. 3), dała istotne informacje o tych przewodnikach [5].

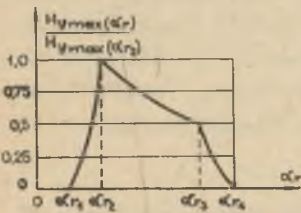
Charakterystyczną z nich jest rozkład wektorów natężenia pola magnetycznego w kanale przewodu krioporowego, w zależności od wymiarów cylindrów ( $r_1, r_2, r_3, r_4$ ), stopnia czystości ich metalu i temperatury. Rozkład tego natężenia w obszarze cylindrów jak również w przestrzeni zawartej między nimi w odniesieniu do natężenia pola magnetycznego na powierzchni zewnętrznej cylindra o promieniu  $r_2$  pokazano na rys. 4.



Rys. 2. Wektory natężenia pola elektrycznego i magnetycznego oraz wektory strumienia zespolonej mocy w przewodniku kriopoprównym skompensowanym [5]

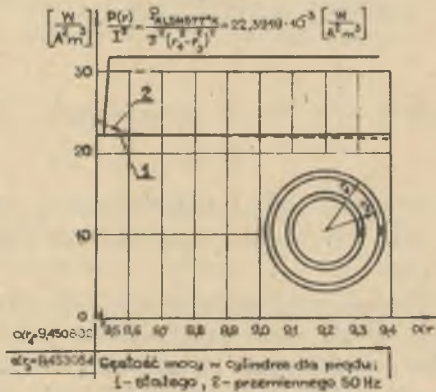


Rys. 3. Warunki brzegowe dla wektora natężenia pola magnetycznego dwóch cylindrów współśrodkowych wiodących taki sam prąd  $i(t) = I_m \cos(\omega t + \psi)$ , skierowany w kierunkach przeciwnych [5]



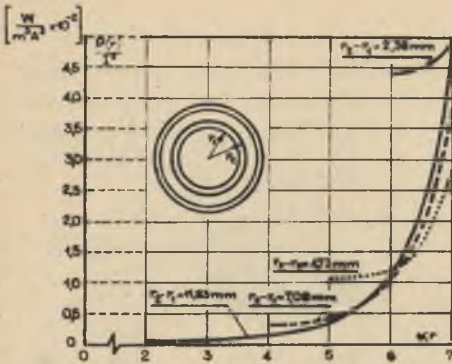
Rys. 4. Rozkład wektora względnego natężenia pola magnetycznego w obszarze dwóch cylindrów współśrodkowych wiodących prąd w kierunkach przeciwnych, w zależności od parametru  $\alpha_r$  ( $\alpha_r = \sqrt{\omega \mu / \rho(T)}$ ) [5]

$\omega$  - pulsacja,  $\mu$  - przenikalność magnetyczna,  $\rho(T)$  rezystywność jako funkcja temperatury



Rys. 5. Rozkład gęstości wektorów względnej mocy Joule'a w aluminium (Al99,9995) cylindrze zewnętrznym krioprównika skompensowanego [5]. Wymiary cylindra;  $r_1 = 20$  mm;  $r_2 = 22$  mm; rezystywność metalu  $\rho_{Al77K} = 0,221 \cdot 10^{-8} \Omega m$ ; wartość parametru  $\alpha = 422,652$  1/m

Zerowa wartość wektora natężenia pola magnetycznego na zewnętrznej powierzchni przewodnika skompensowanego jest istotną zaletą tego rodzaju przewodników. Związane z polem rozproszenia straty mocy czynnej w metalowej osłonie termicznej przewodu, przyjmują w rozpatrywanym przypadku zerową wartość i poprawiają sprawność przesyłu energii. O sprawności przesyłu energii decyduje również rozkład wektorów gęstości mocy Joule'a w przekroju ścian cylindrów. Rozkład gęstości tej mocy, zależny jest od grubości ścian



Rys. 6. Rozkład gęstości względnej mocy Joule'a w aluminiowych (Al99, 9995) cylindrach wewnętrznych krioprzewodników skompensowanych z prądem przemiennym 50 Hz, w zależności od grubości ich ścian [5]. Rezytywność metalu  $\rho_{Al77K} = 0,221$

$\cdot 10^{-8} \Omega \text{m}$ ; wartość parametru  
 $\alpha = 422,652 \text{ 1/m}$

zjawisk termicznych zachodzących w procesie wymiany ciepła w przewodzie.

### 3. STRUMIEŃ CIEPŁA ODPROWADZANY Z POWIERZCHNI PRZEWODNIKÓW DO KRIOCIECZY ORAZ KRYTYCZNE I DOPUSZCZALNE WARTOŚCI PRĄDU

Warunki wymiany ciepła między ośrodkiem chłodzenia i przewodnikiem zależne są od oporu cieplnego na jaki napotyka strumień cieplny przy przejściu z powierzchni metalu do kriocieczy. Przepływ ciepła przy wrzeniu kriocieczy można określić, ustalając zależność strumieniem cieplnym  $q$  a nadwyżką temperatury  $\Delta T$ , będącą miarą przegrzania cieczy

$$\dot{q} = q(\Delta T) \quad (1)$$

Strumień ciepła  $\dot{q} [\text{W/m}^2]$  odniesiony jest do czasu i powierzchni, na której następuje wrzenie, natomiast argument  $\Delta T$  stanowi nadwyżkę temperatury  $T_p$  ściany grzejnej ponad temperaturę nasycenia  $T_s$  kriocieczy ( $\Delta T = T_p - T_s$ ). Maksymalna wartość jednostkowego strumienia ciepła na powierzchni przewodników krioporewowych wiąże się ze specyficznymi zjawiskami fizycznymi ruchu pary w kierunku od powierzchni przewodnika do kriocieczy i ruchu kriocieczy w kierunku odwrotnym. Zjawiska te wyjaśnia teoria stabilności powierzchni rozdziału faz: ciekłej i gazowej dla procesu zachodzącego w warunkach quasi-ustalonych. Dla przypadku lokalnego zagęszcze-



nia strumienia ciepłego w teorii stabilności rozpatrywane są warunki powstawania pęcherzyków, z których utworzony strumień pary zaczyna przeszkadzać napływowi cieczy do powierzchni przewodnika w sposób na tyle znaczny, że ciecz nie może dość dobrze zwilżać powierzchni grzewczej. W rozważaniach teoretycznych zakłada się równość potencjałów termodynamicznych obydwóch faz, a warunek ten w literaturze nazywany jest warunkiem stabilności Helmholtza. Na związek zjawisk stabilności hydrodynamicznej i krytycznego strumienia ciepła przy wrzeniu pęcherzykowym wskazał Kutatieleadze [1]. Jednak teorię tego zjawiska, zwanego także pierwszym kryzysem wrzenia, przedstawili pierwsi Zuber [2], Chang [3] i Bereson [4]. Proces wrzenia pęcherzykowego różnych cieczy niskotemperaturowych a w tym także azotu stanowili przedmiot badań wielu autorów i to zarówno na drodze eksperymentalnej, jak i teoretycznej. Badania krytycznych gęstości strumienia ciepła na powierzchniach grzejnych w ciekłym azocie charakteryzują się znaczną rozbieżnością wyników [5]. Z tego też powodu przyjęcie którejkolwiek z podanych w literaturze wartości krytycznego strumienia ciepła dla aluminiowych krioprzewodników, bez uprzednich pomiarów własnych, byłoby nieuzasadnione. Badania wykonane na modelu krioporowego przewodu w skali przemysłowej, polegające na pomiarach strat mocy czynnej w przewodnikach z prądem i pomiarach przyrostów temperatur na ich powierzchni, pozwoliły określić zależności [5]:

$$\dot{q}_A = 10^3 \cdot \Delta T^{1,48}, \quad 0,2 \leq \Delta T \leq 2 \quad (2)$$

$$\dot{q}_A = 523 \cdot 10^4, \quad \Delta T^{2,42}, \quad 2 \leq \Delta T \leq 3,6 \quad (3)$$

$$\dot{q}_A = 524 \cdot 10^4 \cdot \Delta T^{2,42}, \quad 3,6 \leq \Delta T \leq 9,5 \quad (4)$$

Mogą one stanowić podstawę do oceny przyrostu temperatury przewodników w ciekłym azocie, w zależności od jednostkowej gęstości strumienia ciepła ( $W/m^2$ ) na ich powierzchni. Maksymalne wartości strumienia ciepła  $\dot{q}_d = 1217 \cdot 10^2 W/m^2$  i przyrostu temperatury  $\Delta T = 9,5 K$ , sprawdzone doświadczalnie [5], mogą być proponowane jako wartości dopuszczalne dla przewodników walcowych i cylindrycznych w ciekłym azocie. Pomiary krytycznych przyrostów temperatury i gęstości strumienia ciepła dały wyniki, które można uznać jako przybliżone. Wykonano na przewodnikach w stanie możliwie najbardziej zbliżonym do krytycznego, otrzymując wyniki dla gęstości strumienia ciepła  $153 \cdot 10^3 \dots 172 \cdot 10^3 W/m^2$  i przyrostu temperatury  $13,6 \dots 14,8 K$ . Krytyczne i dopuszczalne gęstości strumienia ciepła na powierzchni krioprzewodników określają ich krytyczne i dopuszczalne wartości prądu w postaci:

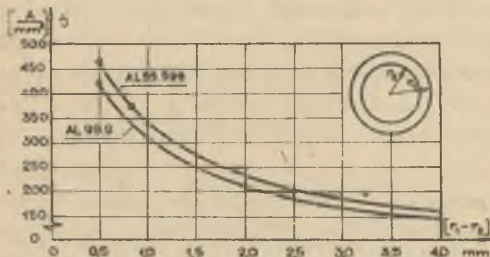
$$I_k = \sqrt{\frac{F \dot{q}_{Tmax}}{R_{Tk}}}, \quad (5)$$

$$I_d = \sqrt{\frac{F \dot{q}_d}{R_{Td}}}, \quad (6)$$



gdzie:

- $F$  - powierzchnia grzejna na jednostkę długości przewodnika,
- $\dot{q}_{I_{max}}, \dot{q}_d$  - krytyczna i dopuszczalna gęstość strumienia ciepła na powierzchni przewodników,
- $R_{Tk}, R_{Td}$  - rezystancje przewodników w temperaturze krytycznej  $T_k = (77,35 + 13,5)K$  i dopuszczalnej  $T_d = (77,35 + 9,5)K$ .



Rys. 7. Dopuszczalne gęstości prądu prądu przemianowego 50 Hz w aluminiowych prostoliniowych przewodnikach cylindrycznych w ciekłym azocie, w zależności od grubości ich ścian [5]. Krzywe z obliczeń i pomiarów; o - punkty doświadczalne

#### 4. WNIOSKI

1. Celowość stosowania przewodów krioporowych w zakładach ohmicznych i hutniczych dyspensujących w dostatecznych ilościach ciekłym azotem jest uzasadniona wobec kosztów strat produkcji, spowodowanych trudnościami w optymalnym zasilaniu odbiorników elektrotechnicznych.
2. Na podstawie badań innych Autorów [6,7] można stwierdzić, że stosowanie aluminiowych przewodników jako żył prądowych terów krioporowych jest technicznie uzasadnione. Opanowana technologia strefowego oczyszczenia tego metalu pozwala na produkcję wysoko czystych przewodników aluminiowych o dużym współczynniku temperaturowych zmian rezystywności.
3. Efekty termiczne prądu w aluminiowych przewodnikach zanurzonych w ciekłym azocie zależne są od ich konfiguracji, czystości metalu i jego struktury krystalicznej. Rozmiary powierzchni wymiany ciepła i stopień jej zwilżalności krytycznie decydują o prądowej obciążalności przewodnika, ograniczonej dopuszczalnym przyrostem jego temperatury.
4. Wykorzystanie techniki niskich temperatur w konstrukcji skompensowanego toru krioporowego stanowi korzystne, pod względem technicznym, rozwiązanie przesyłu energii. Zapewnia ono symetryzację toru i praktycznie całkowicie redukuje pole magnetyczne, straty energii rozproszenia i jej skutki termiczne.

Wyniki eksperymentalne dopuszczalnych gęstości prądu w aluminiowych przewodnikach cylindrycznych, o zróżnicowanym stopniu czystości metalu, pokazano na rys. 7.

Duża obciążalność krioporowych przewodów skompensowanych pozwala rozwiązywać problemy zasilania energochłonnych odbiorników i stanowi ich istotną zaletę.

## LITERATURA

- [1] Kutatışladze S.S.: Hidrodinamiozeskaja teorija izmieniënija režima kipiënija žydkosti pri swobodnoj konwekcoji. Akademia Nauk ZSRR, Moskwa 1969.
- [2] Zuber N.: On the stability of boiling heat transfer. Trans. ASME, 80, nr 3, ss. 711-720, 1968.
- [3] Chang Y.: Heat transfer in saturated boiling. ASME A.I.c,E Heat Transf. Conf.Strorrs, Connecticut, Chem.,Energ., 1960
- [4] Beresen J.: Advances in Heat Transfer. ASME nr 3, str. 13, 1963.
- [5] Piętka E.: Badania współzależności między parametrami elektrycznymi i cieplnymi na wybranych modelach aluminiowych przewodników kriopero-wych w temperaturze ciekłego azotu. Praca doktorska, Politechnika Śląska 1979 (niepublikowana).
- [6] Scott R.B.: Technika Niskich Temperatur. WNT, Warszawa 1963.
- [7] Małkow M.P.: Sprawocznik po fizyko-technicznych osnewam kriogeniki. Moskwa 1973.

Wpłynęło do Redakcji dnia 20.VI.1980 r.

Recenzent:

Prof. dr hab. inż. Czesław Królikowski

## ВЫБРАННЫЕ ВОПРОСЫ РАБОТЫ КРИОРЕЗИСТИВНОГО ТОКОПРОВОДА

## Р е з ю м е .

Применяемые в настоящее время системы питания электротермических устройств большой мощности характеризуются малым коэффициентом полезного действия. Это вызывает большие потери энергии и увеличивает производственные расходы. Одной из возможностей решения вопроса являются скомпенсированные токовые линии криосопротивления. Проведен анализ работы криосопротивления провода и представлены практические предложения.

## THE LARGE CURRENT CRIORESISTIVE TRACKS

## S u m m a r y

The heavy-current electro-thermic supply systems used nowadays are characteristic of low efficiency. It causes dangerous losses of energy and raises the production costs. One of the possibilities of solving the problem is designing the compensated electric cryo-resistance leads. The analysis of an electric cryo-resistance lead operation has been performed and the practical conclusions have been presented.

Zygmunt PIĄTEK

Instytut Podstawowych Problemów  
Elektrotechniki i Energoelektroniki  
Politechniki Śląskiej

Edmund PIĘTKA

Instytut Elektroenergetyki i Sterowania  
Układów Wydziału Elektrycznego  
Politechniki Śląskiej

ROZKŁAD WYPADKOWEGO WEKTORA GĘSTOŚCI PRĄDU W PRZEWODZIE WALCOWYM  
UMIESZCZONYM W NIERÓWNOMIERNYM POLU MAGNETYCZNYM PRĄDU SINUSOIDALNEGO  
PLYNĄCEGO W PRZEWODZIE RÓWNOLEGLYM

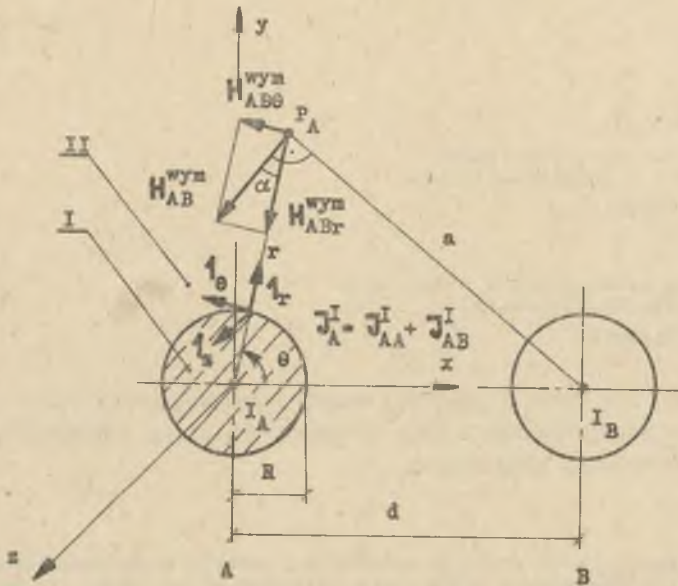
Streszczenie. W pracy przedstawiono metodę obliczania prądów wirowych indukowanych w przewodzie walcowym przez prąd sinusoidalny płynący w przewodzie równoległym. Dysponując ponadto określonym wzorem na wektor gęstości prądu własnego (z uwzględnieniem zjawiska nasórkowości) określono wypadkowy wektor gęstości prądu w rozpatrywanym przewodzie walcowym.

## 1. WSTĘP

W układzie dwóch lub więcej przewodów z prądami przemiennymi umieszczonymi w ten sposób, że ich pola magnetyczne w sposób istotny wpływają na siebie, w przewodach zachodzi zmiana rozkładu wektora gęstości prądu w przekroju poprzecznym warunkowana działaniem tych pól. Zmiana spowodowana jest tym, że do wektora gęstości prądu własnego dodaje się wektor gęstości prądu indukowanego w nim przez przemiennie pole magnetyczne prądów przewodów sąsiednich. Zjawisko to nazywa się zjawiskiem zbliżenia. Wpływ jego zjawiska na rozkład gęstości prądu w przewodzie zależny jest od kierunku i częstotliwości prądów płynących w rozpatrywanym układzie przewodów, kształtu geometrycznego i temperatury przewodów oraz odległości między nimi.

Rozpatrywany układ, przedstawiony na rys. 1, składa się z dwóch nieskończenie długich, walcowych przewodów (faza A i faza B), przez które płyną prądy sinusoidalne odpowiednio  $i_A(t)$  oraz  $i_B(t)$ . Przemienne pole magnetyczne prądu  $i_B(t)$  indukuje w przewodzie fazy A prąd wirowy o gęstości  $J_{AB}^I$ . Zakłada się przy tym, że walcowy przewód fazy B jest przewodem linearnym.





Rys. 1. Przewód walcowy z prądem  $I_A$  w polu magnetycznym prądu linearnego  $I_B$

## 2. NATEŻENIE POLA MAGNETYCZNEGO W OBSZARZE ZEWNĘTRZNYM PRZEWODU FAZY A

W obszarze zewnętrznym przewodu - II ( $r \geq R$ ) wektor natężenia pola magnetycznego  $H_{AB}^{II}$  w postaci zespolonej jest sumą wektorową wektorów pola  $H_{AB}^{wym}$  wytworzonego przez prąd  $I_B$  oraz pola magnetycznego oddziaływania zwrotnego prądów wirowych  $H_{AB}^{oz}$  indukowanych w przewodzie:

$$H_{AB}^{II} = H_{AB}^{wym} + H_{AB}^{oz} \quad (1)$$

Wektor  $H_{AB}^{wym}$  określony jest (rys. 1) wzorem:

$$H_{AB}^{wym} = -1_r H_{ABr}^{wym} + 1_\theta H_{AB\theta}^{wym} \quad (2)$$

które składowe dane są wzorami [8]:

$$H_{ABr}^{wym} = \frac{I_B}{2\pi} + \frac{d \sin \theta}{r^2 + d^2 - 2rd \cos \theta} \quad (3)$$



oraz

$$H_{AB\theta}^{\text{wym}} = \frac{I_B}{2\pi} \cdot \frac{r - d \cos\theta}{r^2 + d^2 - 2rd \cos\theta} \quad (4)$$

W obszarze zewnętrznym przewodu konduktywność  $\gamma = 0$  i przy pominięciu prądów przesunięcia z drugiego równania Maxwella, drogą wykonania na tym równaniu operacji rotacji, otrzymuje się wektorowe równanie Laplace'a:

$$\nabla^2 E_{AB}^{\text{oz}} = 0. \quad (5)$$

Ponieważ wektor natężenia pola elektrycznego w rozpatrywanym zagadnieniu posiada tylko jedną składową  $E_{ABz}^{\text{oz}}$  (zależną od zmiennych  $r$  oraz  $\theta$ ), można więc równanie (5) sprowadzić do skalarnego równania Laplace'a, które rozwiązuje się poprzez rozdzielanie zmiennych. Stosując ponadto drugie równanie Maxwella, otrzymuje się:

$$H_{AB}^{\text{oz}}(r, \theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n B_n}{j\omega \mu r^{n+1}} [1_r \sin n\theta - 1_\theta \cos n\theta]. \quad (6)$$

Po rozwinięciu składowych (3) i (4) w szereg Fouriera, sumę (1) przedstawia się następująco:

$$H_{AB}^{\text{II}}(r, \theta) = -1_r \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \frac{I_B}{2\pi r} \left(\frac{r}{d}\right)^n - \frac{n B_n}{j\omega \mu r^{n+1}} \right] \sin n\theta - \\ - 1_\theta \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \frac{I_B}{2\pi r} \left(\frac{r}{d}\right)^n + \frac{n B_n}{j\omega \mu r^{n+1}} \right] \cos n\theta. \quad (7)$$

### 3. NATĘŻENIE POLA MAGNETYCZNEGO W PRZEWODZIE FAZY A

W obszarze I (rys. 1), tj. wewnątrz przewodu ( $0 \leq r \leq R$ ), obowiązuje [10] dla wektora natężenia pola elektrycznego (w postaci zespolonej) następujące równanie falowe Helmholtza:

$$\nabla^2 E_{AB}^{\text{I}} = j m^2 E_{AB}^{\text{I}}, \quad (8)$$

gdzie:

$$m = \sqrt{j\omega\mu\gamma}.$$

Natężenie pola elektrycznego ma w tym obszarze tylko jedną składową  $E_{ABz}^{\text{I}}$  zależną od zmiennych  $r$  oraz  $\theta$ . Można więc równanie (8) sprowadzić do skalarnego równania falowego Helmholtza. Rozwiązanie równania (8) poprzez rozdzielanie zmiennych i przy uwzględnieniu ograniczoności pola elektrycznego dla  $r \rightarrow 0$ , jest określone wzorem:

$$E_{AB}^I(r, \theta) = 1_z \sum_{n=1}^{\infty} E_{ABzn}^I(r, \theta) = 1_z \sum_{n=1}^{\infty} C_n J_n(\sqrt{-j} mr) \cos n\theta, \quad (9)$$

gdzie:

$J_n(\sqrt{-j} mr)$  - funkcja Bessela - Kelvina [4] pierwszego rodzaju rzędu  $n$ .

Z drugiego równania Maxwella oraz wzoru (9) otrzymuje się:

$$H_{AB}^I(r, \theta) = 1_r \frac{1}{j\omega\mu r} \sum_{n=1}^{\infty} n C_n J_n(\sqrt{-j} mr) \sin n\theta + \\ + 1_\theta \frac{1}{j\omega\mu r} \sum_{n=1}^{\infty} C_n [-n J_n(\sqrt{-j} mr) + \sqrt{-j} mr J_{n-1}(\sqrt{-j} mr)] \cos n\theta. \quad (10)$$

#### 4. WEKTOR GĘSTOŚCI PRĄDU WIROWEGO INDUKOWANEGO W PRZEWODZIE FAZY A

Przy założeniu równości współczynników przenikalności magnetycznej bezwzględnej obszaru przewodu - I i obszaru zewnętrznego - II można otrzymać [1] następujący warunek brzegowy dla natężenia pola magnetycznego przy  $r = R$ :

$$H_{AB}^{II}(R, \theta) = H_{AB}^I(R, \theta). \quad (11)$$

Warunek (11) sprowadza się do układu dwóch równań skalarnych (dla poszczególnych składowych wektorów  $H_{AB}^I(R, \theta)$  i  $H_{AB}^{II}(R, \theta)$ ), który to układ pozwala na wyznaczenie stałej  $C_n$ :

$$C_n = \frac{I_B \sqrt{-j} \omega \mu}{\pi m R} \left(\frac{R}{a}\right)^n \frac{1}{J_{n-1}(\sqrt{-j} mR)}. \quad (12)$$

Wykorzystując uogólnione prawo Ohma oraz wzory (9) i (12), otrzymuje się:

$$J_{AB}^I(r, \theta) = 1_z J_{ABz}^I(r, \theta) = 1_z \frac{I_B \sqrt{-j} m}{\pi R} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{R}{a}\right)^n \frac{J_n(\sqrt{-j} mr)}{J_{n-1}(\sqrt{-j} mR)} \cdot \\ \cdot \cos n\theta = 1_z \frac{|I_B| m}{\pi R} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{R}{a}\right)^n \frac{M_n(mr)}{M_{n-1}(mR)} \cdot \\ \cdot \exp \left\{ j [\beta_n(mr) - \beta_{n-1}(mR) + 135^\circ + \alpha_n] \right\} \cos n\theta, \quad (13)$$

gdzie:

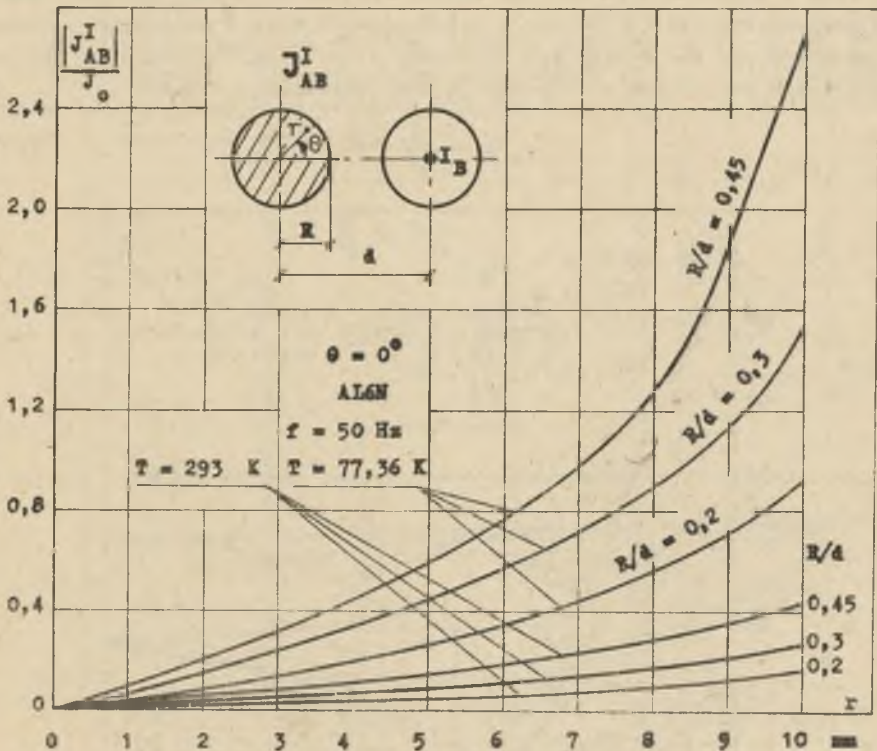
$M_n$  - moduł funkcji Bessela-Kelvina pierwszego rodzaju  $n$ -tego rzędu,

$\beta_n$  - argument tej funkcji.

Otrzymany przedstawioną wyżej metodą wzór (13) na gęstość prądu indukowanego w przewodzie walcowym przez prąd płynący w linearnym przewodzie równoległym, pokrywa się z odpowiednim wzorem uzyskanym przez Mjejerowicza w pracy [6] poprzez wprowadzenie skalarnego potencjału magnetycznego w postaci zespolonej i równania Helmholtza w metodzie kolejnych przybliżeń. Wzór ten uzyskał również Manneback w pracy [3] na drodze wprowadzenia i rozwiązania równania ostatecznego.

Dla  $n = 1$  wzór (13) przyjmuje postać:

$$J_{AB}^I = 1_z \frac{I_B \sqrt{-j}^m}{\pi d} \cdot \frac{J_1(\sqrt{-j} \pi r)}{J_0(\sqrt{-j} \pi R)} \cos \theta. \quad (14)$$



Rys. 2, Rozkład modułu wektora względnej gęstości prądu indukowanego w walcowym przewodzie aluminiowym 6N, dla  $\theta = 0^\circ$  i  $f = 50$  Hz, w temperaturze pokojowej i w temperaturze ciekłego azotu, przy różnych wartościach stosunku  $R/d$



Wzór (14) pokrywa się z odpowiednim wzorem uzyskanym przez Kadena w pracy [2] dla przewodu prętowego umieszczonego w równomiernym polu magnetycznym określonym wzorem (15):

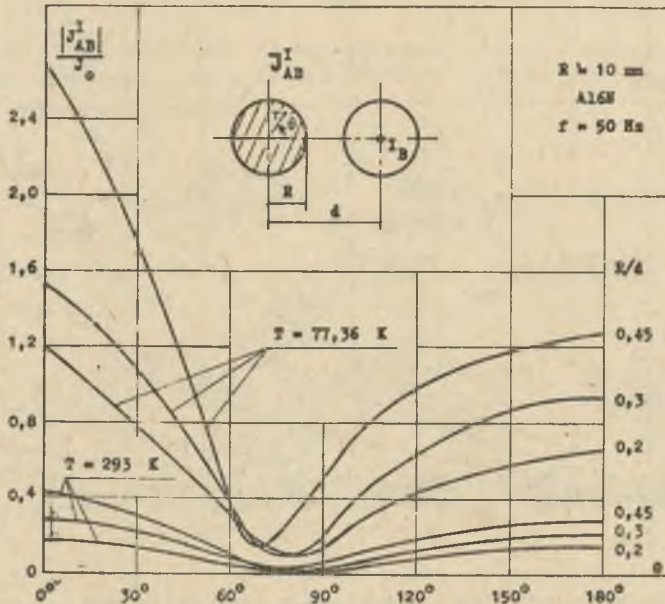
$$H_{AB}^{\text{wym}} = \frac{I_B}{2\pi d}. \quad (15)$$

Otrzymane rozwiązanie na wektor gęstości prądu indukowanego w przewodzie walcowym w postaci wzoru (13) jest zatem rozwiązaniem ogólnym, gdyż nie wymaga stosowania założenia upraszczającego dotyczącego zewnętrznego pola magnetycznego oddziaływującego na przewód.

Dla ilustracji wzoru (13) na rys. 2 przedstawiono rozkład modułu wektora względnej gęstości prądu indukowanego w przekroju poprzecznym przewodu aluminiowego 6N, o  $R = 10$  mm, dla  $\theta = 0^\circ$  i  $f = 50$  Hz, w temperaturze pokojowej i w temperaturze ciekłego azotu, przy różnych wartościach stosunku  $R/d$  promienia do odległości od osi przewodu równoległego.

Na rys. 3 przedstawiono rozkład modułu wektora względnej gęstości prądu na powierzchni tego przewodu, w zależności od kąta  $\theta$  walcowego układu współrzędnych. Na obu powyższych wykresach moduł gęstości prądu wyrażono w jednostkach względnych w stosunku do bazy określonej wzorem:

$$J_o = \frac{|I_B|}{\pi R^2}. \quad (16)$$



Rys. 3. Rozkładu modułu wektora względnej gęstości prądu na powierzchni walcowego przewodu aluminiowego 6N w zależności od kąta  $\theta$ , dla  $R = 10$  mm i  $f = 50$  Hz, w temperaturze pokojowej i w temperaturze ciekłego azotu, przy różnych wartościach stosunku  $R/d$



### 5. WYPADKOWY WEKTOR PRĄDU W PRZEWODZIE WALCOWYM UMIESZCZONYM W NIERÓWNO- MIERNYM POLU MAGNETYCZNYM PRĄDU SINUSOIDALNEGO PŁYNĄCEGO W PRZEWODZIE RÓWNOLEGLYM

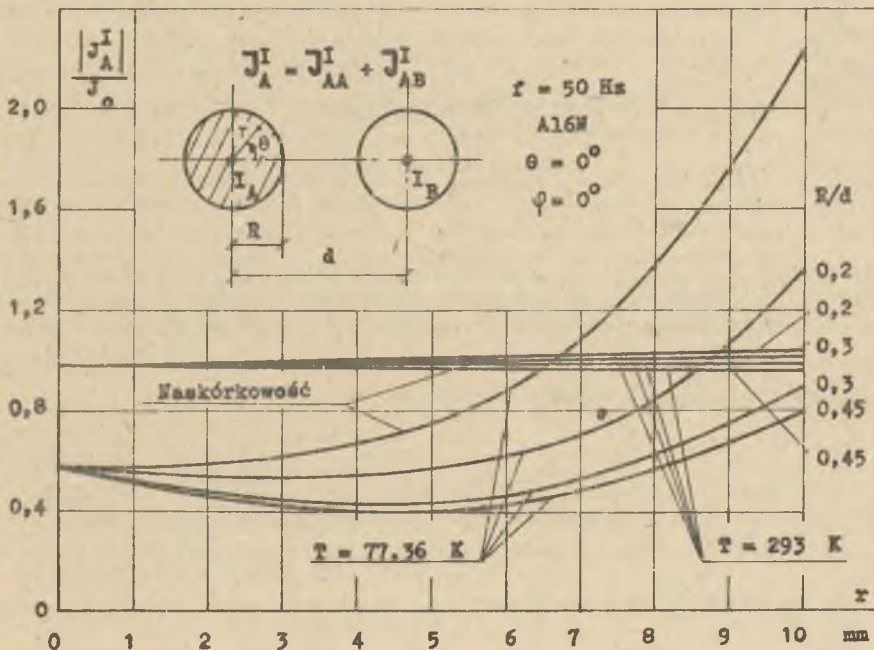
Wypadkowy wektor gęstości prądu  $J_A^I$  w rozpatrywanym przewodzie fazy A jest sumą wektorową (w postaci zespolonej) wektora gęstości prądu własnego  $J_{AA}^I$  i wektora gęstości prądu indukowanego  $J_{AB}^I$ :

$$J_A^I = J_{AA}^I + J_{AB}^I = 1_z (J_{AAz}^I + J_{ABz}^I) = 1_z J_{Az}^I. \quad (17)$$

Wektor gęstości prądu indukowanego określony jest wzorem (13). Wektor gęstości prądu własnego określony jest (z uwzględnieniem zjawiska naskórkowości) wzorem [9] :

$$J_{AA}^I = 1_z \frac{I_A \sqrt{-j} m}{2\pi R} \cdot \frac{J_0(\sqrt{-j} mr)}{J_1(\sqrt{-j} mR)}. \quad (18)$$

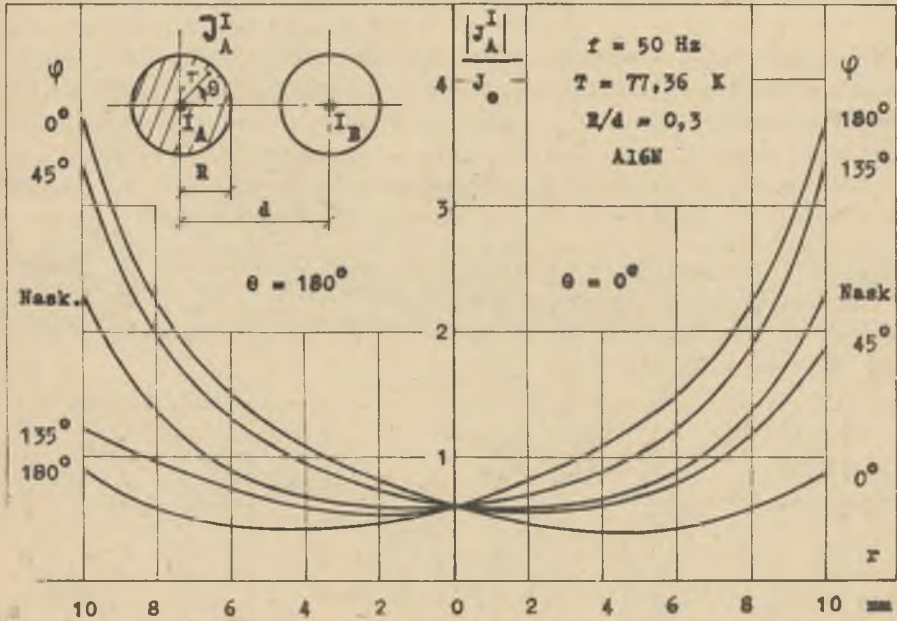
Suma (17) zależna jest w każdym punkcie przekroju przewodu od położenia tego punktu ( $r, \theta$ ), wartości modułów prądów  $|I_A|$  i  $|I_B|$ , wartości stosunku  $R/d$  jak również od wartości kąta fazowego  $\varphi = \alpha_A - \alpha_B$  między wskazem prądu  $I_A$  a wskazem prądu  $I_B$ .



Rys. 4. Rozkład modułu wektora względnej gęstości prądu wypadkowego w przekroju kołowym walcowego przewodu aluminiowego 6N dla  $\theta = 0^\circ$ ,  $\varphi = 0^\circ$  i  $f = 50 \text{ Hz}$ , w temperaturze pokojowej oraz w temperaturze ciekłego azotu, przy różnych wartościach stosunku  $R/d$

Na rys. 4 przedstawiono rozkład modułu wektora gęstości prądu wypadkowego w przekroju kołowym walegowego przewodu aluminiowego 6N dla  $\theta = 0^\circ$ ,  $\varphi = 0^\circ$  i  $f = 50$  Hz, w temperaturze pokojowej i w temperaturze ciekłego azotu, przy różnych wartościach stosunku  $R/d$ .

Wpływ kąta fazowego  $\varphi$  na rozkład modułu wektora względnej gęstości prądu w przekroju kołowym przewodu walegowego przy ustalonej wartości stosunku  $R/d$ , dla kąta  $\theta = 0^\circ$  i  $\theta = 180^\circ$  przedstawiono na rys. 5.



rys. 5. Rozkład modułu wektora względnej gęstości prądu wypadkowego w przekroju kołowym walegowego przewodu aluminiowego 6N dla  $f = 50$  Hz,  $R/d = 0,3$   $\theta = 0^\circ$  i  $\theta = 180^\circ$ , w temperaturze ciekłego azotu, przy różnych wartościach kąta przesunięcia fazowego między prądami  $I_A$  i  $I_B$

Kwadrat tego modułu określa się wzorem:

$$|J_{Az}^I|^2 = J_{Az}^I J_{Az}^{I*} = \left[ \frac{|I_A|}{2\pi R} \cdot \frac{M_0(\text{mR})}{M_1(\text{mR})} \right]^2 + \frac{|I_A| |I_B| \text{m}^2}{\pi^2 R^2} \cdot \frac{M_0(\text{mR})}{M_1(\text{mR})}$$

$$\cdot \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{R}{d}\right)^n \frac{M_n(\text{mR})}{M_{n-1}(\text{mR})} \cos [\beta_n(\text{mR}) - \beta_{n-1}(\text{mR}) - \beta_0(\text{mR}) + \beta_1(\text{mR}) + \varphi] \cos n\theta +$$

$$+ \left| \frac{I_B}{\pi R} \right|^2 \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{R}{d} \right)^n \frac{M_n(mr)}{M_{n-1}(mR)} \exp \left\{ j \left[ \beta_n(mr) - \beta_{n-1}(mR) + 135^\circ + \alpha_B \right] \right\} \quad (19)$$

$$\cdot \cos \theta \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{R}{d} \right)^n \frac{M_n(mr)}{M_{n-1}(mR)} \exp \left\{ -j \left[ \beta_n(mr) - \beta_{n-1}(mR) + 135^\circ + \alpha_B \right] \right\} \cos \theta .$$

Na rys. 4 i rys. 5 rozkład modułu wektora gęstości prądu wyrażono w jednostkach względnych w stosunku do bazy danej wzorem (16). Założono przy tym, że  $|I_A| = |I_B| = |I|$ .

## 6. ZAKOŃCZENIE

Wzór (17) wraz ze wzorami (13) i (18) określają rozkład wektora gęstości prądu w przewodzie walcowym z uwzględnieniem zjawisk nakórkowości i zbliżenia przy dowolnie związanych ze sobą wartościach prądów  $I_A$  i  $I_B$  - zarówno co do modułu, jak i również kąta przesunięcia fazowego między nimi.

Z przedstawionych wyżej wykresów wynika, że wpływ zjawiska zbliżenia na rozkład wektora gęstości prądu wypadkowego jest tym większy, im niższa jest temperatura przewodów. Dlatego też zjawiska zbliżenia i nakórkowości są w krioelektrotechnice zagadnieniami, których nie wolno pomijać już dla prądów o częstotliwości przemysłowej 50 Hz.

Disponując otrzymanym wzorem (19) na kwadrat modułu wektora gęstości prądu wypadkowego oraz korzystając z prawa Joule'a-Lenza w postaci różniczkowej, można określić wartość strat ciepłych w przewodzie, a tym samym można ocenić wpływ zjawisk nakórkowości i zbliżenia na wartość tych strat.

Prezentowana metoda wyznaczania wypadkowego wektora gęstości prądu może mieć duże znaczenie przy wyznaczaniu strat ciepłych w poszczególnych przewodach 3-fazowego krioporowego toru prądowego, w którym ze względu na żądane małe odległości międzyfazowe (w celu ograniczenia strat mocy biernej) zjawisko zbliżenia odgrywa poważną rolę.

## LITERATURA

- [1] Falkowski O.I.: *Technożeskaja elektrodinamika*. Swjaz, Moskwa 1978.
- [2] Kaden G.: *Elektromagnitnyje ekrany w wysokocząstotnojj technice i mechanice elektroswjazi*. Gosnierzgoizdat, Moskwa 1957.
- [3] Mannebaek C.: An integral equation for skin - effect in parallel conductors. *J. of Math. and Phys.*, v. 1, 1921.
- [4] Mo Lachlan N.W.: *Funkcje Bessela dla inżynierów*. PWN, Warszawa 1964.
- [5] Moon P., Spence D.E.: *Teoria pola*. PWN, Warszawa 1966.



- [6] Mjejerowicz Z.A., Czaljan K.M.: Rasczet mietodom posledowatielnych pribliżenij raspriedielenija toka w tokoprowodach s ucetom effiekta blizosti. Iz. AN ZSRR, Energietika i Transport, nr 3, 1963.
- [7] Mukosjejew Ju. L.: Raspriedielenije pieriemennowo toka w tokoprowodach. Energoizdat, Moskwa 1959.
- [8] Piątek Z.: Straty Joule'a w trójfazowych, płaskich torach prądowych chłodzonych ciekłym azotem przy symetrii i asymetrii prądowej. Praca doktorska. Pol. Śl. 1980 (niepublikowana).
- [9] Piątek Z.: Zjawisko naskórkowości w aluminiowym przewodzie o kształcie walca w ciekłym azocie. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, Elektryka z. 64, Gliwice 1979.
- [10] Turowski J.: Elektrodynamika techniczna. WNT, Warszawa 1968.

Wpłynęło do Redakcji dnia 20.VI.1980 r.

Recenzent:

Prof. dr hab. inż. Czesław Królikowski

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ГЛАВНОГО ВЕКТОРА ПЛОТНОСТИ ТОКА  
В ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ПРОВОЛОКЕ В НЕРАВНОМЕРНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ  
СИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА, ПРОТЕКАЮЩЕГО В ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ ПРОВОЛОКЕ

#### Р е з ю м е

В статье представлен метод расчета вихревых токов, наводимых в цилиндрической проволоке синусоидальным током, протекающим в параллельной проволоке. Располагая кроме того определенной формулой вектора плотности собственного тока с учетом скин-эффекта, определен главный вектор плотности тока в рассматриваемой цилиндрической плотности.

DISTRIBUTION OF RESULTANT CURRENT DENSITY VECTOR WITHIN  
THE CYLINDER CONDUCTOR WHICH IS PLACED IN A NON - HOMOGENOUS  
MAGNETIC FIELD OF SINUSOIDAL CURRENT OF PARALLEL CONDUCTOR

#### S u m m a r y

The method of calculation of eddy currents, induced in the cylinder conductor by the sinusoidal current flowing through a parallel conductor, was presented in this paper.

The resultant current density vector in this cylinder conductor was determined on the basis of the formula for own current density vector; the skin effect was also taken into account.

A.P. DOŁGOW,

A.K. LANDMAN

S.N. UDAŁOW,

W.M. CZEBAN

Nowosybirski Instytut Elektrotechniki (NETI)

Z S R R

#### AUTOMATYCZNE STEROWANIE SAMOROZRUCHEM DUŻYCH SILNIKÓW SYNCHRONICZNYCH

**Streszczenie.** W artykule analizowane są możliwości symocznego załączania rezerwy (SZR) z dyskretnym przesunięciem fazowym. Komutacja taka dokonywana jest za pomocą urządzeń zbudowanych w oparciu o uproszczone modele matematyczne elektromechanicznych procesów przejściowych, zachodzących w systemach elektroenergetycznych. Możliwość i celowość zastosowania tego rodzaju urządzenia, opartego na wybranym modelu zweryfikowano na drodze doświadczalnej. Uwzględniono także zagadnienia kompensacji niektórych błędów modeli. Wynik pomiarów wykonanych zarówno dla zamodelowanych układów elektromechanicznych, jak i dla obiektów rzeczywistych pracujących w przemyśle potwierdzają przydatność i celowość stosowania w warunkach produkcyjnych, zarówno proponowanej metodyki, jak i wykonanych urządzeń.

#### PROPONOWANA METODYKA

Zarówno przerwy w zasilaniu, jak i obniżenie napięcia o różnej wielkości i czasie trwania mogą stać się bezpośrednią przyczyną poważnych zakłóceń w pracy zakładów przemysłowych prowadzących ciągle procesy technologiczne.

Bezpośrednią przyczyną zakłóceń procesu produkcyjnego, powodującą w efekcie przerwy w produkcji, są często zakłócenia w pracy pomp i sprzężarek napędzanych silnikami synchronicznymi (S.S). Poprawę stabilności procesu technologicznego i znieszenie go na wymuszenia występujące w układach zasilających można uzyskać poprzez zapewnienie niezawodnej pracy ww. agregatów, a więc i m.in. poprzez stworzenie warunków korzystnego przebiegu samorozruchu silników elektrycznych.

Teoria samorozruchu S.S. w dobie obecnej jest już dostatecznie dobrze opracowana i pozwala rozwiązywać praktyczne problemy. Jednak mimo określonych doświadczeń wykorzystywanie tradycyjnych metod samorozruchu nie zawsze prowadzi do pożądaných wyników. Istniejące metody można podzielić na dwie niezależne grupy [1].

Pierwsza grupa metod uniemożliwiająca utrzymanie synchronicznej dynamicznej stabilności (SDS), także może być rozdzielona na dwie części obejmujące:

1. Gaszenie pola uzwojeń wirnika S.S. w celu obniżenia SEM i zmniejszenia prądu przy niesynchronicznym włączeniu.
2. Samorozruch bez gaszenia pola uzwojenia wirnika S.S.

Gaszenie pola uzwojenia wirnika S.S., przy występowaniu wzbudniocy elektromaszynowej, realizowane jest przez włączenie dodatkowego opornika do obwodu wzbudniocy, względnie bezpośrednio do obwodu wirnika. W przypadku stosowania statycznych układów wzbudzenia, gaszenie pola realizowane jest przez wprowadzenie wzbudniocy w inwertorowy stan pracy. Samorozruch S.S. bez gaszenia pola wirnika możliwy jest tylko dla określonego typu maszyn. Rozwiązania konstrukcyjne takich maszyn powinny dopuszczać niesynchroniczne włączanie, w warunkach gdy napięcie sieci znajduje się w przeciwfazie w stosunku do SEM silnika. Silnikami takimi są np. silniki typu STD.

Druga grupa metod samorozruchu pozwalająca zachować S.D.S. nie znalazła dotychczas zbyt szerokiego zastosowania w przemyśle. Jednak w miarę powiększania mocy jednostkowych S.S. atrakcyjność tych metod wzrasta. Do grupy tych metod zaliczyć można metody z zastosowaniem SZR i dyskretnego sterowania fazowego (DSF) tak w obwodach wirnika, jak i stojana S.S.

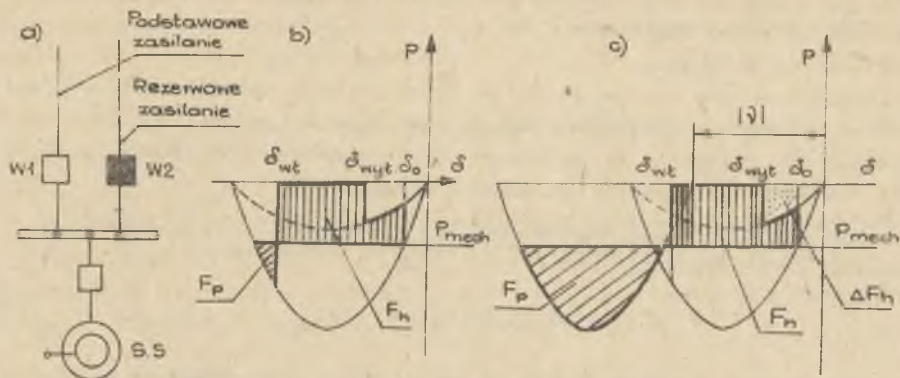
W NETI, w Katedrze Systemów Elektroenergetycznych zaproponowano sposób dyskretnego sterowania fazowego stanami dynamicznymi S.S. Sposób ten pozwala przy minimalnych prądach niesynchronicznego włączenia zapewnić zachowanie S.D.S. [2].

Istotą metody fazowego sterowania samorozruchem S.S., po przerwaniu zasilania, jest podawanie na S.S. napięcia, będącego w fazie z SEM silnika.

W celu realizacji tego zadania, idealne urządzenie zmieniające fazę powinno bez przerwy śledzić zmianę fazy SEM silnika w awaryjnym stanie pracy i redukować do zera różnicę faz pomiędzy wektorami SEM i napięcia zasilania w chwili włączenia. Praktyczne dopasowywanie faz realizowane jest za pomocą wyłącznika, w którym dokonuje się wcześniej cyklicznej zmiany faz z częstością  $-\frac{2}{3} k\pi$  stopni elektrycznych ( $k$  - liczba oalkowita). Problem jednak stanowi automatyczne określenie momentu podawania sygnału na włączenie tego wyłącznika. W przypadku dokonania przesunięcia fazowego o  $2 k\pi$  stopni elektrycznych zmiana faz nie jest wymagana.

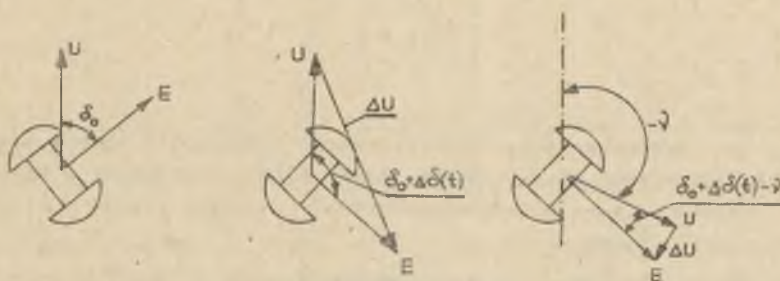
Na rys. 1 pokazano schemat zasilania silnika, w którym dopasowywanie faz realizowane jest na wyłączniku źródła rezerwowego, a na rys. 2 położenie wektorów napięcia zasilającego i SEM silnika. Przy wystąpieniu zakłócenia w zasilaniu podstawowym wirnik silnika hamuje, przez co różnie przesunięcia kątowe pomiędzy napięciami zasilających i SEM silnika. Następnie wyłącza się wyłącznik źródła podstawowego, a załącza wyłącznik źródła rezerwowego. Kąt fazowy napięcia źródła rezerwowego i SEM silnika synchronicznego określony jest na podstawie kąta rozchyłu  $\delta_0 + \Delta\delta(t)$  (na rysunku  $\psi = -120^\circ$  elektrycznych). W takich warunkach mała jest różnica  $\Delta U$ , która wymusza prąd niesynchronicznego włączenia. Określona jest ona przy tym przypadkowymi czynnikami (rozrzutami czasów działania wyłącznika, błędami oceny wyjściowego stanu pracy itp.).





Rys. 1. Schemat zasilania silnika

a - oraz kątowe charakterystyki mocy i pola przyspieszające i hamujące, b - przy normalnym SZR, c - przy SZR z przesunięciem fazowym w obwodzie sterującym o  $120^\circ$



Rys. 2. Położenie wektorów napięcia zasilającego i SEM silnika

a - w wyjściowym stanie pracy, b - w chwili włączenia wyłącznika SZR bez przesunięcia fazowego, c - w chwili włączenia wyłącznika SZR z przesunięciem fazowym w obwodzie sterującym o stopni elektrycznych

Realizacja przesunięcia fazowego pozwala nie tylko znacznie obniżyć prąd samorozruchu, ale umożliwia również zachowanie S.D.S. silnika. Sytuację taką ilustruje rys. 1b i 1c. Przy zacięciu i wyłączeniu źródła podstawowego wirnika silnika zaczyna hamować. Energia hamowania przy zwykłym SZR bez przesunięcia faz przewyższa energię przyspieszenia i w efekcie naruszona zostaje stabilność dynamiczna. W przypadku ZSR z przesunięciem fazowym przesuwają się stopni elektrycznych kątową charakterystykę mocy. W efekcie energia przyspieszenia wzrasta i stabilność dynamiczna zostaje zachowana.

Przy stosowaniu sterowania dyskretnego proces dynamicznych zmian można podzielić na następujące etapy:

- a) ustalenie momentu naruszenia stanu pracy i wysłanie sygnału sterującego wyłączonego zakłócenie,
- b) odłączenie zakłócenia,
- c) określenie zwłoki czasowej  $\Delta t$ , po upływie której podany zostaje rozkaz na załączenie wyłącznika źródła rezerwowego (zwłoka  $\Delta t$  jest konieczna dla uzyskania zgodności położenia wektorów SEM silnika i napięcia zasilającego w chwili załączania wyłącznika).

W chwili zamykania się styków głównych wyłącznika źródła rezerwowego koniecznym jest spełnienie relacji

$$\delta_0 = \Delta \delta(t) = \varphi \quad (1)$$

Przeanalizujemy przebieg procesu w czasie cyklu SZR. Równanie różniczkowe opisujące procesy przejściowe w maszynie synchronicznej można przy określonych założeniach przedstawić w postaci:

$$T_j \frac{d\delta}{dt} = P_{\text{mech}} - \frac{P_0}{\sin \delta_0} \sin \delta$$

$$\frac{d\delta}{dt} = s$$

gdzie:

- $P_{\text{mech}}$  - moc czynna silnika synchronicznego w ustalonym stanie pracy,
- $T_j$  - mechaniczna stała czasowa układu silnik - urządzenie napędzane,
- $P_0$  - wielkość mocy elektromagnetycznej S.S. przy awarii w pierwszej chwili czasu.

Jeżeli czas niezbędny do otwarcia wyłącznika  $\tau_{\text{otw}}$  jest na tyle mały, poślizg nie zdążył osiągnąć jeszcze znaczącej wartości (większej od 5%), wtedy istnieje możliwość nieuwzględniania w równaniach ruchu momentu asynchronicznego. Pomimo tego realizacja przedstawionego algorytmu stanowi poważny problem. Z tych powodów proponuje się uproszczony model sterowania. Model ten pozwala określać chwilę, w której należy wprowadzić przesunięcie fazowe oraz zdeterminować wielkość przerwy bezprądowej przy stałej wielkości zrzutu mocy czynnej. Uproszczenie więc uzyskiwane jest w efekcie przyjęcia założenia  $P_0 = 0$ . Taki model matematyczny sterowania zakłada, że moc czynna pobierana przez maszynę synchroniczną jest równa zero, co ma miejsce jedynie w przypadku 3-fazowego zwarcia na zaciskach silnika lub przy odłączeniu napięcia zasilającego.

Gdy obniżenie napięcia jest mniejsze, co ma miejsce np. przy zwarciu jednofazowym, wtedy model może wprowadzać pewne błędy przy sterowaniu chwilą wprowadzenia przesunięcia fazowego  $\varphi$ .

Zastosowanie przedstawionego modelu jest korzystne, w przypadku gdy stała czasowa  $T_j > 5s$ , a aparatura komutacyjna charakteryzuje się krótkimi czasami potrzebnymi do otwarcia wyłącznika -  $\tau_{\text{otw}}$ .

Dla zaproponowanego modelu obliczono błąd sterowania, przy czym zmieniano zarówno parametry silnika -  $T_j$ , jak i stanu pracy. Błąd sterowania określano z następującej zależności:

$$\Delta = \varphi - \left[ \delta_{otw} + S_{otw} (t_1 + \tau_{wyl}) + \frac{P_{mech}}{2 T_j} (t_1 + \tau_{wyl})^2 \right],$$

gdzie:

$\delta_{otw}$ ,  $S_{otw}$  - kąt wirnika S.S. i poślizg w chwili odłączenia zakłócenia,  
 $\tau_{wyl}$  - czas własny wyłącznika potrzebny do jego otwarcia.

Wielkość  $\Delta$  zależy, jak wynika z rys. 1, od błędu określenia energii hamowania  $\Delta F_H$ . Wartości błędu  $\Delta$  zestawiono w tabelicy 1.

Tabela 1

$P_{mech} - P_e$ [j.w.]	0,4			0,6		
$T_j$ [s] \ $\tau_{otw}$ [s]	0,12	0,09	0,06	0,12	0,09	0,06
15	25	19	13	13	10	6
11	28	21	15	14	10,5	7
7	34	26	18	17	12,5	8
5	40	31	22	21	18	13

Wyniki obliczeń otrzymano przy  $\varphi = 120^\circ$  i współczynnika obciążenia S.S. równym 0,8.

Jak można zauważyć (p. tabl. 1) w wielkości błędu  $\Delta$  występuje pewna systematyczność (powtarzalność) polegająca na tym, że kąt włączenia dla różnych zakłóceń (oprócz zwarcia 2-fazowego na zaciskach S.S.) jest zawsze mniejszy od wielkości optymalnego kąta włączenia  $\varphi$ . W związku z tym, aby uniknąć błędu systematycznego, którego wielkość zależy od rodzaju zakłócenia, należy wprowadzić do modelu pewną poprawkę  $\xi$ , która określona jest przez następującą relację

$$\xi = \sum_{i=1} \Delta_i P_i, \quad (2)$$

gdzie:

$\Delta_1$  - błąd w sterowaniu przy konkretnym zakłóceniu,

$P_1$  - prawdopodobieństwo powstania tego zakłócenia.

Uwzględniając wzór (2) kąt włączenia określa się w następujący sposób:

$$\delta_{w1} = \varphi + \xi$$

Na przykład dla S.S. z  $T_j = 5s$  i  $\tau_{otw} = 0,09$  i przy przyjęciu do rozważań 1-, 2- i 3-fazowych zwarcie z prawdopodobieństwem odpowiednio równym  $p_1 = 0,7$ ;  $p_2 = 0,25$ ;  $p_3 = 0,05$  poprawka będzie równa:

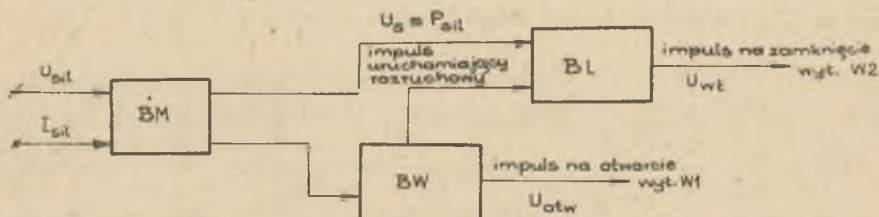
$$\xi = 31^\circ \cdot 0,7 + 18^\circ \cdot 0,25 + 0^\circ \cdot 0,05 = 26,2^\circ.$$



Przy uwzględnieniu obliczonej poprawki  $\xi$  wielkość błędu w kącie włączenia, przy najbardziej prawdopodobnych rodzajach zwarć, będzie wynosiła w przybliżeniu:  $4^\circ$  - przy zwarciu 1-fazowym,  $8^\circ$  - przy zwarciu 2-fazowym.

Uproszczony model matematyczny zastosowano w automatycznym urządzeniu sterowania samorozruchem S.S. z fazowym przesunięciem w uzwojeniu stojana [3]. Schemat blokowy urządzenia pokazano na rys. 3. Urządzenie realizuje następujące operacje:

- wyłączanie wyłącznika uszkodzonego toru,
- załączanie wyłącznika rezerwowego toru.



Rys. 3. Schemat blokowy urządzenia sterowania  
BM - blok mocy, BW - blok wyłączeń, BL - blok liczący

Na wejście urządzenia podawane są w sposób ciągły z transformatorów prądowego i napięciowego impulsy proporcjonalne do prądu i napięcia silnika. Moc w przedawaryjnym stanie pracy zapamiętywana jest w bloku mocy. Blok ten podaje impuls do bloku wyłączeń w przypadku zakłócenia (przy nagłym zrzućcie mocy). Blok wyłączeń kształtuje impulsy na wyłączenie i uruchamia blok liczący. Blok ten określa z kolei zwłokę czasową podania impulsu na zamknięcie wyłącznika toru rezerwowego na podstawie zależności:

$$t = \sqrt{\frac{2T_j (\delta_0 - \varphi + \xi)}{P_{\text{mech}}}} - \tau_{w1}$$

W efekcie zwłoka czasowa zależy tylko od wielkości  $P_{\text{mech}}$ , czyli określona jest przez obciążenie silnika w przedzakłóceńowym stanie pracy.

Wykorzystując przedstawioną metodę sterowania samorozruchem S.S. przeprowadzono cały szereg wszechstronnych badań. Badania te obejmowały zarówno obliczenia wykonywane na maszynie analogowej i cyfrowej, próby przeprowadzane na modelach elektrodynamicznych oraz praktyczne doświadczenia wykonywane w warunkach przemysłowych (ogólne wyniki badań zestawiono w tabeli 2). Wyniki badań potwierdzają dużą efektywność metody i sugerują celowość jej zastosowania. Metoda zapewnia szybszy samorozruch przy zachowaniu równowagi dynamicznej oraz w większości przypadków małe prądy. W przypadku gdy SZR realizowane jest przy wykorzystaniu wyłączników mających duży czas własny (0,4s i większy), a silnik o małej  $T_j$  mający małą pręd-

kość obrotową przeciążony jest mocą czynną, metoda może okazać się mało efektywna.

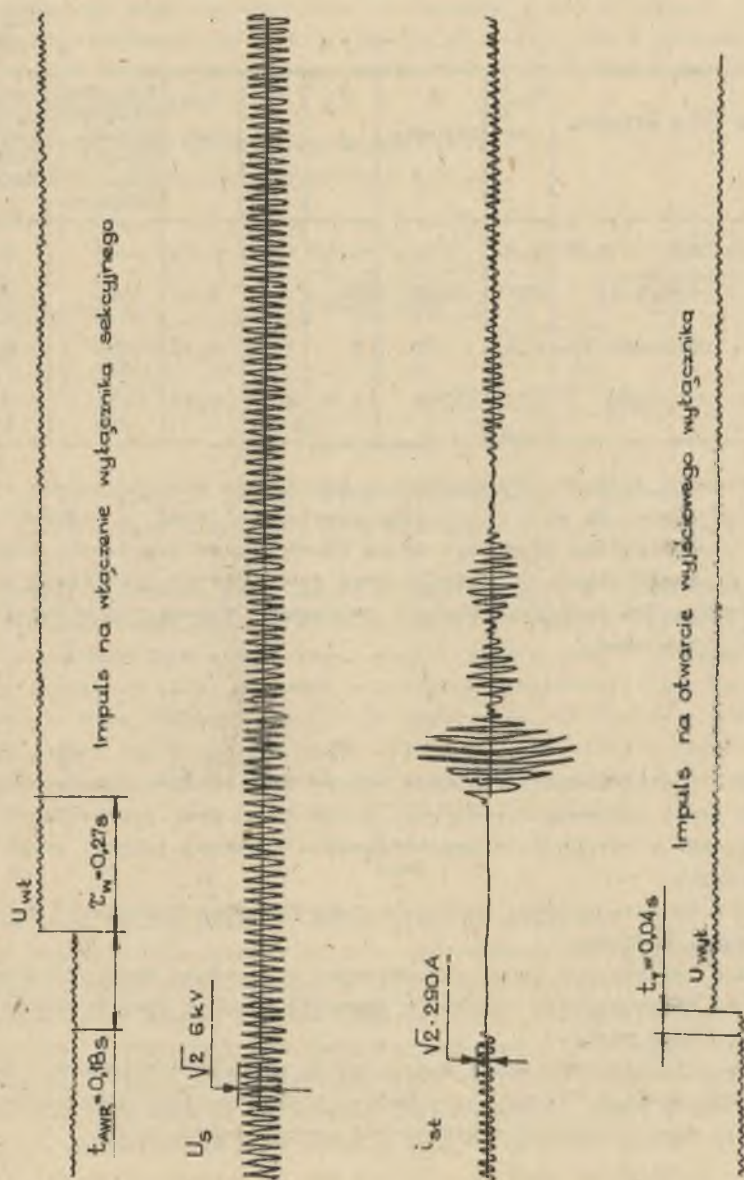
Tablica 2

Typ napędu	Typ silnika	$P_{nom}$ MW	$P$ obr/min.	$T_j$ s	$X_d'$ jw.	$X_d''$ jw.	Właściwa wielkość przesunięcia faz. stop. sl.	Optymalny czas przerwy bezprądowej
Pompa wodna	SND-14-46-8	0,8	750	1,56	1,5	0,25	-240	0,25
Turbokompresor	-210/0,31	0,7	3000	14	1,82	0,28	-120 -240	0,40 0,60
Kompresor	DSKZ-260-29-32	0,8	167	3	1,96	0,26	-240 -360	0,28 0,34
Turbokompresor	STD-6300	6,3	3000	2,9	2,15	0,27	-240 -360	0,28 0,34

W praktycznych próbach wykorzystywano urządzenie automatycznego sterowania samorozruchem. Na rys. 4 pokazano oscylogram jednej z takich prób. Analizując przedstawione przebiegi można zauważyć, że urządzenie zapewnia małe prądy w czasie włączania silnika oraz dobrą jakość przebiegów przejściowych. Potwierdza to prawidłowość i poprawność dokonanych w modelu matematycznym uproszczeń.

#### WNIOSKI

1. W artykule zaproponowano efektywną metodę SZR silników synchronicznych, która zapewnia zachowanie równowagi dynamicznej przy jednoczesnym zmniejszeniu prądów niesynchronicznego włączania i dobrej jakości przebiegów przejściowych.
2. Zalety metody potwierdzono zarówno w teoretycznych badaniach jak i w praktycznych próbach.
3. Opracowano uproszczony model matematyczny sterowania samorozruchem z dyskretnym przesunięciem fazowym w obwodzie stojana oraz metodykę kompensacji błędów modelu.
4. W oparciu o uproszczony model matematyczny wykonano urządzenie sterowania samorozruchem. Przemysłowe próby, którym poddano urządzenie potwierdziły dopuszczalność zastosowania uproszczonych modeli.



Rys. 4. Dynamiczne przejście S.S. typu STD z przesunięciem fazowym o  $360^\circ$  elektrycznych za pomocą urządzenia automatyycznego sterowania



## LITERATURA

- [1] Gołodnow J.M., Horenjan A.H.: Samozapuk elektrodwigatielej Energija, 1974.
- [2] Czeban W.M., Landman A.K., Udałow C.N.: Sposób powyszienia nadzieźności samozapuska synchronnych dwigatielej. Nowosybirsk, Informacionnyj Listok, Nr 266-77, 1977.
- [3] Udałow C.N.: Diskrietnoje fazowoje upravlenie dinamiczeskimi pieriechodnymi synchronnych dwigatielej. Awtoriefierat kandidatskoj disiertaczi, Nowosybirsk 1978.

Wpłynęło do Redakcji dnia 20.VI.1980 r.

Recenzent:

doc. dr inż. Edward Lawera

АВТОМАТИЧЕСКИЕ УПРАВЛЕНИЕ САМОЗАПУСКОМ  
КРУПНЫХ СИНХРОННЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ

Р е з ю м е

В статье исследуются возможности управления автоматическим вводом резерва АВР с дискретным фазовым сдвигом устройствами, построенными на упрощенных математических моделях электромеханических переходных процессов в электрических системах. Изучены вопросы компенсации некоторых ошибок модели. На основе выбранной модели реализовано устройство управления, возможности которого апробированы путем натурального эксперимента на электродинамической модели и на промышленных предприятиях. Полученные результаты опытных испытаний позволяют рекомендовать предлагаемый способ и устройство управления к практическому использованию в промышленных условиях.

AUTOMATIC CONTROL OF SELF-ACCELERATION OF LARGE  
SYNCHRONOUS MOTORS

S u m m a r y

The technical ability of auto-closing with discrete phase shift are discussed. Such commutation is realized by the help of devices constructed on the basis of simplified mathematical models of electro-mechanical transients arising in electrical power systems. The possibilities of these devices have been verified experimentally. The compensation of some model errors has been taken into account. Results, obtained both from laboratory tests as well as from investigations performed on real motors operating in industry plants, have shown that the proposed method and the described devices are necessary and useful in operating conditions.

Kurt ŻMUDA

Instytut Elektroenergetyki  
i Sterowania Układów  
Politechniki Śląskiej

## KASKADOWE USZKODZENIA SŁUPÓW STALOWYCH W LINIACH WYSOKIEGO NAPIĘCIA

**Streszczenie.** Przedstawiono wyniki badań statystycznych uszkodzeń słupów stalowych w liniach 110 i 220 kV za okres 15 lat. Podano wartości prawdopodobieństwa rozprzestrzeniania się uszkodzeń słupów przelotowych wewnątrz sekcji odciągowych linii. Rozpatrzone pod względem technicznym i ekonomicznym sposoby ograniczenia liczby i rozmiarów awarii kaskadowych słupów. Podano praktyczne wnioski.

### 1. WSTĘP

Uszkodzenia słupów w liniach wysokiego napięcia stanowią najbardziej dotkliwe w skutkach przypadki awarii. Mają one zwykle charakter kaskadowy, tj. uszkodzenie (złamanie, skręcenie lub przewrócenie) jednego ze słupów powoduje uszkodzenie następnych, ze względu na występujące wtedy duże obciążenia zakłóceniami. Przebieg awarii kaskadowych oraz ich ostateczne rozmiary w poszczególnych przypadkach mogą być różne z uwagi na wpływ wielu losowych czynników. Istnieją jednak również czynniki determinacyjne, takie jak rozwiązanie konstrukcyjne linii, rozmieszczenie słupów różnego typu w linii oraz niektóre zasady obliczania słupów, które w znacznym stopniu wpływają na liczbę i rozmiary kaskadowych awarii słupów. Analiza zaistniałych awarii w powiązaniu z odpowiednimi analizami techniczno-ekonomicznymi powinna więc pozwolić na zweryfikowanie niektórych aktualnych zasad projektowania linii.

### 2. BADANIA STATYSTYCZNE USZKODZEŃ SŁUPÓW STALOWYCH

W krajowych liniach wysokiego napięcia ( $U_n \geq 110$  kV) w praktyce stosowane są następujące typy słupów: przelotowe (P), przelotowo-skrzyżowaniowe (PS), narożne (N) oraz odporowo-narożne (ON). Zasady obliczania tych słupów na różne kombinacje obciążeń są określone w normie PN-75/E-05100. Zgodnie z normą słupy przelotowe oraz narożne nie są obliczane na obciążenie awaryjne spowodowane zerwaniem przewodu (obliczeniu takiemu podlegają słupy przelotowo-skrzyżowaniowe oraz odporowo-narożne), nie ogranicza się rów-

niez długości sekoji odciągowych w linii. Norma nie przewiduje także obliczenia słupów na obciążenie kombinowane oblodzeniowo-wiatrowe.

Awarie, w których wystąpiły uszkodzenia słupów, można podzielić na dwie grupy:

- a) awarie pierwotne słupów, w czasie których jako pierwszy element uszkodzeniu ulega słup na wskutek działania obciążeń zewnętrznych (wiatr, oblodzenie itp.),
- b) awarie wtórne słupów, w czasie których słupy ulegają uszkodzeniu na wskutek działania obciążeń zakłóceńowych, spowodowanych zerwaniem przewodu roboczego lub odgromowego albo zerwaniem zawieszenia odciągowego przewodu.

W latach 1963+1977 w krajowych liniach 110 i 220 kV 40% awarii słupowych stanowiły awarie pierwotne, zaś 60% awarie wtórne [1].

W analizowanym zbiorze awarii stwierdzono tylko po jednym przypadku uszkodzenia pierwotnego i wtórnego słupów odporowo-naroznych. Pozostałe awarie dotyczyły wyłącznie słupów przelotowych, dla których wynikającą ze statystyki wskaźniki uszkodzeń podano w tabl. 1. Ryzyko uszkodzenia pierwotnego pojedynczego słupa obliczono jako iloraz liczby awarii pierwotnych oraz średniej liczby słupów przelotowych na 100 km linii. Ryzyko uszkodzenia wtórnego obliczono podobnie, przy czym uwzględniono, że przeciętnie w 56% przypadków wtórnych awarii słupów w liniach 110 kV uszkodzeniu ulegają słupy z obu stron miejsca zerwania przewodu (traktowano to jako dwa uszkodzenia wtórne); dla linii 220 kV wskaźnik ten wynosi ok. 70%. Ryzyko uszkodzenia wtórnego rozdzielono przy tym na:

ryzyko uszkodzenia trzona słupa,

ryzyko uszkodzenia tylko wysięgników lub wieżyczek odgromowych.

Tablica 1

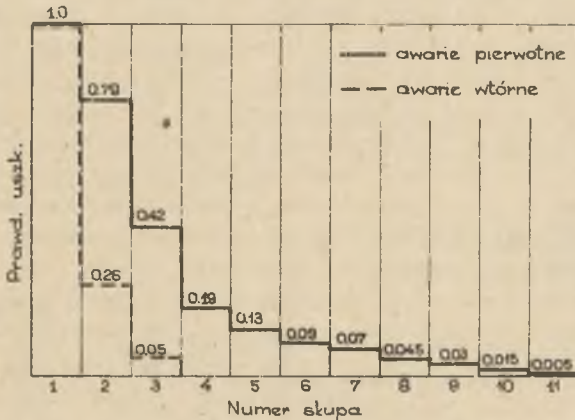
Wskaźniki uszkodzeń słupów przelotowych linii 110 i 220 kV  
za okres 1963 ÷ 1977 r. [1]

Wskaźnik uszkodzeń	Ozn.	Jedn.	Linie 110 kV	Linie 220 kV
Liczba awarii słupowych		1/100 km,a	0,047	0,038
W tym:				
- awarie pierwotne		-"-	0,018	0,018
- awarie wtórne		-"-	0,029	0,020
Ryzyko uszkodzenia pierwotnego słupa	$R_{p1}$	1/a	$5,7 \cdot 10^{-5}$	$8,6 \cdot 10^{-5}$
Ryzyko uszkodzenia wtórn. trzona słupa	$R_{p2}$	1/a	$10,4 \cdot 10^{-5}$	$10,2 \cdot 10^{-5}$
Ryzyko uszkodzenia wtór- nego wysięgników i wie- życzek odgromowych	$R'_{p2}$	1/a	$4,0 \cdot 10^{-5}$	$6,0 \cdot 10^{-5}$



Podstawową przyczyną uszkodzeń pierwotnych słupów jest wiatr (78% przypadków), natomiast uszkodzeń wtórnych upalenie lub zerwanie przewodu na wskutek upadku drzew na linie (45% przypadków).

Rozprzestrzenianie się awarii słupowych pierwotnych i wtórnych wewnątrz sekcji odciążowej charakteryzują wykresy podane na rys. 1, otrzymano ze



Rys. 1. Prawdopodobieństwo rozprzestrzeniania się uszkodzeń słupów przelotowych wewnątrz sekcji odciążowej podczas awarii słupowych pierwotnych i wtórnych

szeregiem analizy 21 awarii pierwotnych i 29 awarii wtórnych słupów w krajowych liniach 110 i 220 kV. Jako miarę rozprzestrzeniania się awarii przyjęto prawdopodobieństwo uszkodzenia kolejnych słupów przelotowych, położonych coraz dalej od pierwszego uszkodzonego słupa. Na rys. 1 nr 1 oznacza pierwszy uszkodzony słup, nr 2 słupy przyległe itd. Ponieważ w przypadku awarii pierwotnych zwykle nie wiadomo, który ze słupów uległ uszkodzeniu jako pierwszy, przy wyznaczaniu wartości prawdopodobieństwa zastosowano specjalną technikę obliczeń, traktując miejsce zapoczątkowania awarii jako losowe (z odpowiednim prawdopodobieństwem).

Z wykresów wynika, że w przypadku awarii pierwotnych uszkodzeniu ulega zwykle większa liczba słupów niż w przypadku awarii wtórnych. Ma to związek z występowaniem w czasie awarii pierwotnych dużych obciążeń zewnętrznych (najczęściej wiatrowych), poza tym uszkodzenia słupów są zwykle znacznie poważniejsze.

Podany na rys. 1 wykres dla awarii słupowych wtórnych dotyczy przypadku uszkodzenia wtórnego trzona słupa. W przypadku uszkodzenia wtórnego wysięgnika słupa zakłócenie z reguły nie rozprzestrzenia się dalej.

### 3. ANALIZA MOŻLIWOŚCI OGRANICZENIA LICZBY I ROZMIARÓW AWARII SŁUPOWYCH

Z danych statystycznych wynika, że prawie wszystkie awarie związane są ze słupami przelotowymi. Ograniczenie liczby i rozmiarów awarii słupowych możliwe jest więc głównie poprzez:

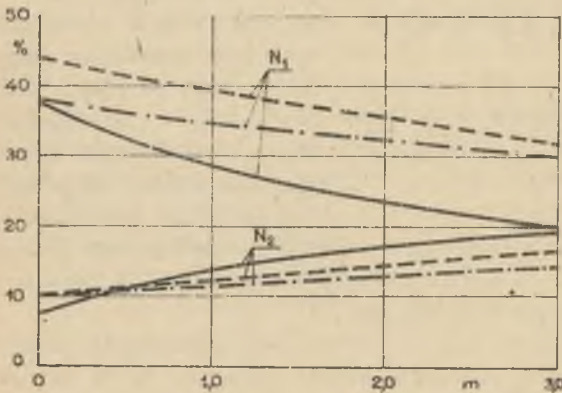
- a) zmianę zasad obciążania słupów przelotowych na różne obciążenia i ich kombinacje,

- b) zastosowanie uchwyty przelotowych wyslizgowych,
- c) zastosowanie wysięgników wahliwych lub o zmniejszonej wytrzymałości na obciążenie wzdłużne,
- d) ograniczenie długości sekcji odciążowych.

Zmiana zasad obliczania słupów przelotowych wiąże się przede wszystkim z ustaleniem prawidłowych wartości obciążeń wiatrowych dla linii różnych napięć. Zagadnienie to rozpatrzono w artykule [2]. Kombinowane obciążenie oblodzeniowo-wiatrowe nie zostało jeszcze dostatecznie zbadane, nie tylko w kraju. Awarie powodowane tym obciążeniem występują rzadko (w Polsce w grudniu 1966 r. i październiku 1974 r.), lecz obejmują znaczne rejony. Na ogół sądzi się, że wprowadzenie do krajowej normy obowiązku obliczania słupów przelotowych na obciążenie kombinowane byłoby w sumie nieopłacalne. Podobny pogląd panuje w odniesieniu do obciążenia zakłóceń spowodowanego zerwaniem przewodu, zwłaszcza w związku z istnieniem innych, tańszych sposobów ograniczenia liczby uszkodzeń wtórnych słupów przelotowych.

Jednym z nich jest zastosowanie uchwyty przelotowych wyslizgowych. W związku z dużą (nadmierną) liczbą zerwań przewodów przez upadające drzewa, uchwyty te powinny być stosowane w pierwszej kolejności na odcinkach leśnych linii.

Następna możliwość wiąże się z odnotowanym wyżej nierozprzestrzenianiem się zakłóceń w przypadku uszkodzenia tylko wysięgnika słupa. Na rys. 2 podano wykresy sił statycznych (naciągu przewodu) działających na pierwszy ( $N_1$ ) i drugi słup ( $N_2$ ) - licząc od miejsca zerwania przewodu - w funkcji wielkości odkształcenia (wygięcia wzdłuż linii) wysięgnika na pierwszym słupie.



Rys. 2. Obciążenie statyczne wysięgników na pierwszym ( $N_1$ ) i drugim ( $N_2$ ) słupie - w przypadku zerwania przewodu - w funkcji odkształcenia wysięgnika na pierwszym słupie. Strefa klimatyczna nizinna, temperatura  $+10^{\circ}\text{C}$

- — — — linia 110 kV, przewody AFL-6 240 mm<sup>2</sup>
- - - - linia 220 kV, przewody AFL-8 525 mm<sup>2</sup>
- · — · linia 400 kV, przewody 2 x AFL-8 525 mm<sup>2</sup>

Obliczenia wykonano dla średniej temperatury otoczenia ( $+10^{\circ}\text{C}$ ), zaś wyniki podano w % naciągu obliczeniowego przewodu. W miarę wzrostu odkształcenia wysięgnika siła  $N_2$  rośnie, lecz w granicach możliwych odkształceń wysięgnika nie przekracza ok. 20%, tj. nie przekracza samoistnej wytrzymałości słupów przelotowych na obciążenie zakłóceń spowodowanego zerwaniem przewodu. Z powyższego można wnioskować, że jednym ze sposobów ogra-

niożenia rozmiarów awarii spowodowanych zerwaniem przewodu jest zastosowanie wysięgników o kontrolowanej wytrzymałości, mniejszej od samoistnej wytrzymałości trzonów słupów.

Ograniczenie długości sekcji odciągowych wiąże się ze zwiększeniem kosztu budowy linii oraz pewnym zmniejszeniem liczby uszkodzonych słupów. W oparciu o rachunek ekonomiczny można ustalić, czy rozwiązanie takie jest opłacalne. Jako kryterium przyjęto wielkość  $\mathcal{K}$ , będącą stosunkiem przeciętnych kosztów strat związanych z uszkodzeniem pojedynczego słupa do kosztu słupa przelotowego. Zakładając, że całkowite koszty strat są proporcjonalne do liczby uszkodzonych słupów, krytyczna wartość  $\mathcal{K}$ , przy której następuje zrównanie strat i zysków związanych z ograniczeniem długości sekcji odciągowych wynosi [1]:

$$\mathcal{K}_{kr} = \frac{n(K_m - K_p) \Delta n_m}{(\Delta U_1 + \Delta U_2) K_p}, \quad (1)$$

gdzie:

- $K_m$  - koszt typowego słupa odporowo-naroznego (słupa mocnego),
- $K_p$  - koszt typowego słupa przelotowego,
- $\Delta n_m$  - zwiększenie liczby słupów mocnych na 100 km linii,
- $\Delta U_1, \Delta U_2$  - oczekiwane zmniejszenie liczby uszkodzonych słupów w ciągu roku na 100 km linii, odpowiednio podczas awarii słupowych pierwotnych i wtórnych,
- $n$  - współczynnik kosztów stałych równy 0,14 dla linii 110+400kV,

przy czym oczekiwaną liczbę uszkodzonych słupów przelotowych w ciągu roku na 100 km linii można obliczyć następująco:

$$U_1 = n_p R_{p1} \quad u_1 = n_p R_{p1} \sum_k m_k u_{1k}, \quad (2)$$

$$U_2 = n_p R_{p2} \quad u_2 = n_p R_{p2} \sum_k m_k u_{2k}, \quad (3)$$

gdzie:

- $n_p$  - średnia liczba słupów przelotowych na 100 km linii,
- $u_1, u_2$  - średnia liczba uszkodzonych słupów w czasie awarii słupowej pierwotnej i wtórnej,
- $m_k$  - względna liczba słupów przelotowych (odniesiona do ogólnej liczby słupów przelotowych w linii) zawartych w sekcjach odciągowych o liczbie słupów przelotowych  $k$ ,
- $u_{1k}, u_{2k}$  - średnia liczba uszkodzonych słupów w czasie awarii słupowej pierwotnej i wtórnej w sekcji odciągowej o liczbie słupów przelotowych  $k$ .

Wartości  $u_{1k}$  i  $u_{2k}$  można obliczyć w oparciu o wartości prawdopodobieństwa podane na rys. 1.



P r z y k i a d - dla linii 1-torowej 220 kV na słupach serii H52:

- a) koszt kompletnego słupa (wraz z fundamentem, izolacją i uziemieniem) typu P - 86,5 tys. zł,
- b) koszt kompletnego słupa ON150+5 - 208,8 tys. zł,
- c) zakłada się  $R_{p1} = 5 \cdot 10^{-5}$  1/a,  $R_{p2} = 10 \cdot 10^{-5}$  1/a,
- d) pozostałe dane:

- dla linii rzeczywistych

$$n_p = 194,1 \text{ 1/100 km, } u_1 = 3,101, \quad u_2 = 1,234,$$

- dla linii z ograniczoną do ok. 3 km długością sekcji odciągowych

$$n_p = 187,1 \text{ 1/100 km, } u_1 = 2,801, \quad u_2 = 1,219.$$

Ze wzorów (2) i (3) otrzymuje się  $\Delta U_1 = 3,89 \cdot 10^{-3}$  1/100 km, a oraz  $\Delta U_2 = 1,14 \cdot 10^{-3}$  1/100 km, a, zaś ze wzoru (1)  $\%_{kr} = 275$ . Wartość  $\%_{kr}$  znacznie przekracza szacunkową wartość rzeczywistych względnych kosztów strat spowodowanych uszkodzeniem słupa w linii 1-torowej 220 kV, wynoszącą ok. 30.

Takie same obliczenia wykonano dla pozostałych linii 110 + 400 kV, przy założeniu ograniczenia długości sekcji odciągowych w liniach 110 kV do ok. 2 km oraz w liniach 220+400 kV do ok. 3 km. Otrzymane wartości  $\%_{kr}$  od ok. 100 dla 1-torowej linii 110 kV do ok. 1000 dla 2-torowej linii 400 kV są znacznie większe od szacunkowych wartości  $\%_{kr}$  dla poszczególnych linii. Ograniczenie długości sekcji odciągowych w warunkach polskich, przy określonym charakterze awarii słupowych, byłoby więc z ekonomicznego punktu widzenia niecelowe. Na odwrót, celowe jest zmniejszenie dużego udziału słupów odporowo-naroznych w budowanych liniach - aktualnie średni udział wynosi ok. 20%.

#### 4. OPTIMALIZACJA RYZYKA USZKODZENIA WTORNEGO SŁUPÓW MOCNYCH

Ze statystyk awarii wynika, że słupy mocne (odporowo-narozne) stanowią niezwykle pewny element linii, na którym z prawdopodobieństwem praktycznie równym jedności następuje zatrzymanie się kaskadowych uszkodzeń słupów. Takie jest zresztą ich jedno z zadań - obok innych nie mniej ważnych - jakie spełniają w linii. Słupy mocne dla zapewnienia im odpowiedniej wytrzymałości na obciążenia zakłóceniami są obliczane na obciążenie zastępcze w postaci 2/3 sumy jednostronnych naciągów obciążeniowych wszystkich przewodów, przy czym zgodnie z normą obciążenie to zaliczone jest do tzw. obciążeń normalnych, wobec czego elementy słupa są obliczane przy założeniu naprężenia dopuszczalnego normalnego w stali (177 MPa).

Postanowiono sprawdzić, czy aktualny wysoki stopień pewności pracy słupów mocnych dla obciążeń zakłóceniami ma uzasadnienie w znacznym zmniejszeniu liczby uszkodzonych słupów, a więc w znacznym zmniejszeniu kosztów awaryjności linii. W tym celu rozpatrzono, jak wpływa zmiana współczynni-

ka bezpieczeństwa słupa (lub zmiana obciążeń projektowych) na koszt słupa i fundamentu oraz jednocześnie na ryzyko uszkodzenia wtórnego słupa. Wyznaczono w ten sposób optymalne wartości ryzyka uszkodzenia wtórnego słupów mocnych w liniach 110÷400 kV.

Szczegółową analizę tego zagadnienia przedstawiono w opracowaniu [1]. Z warunku minimalizacji kosztu rocznego, uwzględniającego koszt słupa i fundamentu oraz koszty awaryjności związane z uszkodzeniami wtórnymi słupów mocnych, uzyskano następujące końcowe równanie optymalizacyjne:

$$\frac{d \Delta u}{d p_{m2}} = \frac{m}{\%K_p (P_1 + P_2)} \left( - \frac{dK_m}{d p_{m2}} \right), \quad (4)$$

gdzie:

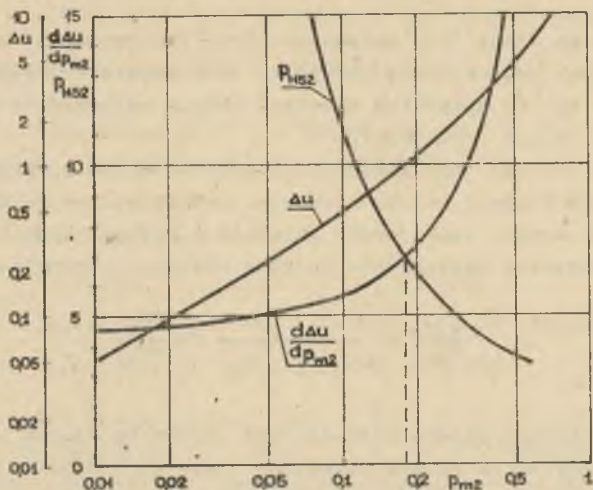
- $\Delta u$  - oczekiwana liczba uszkodzonych dodatkowo słupów (mocnych i przelotowych) na skutek uszkodzeń wtórnych słupów mocnych, odniesiona do pojedynczego przypadku dotarcia zakłócenia do słupa mocnego (tj. uszkodzenia sąsiedniego słupa),
- $P_{m2}$  - prawdopodobieństwo uszkodzenia słupa mocnego w przypadku dotarcia do niego zakłócenia,
- $P_1, P_2$  - prawdopodobieństwo roczne dotarcia zakłócenia do pojedynczego słupa mocnego, odpowiednio podczas awarii słupowych pierwotnych i wtórnych słupów przelotowych.

Prawdopodobieństwa  $P_1$  i  $P_2$  zależą od ryzyka uszkodzenia pierwotnego i wtórnego słupów przelotowych (pominięto ryzyko uszkodzenia pierwotnego słupów mocnych jako bardzo małe), konfiguracji sekcji odciągowych w linii oraz od prawdopodobieństwa rozprzestrzeniania się uszkodzeń w sekcji odciągowej, podanego na rys. 1.

Wielkość  $\Delta u$  zależy głównie od prawdopodobieństwa  $P_{m2}$  oraz od zachowania się słupów przelotowych następnej sekcji w przypadku złamania słupa mocnego. Z zastrzeżeniem przyjęto, że złamaniu ulegają wtedy wszystkie słupy przelotowe tej sekcji, z uwagi na bardzo duże obciążenia zakłóceniowe, powstające w przypadku złamania słupa mocnego. Otrzymany przy założeniu typowej dla krajowej linii 110 ÷ 400 kV konfiguracji sekcji odciągowych wykres  $\Delta u = f(p_{m2})$  podano na rys. 3.

Na rys. 3 podano także przykładowe rozwiązanie graficzne równania (4) dla linii 1-torowej 220 kV na słupach serii H52. Krzywa oznaczona symbolem  $P_{H52}$  przedstawia prawą stronę równania (4) dla tej linii. W obliczeniach m.in. przyjęto:  $\% = 30$ ,  $P_1 = 1,7 \cdot 10^{-4}$  1/a,  $P_2 = 1,8 \cdot 10^{-4}$  1/a [1]. Optymalna wartość  $P_{m2}$  wynosi ok. 0,18. Odpowiada jej optymalne roczne ryzyko uszkodzenia wtórnego słupa mocnego:

$$R_{m2} = P_{m2} (P_1 + P_2) = 6 \cdot 10^{-5} \text{ 1/a.} \quad (5)$$



Rys. 3. Wykresy funkcji występujących w równaniu (4)

Analogiczne obliczenia wykonano dla pozostałych linii 110 ÷ 400 kV o trzymując optymalne wartości  $P_{m2}$  w granicach 0,10 + 0,26. Optymalna wartość ryzyka  $R_{m2}$  dla poszczególnych linii jest bardzo zbliżona do optymalnej wartości ryzyka  $R_{p1}$  dla danej linii (wynoszącej w granicach od  $5 \cdot 10^{-5}$  do  $1 \cdot 10^{-5}$  dla linii 110 ÷ 400 kV [2]), tak że w praktyce można wymagać, aby  $R_{m2}/R_{p1} = 1$ . Wykonane przy tym założeniu obliczenia dotyczące wymaganego współczynnika bezpieczeństwa słupów mocnych wykazały, że istnieje możliwość zmniejszenia jego wartości z aktualnej ok. 1,6 na ok. 1,25. Można to uzyskać traktując obciążenie zastępcze w postaci 2/3 sumy naciągów obliczeniowych przewodów jako obciążenie zakłóceńowe w rozumieniu normy PN-75/E-05100, a więc przyjmując w obliczeniach statycznych słupów naprężenie dopuszczalne zwiększone w stali (226 MPa). Koszt całkowity słupa mocnego (wraz z fundamentem, izolacją i uziemieniem) ulega wtedy obniżeniu w granicach 5 ÷ 10%.

Powyżej rozpatrzono tylko jeden z aspektów projektowania słupów mocnych - na obciążenie związane ze złamaniem sąsiedniego słupa. Oprócz tego słupy mocne muszą spełniać wymagania związane z obciążeniami występującymi w normalnych warunkach pracy oraz w czasie montażu linii. Jest to osobne zagadnienie, którego w artykule nie rozpatruje się. Słupy mocne często mają również za zadanie zwiększenie stopnia bezpieczeństwa linii przy skrzyżowaniach. Są one stosowane przy obostrzeniach 3 stopnia oraz niekiedy przy obostrzeniach 2 stopnia, choć w zasadzie wystarczają wtedy słupy przelotowe-skrzyżowaniowe. W przypadku sekoji z obostrzeniem 3 stopnia, ze względu na obniżenie naprężenia w przewodach wewnątrz sekoji, ryzyko uszkodzenia wtórnego słupów mocnych jest ok. 10 razy mniejsze w stosunku do normalnych sekoji. Nawet więc w przypadku postulowanego obniżenia współczyn-



nika bezpieczeństwa słupów moonych prawdopodobieństwo  $p_{m2}$  było dostatecznie małe, rzędu  $0,01 \div 0,03$  (analogiczne prawdopodobieństwo dla słupów przelotowych wynosi, zgodnie z rys. 1, ok. 0,8). W przypadku odcinków linii z obostrzeniem 2 stopnia, na których krańcu lub krańcach zostaną postawione słupy moone, stopień bezpieczeństwa linii również byłby dostateczny, wyższy niż w przypadku stosowania słupów przelotowo-skrzyżowaniowych.

## 5. WNIOSKI

1. Liczba uszkodzeń wtórnych słupów przelotowych na wskutek zerwań przewodów roboczych jest duża i należy dążyć do jej zmniejszenia bądź ograniczenia zakresu uszkodzeń. Z tego względu za bardzo celowe uważa się stosowanie uchwyty przelotowych wysięgowych na odcinkach leśnych linii. Należy także rozpatrzyć możliwość takiego zwymiarowania wysięgników słupów, aby w przypadku zerwania przewodu bardziej narażony na złamanie był wysięgnik słupa a nie jego trzon.
2. Słupy odporowo-narozne powinny być stosowane tylko tam, gdzie jest to niezbędnie konieczne.
3. Słupy odporowo-narozne charakteryzują się dostateczną wytrzymałością z punktu widzenia kaskadowych uszkodzeń słupów jak i bezpieczeństwa linii na odcinkach z obostrzeniem 3 i 2 stopnia. Stwierdzona wstępnie możliwość pewnego obniżenia współczynnika bezpieczeństwa słupów moonych dla obciążeń zakłóceńowych wymaga jeszcze wszechstronnego rozpatrzenia, m.in. z uwzględnieniem wpływu na pracę słupów moonych w warunkach normalnych oraz w czasie budowy linii (stawiania słupów i naciągania przewodów).

## LITERATURA

- [1] Szymik F., Żmuda K., Macelko J.: Kaskadowe uszkodzenia słupów w liniach  $110 \div 400$  kV. Wnioski dotyczące zasad projektowania. Instytut Elektroenergetyki i Sterowania Układów Politechniki Śląskiej, Gliwice 1978 (praca nie publikowana, wykonana na zlecenie BSiPE Energoprojekt Kraków).
- [2] Żmuda K.: Obciążenie wiatrowe w projektowaniu słupów linii wysokiego napięcia. Biuletyn Techniczny "Sieci Elektroenergetyczne", 1976 nr 1.

Wpłynęło do Redakcji dnia 15.VII.1980 r.

Recenzent:

Doc. dr hab. inż. Kazimierz Kinsner

## КАСКАДНЫЕ ПОВРЕЖДЕНИЯ СТАЛЬНЫХ ОПОР В ЛИНИЯХ ВЫСОКОГО НАПЯТЕНИЯ.

## Р е з ю м е

Представлены результаты статистических исследований повреждений стальных опор в линиях 110 и 220 кВ за период 15 лет. Приводятся данные относительно вероятности распространения повреждений промежуточных опор внутри анкерных участков линий. Рассмотрены в техническом и экономическом отношении способы ограничения числа и размеров каскадных аварий опор. Представлены практические предложения.

CASCADE COLLAPSES OF STEEL TOWERS IN  
OVERHEAD HIGH VOLTAGE TRANSMISSION LINES

## S u m m a r y

The results of statistical researches of steel towers damages in 110 and 220 kV overhead transmission lines in the 15-year-period are presented. The paper contains the values of cascade collapses probability. The methods of the number and range limitations of tower cascade collapses are considered with technical and economical respect. The paper also contains the practical conclusions.

Alfred KALUŻNY

Instytut Elektroenergetyki  
i Sterowania Układów  
Politechniki Śląskiej

#### WPŁYW WARUNKÓW OTOCZENIA NA KONDUKTYWNOŚĆ POWIERZCHNIOWĄ WARSTWY ZABRUDZENIOWEJ

Streszczenie. Zbadano zależność konduktywności powierzchniowej warstwy zabrudzeniowej utworzonej z zabrudzeń elektrownianych w funkcji grubości warstwy, wilgotności i temperatury otaczającego powietrza oraz czasu oddziaływania zadanych warunków otoczenia.

#### 1. WPROWADZENIE

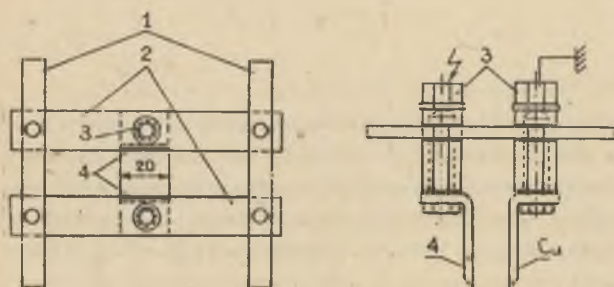
Na powierzchni izolacji linii i stacji elektroenergetycznych pracujących w rejonach o atmosferze zanieczyszczonej pyłami przemysłowymi tworzy się warstwa zabrudzeniowa. Zabrudzenie powierzchni izolatorów powoduje obniżenie się własności izolacyjnych układu izolacyjnego. Stopień obniżenia się własności izolacyjnych zabrudzonego izolatora jest funkcją stanu fizycznego warstwy zabrudzeniowej, a szczególnie jej konduktywności powierzchniowej. Konduktywność powierzchniowa warstwy zabrudzeniowej jest funkcją rodzaju zabrudzeń, zawartości cząstek rozpuszczalnych w wodzie, konduktywności wodnych roztworów zabrudzeń, wilgotności i temperatury powietrza otaczającego oraz grubości warstwy i czasu oddziaływania zadanych warunków otoczenia. Zbadanie tych zależności ma szczególnie duże znaczenie, jeśli chodzi o określenie warunków technicznych czyszczenia izolacji stacji wewnętrznej śn/nn pod napięciem, metodą odkurzacza przemysłowego. Warstwa zabrudzeniowa na izolacji wewnętrznej stacji śn/nn jest prawie równomierna wzdłuż drogi upływu i po obwodzie izolatora, co przy ewentualnym dużym wzroście konduktywności powierzchniowej warunkuje prawie liniowy rozkład napięcia wzdłuż drogi upływu izolatora. Wyczyszczenie części powierzchni izolatora wzdłuż drogi upływu spowoduje bardziej nierównomierny rozkład napięcia na powierzchni izolatora wzdłuż drogi upływu, który zainicjuje wyładowanie zupełne - łuki cząstkowe. Zapłon łuku cząstkowego przy dostatecznej mocy źródła zasilającego może spowodować wyładowanie zupełne - przeskok w powietrzu pomiędzy okuciami izolatora.



## 2. SPOSÓB WYKONANIA BADAŃ

Badania konduktywności warstwy zabrudzeniowej w zależności od wilgotności i temperatury otaczającego powietrza wykonane zostały na próbkach przygotowanych w następujący sposób. Na płytce szklanej o wymiarach 250 x 250 x 6 mm napyłono zabrudzenie (pochodzące z elektrowni zawodowej i elektrociepłowni) na powierzchni o wymiarach 90 x 90 mm. Grubość warstwy zabrudzeniowej była prawie równomierna. Ilość zabrudzeń (mg) przypadająca na jednostkę powierzchni stanowiła o intensywności zabrudzenia.

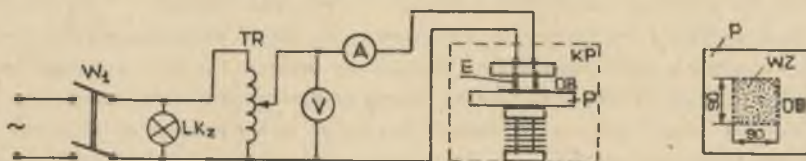
Po przygotowaniu próbki umieszczono ją w specjalnej komorze opisanej w pracy [1]. Wilgotność w komorze zmieniono poprzez odparowanie wody, a pomiary wykonywano hygrometrem włosowym. Temperaturę otaczającego powietrza mierzono termometrem rtęciowym.



Rys. 1. Szkice układu elektrod pomiarowych  
1 - łącznik, 2 - wsporniki z pleksi, 3 - zaciski laboratoryjne, 4 - elektrody pomiarowe z miedzi

Do pomiaru konduktywności powierzchniowej warstwy zabrudzeniowej używano elektrod płaskich o odstępzie  $a = 10$  mm opisanych w pracy [1]. Szkice elektrod pomiarowych pokazano na rysunku 1. Pomiar rezystancji powierzchniowej próbki wykonane metodą techniczną w układzie laboratoryjnym pokazanym na rys. 2

$$R_p = \frac{U}{I_p} \quad (1)$$



Rys. 2. Schemat ideowy układu laboratoryjnego do pomiaru konduktywności warstwy zabrudzeniowej

TR - transformator regulacyjny 2,5 kVA, KP - komora pomiarowa, OB - obiekt badany, P - płytka szklana 250 x 250 x 6 mm, WZ - warstwa zabrudzeniowa 90 x 90 mm, E - elektroda pomiarowa

Równocześnie wiadomo, że:

$$R_p = \frac{f}{k_p} \quad (2)$$

gdzie:

- $f$  - współczynnik kształtu powierzchni izolacyjnej,  
 $\kappa_p$  - konduktywność powierzchniowa.

Współczynnik kształtu warstwy zabrudzeniowej wzdłuż drogi upływu prądu obliczono jako:

$$f = \frac{L_u}{b}, \quad (3)$$

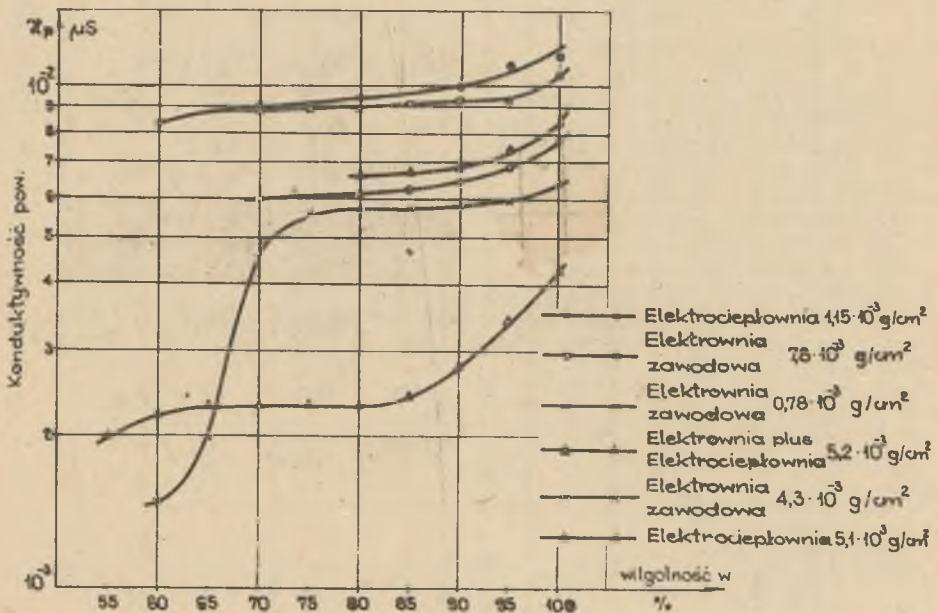
gdzie:

- $L_u$  - droga upływu prądu równa odstępowi elektrod,  $a = 10$  mm,  
 $b$  - długość elektrod pomiarowych,  $b = 20$  mm.

Zatem konduktywność powierzchniowa  $\kappa_p$  warstwy zabrudzeniowej wynosi:

$$\kappa_p = \frac{r}{R} = \frac{L_u I_u}{b U} = \frac{I a}{b U} \left[ S \frac{\mu}{m} \right] \quad (4)$$

Wilgotność powietrza otaczającego obiekt badany zmierzono w zakresie od wartości aktualnej w laboratorium do 100%. Wyniki pomiarów zestawiono w tabeli 1 i przedstawiono wykreślnie na rys. 3. Warstwa zabrudzeniowa w za-

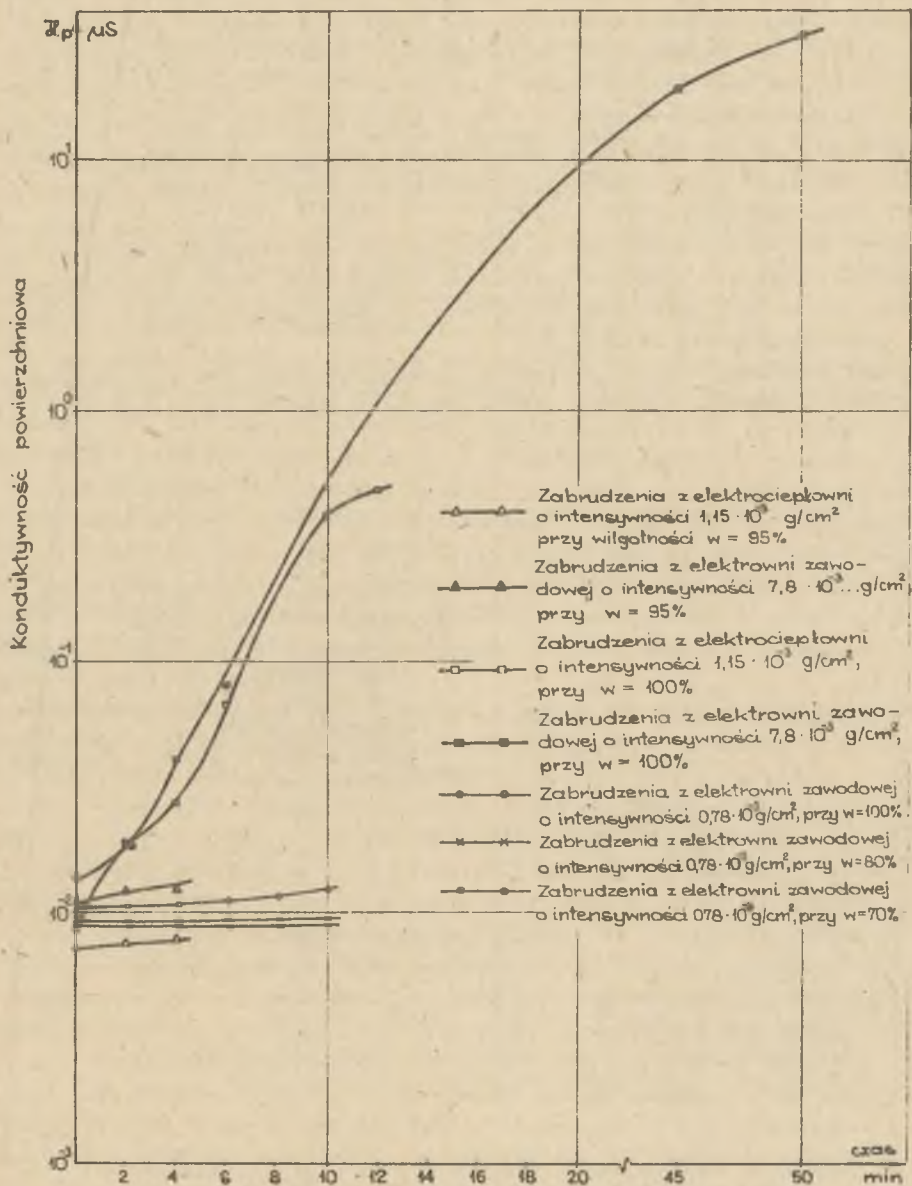


Rys. 3. Zależność zmian konduktywności powierzchniowej warstwy zabrudzeń w funkcji wilgotności powietrza otaczającego przy  $t = const$

Tablica 1

Źródło za- brudzenia	Intensyw- ność $\frac{g}{cm^2}$ $\times 10^{-3}$	b mm Hg	t °C	U V	Konduktywność warstwy zabrudzeniowej $\kappa_p \times 10^{-3} \frac{\mu S}{cm}$										
					wilgotność %										
					55	60	65	70	75	80	85	90	95	100	
Elektro- ocieplownia	1,15	753	17,5	100			9,0			9,5			10,0	11,1	12,0
				200			2,3			12			12,7	13,0	13,2
Elektro- ocieplownia	5,1	750	18	100						6,7	6,7	6,7	6,8	7,5	8,5
				200						4,3	4,3	4,3	4,5	10,5	12,0
Elektrow- nia za- wodowa	0,78	756	16	100	8,5		9,0	9,0	9,0	9,0	9,0	9,3	9,5	10,5	10,5
				200	10,8		11,0	11,3	11,3	11,3	11,3	9,3	11,5	11,8	12,5
--	4,3	758	18	100	1,5	2,0	4,5	5,6	5,6	5,7	5,7	5,7	5,8	5,9	6,4
				200	1,5	1,8	3,7	3,8	3,8	3,8	3,9	3,9	4,0	4,5	6,3
--	7,8	756	18	100						6,1	6,2	6,5	6,9	7,9	
				200						3,9	4,9	4,1	4,5	6,1	
Elektro- ocieplownia + elek- trownia zawodowa	5,2	765	16	100	2,0	2,2	2,3	2,3	2,3	2,3	2,3	2,4	2,8	3,5	4,3
				200	1,9	1,9	2,0	2,0	2,1	2,1	2,1	2,2	2,4	3,3	3,7



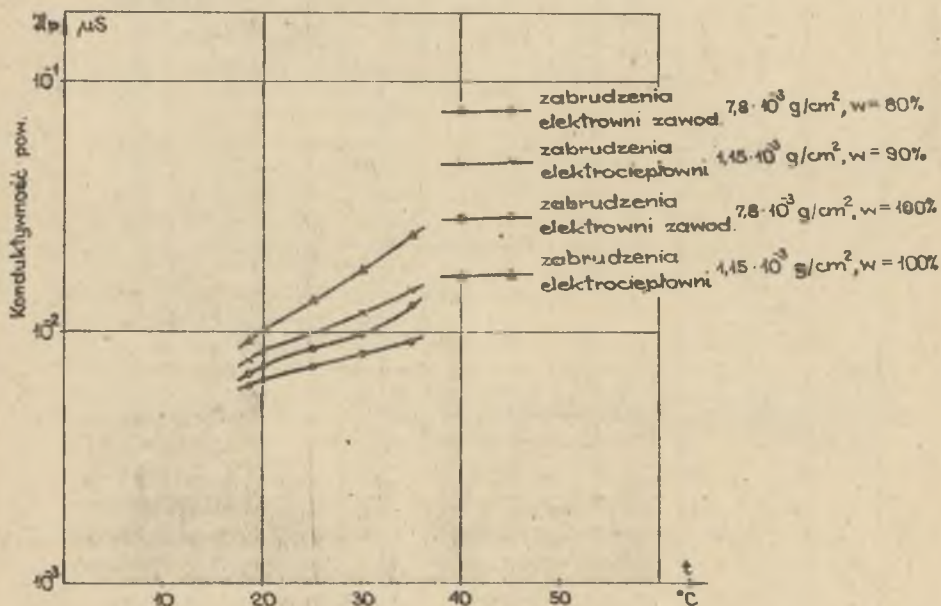


Rys. 4. Zmiany konduktywności powierzchniowej zabrudzeń wraz ze zmianą czasu oddziaływania otoczenia o zadanej wilgotności

leżności od rodzaju zabrudzeń i grubości posiada różną zdolność absorpcji wilgotności zawartej w powietrzu otaczającym oraz różną szybkość rozkładu cząstek rozpuszczalnych w wodzie. Przynajmniej pomiary konduktywności powierzchniowej wykonane bezpośrednio po osiągnięciu przez powietrze określonej wilgotności są obciążone znacznym błędem w stosunku do wartości uzyskiwanych w warunkach eksploatacyjnych przy danej wilgotności powietrza. Celem sprawdzenia tej zależności wykonano pomiary konduktywności powierzchniowej warstwy zabrudzeń przy określonej wilgotności w funkcji czasu. Zależność tę przedstawiono wykreślnie na rys. 4.

Wpływ temperatury otaczającego powietrza na konduktywność powierzchniową warstwy zabrudzeń jest uzależniony od wilgotności powietrza. Wzrost temperatury warstwy zabrudzeń przyspiesza proces rozkładu cząstek zabrudzeń rozpuszczalnych w wodzie [2].

Wyniki pomiarów zmian konduktywności powierzchniowej warstwy zabrudzeń w funkcji temperatury powietrza otaczającego przedstawiono na rys. 5.



Rys. 5. Zależność konduktywności powierzchniowej  $\sigma_p$  od temperatury powietrza otaczającego przy  $w = \text{const}$

### 3. ANALIZA WYNIKÓW BADAŃ

Pomiary konduktywności powierzchniowej warstwy zabrudzeń w funkcji wilgotności powietrza otaczającego przy stałej temperaturze (rys. 3) wskazują na znaczne różnice konduktywności powierzchniowej początkowej (przy krótkim czasie oddziaływania otoczenia) warstw o różnej grubości. Również funkcja opisująca zmiany konduktywności powierzchniowej warstwy zabrudzeniowej zmienia się wraz z grubością i rodzajem zabrudzeń. Warstwy o małej grubości bardzo szybko reagują na zmianę wilgotności powietrza otaczającego. Wartość konduktywności powierzchniowej dla warstw o małej grubości przy krótkim czasie oddziaływania wilgotności powietrza od 60-100% jest większa w porównaniu z konduktywnością warstwy o dużej grubości.

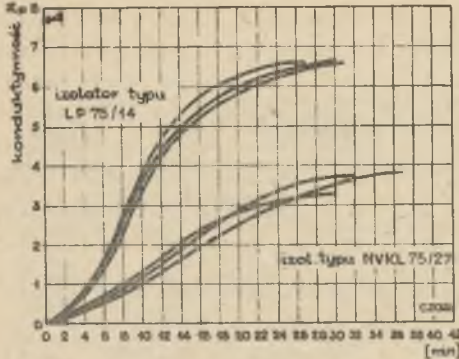
W przypadku zabrudzeń, których źródłem była elektrownia zawodowa i dla dużej grubości warstwy największy przyrost konduktywności powierzchniowej miał miejsce przy zmianie wilgotności względnej powietrza otaczającego w zakresie 60% do 75%. W zakresie zmian wilgotności powietrza od 75% do 90% ma miejsce pewny wzrost konduktywności powierzchniowej. Natomiast przy wilgotności powietrza powyżej 90% obserwowano szybki wzrost konduktywności powierzchniowej warstwy zabrudzeń. Badanie wpływu czasu oddziaływania powietrza zawilgoconego na konduktywność powierzchniową warstwy zabrudzeń (rys. 4) wykazały, że przy małej grubości warstwy  $0,78 \cdot 10^{-3} \text{ g/cm}^2$  i wilgotności powietrza 70% do 90% ma miejsce bardzo nieznaczny wzrost konduktywności warstwy zabrudzeniowej.

Ze wzrostem wilgotności powietrza otaczającego dla warstwy o małej grubości ( $0,78-1,15 \cdot 10^{-3} \text{ g/cm}^2$ ) zauważyć można wyraźny, lecz niewielki wzrost konduktywności warstwy zabrudzeniowej.

Dla wilgotności względnej powietrza otaczającego 95-100% wpływ czasu oddziaływania otoczenia na konduktywność warstwy zabrudzeń jest bardzo duży. Dla małej grubości warstwy ( $1,15 \cdot 10^{-3} \text{ g/cm}^2$ ) i wilgotności powietrza otaczającego 100% w czasie 10 min oddziaływania otoczenia na warstwę zabrudzeń konduktywność powierzchniowa wzrasta o ok. 1,5 rzędu wielkości. Przy czasach większych od 10 min oddziaływania otoczenia konduktywność powierzchniowa rośnie coraz wolniej. Natomiast dla warstwy zabrudzeniowej o dużej grubości  $7,8 \cdot 10^{-3} \text{ g/cm}^2$  i wilgotności powietrza otaczającego 100% szybki równomierny przyrost konduktywności powierzchniowej następował w czasie ok. 30 min. Przy czasie powyżej 30 min ma miejsce malejący przyrost konduktywności warstwy. Badania wpływu temperatury i wilgotności przy krótkim czasie oddziaływania powietrza otaczającego na konduktywność powierzchniową warstwy zabrudzeniowej o małej ( $1,15 \cdot 10^{-3} \text{ g/cm}^2$ ) i dużej ( $7,8 \cdot 10^{-3} \text{ g/cm}^2$ ) grubości warstwy wykazały wzrost konduktywności powierzchniowej (rys. 5). Wpływ temperatury powietrza otaczającego jest tym znaczniejszy, im większa jest wilgotność powietrza i grubość warstwy zabrudzeń.

W pracy [3] badano zależność konduktywności powierzchniowej izolatorów w.n. w funkcji czasu próby sztucznej warstwy zabrudzeń wykonanej z ziemi





Rys. 6. Zależność konduktywności powierzchniowej izolatorów zabrudzonych równomierną warstwą stałą w funkcji czasu oddziaływania powietrza zawilgoconego [3]

wej w funkcji wzrostu wilgotności i temperatury jest uzależniony od rodzaju i grubości zabrudzeń. Wpływ czasu oddziaływania otoczenia na konduktywność warstwy zabrudzeniowej jest pomijalnie mały dla warstw o małej grubości (od  $1,15 \cdot 10^{-3} \text{ g/cm}^2$ ) przy wilgotności do 90%. Przy większej grubości warstwy i wilgotności powietrza otaczającego, obserwuje się bardzo wyraźny wpływ czasu oddziaływania otoczenia na konduktywność warstwy zabrudzeniowej.

#### LITERATURA

- [1] Kałużny A., Stępniewski T.: Badanie elektrycznych własności zabrudzeń urządzeń elektroenergetycznych w stacjach wewnętrznych kV/mV. Praca NB-70/RE-1/79. Instytutu Elektroenergetyki i Sterowania Układów Politechniki Śląskiej 1979 r.
- [2] Pohl Z., Sojda E.: O niektórych zasadniczych zagadnieniach metodyki prób zabrudzeniowych. Prace Naukowe Instytutu Podst. Elektr. i Elektrotechn. Pol. Wrocławskiej, Nr 4, Wrocław 1971.
- [3] Cron H.: Testing insulators with reproducible foreign layers on their surface. GIGRE. rep. 203, 1956.

Wpłynęło do Redakcji dnia 20.VI.1980 r.

Recenzent:

Doc. dr inż. Jerzy Saferna

okrzemkowej przy wilgotności powietrza otaczającego 100% i stałej temperaturze. Z wyników badań przedstawionych na rys. 6 wynika duże podobieństwo zależności  $\mathcal{K}_p = f(\tau)$  z wynikami uzyskanymi dla zabrudzeń, których źródłem była elektrownia zawodowa i elektrociepłownia (rys. 4).

#### 4. PODSUMOWANIE

Warstwa zabrudzeniowa bardzo szybko reaguje na zmianę warunków otoczenia - wilgotność i temperaturę. Wzrost konduktywności powierzchniowej warstwy zabrudzenio-

ВЛИЯНИЕ УСЛОВИЙ ОКРУЖАЮЩЕЙ СРЕДЫ НА ПОВЕРХНОСТНУЮ  
АКТИВНУЮ ПРОВОДИМОСТЬ ЗАГРЯЗНЕННОГО СЛОЯ

Резюме

Исследована зависимость поверхностной проводимости загрязненного слоя, образованного слоем, образованного загрязнения из электростанций, в функции толщины слоя, влажности и температуры окружающего воздуха, а также времени воздействия заданных условий окружающей среды.

THE INFLUENCE OF ENVIRONMENT CONDITIONS  
ON THE SURFACE CONDUCTIVITY OF THE POLLUTION LAYER

Summary

The paper analyses the dependence of the surface conductivity of the pollution layer formed of power plant dirt as a function of layer thickness, humidity and the surrounding air temperature and the reaction time of the given environment conditions.

Jerzy MACELKO,

Janusz ZIARNIK

Instytut Elektroenergetyki  
i Sterowania Układów  
Politechniki Śląskiej

## OCENA SKUTECZNOŚCI OCHRONY ODGROMOWEJ LINII NAWIETRZNYCH WYSOKIEGO NAPIĘCIA METODĄ ANALITYCZNĄ

Streszczenie. W artykule przedstawiono zasady obliczania wskaźników odporności burzowej linii napowietrznej za pomocą analitycznej metody całkowania, w której wykorzystuje się model elektrometryczny uderzenia pioruna w przewody linii. Omówiono założenia do obliczeń oraz wyniki obliczeń liczby piorunów uderzających w przewody linii i liczby wyłączeń burzowych linii 110, 220 i 400 kV.

### 1. WPROWADZENIE

Bezpośrednie badanie stref osłonowych przewodów odgromowych jest pracochłonne i długotrwałe, dlatego opracowano w ostatnich latach nowe metody, wykorzystujące możliwości techniki cyfrowej, które mogą służyć do określania rozmieszczenia przewodów w linii.

W Polsce stosunkowo niedawno pojawiły się pierwsze publikacje na temat zastosowania metody modelowania statystycznego do oceny skuteczności ochrony odgromowej linii napowietrznych [1,2]. Metoda analityczna całkowania, w której liczby piorunów uderzających w przewody linii oraz liczby przeskoków na izolacji linii przy uderzeniach piorunów w przewody robocze oblicza się w oparciu o wzory (1) i (2), jest bardziej przydatna do zastosowań praktycznych ze względu na wielokrotnie krótszy czas obliczeń maszynowych. Inspiratorem prac wykonywanych w Instytucie Elektroenergetyki i Sterowania Układów na przedstawiony temat jest BSiPE "Energoprojekt" Kraków, gdzie wymienione metody zostaną wdrożone do projektowania nowych konstrukcji wsporczych.

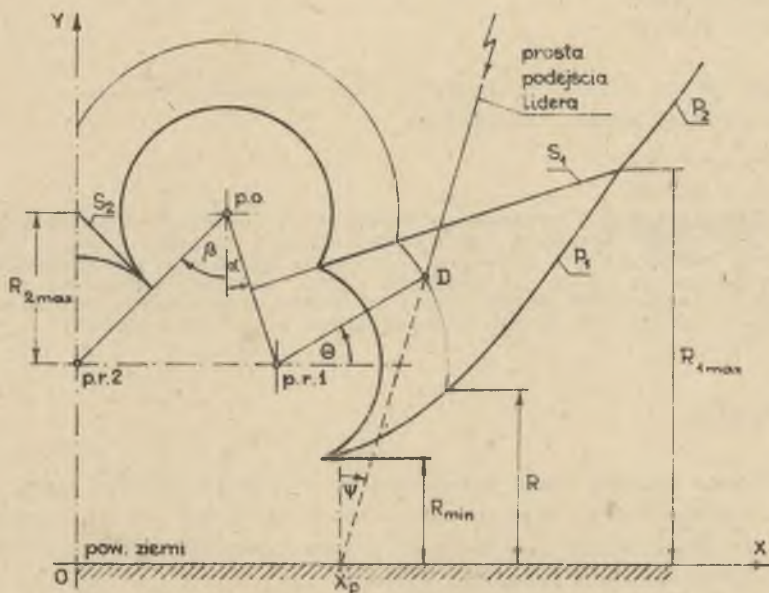
### 2. MODEL ELEKTROMETRYCZNY WYBORU MIEJSCA UDERZENIA PIORUNA W LINIĘ NAWIETRZNĄ

Wyładowanie piorunowe w linię napowietrzną rozpatruje się jako doziemne, złożone z wyładowania wstępnego (lider) i głównego. Odległość od punk-



tu, w którym lider decyduje się na miejsce uderzenia, do punktu uderzenia pioruna, nazywa się odległością decyzji.

Ogólnie przyjętym modelem wyboru miejsca uderzenia pioruna jest model elektrogeometryczny. Do oceny skuteczności ochrony odgromowej linii napowietrznej stosuje się model dwuwymiarowy. Fragment takiego modelu, dla symetrycznej linii jednotorowej, przedstawia rys. 1. Oparty on jest na sformułowanych poniżej założeniach [3,5].



Rys. 1. Fragment modelu elektrogeometrycznego dwuwymiarowego, symetrycznej linii napowietrznej jednotorowej

- Przewody linii reprezentowane są przez punkty o współrzędnych odpowiadających ich średniej wysokości nad powierzchnią ziemi w warunkach burzowych.
- Drogę podejścia lidera zastępuje prosta przechodząca przez powierzchnię ziemi w miejscu określonym współrzędną  $x_p$ , nachyloną względem pionu pod kątem podejścia  $\psi$ .
- Rozkład punktów uderzenia piorunów w płaską powierzchnię ziemi jest równomierny.
- Kąty podejścia przyjmują wartości z przedziału  $-\frac{\pi}{2} - + \frac{\pi}{2}$ .
- Odległość decyzji  $R$  wyraża się deterministycznie zależnością od amplitudy prądu wyladowania głównego pioruna  $I_p$ , jednakową dla przewodów roboczych i odgromowych linii napowietrznej oraz dla powierzchni ziemi.
- W odległości decyzji od elementów układu prowadzi się w przestrzeni powierzchni decyzji, które w modelu dwuwymiarowym reprezentują łuki, zakreślane wokół przewodów oraz odcinki prostej równoległej do powierzchni ziemi.

- g) Lider schodzący wzdłuż prostej podejścia uderzy w ten element układu, którego powierzchnię decyzji osiągnął najwcześniej.
- h) Uderzenie następuje pod kątem  $\theta$  względem poziomu zwanym dalej kątem uderzenia pioruna.

### 3. OBLICZANIE LICZBY UDERZEŃ PIORUNÓW I LICZBY PRZESKOKÓW NA IZOLACJI LINII METODĄ CAŁKOWANIA

Zgodnie z przedstawionym modelem elektrogeometrycznym przestrzeń wokół linii napowietrznej można podzielić na obszary decyzji uderzenia w poszczególne elementy układu. W modelu dwuwymiarowym przedstawionym na rys. 1 obszary te oddzielone są od siebie symetrycznymi  $S_1$  i  $S_2$  odcinków łączących przewody robocze: skrajny p.r.1 i środkowy p.r.2 z odgromowym p.o. oraz parabolami  $P_1$  i  $P_2$ , których kierownicą jest powierzchnia ziemi a ogniskami odpowiednio przewód roboczy skrajny i odgromowy. Pioruny orientujące się nad symetrycznymi  $S_1$ ,  $S_2$  i parabolą  $P_2$  uderzają w przewód odgromowy, orientujące się między symetryczną  $S_1$  i parabolą  $P_1$  uderzają w przewód roboczy skrajny, poniżej symetrycznej  $S_2$  - w przewód roboczy środkowy, natomiast poniżej parabol  $P_1$  i  $P_2$  - w powierzchnię ziemi.

Przyjmując, że kąt powstały przez obrót w kierunku przeciwnym do ruchu wskazówek zegara jest kątem dodatnim, wzór na liczbę  $N_i$  piorunów uderzających w i-ty przewód linii napowietrznej dla modelu dwuwymiarowego można zapisać w postaci [3, 10]:

$$N_i = N_0 10^{-1} \int_{I_{pmin}}^{I_{pi} \max} f(I_p) R I_{\theta i} dI_p \frac{1}{100 \text{ km}^2 \text{ a}}, \quad (1)$$

gdzie:

$$I_{\theta i}' = \int_{\theta_{11}}^{\theta_{21}} \int_{\psi_{11}}^{\psi_{21}} f(\psi) \frac{\sin(\theta - \psi)}{\cos \psi} d\psi d\theta, \quad (2)$$

- $N_0$  - gęstość uderzeń piorunów w powierzchnię ziemi,  $\frac{1}{\text{km}^2 \text{ a}}$ ,
- $f(I_p)$  - funkcja gęstości rozkładu amplitudy prądu wyładowania głównego piorunów uderzających w powierzchnię ziemi na równinie,
- $f(\psi)$  - funkcja gęstości rozkładu kąta podejścia lidera,
- $R$  - odległość decyzji zależna od prądu pioruna  $I_p$ , m,
- $I_{pmin}$ ,  $I_{pi} \max$  - wartości graniczne amplitudy prądu piorunów mogących uderzyć w i-ty przewód, kA,
- $\theta_{11}$ ,  $\theta_{21}$  - kąty graniczne uderzenia pioruna w i-ty przewód, zależne od amplitudy prądu  $I_p$ , rad,

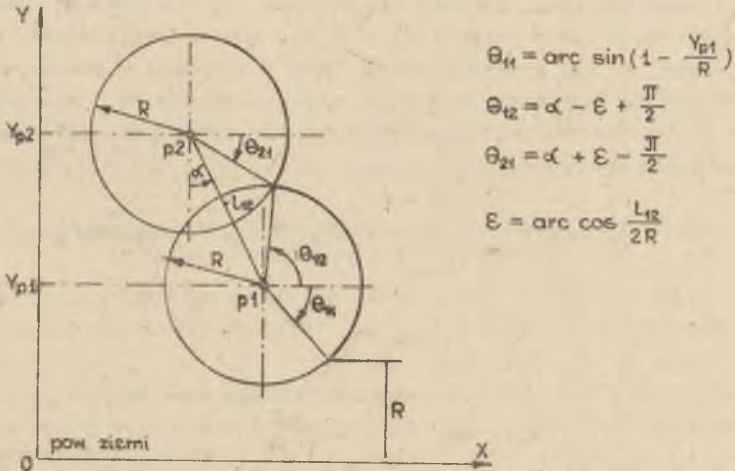
$\theta_{11}$ ,  $\theta_{21}$  - kąty graniczne obszaru podejścia lidera na odległość decyzji do i-tego przewodu, zależne od kąta  $\theta$ , rad.

Wartość minimalna amplitudy prądu pioruna  $I_{pmin}$ , będąca dolną granicą całkowania we wzorze (1), której odpowiada minimalna odległość decyzji  $R_{min}$  jest najmniejszą wartością rejestrowaną  $I_{pmin} = 2$  kA.

Wartość maksymalna amplitudy prądu pioruna  $I_{pi max}$  stanowiąca górną granicę całkowania we wzorze (1), dla przewodu nieosłoniętego jest przyjętą największą wartością amplitudy prądu, pioruna której przekroczenie jest mało prawdopodobne. Zwykle  $I_{pmax} = 500$  kA.

Dla przewodu osłoniętego wartość maksymalna amplitudy prądu pioruna odpowiada maksymalnej odległości decyzji z obszaru decyzji do tego przewodu,  $R_{i max}$ .

Kąty graniczne uderzenia pioruna w przewód dla linii 110 + 400 kV mogą być wyrażone w funkcji wysokości przewodu nad powierzchnią ziemi lub jego położeniem względem pozostałych przewodów linii. Są one przedstawione na rys. 2 dla układu dwóch przewodów, w którym odległość  $Y_{p1}$  od powierzchni ziemi niżej zawieszono przewodu oraz odległość między przewodami  $l_{12}$  są mniejsze od podwojonej odległości decyzji.



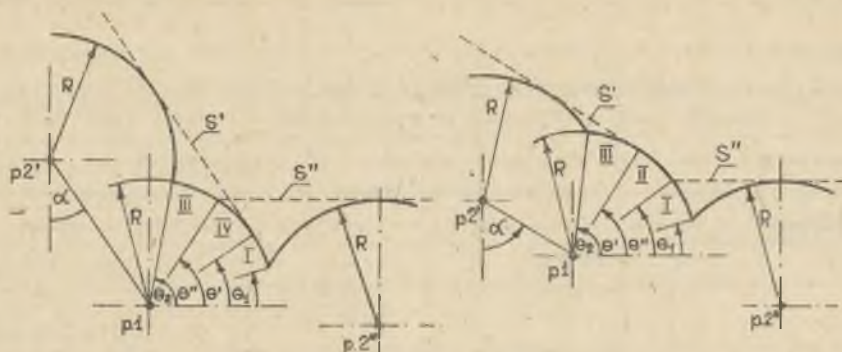
Rys. 2. Kąty graniczne obszarów uderzenia piorunów dla układu dwóch przewodów i powierzchni ziemi

Na łukach decyzji zakreślanych wokół przewodów mogą występować cztery charakterystyczne strefy. Są one przedstawione na rys. 3 dla uderzeń z prawej strony w przewód  $p1$  osłaniany przewodami  $p2'$  i  $p2''$ . Strefy te oddzielane są od siebie kątami:  $\theta'$  - kąt określony styczną  $S'$  do łuków decyzji przewodów  $p1$  i  $p2'$  zachodzi:

$$\theta = \alpha$$

(3a)





Rys. 3. Charakterystyczne strefy łuków decyzji dla piorunów uderzających w przewód osłaniany

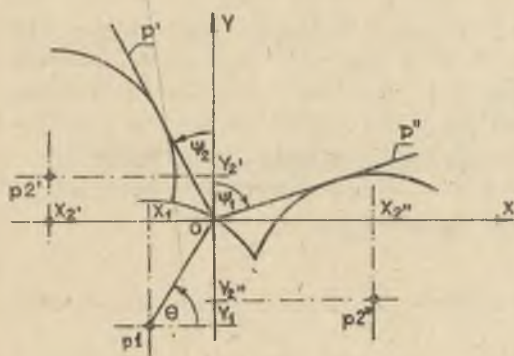
$\theta''$  - kąt określany prostą poziomą  $S''$ , styczną do łuku decyzji przewodu  $p2''$ , zachodzi:

$$\theta'' = -\arcsin \left( \frac{Y_{p2''} - Y_{p1}}{R} + 1 \right). \quad (3b)$$

Dla łuków decyzji zachodzi:

- w strefach I i II 
$$\psi_2 = \theta \quad (4a)$$

- w strefach II i III 
$$\psi_1 = -\frac{\pi}{2}. \quad (4b)$$



Rys. 4. Kąty graniczne obszaru podejścia lidera na odległość decyzji do przewodu osłanianego

W pozostałych przypadkach kąty graniczne obszarów podejścia lidera na odległość decyzji określone są przez proste  $P$  styczne do łuków decyzji sąsiednich przewodów osłaniających, co pokazuje rys. 4. Przyrównując zależność na odległość przewodu osłaniającego od prostej  $P$  do odległości decyzji, otrzymuje się wzór na współczynnik kątowy tej prostej

$$\pi = \frac{-X_2 Y_2 \pm R \sqrt{X_2^2 + Y_2^2 - R^2}}{R^2 - X_2^2} \quad (5)$$

gdzie:

$X_2, Y_2$  - współrzędne przewodu osłaniającego w układzie OXY, którego początek jest umieszczony w rozpatrywanym punkcie łuku decyzji.

W powyższym wzorze przy obliczaniu dolnego kąta granicznego  $\psi_1$  występuje przed pierwiastkiem znak minus, natomiast przy obliczaniu górnego kąta granicznego  $\psi_2$  - znak plus. Kąty te oblicza się ze wzoru:

$$\psi = \arctg m - \frac{\pi}{2} \quad \text{gdy } m > 0, \quad (6a)$$

$$\psi = \arctg m + \frac{\pi}{2} \quad \text{gdy } m \leq 0. \quad (6b)$$

Wzory (1) i (2) pozwalają także obliczyć liczbę przeskoków na izolacji linii, przy uderzeniach piorunów w przewody robocze. W tym celu dla przewodów roboczych należy we wzorze (1), jako dolną granicę całkowania przyjąć krytyczny prąd pioruna potrzebny do wywołania przeskoku:

$$I_{kr} = \frac{2U_{50\%}}{Z_{fr}}, \quad (7)$$

gdzie:

$U_{50\%}$  - 50-procentowe napięcie przeskoku układu izolacyjnego na słupie,

$Z_{fr}$  - impedancja falowa przewodu roboczego z uwzględnieniem ulotu.

#### 4. ZAGADNIENIA DOBORU OBLICZENIOWYCH PARAMETRÓW PIORUNA

Przedstawiony model elektrogeometryczny uderzenia pioruna w linię napowietrzną jest modelem uproszczonym, ponadto znajomość parametrów pioruna jest dotychczas niewystarczająca. Powoduje to konieczność doboru parametrów wykorzystywanych w modelu w oparciu o wariantowe obliczenia i porównywania ich wyników z danymi eksploatacyjnymi. Materiał porównawczy dotyczy głównie liczby zakłóceń w pracy linii, spowodowanych wyładowaniami atmosferycznymi, jest jednak dość ubogi i niepewny.

##### 4.1. Założenia do obliczeń

Dla trzech linii wysokiego napięcia: 110, 220 i 400 kV o parametrach podanych w tabelicy 1 obliczono prawdopodobieństwa uderzenia pioruna w przewody robocze oraz liczby wyłączeń burzowych na 100 km i rok, przyjmując gęstość uderzeń pioruna średnią dla terenu Polski równą  $2 \left[ \frac{1}{\text{km a}} \right]$ .

Liczby piorunów uderzających w przewody linii oraz liczby przeskoków przy uderzeniach w przewody robocze obliczono metodą całkowania wg wzorów (1) i (2). Impedancję falową przewodu roboczego obliczono wg zależności podanych w [4]. Liczby przeskoków odwrotnych obliczono metodą radziecką,

Tablica 1

Dane konstrukcyjne oraz wskaźniki odporności burzowej linii napowietrznych wysokiego napięcia

$U_N$ , kV		110	220	400
Typ konstrukcji wsporczej		Ao	II	Г
Kąt osłony na słupie, °		14	18	22
Wysokość słupa, m		20,35	28,8	31
Dopuszczalna statyczna rezystancja uziemienia, Ω		10	15	15
$P_u$ , ‰	wg metody całkowania	0,075	0,452	1,291
	wg (19)	0,078	0,218	0,482
$n_w$ , $\frac{1}{100 \text{ km a}}$	wg prac [11, 12]	2,49 <sup>1)</sup>	0,635	0,2 <sup>2)</sup>
<p>1) Liczba wyłączeń burzowych linii 110 kV na słupach stalowych o kącie osłony <math>\leq 30^\circ</math></p> <p>2) Oszacowana liczba wyłączeń linii 400 kV na skutek przeskoków na izolacji.</p>				

wykorzystującą tzw. krzywe niebezpiecznych parametrów [4]. Obliczenia wykonano wariantowo dla mogących realnie wystąpić kombinacji podanych poniżej obliczeniowych parametrów pioruna.

a. Rozkłady amplitudy prądu pioruna,  $I_p$  [kA]:

- międzynarodowy, wg Szpora, opisany funkcją 6 :

$$P(\tau_p) = \frac{1810}{I_p^{2,205} + 1810}, \quad (8)$$

- radziecki, wg Rukowodiaszczich Ukazani, opisany funkcją [9]:

$$P(I_p) = \exp(-0,0385 I_p), \quad (9)$$

- dla terenu Polski, wg Popolańskiego, logarytmnormalny o parametrach [7]:

$$I_{p50\%} = 25 \text{ kA}, \quad G = \ln \frac{I_{p50\%}}{I_{p16\%}} = 0,97, \quad (10)$$

gdzie:

$I_{p50\%}$ ,  $I_{p16\%}$  - kwantyle rozkładu prądu pioruna.



b. Rozkłady stromości prądu pioruna,  $S \left[ \frac{kA}{\mu_s} \right]$ :

- międzynarodowy, wg Szpora, opisany funkcją [6]:

$$P(S) = \frac{1140000}{S^{3,7} + 1660000}, \quad (11)$$

- z pomiarów szwajcarskich wg Burgsdorfa, opisany funkcjami [9]:

$$P(S) = 1 - 0,02 S, \quad \text{dla } S \leq 12 \frac{kA}{\mu_s}, \quad (12a)$$

$$P(S) = \exp[-0,1532(S-10)], \quad \text{dla } S > 12 \frac{kA}{\mu_s} \quad (12b)$$

c. Rozkład kąta podejścia lidera,  $\psi$  [rad]:

cosinusowy, o funkcji gęstości w postaci [3]:

$$f(\psi) = \frac{2}{\pi} \cos^2 \psi, \quad \text{dla } |\psi| \leq \frac{\pi}{2}, \quad (13a)$$

$$f(\psi) = 0, \quad \text{dla } |\psi| > \frac{\pi}{2}. \quad (13b)$$

d. Odległość decyzji,  $R$  [m], zaczerpnięte z prac [3,5,1], wg autorów:

- Wagner  $R = 10,6 I_p^{0,51}, \quad (14)$

- Golde  $R = 3,3 I_p^{0,78}, \quad (15)$

- Sargent  $R = 3 I_p, \quad (16)$

- Whitehead  $R = 2I_p + 30 \left[ 1 - \exp\left(-\frac{I_p}{6,8}\right) \right], \quad (17)$

- Strużewski  $R = I_p + 30 \left[ 1 - \exp\left(-\frac{I_p}{13,6}\right) \right]. \quad (18)$

W powyższych wzorach prąd pioruna  $I_p$  należy wyrazić w kA. W obliczeniach założono brak korelacji między rozkładami prądu pioruna i jego stromości [9].

#### 4.2. Weryfikacja wyników obliczeń

Dokonano następujących porównań obliczonych wskaźników odporności burzowej linii:

- prawdopodobieństwo uderzenia pioruna w przewody robocze  $P_u$  (wyrażone w procentach) porównano z obliczonym wg empirycznego wzoru [8]:

$$\log P_u = \frac{0,1 \sqrt{h_{s1}}}{75} - 1,95, \quad (19)$$

gdzie:

$\alpha$  - kąt osłony na słupie, °,

$h_{sl}$  - wysokość słupa, m.

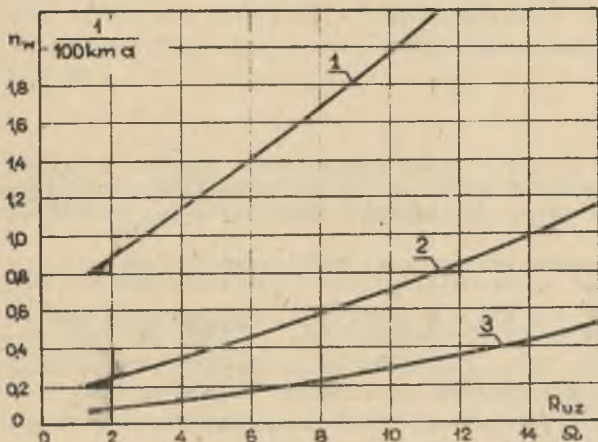
- liczbę wyłączeń burzowych na 100 km i rok,  $n_w$ , porównano z danymi eksploatacyjnymi [12, 13].

Z przeprowadzonego porównania wynika, że ze wzrostem napięcia znamionowego linii, tj. ze wzrostem odległości między przewodami w modelu elektromagnetycznym:

- prawdopodobieństwo uderzenia pioruna w przewody robocze, obliczone dla różnych kombinacji parametrów pioruna, rośnie szybciej niż wg zależności (19),
- liczby wyłączeń burzowych linii, obliczone dla tych kombinacji, maleją wolniej, niż to wynika z danych eksploatacyjnych.

Najlepszą zgodność porównywanych wskaźników odporności burzowej dla różnych linii uzyskano przy zastosowaniu następujących parametrów:

- zależności Whiteheada na odległość decyzji;
- rozkładu radzieckiego amplitudy prądu pioruna do obliczenia liczby piorunów uderzających w przewody oraz liczby przeskoków przy uderzeniach w przewody robocze, przyjętego dla uderzeń w powierzchnię ziemi na równinie;
- rozkładu Popolańskiego amplitudy prądu pioruna do obliczenia liczby przeskoków odwrotnych, przyjętego dla uderzeń w linię;
- rozkładu Burgsdorfa stromości prądu pioruna.



Rys. 5. Liczba wyłączeń burzowych linii na 100 km i rok w funkcji rezystancji uziemienia

1 - linia 110 kV, słupy serii Ac; 2 - linia 220 kV, słupy serii H; 3 - linia 400 kV, słupy serii F

Rozkład radziecki amplitudy prądu pioruna jest zbliżony do amerykańskiego rozkładu AIEE, który wg pracy [2] dawał poprawne rezultaty obliczeń wskaźników odporności burzowej linii powietrznych przy zastosowaniu zależności Whiteheada na odległość decyzji. Jest to pewnym potwierdzeniem słuszności wyboru powyższych parametrów spośród rozpatrywanych.

W tabelicy 1 i na rys. 5, przedstawiono wskaźniki odporności burzowej obliczone dla trzech rozpatrywanych

linii przy zastosowaniu wybranych parametrów oraz określone z danych eksploatacyjnych. Przytoczono wyniki dobrze obrazują wymienione rozbieżności pomiędzy porównywanymi wskaźnikami.

## 5. ZAKOŃCZENIE

Przeprowadzona weryfikacja wyników obliczeń nie umożliwia ostatecznego przyjęcia obliczeniowych parametrów w przedstawionym modelu elektrogeometrycznym uderzenia pioruna w linię.

Brak dostatecznych podstaw teoretycznych i doświadczalnych do przyjęcia parametrów obliczeniowych oraz do założeń, na których oparty jest model elektrogeometryczny, jest główną przeszkodą na drodze do zmniejszenia rozbieżności między obliczonymi wskaźnikami i danymi z eksploatacji. Powoduje ponadto, że zgodność wyników dla jednego przypadku obliczeniowego nie gwarantuje takiej zgodności dla innych przypadków.

Powyższe niedostatki wskazują, że metody wykorzystujące model elektrogeometryczny uderzenia pioruna nie powinny być obecnie jedynym sposobem oceny skuteczności ochrony odgromowej linii napowietrznych wysokiego napięcia. Wskazują też kierunek dalszych prac, które powinny objąć szerszy zakres weryfikacji, zwłaszcza dla linii z wyraźną złą osłoną odgromową oraz rozpatrzyć w obliczeniach wariantowych większą liczbę parametrów obliczeniowych. Umożliwi to wybór założeń do obliczeń dających wiarygodne wartości wskaźników odporności burzowej linii napowietrznych wysokiego napięcia.

## LITERATURA

- [1] Flisowski Z., Strużewscy E. i P.: Ocena skuteczności działania osłonego przewodu ogromnych polskiej linii 220 kV, przy zastosowaniu metody Monte Carlo. Prace Naukowe Politechniki Warszawskiej, Elektryka 1976/42.
- [2] Strużewscy E i P.: obliczenie skuteczności zewnętrznych stref osłonowych przewodów ogromnych metodą Monte Carlo, Energetyka, styczeń 1980,
- [3] Brown G.W., Whitehead E.R.: Field and Analytical Studies of Transmission Line Shielding: Part II. IEEE Transactions on PAS, May 1969, nr 5.
- [4] Rukowodiasozizje ukazaniya po zaszcitu ot wnutriennyh i grozowych pierienapriazheni sietlej 3 - 750 kV. Trudy NIIPT, nr 21-22, 1975.
- [5] Darveniza M., Popolansky F., Whitehead E.R.: Lightning Protection of UHV Transmission Lines. Electra, July 1975, nr 41.
- [6] Szpor S.: Ochrona odgromowa. Tom I, WNT, Warszawa 1973.
- [7] Popolansky F.: Frequency Distribution of Amplitudes of Lightning Currents, Electra, May 1972, nr 22.
- [8] Burgsdorf W.W.: Grezozaszczita linii elektroperiedaozi, Elektroizestwo nr 8, 1969.
- [9] Burgsdorf W.W., Popow S.M.: Parametry molnii i ich wybor pri razrabotkie grezozaszczity. Trudy Instituta Energosietprojekt, wyp. 13, 1978.



- [10] Żmuda K., Macejko J.: Opracowanie programów na EMC Odra serii 1300 do oceny skuteczności ochrony odgromowej linii, Politechnika Śląska, Gliwice 1979 (praca nie publikowana).
- [11] Ziarnik J.: Zastosowanie metody Monte Carlo oraz metody całkowania do oceny skuteczności ochrony odgromowej w liniach napowietrznych 110 - 750 kV. Praca magisterska. Instytut Elektroenergetyki i Sterowania Układów Politechniki Śląskiej, Gliwice 1980.
- [12] Heller W., Jaczewski M., Mikulski J.: Awaryjność burzowa linii napowietrznych wysokiego napięcia w latach 1953-1963, Energetyka, maj 1966.
- [13] Stępniewski T., Gacek Z., Kiś W.: Wnioski z eksploatacji układów izolacyjnych linii 400 kV, Politechnika Śląska, Gliwice 1978 (praca nie publikowana).

Wpłynęło do Redakcji dnia 20.VI.1980 r. Recenzent:

Doc.dr inż. Zdobysław Flisowski

ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНОСТИ ГРОЗОЗАЩИТЫ ВОЗДУШНЫХ ЛИНИЙ ЭЛЕКТРОПЕРЕДАЧИ  
ВЫСОКОГО НАПРЯЖЕНИЯ АНАЛИТИЧЕСКИМ МЕТОДОМ

Р е з ю м е

В статье представлены основы расчета показателей молниепористости воздушной линии с помощью аналитического метода интегрирования, используя в нем электрогеометрическую модель удара молнии в провода линии. Обсуждены исходные данные для расчетов, а также результаты расчета числа ударов молний, попадающих в провода линии и числа выключений из-за молнии линии 110, 220 и 400 кВ.

ANALITICAL DETERMINATION OF LIGHTNING PROTECTION  
OF HIGH-VOLTAGE OVERHEAD TRANSMISSION LINES

S u m m a r y

The paper present analytical method of integration, based on electrogeometrical model of lightning stroke, for computation of overhead transmission line shielding failure. The computational assumptions and the results of computations, i.e. the number of Lightning strokes to the line wires and the number of thunderstorm line trippouts for 110, 220, 400 kV overhead transmission lines, are discussed.

Zbigniew BARTOŃ

Instytut Elektroenergetyki  
i Sterowania Układów  
Politechniki Śląskiej

## STEROWANIE PRACĄ SYSTEMU ELEKTROENERGETYCZNEGO W STANACH ZAKŁÓCENIOWYCH

**Streszczenie.** Artykuł podejmuje problematykę sterowania pracą systemu elektroenergetycznego w warunkach zakłóceń. Rozważanie przeprowadzono dla modelu  $n$ -maszynowego systemu elektroenergetycznego opisanego w  $(2n-1)$  wymiarowej przestrzeni stanu. Dla takiego systemu określono funkcję  $V$  (Lapunowa). Na podstawie warunków, jakie powinna spełniać wyznaczona pochodna przyjętej funkcji  $V$  zaproponowano prosty algorytm sterowania mocą mechaniczną turbin.

### 1. WSTĘP

Bezpośrednia metoda Lapunowa znana od wielu lat w teorii sterowania znalazła zastosowanie w elektroenergetyce stosunkowo niedawno. Główną tego przyczyną były trudności związane zarówno ze znalezieniem odpowiedniej funkcji  $V$ , jak i z koniecznością rozwiązania szeregu dodatkowych skomplikowanych problemów w celu określenia obszarów stabilności.

W zdecydowanej większości przypadków metoda Lapunowa wykorzystywana jest przez elektroenergetyków do oceny równowagi dynamicznej połączonych systemów. Obliczenia w takich przypadkach wykonywane są najczęściej dla zachowawczych modeli systemu, bez uwzględnienia układów regulacji. Ale metoda oferuje znacznie szersze i równie atrakcyjne możliwości. Jedną z nich jest sterowanie w zakłóceńowym stanie pracy, będące tematem niniejszego artykułu.

### 2. MODEL STANU WIELOMASZYNOWEGO SYSTEMU ELEKTROENERGETYCZNEGO

Model wielomaszynowego systemu elektroenergetycznego opisuje, za pomocą układu nieliniowych równań różniczkowych, kołysania wirników generatorów synchronicznych. W celu ułatwienia analizy stabilności stosowane są odwzorowania w przestrzeni stanów. Przyjmując jako zmienne  $\theta$  różnice kątów między wektorami SEM  $i$ -tej i  $n$ -tej maszyny i definiując  $\underline{\theta} \triangleq \text{col} \{ \theta_i : i = 1, 2, \dots, n-1 \}$  oraz jako zmienne  $X$  odchylenia prędkości od prędkości synchronicznej i definiując  $\underline{X} \triangleq \text{col} \{ X_i : i = 1, 2, \dots, n \}$  model  $n$ -maszynowego sy-

stemu elektroenergetycznego można zapisać w następującej postaci [3]:

$$\dot{\underline{Y}} = \underline{C} \underline{X} \quad (1)$$

$$\underline{\dot{X}} = \underline{A} \underline{X} - \underline{B} \underline{F}(\underline{Y})$$

Model matematyczny opisany relacją (1) odwzorowuje  $n$  równań różniczkowych drugiego rzędu w  $2n-1$  wymiarowej przestrzeni stanów. Wektory  $\underline{Y}$  i  $\underline{F}(\underline{Y})$  wprowadzają transformację początku układu współrzędnych do pozakłóbnego stanu pracy  $\underline{G}^0$ , i można je przedstawić w postaci:

$$\underline{Y} = \underline{G} - \underline{G}^0, \quad (2)$$

$$\underline{F}(\underline{Y}) = \underline{f}(\underline{Y} + \underline{G}^0) - \underline{f}(\underline{G}^0),$$

gdzie:

$\underline{F}(\underline{Y})$  - funkcja różnicy mocy elektrycznych oraz mechanicznych i strat na konduktancjach węzłów.

W modelu (1) stałe macierze  $\underline{A}$ ,  $\underline{B}$  i  $\underline{C}$  mają postać:

$$\underline{C} = \underline{T}, \quad \underline{T} \underline{A} \begin{bmatrix} \underline{I}_{n-1} \\ \underline{0} \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} -M_1^{-1} D_1 & 0 & \dots & \underline{0} \\ 0 & -M_2^{-1} D_2 & \dots & \underline{0} \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & -M_n^{-1} D_n \end{bmatrix}, \quad \underline{B} = \begin{bmatrix} M_1^{-1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & M_2^{-1} & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & M_n^{-1} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \underline{T} \end{bmatrix}^T,$$

$$\underline{T} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 & -1 \\ 0 & 1 & \dots & 0 & -1 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

gdzie:

$M$  - momenty bezwładności,  
 $D$  - współczynniki tłumienia.

Rozwiązaniem układu równań (1) są wektory  $(\underline{Y}, \underline{X}) = (\underline{0}, \underline{0})$ . Wyznaczają one w przypadku niejednorodnego tłumienia, odesobnione punkty równowagi w przestrzeni  $R^{n-1} \times R^n$ , co odpowiada ustalonemu stanowi pracy systemu elektroenergetycznego.



## 3. TEORETYCZNE PODSTAWY I ALGORYTM STEROWANIA

Dla określonego relacją (1) modelu możliwe jest skonstruowanie funkcji Lapunowa. Spełniająco warunki minimalnej realizacji oraz całkowitej sterowalności i całkowitej obserwowalności funkcją  $V$  można przedstawić w następującej postaci [1,4]:

$$V = \frac{1}{2} \underline{X}^T \underline{P} \underline{X} + \int_0^{\underline{Y}} \underline{F}^T(\underline{Y}) \underline{Q} d\underline{Y}, \quad (4)$$

gdzie:

$$\underline{P} = \text{diag} \{ M_i : i=1,2,\dots,n \}$$

$$\underline{Q} \triangleq \text{diag} \{ Q_i : i=1,2,\dots,n-1 \}, \quad 0 < Q_i < 1, \text{ macierz współczynników wagowych}$$

Stabilność modelu, a tym samym systemu elektroenergetycznego będzie zachowana, jeżeli skalarna funkcja  $V$  będzie spełniała następujące warunki:

$$\wedge [\underline{X}, \underline{Y}] \in (\Omega - \{0\}) \vee \underline{V}(\underline{X}, \underline{Y}) > 0 \quad (5a)$$

$$\underline{V}(\underline{0}, \underline{0}) = 0 \quad (5b)$$

$$\wedge [\underline{X}, \underline{Y}] \in \Omega \vee \dot{\underline{V}}(\underline{X}, \underline{Y}) = \frac{dV}{dt} < 0 \quad (5c)$$

Pochodną funkcji  $V$  dla modelu (1) można wyznaczyć z zależności:

$$\underline{V}(\underline{X}, \underline{Y}) = \frac{dV}{d\underline{X}} \cdot \frac{d\underline{X}}{dt} + \frac{dV}{d\underline{Y}} \cdot \frac{d\underline{Y}}{dt} = \frac{1}{2} \underline{X}^T (\underline{A}^T \underline{P} + \underline{P} \underline{A}) \underline{X} - \frac{1}{2} \underline{F}^T \underline{B}^T \underline{P} \underline{X} - \frac{1}{2} \underline{X}^T \underline{P} \underline{B} \underline{F} + \underline{F}^T \underline{Q} \underline{C} \underline{X} \quad (6a)$$

Porządkując wyrażenia otrzymuje się relację:

$$\dot{\underline{V}}(\underline{X}, \underline{Y}) = - \underline{X}^T \underline{D} \underline{X} - \underline{F}^T \underline{B}^T \underline{P} \underline{X} + \underline{F}^T \underline{Q} \underline{C} \underline{X} \quad (6b)$$

Zachowanie warunku (5c) wymaga więc spełnienia nierówności:

$$\underline{F}^T (\underline{B}^T \underline{P} - \underline{Q} \underline{C}) \underline{X} > 0$$

Podstawienie (3) do (7) determinuje następujące warunki, umożliwiające spełnienie nierówności (5c):

$$\underline{F}^T > 0 \quad \text{gdy} \quad \underline{T} \underline{X} > 0 \quad (8a)$$

$$\underline{F}^T < 0 \quad \text{gdy} \quad \underline{T} \underline{X} < 0 \quad (8b)$$

Relacja (7), jak wynika z powyższych rozważań, może być wykorzystana do sterowania systemem w jego zakłóceniovym stanie pracy, w którym zarówno  $F^T$ , jak i  $\underline{X}$  są różne od zera.

Warunki (8a) i (8b) dają bowiem jednoznaczną interpretację prawa sterowania. Nieliniowa funkcja  $F^T$  zgodnie ze wzorem (2) w stanie ustalonym jest równa 0, czyli:

$$F^T = P_{el} - P_{mech} = 0 \quad (9)$$

Jeżeli w stanie zakłóceniovym wystąpiło odchylenie prędkości od prędkości generatora odniesienia, czyli  $\omega_1 - \omega_n \neq 0$  (odpowiada  $\underline{TX} \neq 0$ ), wtedy działać powinna regulacja prędkości obrotowej a relacja (9) przyjmie postać:

$$F^T_{zakł} \approx P_{el} - (P_{mech,ust} + \Delta P_m) \quad (10)$$

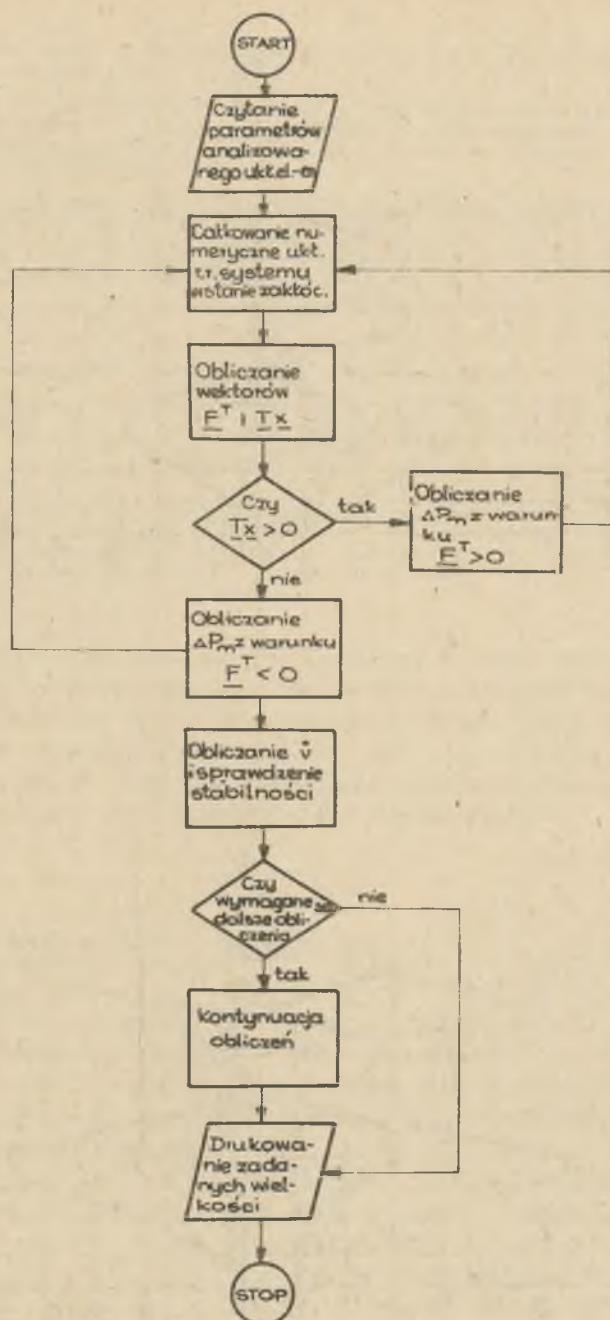
Gdy  $\underline{TX} > 0$  (czyli  $\omega_1 - \omega_n > 0$ ), wtedy przyrost mocy mechanicznej  $\Delta P_m$  musi spowodować obniżenie wartości tej mocy, tak, ażeby różnica  $F^T$  stała się większa od 0. W przypadku  $\underline{TX} < 0$  regulacja powinna oddziaływać tak, aby  $F^T < 0$ , czyli  $\Delta P_m$  powinno mieć znak dodatni (p.r. (10)). Należy podkreślić, że możliwe jest sterowanie mocą mechaniczną wszystkich generatorów, tak jak to ma miejsce w prezentowanych poniżej wynikach badań oraz w ogólnym przypadku mocą jedynie wybranych generatorów ale pod warunkiem, że możliwe będzie spełnienie nierówności (5c).

Określone relacją (8) wyniki rozważań umożliwiają skonstruowanie algorytmu obliczeń. Algorytm ten przedstawiono na rys. 1. Wykorzystano go w prowadzonych obliczeniach do sterowania mocą turbin w zakłóceniovym stanie pracy. Badania, których wyniki zaprezentowano poniżej przeprowadzono dla wybranego czteromaszynowego systemu elektroenergetycznego o parametrach podanych w pracy [2].

Na rys. 2 przedstawiono przebiegi kątów  $\delta$  generatorów bez uwzględnienia regulacji, natomiast na rys. 3 przebiegi przy regulacji według proponowanego algorytmu.

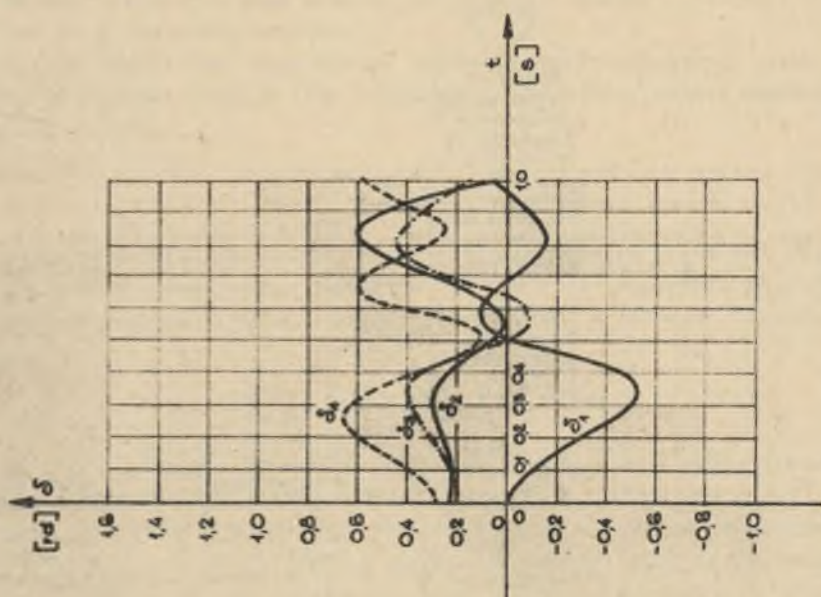
#### 4. WNIOSKI

W artykule przedstawiono rozważania umożliwiające wykorzystanie bezpośredniej metody Lapunowa do utrzymania stabilnej pracy systemu elektroenergetycznego w warunkach zakłóceniovych. Wykorzystanie do sterowania wprowadzonych zależności pozwala określić znak i wielkość przyrostów mocy mechanicznych turbin, niezbędnych do zachowania stabilności, w zależności od wektora stanu systemu.

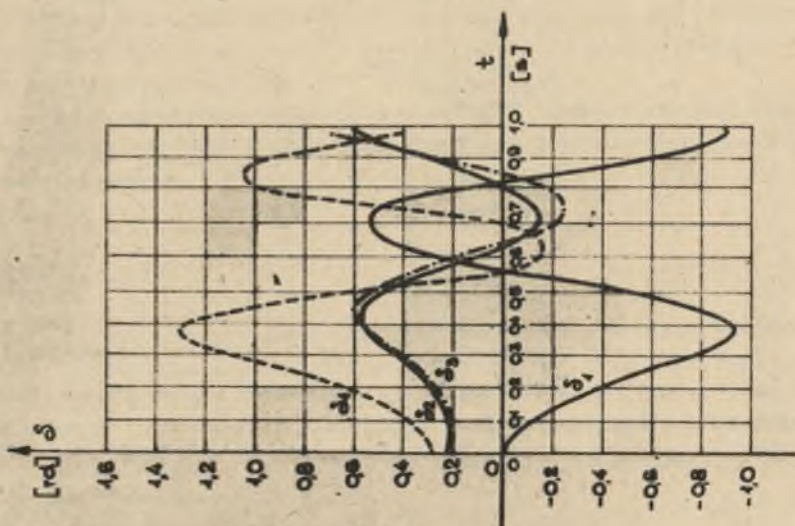


Rys. 1. Algorytm obliczeń





Rys. 3. Dynamiczne zmiany kątów przy istnieniu regulacji ( $P_m = \text{const}$ )



Rys. 2. Dynamiczne zmiany kątów przy braku regulacji ( $P_m = \text{const}$ )

## LITERATURA

- [1] Anderson B.D.: A system theory criterion for positive real matrices. J.SIAM control, Vol. 5, N<sup>o</sup> 2, 1967.
- [2] Bartoń Z.: Zastosowanie wskaźnika identyfikacji do wyznaczenia granicznych obszarów stabilności badanych metodą Lapunowa. Materiały III Międzynarodowej Konf. Naukowej nt. "Aktualne problemy automatyki w energetyce", Gliwice 1979.
- [3] Gros G., Bergen A.R.: Computation of regions of transient stability of multimachine power systems. IEEE Trans. on AC, Vol. AC-19, April 1974.
- [4] Willems J.L.: Direct method for transient stability studies in power system analysis. IEEE, Vol. AC N<sup>o</sup> 4, 1971.

Wpłynęło do Redakcji dnia 20.VI.1980 r. Recenzent:

Ostateczną wersję dostarczono dnia  
15.XII.1980 r.

Doc. dr inż. Zygmunt Maciejewski

УПРАВЛЕНИЕ РАБОТОЙ ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ  
В СОСТОЯНИИХ НАРУШЕНИЯ

Резюме

Статья занимается проблематикой управления работой электроэнергетической системы в условиях нарушения. Обдуман вопрос, касающийся описанной в  $2n-1$  фазовом пространстве модели  $n$ -машинной электроэнергетической системы. Для такой системы определена функция  $V$  Ляпунова. На основании условий, которые должна выпрлнить определенная производная принятой функции  $V$ , предложен простой алгоритм управления механической мощностью турбин.

CONTROL OF POWER SYSTEM IN EMERGENCY CONDITIONS

Summary

In this paper a power control algorithm based on the Lyapunov stability theory has been suggested. A  $n$ -machine power system in  $(2n-1)$  dimensional state space has been described. The Lyapunov function for that multi-machine model has been constructed.

The easy control law based on the derivative of the Lyapunov function along the faulted system has been developed. Applications of this law lead to the determination of the value and sign of the mechanical power input. Conclusions are presented as a result of performed stability analysis illustrating the influence of control system on variations of phase angle  $\delta$  of the generators.

Paweł SOWA

Instytut Elektroenergetyki  
i Sterowania Układów  
Politechniki Śląskiej

## WPLYW NIEJEDNOCZESNOŚCI ZWARĆ WIELOFAZOWYCH NA SKŁADOWE SWOBODNE WYSOKIEJ CZĘSTOTLIWOŚCI

**Streszczenie.** W artykule przedstawiono metodę oraz wyniki analizy przebiegów przejściowych podczas niejednoczesnych zwarć wielofazowych, ze szczególnym uwzględnieniem składowych swobodnych wysokiej częstotliwości. Przedstawiono zależności częstotliwości i amplitudy składowych swobodnych wysokiej częstotliwości od długości linii, mocy zwarciowej systemu, wartości kąta fazowego napięcia w momencie powstania zakłócenia.

### 1. WSTĘP

Aktualnie stosowane metody analizy parametrów pracy systemu elektroenergetycznego podczas zwarć wielofazowych zakładają z reguły jednoczesność występowania poszczególnych etapów zakłócenia. Na wynikach tej analizy opiera się dobór zarówno elementów układów elektroenergetycznych, jak i parametrów automatyki zakłóceńowej.

W rzeczywistości zwarcia te mają charakter niejednoczesny. Dotychczasowe badania wpływu niejednoczesności na przebiegi prądów zwarciowych wykazały - z uwagi na stosowane modele i metody obliczeniowe - jedynie istotny wpływ niejednoczesności na wartość składowej nieokresowej prądu zwarcia.

W ostatnich czasach wzrasta zainteresowanie składowymi swobodnymi wysokiej częstotliwości, występującymi w przebiegach przejściowych podczas stanów zakłóceńowych [3,4]. Wyniki badań spotkały się z zainteresowaniem ośrodków naukowych, zajmujących się zagadnieniami automatyki elektroenergetycznej, przy czym jedne z nich zakładają wykorzystanie składowych swobodnych do identyfikacji sygnałów zakłóceńowych, inne natomiast opowiadają się za dążeniem do ich eliminacji z sygnałów wejściowych układów automatyki.

Dotychczasowe badania wpływu niejednoczesności [5] na przebiegi prądów zwarciowych dotyczyły zwarć w układach jednostronnie zasilanych. W badaniach tych posługiwano się najczęściej modelem fizycznym układu lub oscylogramami otrzymanymi podczas prób w laboratoriach. Wyniki badań wykazały wzrost składowej nieokresowej w prądzie zwarciowym w stosunku do maksymal-



nie możliwej składowej występującej podczas zwarć jednoczesnych. Badania składowych swobodnych wysokiej częstotliwości były dotychczas prowadzone tylko przy założeniu jednoczesności zakłóceń.

Jedną z przyczyn nieuwzględnienia dotychczas niejednoczesności zakłóceń w badaniach składowych swobodnych wysokiej częstotliwości prądu i napięcia były trudności w znalezieniu odpowiedniej metody analizy.

W artykule przedstawiono wyniki badań [1,2] przeprowadzonych przy wykorzystaniu metody bezpośredniego modelowania z wykorzystaniem teorii grafów przepływu sygnałów. Obliczenia wykonano na maszynie analogowej ze sterowaniem logicznym ADT-3000.

## 2. METODA ANALIZY

Metoda bezpośredniego sekwencyjnego modelowania trójfazowego zastosowana do analizy zakłóceń niejednoczesnych pozwoliła - jak wykazały wyniki badań - szybko i stosunkowo dokładnie określić wpływ niejednoczesności zakłóceń oraz parametrów i konfiguracji układu na przebiegi przejściowe towarzyszące zakłóceniom. Bazę do sporządzenia grafów przepływu sygnałów wykorzystanych w tej metodzie stanowiły schematy zastępcze badanych układów. Na rysunku 1 przedstawiono graf przepływu sygnałów, odpowiadający schematowi zastępczemu układu dwustronnie zasilanego. Graf ten przewiduje zmiany jego struktury odpowiednio do rodzaju zwarcia. Kombinacja struktur elementarnych grafów odpowiada automatycznej zmianie połączeń elementów operacyjnych maszyny analogowej.

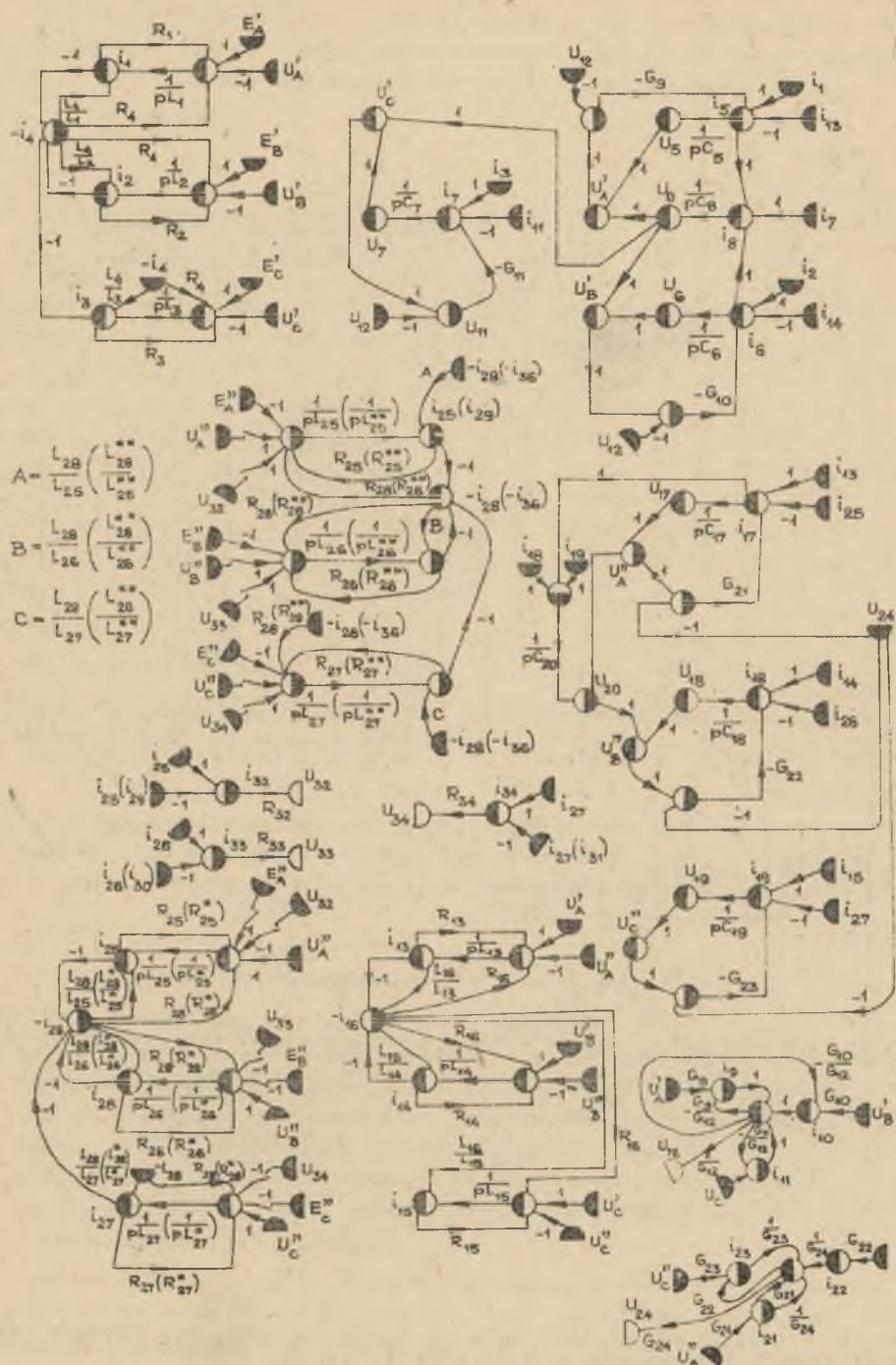
## 3. WPŁYW NIEJEDNOCZESNOŚCI NA PRZEBIEG PRĄDÓW I NAPIĘĆ PODCZAS ZWARĆ WIELOFAZOWYCH

Na podstawie przeprowadzonych badań stwierdzono, że niejednoczesność zakłóceń zwarciovych ma istotny wpływ na amplitudę i częstotliwość składowych swobodnych wysokiej częstotliwości. Głównymi czynnikami decydującymi o amplitudzie składowych są - rodzaj zwarcia i kąt początkowy napięcia.

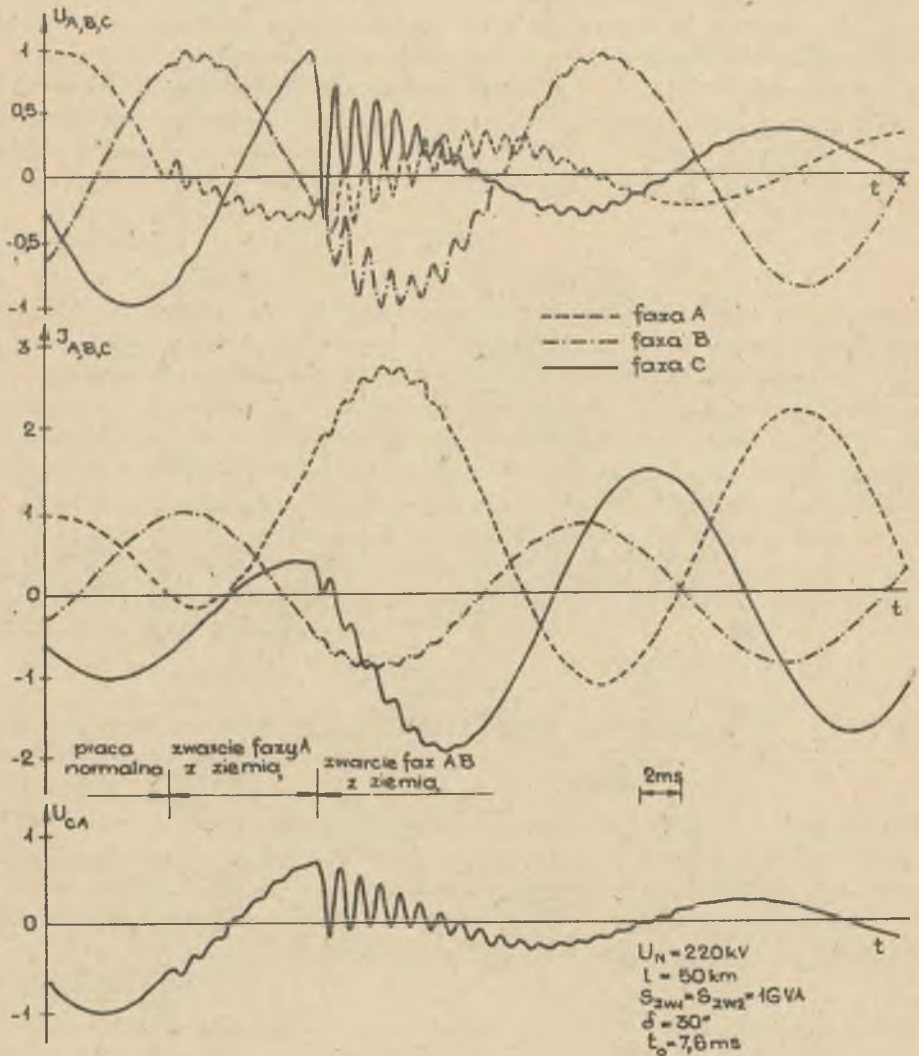
Przy zwarciu niejednoczesnym dwufazowym z ziemią opóźnienie zwierania drugiej fazy powoduje:

- zmianę kątów początkowych napięcia międzyfazowego faz zwartych, przy których występują maksymalne amplitudy oraz kątów, przy których składowe nie występują,
- wzrost maksymalnie możliwej amplitudy składowych.

Na rysunku 2 podano przykładowe przebiegi przejściowe napięć i prądów fazowych oraz napięcia międzyprzewodowego faz zwartych podczas niejednoczesnego zwarcia dwufazowego z ziemią.



Rys. 1. Graf przepływu sygnałów dla układu dwustronnie zasilanego

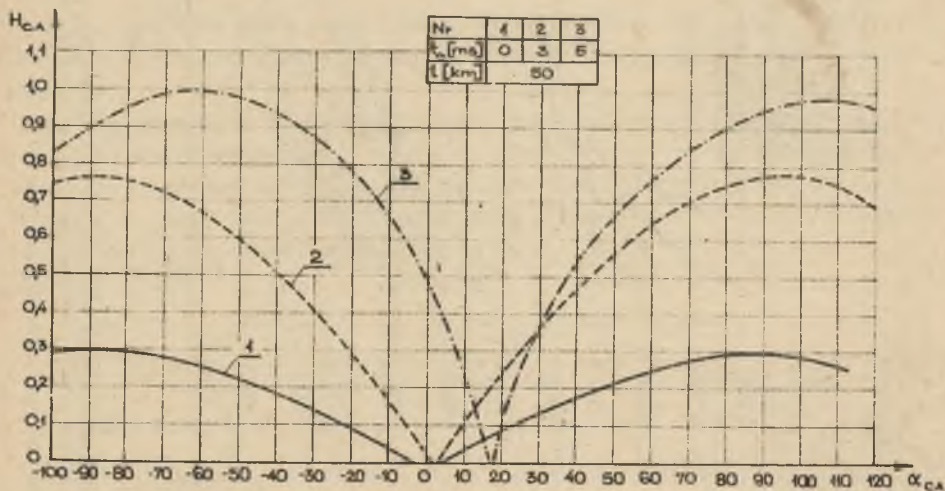


Rys. 2. Przebiegi przejściowe napięć i prądów fazowych oraz napięcia międzyprzewodowe faz zwartych podczas niejednoczesnego zwarcia faz A i C z ziemią w układzie dwustronnie zasilanym



Na rys. 3 przedstawiono przebiegi wartości amplitud składowych swobodnych wysokiej częstotliwości dla określonych czasów opóźnienia zwierania drugiej fazy podczas niejednoczesnego zwarcia dwufazowego z ziemią.

$H_{CA}$  – stosunek amplitudy składowej swobodnej wysokiej częstotliwości w napięciu międzyprzewodowym faz dotkniętych zwarem do amplitudy napięcia znamionowego międzyprzewodowego

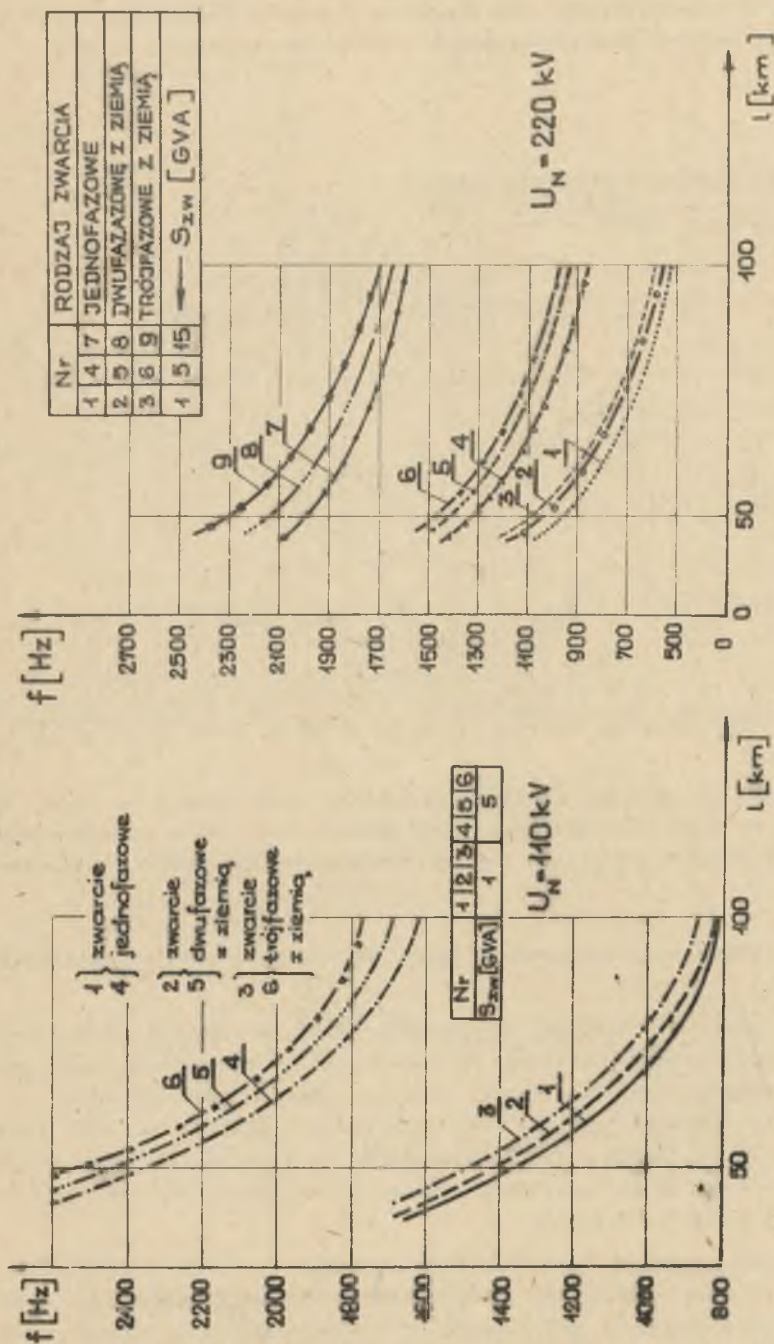


Rys. 3. Przebiegi wartości amplitud składowych swobodnych w napięciu  $U_{CA}$  w funkcji jego kąta fazowego  $\alpha_{CA}$ , przy zwarciu faz CA z ziemią dla podanych czasów opóźnienia  $t_0$  w układzie jednostronnie zasilanym

W wyniku badań niejednoczesnych zwarć trójfazowych z ziemią stwierdzono:

- wzrost maksymalnej amplitudy składowych pojawiających się w fazie zwieranej z opóźnieniem, w stosunku do maksymalnie możliwej amplitudy składowych występujących w tej fazie, podczas zwarcia jednoczesnego,
- zmianę kąta fazowego napięcia fazy zwieranej z opóźnieniem, przy którym składowe nie występują w stosunku do kąta, przy którym składowe zanikają podczas zwarcia jednoczesnego. Zmiana kątów odnosi się również do maksymalnych wartości amplitud.

Zarówno przy zwarciu dwufazowym z ziemią, jak i zwarciu trójfazowym z ziemią ze wzrostem długości linii oraz mocy zwarciowej podsystemów zasilających maleje amplituda składowych.



Rys. 4. Wykresy częstotliwości pierwszej składowej swobodnej występującej w przebiegach przejściowych faz swartych podczas zwarć z udziałem ziemi na końcu linii przesyłowej w zależności od jej długości  
 a - dla układu 110 kV, b - dla układu 220 kV

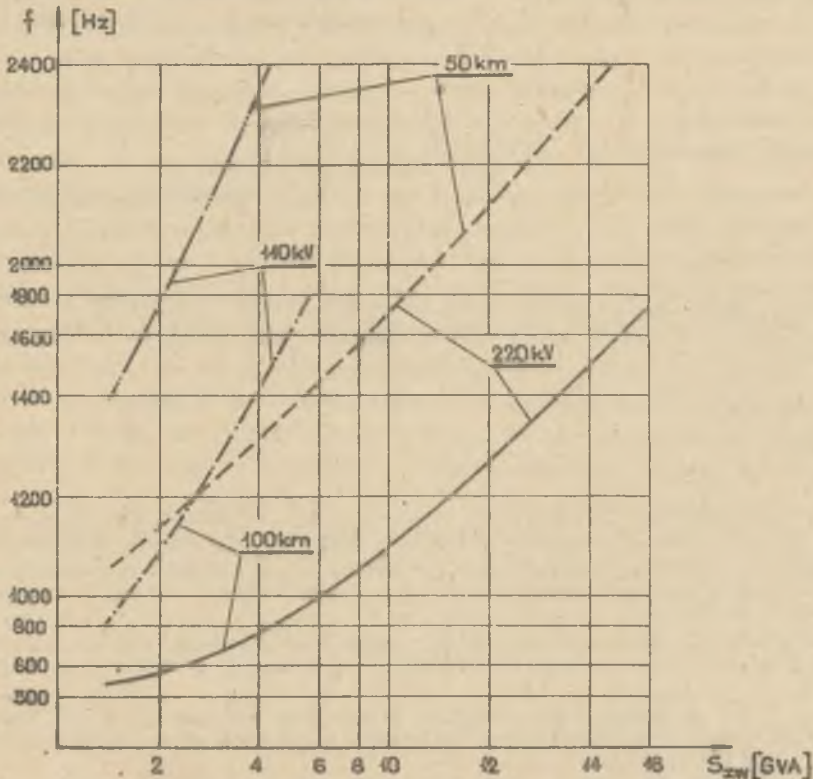
Wpływ niejednoczesności na amplitudę składowych swobodnych wysokiej częstotliwości – tak wyraźny przy zwarciach z udziałem ziemi – jest dla zwarcia trójfazowego bez udziału ziemi bardzo mały.

Czynnikami decydującymi o wartości częstotliwości składowych swobodnych wysokiej częstotliwości są:

- rodzaj zwarcia,
- miejsce zwarcia,
- długość linii,
- moc zwarciowa podsystemów zasilających.

Przeprowadzona analiza wykazała, że każdemu etapowi zwarcia niejednoczesnego odpowiada częstotliwość składowych występujących dla konkretnego zwarcia.

Na rys. 4 podano wykresy zależności częstotliwości składowych od długości linii, przy zwarciach z udziałem ziemi na jej końcu, dla różnych mocy zwarciowych podsystemów zasilających. Na rys. 5 przedstawiono wykresy zależności częstotliwości składowych od mocy zwarciowej przy różnych długościach linii dla zwarć bez udziału ziemi.



Rys. 5. Wykresy częstotliwości pierwszej składowej swobodnej występującej w przebiegach przejściowych faz zwartych podczas zwarć dwufazowych i trójfazowych na końcu linii przesyłowej w zależności od mocy zwarciowej podsystemu zasilającego



Wyniki badań dotyczących wpływu niejednoczesności na składowe nieokresowe prądu zwarciovego zostaną przedstawione w odrębnym opracowaniu.

#### 4. UWAGI KOŃCOWE

- a. Podczas badań zakłóceń wielofazowych należy uwzględnić niejednoczesność zwierania poszczególnych faz. Wynika to z faktu wyraźnej różnicy amplitud i częstotliwości składowych w przebiegach przejściowych, występujących podczas zwarc niejednoczesnych i jednoczesnych. Wielkość tej różnicy zależna jest od rodzaju zwarcia oraz konfiguracji układu.
- b. Dla zwarc wielofazowych, z udziałem ziemi, niejednoczesność powoduje zmianę wartości amplitudy składowych swobodnych wysokiej częstotliwości. Dla układów jednostronnie zasilanych wartości amplitud składowych swobodnych przy badanych zwarciach niejednoczesnych były nawet pięciokrotnie większe w porównaniu do zwarc jednoczesnych. W układzie dwustronnie zasilanym o poziomie napięcia 110 kV wzrost ten osiągał trzykrotną wartość amplitudy.
- c. Podczas niejednoczesnych zwarc wielofazowych z udziałem ziemi składowe swobodne wysokiej częstotliwości posiadają częstotliwości różne dla każdego rodzaju zwarcia. Zmiana rodzaju zwarcia powoduje zmianę częstotliwości składowych. Dla zwarcia trójfazowego oraz dwufazowego bez udziału ziemi częstotliwości składowych są identyczne.
- d. Przedstawione powyżej wnioski oraz wyniki badań podane w pracy mogą zostać wykorzystane dla potrzeb konstrukcji i eksploatacji układów automatyki zabezpieczeniowej i łączeniowej. Dotyczyć to będzie zarówno przy padków, gdy przebiegi przejściowe będą wykorzystywane do identyfikacji i lokalizacji zakłóceń, jak również gdy dążyć będzie się do ich eliminacji.

#### LITERATURA

- [1] Sowa P.: Przebiegi przejściowe podczas zakłóceń niejednoczesnych w wybranych układach elektroenergetycznych (praca doktorska). Gliwice 1979.
- [2] Lawera E., Sowa P.: Metody analizy złożonych zakłóceń niejednoczesnych w układach elektroenergetycznych, Prace IEiSU Politechniki Śląskiej, Gliwice 1978.
- [3] Boonyubool C.: Power transmission system fault simulation analysis and location. Ph. Dissertation Univerity of Missouri - Columbia, August 1968.
- [4] Johns A.T., Agganual R.K.: Digital simulation of faulted E.H.V. Transmission lines with particular reference to very high-speed protection. Proc. IEE Nr 4, 1976.

- [5] Ciok Z.: Zwarcia niejednoczesne w obwodach trójfazowych. Przegląd Elektrotechniczny 12/1962.

Wpłynęło do Redakcji dnia 20.VI.1980 r. Recenzent:

Doc. dr hab. inż. Tadeusz Łobos

ВЛИЯНИЕ НЕОДНОВРЕМЕННОСТИ МНОГОФАЗНЫХ КОРОТКИХ ЗАМЫКАНИЙ  
НА СВОБОДНЫЕ СОСТАВЛЯЮЩИЕ ВЫСОКОЙ ЧАСТОТЫ

Р е з ю м е

В статье представлен метод, а также результаты переходных процессов во время неодновременных многофазных коротких замыканий, обращая особенно внимание на свободные составляющие высокой частоты. Представлены зависимости частоты и амплитуды свободных составляющих высокой частоты от длины, мощности короткого замыкания системы, значения угла, определяющего фазу напряжения в моменте возникновения возмущения.

INFLUENCE NON-SIMULTANEOUS PHASE FAULTS ON HIGH  
FREQUENCY FREE COMPONENTS

S u m m a r y

In the paper an analysis of the results of transient phenomena associated with nonsimultaneous phase faults is described. Special attention is paid to the high frequency free components. The dependencies of the frequency and magnitude of the high-frequency free components on the transmission line length, the short circuit level, and the phase angle value of the voltage at the beginning of the transient process are also given.

Leonid Wikientiewicz BAGINSKIJ  
Nowosybirski Instytut Lektrotechniczny  
Katedra Elektrowni

ANALIZA SYGNAŁÓW WEJŚCIOWYCH ZABEZPIECZEŃ RÓŻNICOWYCH  
I PORÓWNAWCZO-FAZOWYCH OBIEKTÓW SKUPIONYCH  
PRZY GŁĘBOKICH NASYCENIACH PRZEKŁADNIKÓW PRĄDOWYCH

Streszczenie. W artykule przeprowadzono analizę sygnałów wejściowych zabezpieczeń różnicowych i porównawczo-fazowych obiektów skupionych przy głębokich nasyceniach przekładników prądowych. Zaproponowano zastosowanie maszyn cyfrowych do analizy tych sygnałów przy jednoczesnej aproksymacji krzywej magnesowania przekładników za pomocą charakterystyki prostokątnej. Przedstawiono model matematyczny przekładnika prądowego.

## 1. WPROWADZENIE

Zniekształcenia prądów wtórnych, spowodowane nasyceniem rdzeni przekładników prądowych w stanach nieustalonych w zasadniczy sposób wpływają na działanie zabezpieczeń różnicowych i porównawczo-fazowych. Aby ocenić wpływ stanów nieustalonych w przekładnikach prądowych na działanie rozpatrywanych zabezpieczeń, należy rozpatrzyć wpływ różnych czynników na zniekształcenia sygnałów wejściowych. W tym celu należy przeprowadzić analizę jakościową zależności sygnałów wejściowych od czynników wpływających na ich zniekształcenie. Temu zagadnieniu poświęcono już wiele prac (np. [1-7] i inne).

Najbardziej wiarygodne wyniki daje zastosowanie maszyn cyfrowych (np. [7]). Jednak dokładność obliczeń i związane z nią metody w wielu przypadkach nie mogą być z pożytkiem wykorzystane z uwagi na małą dokładność oszacowania danych wejściowych, szczególnie parametrów charakterystyki magnesowania. Dlatego też obok metod złożonych i dokładnych, w rozwiązaniu analizowanego problemu konieczne wydaje się zastosowanie metod prostszych. Ponieważ w niniejszej pracy rozpatruje się stany nieustalone tylko przy głębokich nasyceniach przekładników prądowych, właściwym rozwiązaniem jest aproksymacja krzywej magnesowania przekładników za pomocą charakterystyki prostokątnej [2,5,6]. Należy tu zauważyć, że możliwości jakie daje aproksymacja krzywych magnesowania charakterystyką prostokątną są nie w pełni wykorzystane. W artykule [6] poświęconym bezpośrednio opracowaniu szybkich metod obliczeniowych do analizy sygnałów wejściowych zabezpieczenia przy czynnym obciążeniu przekładników prądowych parametry tych sygna-

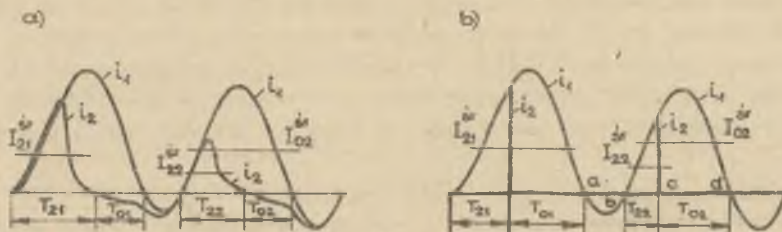


łów przedstawiono w postaci rodziny krzywych opracowanych dla drugiego i następnych okresów stanu przejściowego przy maksymalnym udziale składowej nieokresowej. Jednakże prawdopodobieństwo maksymalnego udziału składowej nieokresowej w prądzie zwarciovym jest niewielkie [8], a przedstawione w postaci rodziny krzywych zależności nie umożliwiają przeprowadzenia oceny wpływu poszczególnych czynników na sygnały wejściowe zabezpieczenia.

Celem niniejszej pracy jest określenie zależności sygnałów wejściowych rozpatrywanych zabezpieczeń od parametrów prądu pierwotnego i obwodów wtórnych oraz analiza ogólna przeprowadzona na podstawie tych zależności. Żąda się przy tym, aby wyniki analizy jakościowej posiadały dostatecznie prostą postać, aby mogły być wykorzystane do obliczeń w praktyce inżynierskiej.

## 2. PODSTAWOWE ZAŁOŻENIA

Objektami skupionymi, dla których stosuje się zabezpieczenia różnicowe i porównawczo-fazowe są podstawowe elementy stacji i elektrowni, tj.: szyny zbiorcze, transformatory, generatory i silniki synchroniczne. Uwzględniają, że w warunkach rzeczywistych przy zwarcioach w pobliżu tych obiektów stałe czasowe składowych nieokresowych  $T_a \geq 0,15$  s, a obciążenie przekładników prądowych ma charakter praktycznie czynny, analizę ograniczono jedynie do rozpatrzenia stanów przejściowych przy tych założeniach.



Rys. 1. Przebiegi prądowe początkowego etapu stanu przejściowego w przekładniku prądowym

a - o charakterystyce rzeczywistej, b - o charakterystyce prostokątnej

Na rys. 1 przedstawiono przebiegi początkowego etapu stanu przejściowego w przekładniku prądowym o obciążeniu czynnym przy początkowym kącie zwarcia  $\alpha = 0$ . W charakterze sygnałów zabezpieczenia różnicowego przy zwarcioach wewnętrznych (w niniejszej pracy) przyjmuje się średnie wyprostowane wartości prądu wtórnego za okres, tj.  $I_{2n}^{kr}$  (gdzie:  $n$  - numer okresu), a przy zwarcioach zewnętrznych  $I_{on}^{kr}$  (sygnał użyteczny, tj. maksymalnie możliwy prąd różnicowy). W charakterze sygnału wejściowego zabezpieczenia porównawczo-fazowego przyjmuje się czas występowania sygnału wtórnego  $T_{2n}$

przy zadanym poziomie formowania. Wtedy sygnał użyteczny określa się jako:  $T_{on} = T_{1n} - T_{2n}$ ; gdzie  $T_{1n}$  - czas występowania odpowiedniej półfali prądu pierwotnego. Na rys. 1 wielkości te dla pierwszego okresu oznaczono odpowiednio  $I_{21}^{sr}$ ,  $I_{01}^{sr}$ ,  $T_{21}$ ,  $T_{01}$ , a dla drugiego okresu -  $I_{22}^{sr}$ ,  $I_{02}^{sr}$ ,  $T_{22}$ ,  $T_{02}$ , przy czym przyjęto, że poziom formowania sygnału zabezpieczenia porównawczo-fazowego jest dużo mniejszy od amplitudy prądu pierwotnego  $I_{1M}$ . W przypadku gdy obydwie wielkości są porównywalne,  $T_{2n}$  należy zmniejszyć o czas narastania sygnału do takiego poziomu formowania, który można bezpośrednio określić z równania prądu pierwotnego.

Ponadto, w modelu matematycznym stanu przejściowego przyjęto następujące założenia:

- Prąd pierwotny przyjęto jako przebieg złożony ze składowej okresowej sinusoidalnie zmiennej o częstotliwości podstawowej i składowej aperiodycznej.
- Prąd pierwotny przed zwarcie przyjęto równy zero.
- Składową aperiodyczną prądu pierwotnego w czasie, w którym występuje prąd wtórny przyjęto jako przebieg nietłumiony (przedziały  $T_{21}$  i  $T_{22}$  na rys. 1b). Założenia tego nie wykorzystuje się przy analizie sygnału użytecznego  $I_{on}^{sr}$ .

### 3. MODEL MATEMATYCZNY I WARUNKI NASYCENIA PRZEKŁADNIKA PRĄDOWEGO

Model matematyczny przekładnika prądowego przy przyjętych założeniach można zapisać za pomocą równań:

$$i_1 = i_0 + i_2 \quad (1)$$

$$\psi = \psi_r + R \int_0^t i_2 dt \quad (2)$$

$$i_0 = \begin{cases} 0, & \text{jeżeli } \psi \leq \psi_s \\ i_1, & \text{jeżeli } \psi > \psi_s \end{cases} \quad (3)$$

$$i_1 = I_{1M} \left[ -\cos(\omega t + \alpha) + \cos \alpha \exp\left(-\frac{t}{T_a}\right) \right], \quad (4)$$

w których:

$i_0, i_1, i_2$  - wartości chwilowe prądów: magnesującego, pierwotnego i wtórnego,

$\psi_r, \psi_s, \psi$  - strumienie: resztkowy, nasycenia i chwilowy,

$R$  - rezystancja obwodu wtórnego przekładnika.

Ponieważ przy przyjętych założeniach stan nieustalony wnosi zniekształcenia sygnałów wejściowych zabezpieczeń tylko przy nasyceniu przekładników prądowych, należy określić numer okresu, w którym to nasycenie wystąpi po raz pierwszy, tj. okres pierwszego nasycenia. Rozwiązując równania (1) ÷ (4) i oznaczając

$$\Delta V_s = \frac{\psi_s - \psi_r}{V_s}$$

otrzymuje się (uwzględniając tłumienie składowej aperiodycznej):

$$\Delta V_s = \frac{1}{A_z} \left\{ \sin \alpha - \sin(\omega t_a + \alpha) + \omega T_a \cos \alpha \left[ 1 - \exp\left(-\frac{t_a}{T_a}\right) \right] \right\} \quad (5)$$

W równaniu tym  $t_a$  oznacza czas od początku stanu nieustalonego do chwili, w której znak prądu pierwotnego w przekładniku o charakterystyce prostokątnej zmienia się od zgodnego ze znakiem składowej aperiodycznej do przeciwnego (p. rys. 1b). Czas ten określa się z równania (4) przy  $i_a = 0$ . Współczynnik  $A_z = \frac{\omega \psi_s}{I_{1M} R}$  występujący w równaniu (5) jest uogólnionym parametrem [5].

Wielkość  $\Delta V_{s,w}$  równania (5) należy wyznaczyć, przyjmując najpierw  $t_a$  dla okresu pierwszego, a następnie dla kolejnych okresów dopóki nie będzie spełniona zależność:  $\Delta V_s \geq \Delta V_{s,w}$ . Okres ten będzie okresem pierwszego nasycenia. Warunek nasycenia przekładnika prądowego w pierwszym okresie przy  $T_a \geq 0,2$  s może być wyznaczony orientacyjnie przy założeniu braku tłumienia składowej nieokresowej na podstawie zależności:

$$\Delta V_{s,w} \leq \frac{2}{\omega} [\sin \alpha + (\pi - \alpha) \cos \alpha] \quad (6)$$

Zależność ta daje nieco zawyżone wyniki przy  $\alpha = 0$  (do 20%), lecz przy  $\alpha \geq 30^\circ$  błąd nie przekracza 3%.

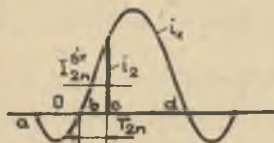
W rozpatrywanym przypadku, przy stosunkowo dużej zawartości składowej nieokresowej w prądzie zwarciovym ( $\alpha \leq 60^\circ$ ), maksymalne nasycenie przekładnika prądowego wystąpi w okresie, bezpośrednio po okresie pierwszego nasycenia. Na rys. 2 przedstawiono oscylogram prądu w okresie maksymalnego nasycenia przy przyjętych wcześniej założeniach, przy czym składową nieokresową prądu pierwotnego przyjęto tu równą:

$$i_a = i_a(t_b) = I_{1M} \cos \alpha G,$$

gdzie:

$$G = \exp\left(-\frac{t_b}{T_a}\right).$$

Rys. 2. Przebiegi prądowe początkowego etapu stanu przejściowego w przekładniku prądowym o charakterystyce prostokątnej





Z równań (1) ÷ (3) wynika, że w okresie pierwszego maksymalnego nasycenia oraz w następnych, w których występuje głębokie nasycenie, spełniona jest równość:

$$\Delta \Psi_{bo} = -\Delta \Psi_{ab}, \quad (7)$$

(p. rys. 2), przy czym w całym przedziale  $t_{ab}$  transformacja jest "idealna".

Wykorzystując równość (7) oraz uwzględniając, że

$$G \cos \alpha = \cos(\omega t_b + \alpha) = \cos \omega t_{ob} \quad (8)$$

łatwo otrzymać wzory, które przedstawiono w wierszach 1 i 2 tabelicy 1. W dalszych rozważaniach wzory zamieszczone w tej tabelicy będą oznaczane indeksami odpowiadającymi danemu wierszowi i kolumnie.

Tabelica 1

Zestawienie zależności opisujących sygnały wejściowe zabezpieczenia różnicowego i porównawczo-fazowego w stanach nieustalonych

Nr wzoru	a) Zabezpieczenie różnicowe	b) Zabezpieczenie porównawczo-fazowe
1	$I_{2n}^{sr} = I_1 (\sin \omega t_{ob} - \omega t_{ob} G \cos \alpha)$	$T_{21} = \frac{1}{\omega} \sqrt{1 - \left( \frac{2\omega t_{ob} G \cos \alpha}{\sin \omega t_{ob}} - 1 \right)^2}$
2	$I_{22}^{sr} = I_1 \sqrt{1 - \cos^2 \alpha G^2} (1 - G \cos \alpha)$	$T_{22} = \frac{2}{\omega} \sqrt{G \cos \alpha (1 - G \cos \alpha)}$
3	$I_{0n} = \frac{I_{1M} \cdot T_a \cos \alpha}{T} \left[ \exp\left(-\frac{t_a}{T}\right) - \exp\left(-\frac{t_b}{T}\right) \right]$	$T_{0n} = t_{bd} - T_{2n}$
4	$I_{02}^{sr} = I_{1M} \cos \alpha \exp\left(-\frac{t_b}{T_a}\right)$	$T_{02} = t_{bd} - T_{22}$
5	$I_{21}^{sr} = \frac{I_1^{sr}}{2} \left( \frac{\Delta Y_{S*} A_z}{2} + \sin \omega t_{ob} + \right. \\ \left. - \omega t_{ob} \cos \alpha G \right)$	$T_{21} = \frac{2}{\omega} \sqrt{\Delta Y_{S*} A_z}$
6	—	$T_{21} = \frac{1}{\omega} \sqrt{2 \cdot \Delta Y_{S*} \cdot A_z}$

## 4. ANALIZA PRZYDATNOŚCI WZORÓW Z TABLICY 1

Wzór (1a) - w którym  $I_1^{\text{sr}}$  oznacza wartość średnią składowej okresowej prądu pierwotnego - potwierdza fakt, że maksymalne zniekształcenie prądu wtórnego przy występowaniu składowej aperiodycznej nie zależy od strumienia resztkowego  $\psi_r$  i rezystancji obciążenia  $R$ , natomiast zależy od prądu pierwotnego i zawartości składowej w rozpatrywanym okresie. Przy  $T_a \geq 0,15$ s niedokładność obliczenia prądu  $I_{2n}^{\text{sr}}$  wskutek pominięcia tłumienia składowej nieokresowej nie przekracza (7-10%). Wzór (1a) może być stosowany dla dowolnego okresu głębokiego nasycenia po pierwszym okresie nasycenia maksymalnego. Jednakże korzystanie z niego jest utrudnione ze względu na konieczność uprzedniego określenia wartości  $\omega t_{\text{ob}}$  z równania (4). Jeżeli pierwsze maksymalne nasycenie występuje w drugim okresie i  $\alpha \leq 50^\circ$ , to można korzystać ze wzoru (2a), który daje wyniki zawyżone do ok. 20% w porównaniu z wartościami  $I_{2n}^{\text{sr}}$  określonymi przy uwzględnieniu tłumienia składowej nieokresowej.

Wzór (3a) wyprowadzony jest dla obciążenia sygnału użytecznego w zabezpieczeniu różnicowym, dla  $T = 0,02$  s z uwzględnieniem tłumienia przy jedynym założeniu, że

$$\frac{1}{\omega} [\sin(\omega t_a + \alpha) - \sin(\omega t_d + \alpha)] \approx 0,$$

Założenie to jest słuszne, ponieważ przy  $T_a \geq 0,15$  s  $t_d$  prawie nie różni się od  $t_a + T$ , tj. praktycznie  $t_{\text{ad}} = T$  (p. rys.2), a  $\cos \alpha T_a \approx \frac{1}{\omega}$ . Warto tu zauważyć, że prawa strona wzoru (3a) odpowiada praktycznie średniej wartości składowej aperiodycznej prądu zwarciovego za okres  $t_{\text{ad}}$ . Z uwzględnieniem poprzednio przyjętych założeń wzór ten przyjmuje postać (4a). Tak więc wartość średnia maksymalnego sygnału użytecznego jest praktycznie równa średniej wartości składowej aperiodycznej prądu zwarciovego i nie zależy od obciążenia oraz od strumienia resztkowego.

Wszystkie wzory opisujące sygnały wejściowe zabezpieczenia porównawczo-fazowego wyprowadzono przy założeniu, że  $\sin \omega T_{2n} = \omega T_{2n}$ . Ze wzoru (1b) wynika, że sygnał wejściowy w okresie pierwszego maksymalnego nasycenia nie zależy od wielkości  $R$ ,  $\psi_r$  i  $I_{1M}$ . Wzór ten może być zastosowany dla dowolnego okresu stanu przejściowego, występującego po okresie pierwszego maksymalnego nasycenia, jeżeli dopuszczalne jest założenie  $\sin \omega T_{2n} = \omega T_{2n}$ . Wzór (2b) może być zastosowany tylko dla drugiego okresu, jeśli okres ten jest okresem pierwszego maksymalnego nasycenia.

W większości przypadków stopień zniekształcenia sygnału w okresie pierwszego maksymalnego nasycenia nie ma istotnego znaczenia z punktu widzenia prawidłowości działania rozpatrywanych zabezpieczeń. Istnieją jednak przypadki, w których zwarcio wewnętrznemu towarzyszy przepływ prądu znacznie przekraczający prąd zwarcia zewnętrznego (np. w zabezpieczeniach transformatorów lub bloków generator-transformator). Ponadto strumień resztko-

wy może okazać się tu dodatkowym, niesprzyjającym zjawiskiem. Wtedy zniekształcenie sygnału w pierwszym okresie może być na tyle duże, że sygnał wejściowy o niedostatecznej wartości nie doprowadzi do rozruchu zabezpieczenia. Wskutek tego w okresie pierwszego maksymalnego nasycenia zniekształcenie to będzie jeszcze większe. Występuje zatem opóźnienie w zadziałaniu zabezpieczenia, które może trwać kilka okresów. W związku z tym zachodzi potrzeba przeprowadzenia szacunkowej oceny wartości sygnału w pierwszym okresie, jeśli okres ten jest okresem pierwszego maksymalnego nasycenia. Wzór (5a) umożliwia przeprowadzenie takiej oceny dla zabezpieczenia różnicowego. Wynika z niej, że prąd  $I_{21}^{sr}$  zależy nie tylko od wartości prądu pierwotnego i zawartości składowej nieokresowej, lecz także od obciążenia przekładnika prądowego i strumienia resztkowego.

Wzorów umożliwiających określenie wartości sygnału wejściowego zabezpieczenia porównawczo-fazowego w pierwszym okresie (jeśli jest to okres pierwszego nasycenia) dla dowolnych wartości  $\alpha$  nie udało się wyprowadzić. Otrzymano jedynie wzory dla przypadków szczególnych. Równania (5b) i (6b) są wiarygodne odpowiednio przy  $\alpha = 0$  i  $\alpha = 90^\circ$  i wyprowadzono je przy założeniu, że  $\sin 0,5 \omega T_{21} = 0,5 \omega T_{21}$ , co daje błąd o wartości ok. 20% przy  $\omega T_{21} \approx 2$ . Ponadto przyjęto  $t_m$ , że składowa nieokresowa nie jest tłumiona. Z równań tych wynika, że wartość rozpatrywanego sygnału zależy od tych samych czynników co i  $I_{21}^{sr}$ . W tych samych warunkach obciążenia przekładnika sygnał wejściowy przy braku składowej nieokresowej w prądzie pierwotnym ( $\alpha = 90^\circ$ ) jest mniejszy niż przy maksymalnej zawartości składowej nieokresowej ( $\alpha = 0$ ). Tłumaczy się to tym, że w pierwszym przypadku szybkość narastania prądu pierwotnego (a więc i wtórnego) jest znacznie większa i szybciej następuje nasycenie niż w drugim przypadku. Właściwość ta posiada znaczenie jedynie w takich przypadkach, w których rozruch zabezpieczenia występuje w pierwszym półokresie stanu przejściowego. Istotnie, przy  $\alpha = 90^\circ$  w drugim półokresie  $\Delta \psi_{s*} = 2$  i wartość sygnału wyznaczona na podstawie wzoru (6b) jest większa niż wartość sygnału wyznaczona z zależności (5b).

## 5. WNIOSKI

- a) Zastosowanie prostokątnej charakterystyki magnesowania do analizy pracy przekładników prądowych w stanach nieustalonych umożliwia znalezienie dostatecznie prostych wzorów do orientacyjnych obliczeń sygnałów wejściowych zabezpieczeń różnicowych i porównawczo-fazowych podstawowych elementów stacji i elektrowni, przy stałej czasowej nie mniejszej niż 0,15 s z uwzględnieniem wszystkich czynników, od których zależą te sygnały.
- b) Wartości sygnałów użytecznych zabezpieczeń różnicowych i porównawczo-fazowych w okresach następujących po okresie nasycenia przekładnika,



nie zależą od strumieni resztkowych i obciążenia przekładników prądowych. Sygnały wejściowe zabezpieczenia porównawczo-fazowego nie zależą także od wielkości prądu pierwotnego.

- c) Maksymalna wielkość średniej wartości prądu różnicowego za okres w stanie nieustalonym praktycznie jest równa średniej wartości składowej nieokresowej prądu pierwotnego w tym okresie.
- d) Jeśli w pierwszym okresie stanu przejściowego przekładnik prądowy nasyca się, to na wartość sygnałów wejściowych zabezpieczeń: różnicowego i porównawczo-fazowego w tym okresie, oprócz czynników wymienionych w p.2, istotnie wpływa wartość strumienia resztkowego i obciążenia przekładnika. Sygnał wejściowy zabezpieczenia porównawczo-fazowego na początku stanu przejściowego przy braku składowej nieokresowej może być mniejszy niż przy maksymalnej zawartości składowej nieokresowej.

#### LITERATURA

- [1] Drozdov A.D.: Električeskije oepn s ferromagnitnymi serdecnikami w relejnoj zaščicie; *Energia*, 1965, s. 240.
- [2] Wright A.: Current transformer; London 1968, s. 300
- [3] Wiszniewski A.: Improvement of current-transformer transient performance; *Proc. IEE*, Vol. 119, Nr 5, 1972, s. 564-568.
- [4] Żydanowicz J.: Niektóre zagadnienia związane z doбором przekładników prądowych do zabezpieczeń szybko działających; *Materiały III Międzynarodowej Konf. Nauk. - Aktualne problemy elektroenergetyczne automatyki zabezpieczeniowej*; Gliwice 1975, s. 183-201.
- [5] Kazanskij V.E.: Transformatory toka v ustrojstwach relejnoj zaščity i awtomatiki, *Energia*, 1978, s. 264.
- [6] Kužekov S.L. i in.: Universalnye charakteristiki transformatorov toka v pieriechodnom režimie korotkogo zamykanija; *Električestvo* 1975, Nr 2, s. 9-14.
- [7] Nevaš V.I., Korolev O.P.: Matematičeskoje modelirovanije distancionnoj zaščity LEP svierchrysokogo napraženija; *Izvestia Vuzov-energetika*, 1975, Nr 2, s. 13-18.
- [8] Drozdov A.D. i in.: Vierojatnost vozniknovienija bolšykh pogriešnostej transformatovo toka v pieriechodnyh režymach i ocenka dejstviija relejnyh zaščity; *Električestvo*, 1978, Nr 6, s. 29-39.

Wpłynęło do Redakcji 20.VI.1980 r.

Recenzent:

Doc. dr hab. inż. Willibold Winkler

## АНАЛИЗ ВХОДНЫХ СИГНАЛОВ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ И ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНО-ФАЗНЫХ ЗАЩИТ СОСРЕДОТОЧЕННЫХ ОБЪЕКТОВ ПРИ НАСЫЩЕННЫХ ТРАНСФОРМАТОРАХ ТОКА

## Резюме

В статье представлен анализ входных сигналов дифференциальных и дифференциально-фазных защит сосредоточенных объектов при насыщениях трансформаторов тока. Предлагается применять вычислительные машины для анализа тех сигналов с одновременной аппроксимацией кривой намагничивания ТТ с помощью прямоугольной характеристики. Представлена математическая модель трансформатора тока.

ANALYSIS OF DIFFERENTIAL AND PHASE-COMPARISON  
PROTECTION INPUT SIGNALS OF CONCENTRATED OBJECTS  
DURING CONSIDERABLE CURRENT TRANSFORMER SATURATIONS

## Summary

The input-signals of differential and phase-comparison protection during considerable saturation of current transformers have been analyzed. It has been proposed to analyze the above mentioned signals by means of digital computers substituting the real magnetization characteristic by the rectangular characteristic. A mathematical model of the current transformer has been presented.

A. WITANOW,

L. PANDEWA

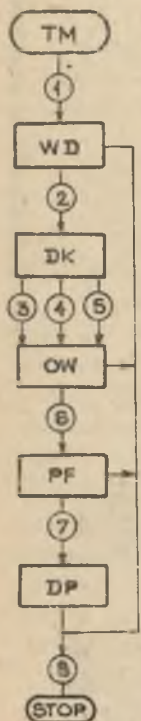
Instytut Elektroenergetyki

Sofia - Bułgaria

## ALGORYTM CYFROWEGO ZABEZPIECZENIA ODLEGŁOŚCIOWEGO

**Streszczenie.** W artykule omówiono koncepcję cyfrowego zabezpieczenia odległościowego i SPZ linii 110-400 kV. Przedstawiono algorytm takiego zabezpieczenia z realizacją w mikrokomputerze.

## 1. WSTĘP



W artykule rozpatruje się podstawowe założenia algorytmu eksperymentalnego, cyfrowego zabezpieczenia odległościowego i SPZ linii 110-400 kV. Algorytm składa się z kilku części - podprogramów (p/p), rys. 1, a jego skład zmienia się w zależności od stanu pracy linii, identyfikacji i likwidacji ewentualnego zwarcia. Organizacja i działanie algorytmu rozpatrzone zostaną po opisanie poszczególnych podprogramów.

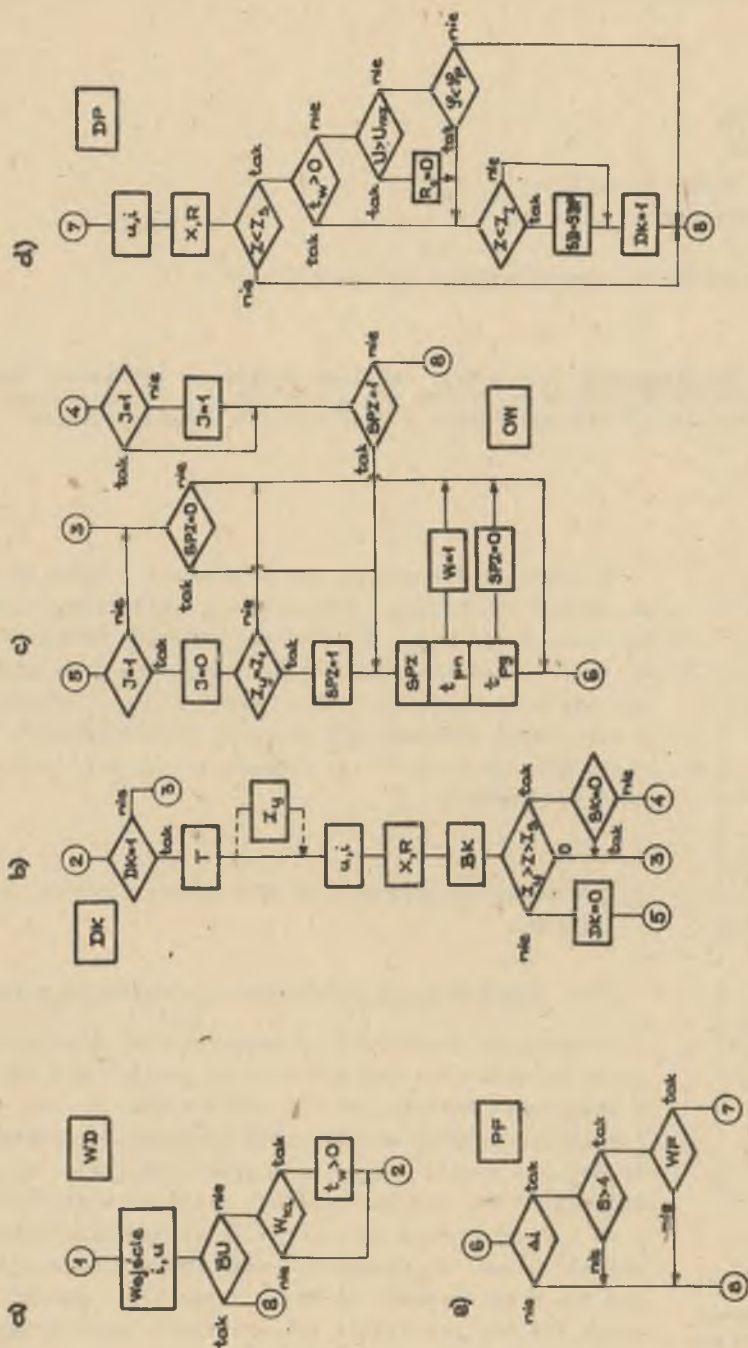
## 2. STRUKTURA ALGORYTMU CYFROWEGO ZABEZPIECZENIA ODLEGŁOŚCIOWEGO

## 2.1. Podprogram WD wprowadzania informacji wejściowych

Podprogram WD, którego schemat blokowy przedstawia rysunek 2a umożliwia wprowadzenie do pamięci EMC informacji o chwilowych wartościach 8 wielkości analogowych kontrolowanych za pomocą przetwornika analogowo-cyfrowego (ACP); (prądy i napięcia fazowe oraz prąd i napięcie kolejności zerowej). Chwilowe wartości ww. przebiegów mierzone są co 1 ms i przekazywane na czas 30 ms do pamięci, której zawartość ulega cyklicznym zmianom. Wybrany okres próbkowania  $T = 1$  ms zapewnia szybkość działania zabezpieczenia rzędu 5+8 ms, pobudzenie zabezpieczenia wyprzedzające ewentualne nasycenie przekładników prądowych oraz pozwala na

Rys. 1. Schemat ideowy programu cyfrowego zabezpieczenia odległościowego





Rys. 2. Schematy ideowe podprogramów

prawidłowy pomiar harmonicznych o częstotliwościach do 500 Hz. Podprogram WD, oprócz wprowadzenia danych, umożliwia blokowanie algorytmu w przypadku uszkodzeń w obwodach napięciowych (blok BU, rys. 2a) oraz zapewnia bezkierunkowe działanie zabezpieczenia po czasie  $t_w$ , (np. 100 ms), po każdym założeniu wyłącznika rys. 2a,d),

## 2.2. Podprogram PF rozruchu podprogramów odległościowych

Główne podprogramy DK i PF algorytmu zabezpieczenia, obejmujące duży zakres obliczeń, powinny być uruchomione tylko wtedy, jeśli istnieje pewność, że w strefie chronionej przez zabezpieczenie wystąpiło zwarcie. Zezwolenie na uruchomienie podprogramu DP, równoznaczne z rozruchem zabezpieczenia, wydaje podprogram PF, który dokonuje również wyboru uszkodzonych faz.

Schemat ideowy p/p PF, w skład którego wchodzi bloki  $\Delta i$  i WF, przedstawia rys. 2c.

### 2.2.1. Blok $\Delta i$ podprogram PF

Jeżeli w ciągu  $1/4$  okresu chwilowe wartości jednego lub więcej z kontrolowanych prądów oraz odpowiadające im chwilowe wartości z okresu poprzedniego spełniają poniższą nierówność [1,5]:

$$|i(t) - i(t-T)| > C |i(t-T)| \quad (1)$$

blok  $\Delta i$  p/p PF stwierdza zwarcie i zezwala na wybór uszkodzonych faz, co w efekcie prowadzi do uruchomienia podprogramu DP. Wartość współczynnika C powinna zapewnić rozruch zabezpieczenia we wszystkich możliwych przypadkach zwarć i jednocześnie uniemożliwić jego rozruch przy zmianach częstotliwości lub kołysaniach mocy związanych ze zwarcie poza strefą chronioną. Analiza tych warunków określa wartość współczynnika  $C = 0,6 + 0,7$ . Porównywanie chwilowych wartości prądów winno odbywać się w ciągu całego okresu celem uniknięcia powtórnych rozruchów zabezpieczenia, związanych ze składową aperiodyczną. Praktyczna realizacja bloku  $\Delta i$  jest następująca. Dla każdego z kontrolowanych prądów zarezerwowana jest komórka pamięci EMC spełniająca rolę licznika rozruchu ( $SP_A, SP_B, SP_C, SP_0$ ). Bieżące wartości prądów porównywane są ze znajdującymi się w pamięci wartościami sprzed okresu T. Jeżeli warunek (1) jest spełniony, do zawartości odpowiedniego licznika rozruchu SF dodaje się 1, a jeśli warunek ten nie jest spełniony i zawartość licznika jest większa od 0, odejmuje się 1.

Po zakończeniu porównywania wszystkich chwilowych wartości prądów z dwóch następujących po sobie okresów, określa się maksymalne ze wskazań liczników i jeżeli  $s \geq 5$ , p/p PF dokonuje wyboru uszkodzonych faz.

Dla uniknięcia zbędnych rozruchów po wyłączeniu zwarcia, p/p PF nie pracuje przez okres 20 najbliższych próbkowań.

### 2.2.2. Blok WF podprogramu PF

Jeżeli  $S > 5$  blok WF sprawdza liczniki SP w kolejności A,B,C,0. Dwa pierwsze liczniki, których wskazania są równe 3 lub są większe od 3, określają uszkodzone fazy, z którymi "będzie pracować" p/p DP. Taka zasada wyboru daje pierwszeństwo pomiarom międzyfazowym, które są dokładniejsze. W przypadku gdy blok Δ stwierdzi zwarcie w czasie trwania innego zwarcia, wybrane fazy porównywane są z fazami, z którymi "pracuje" p/p dK i jeżeli są one zgodne, rozruch p/p DP jest anulowany.

### 2.3. Podprogram DP

Podprogram DP, którego schemat ideowy przedstawia rys. 2d modeluje pracę impedancyjnych członów rozruchowych zabezpieczeń analogowych; spełnia on ponadto szereg specjalnych funkcji.

Danymi wejściowymi p/p DP są wartości chwilowe napięć i prądów odpowiadające chwilom czasowym  $N > N_0$ , ( $N_0$  - początkowa chwila zwarcia określona przez podprogram PF). Działania p/p DP jest jednokrotne w oparciu o wartości chwilowe napięć i prądów uzyskane w chwili N, w której p/p PF wybrał uszkodzone fazy.

W skład p/p DP wchodzi następujące ważniejsze bloki:

- bloki  $u$  i oraz  $X, R$  służące do obliczenia impedancji pętli zwarcia,
- blok  $Z < Z_S$ , określający czy impedancja pętli zwarcia znajduje się wewnątrz charakterystyki rozruchowej,
- blok  $U > U_{mz}$ , sprawdzający amplitudę napięcia pętli zwarcia,
- blok  $\gamma < \gamma_p$ , spełniający rolę członu kierunkowego,
- blok  $Z < Z_I$  sprawdzający czy zwarcie znajduje się w I strefie.

#### 2.3.1. Bloki $u$ , i oraz $X, R$

Z wielu możliwych metod określania impedancji pętli zwarcia [2,3,5,6,7] wybrano metodę jej obliczenia z równania różniczkowego linii [2,6]. Otrzymane w ten sposób rezultaty nie zależą od zawartości harmonicznej w prądach i napięciach i od składowych aperiodycznych. W programie stosuje się prosty schemat zastępczy linii złożony z elementów  $R, L$ , który zapewnia zadawalającą dokładność, jeżeli długość linii nie przekracza 200 km.

Napięcie na pętli zwarcia można zapisać w postaci:

$$u = Ri' + \frac{X}{\omega} \frac{di}{dt} \quad (3)$$



Wielkości  $u$ ,  $i$ ,  $i'$ , które wykorzystywane są w podprogramach DP i DK będą nazywane roboczymi. Dla zwarcia międzyfazowych, np. faz A i B, można zapisać:

$$u = u_A - u_B; \quad i = i' = i_A - i_B \quad (4a)$$

Przy zwarciach jednofazowych wielkości robocze mają postać:

$$u = u_A; \quad i = i_A + k_{ox} 3i_o; \quad i' = i_A + k_{or} 3i_o \quad (4b)$$

Współczynniki w równaniach (4b) określone są następująco:

$$k_{ox} = (X_o - X) \frac{1}{3X}; \quad k_{or} = (R_o - R) \frac{1}{3R} \quad (5)$$

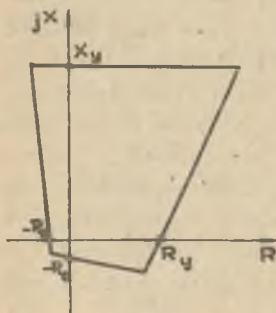
Należy zauważyć, że w tradycyjnych zabezpieczeniach przekąźnikowych przyjmuje się  $k_{ox} = k_{or}$  i odpowiednio  $i = i'$ . Założenie upraszczające może prowadzić do błędów przy obliczaniu  $R$ , osiągających wartość 70%.  $X, R, X_o, R_o$  we wzorach (3) i (5) oznaczają rezystancje i reaktancje linii, dla składowej zgodnej i zerowej, do miejsca zwarcia.

Dekonując numerycznego całkowania równania (3), [6] wartości  $R$  i  $X$ , dla chwili czasowej  $N$ , określić można z układu równań:

$$\frac{\Delta t}{2} \begin{vmatrix} u_N + u_{N-1} \\ u_{N-1} + u_{N-2} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} i'_N + i'_{N-1} & i_N - i_{N-1} \\ i'_{N-1} + i'_{N-2} & i_{N-1} - i_{N-2} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} R_N \frac{\Delta t}{2} \\ \frac{X_N}{\omega} \end{vmatrix}, \quad (6)$$

w którym występują wartości wielkości roboczych dla chwil czasowych  $N-2$ ,  $N-1$  i  $N$ .

### 2.3.2. Bloki $Z < Z_3$ , $Z < Z_I$



Charakterystyki wszystkich stref zabezpieczenia, na płaszczyźnie  $R, jX$ , są oworokątne (rys. 3) i określone poniższymi nierównościami:

$$-R_o - \frac{R}{2} < X < X_y, \quad -R_o - \frac{X}{4} < R < R_y + \frac{X}{2} \quad (7)$$

Reaktancja indukcyjna  $X_y$  może przyjmować wartości  $X_I, X_{IV}, X_{II}, X_{III}, X_S$  odpowiadające I normalnej, I wydłużonej, II i III strefie oraz reaktancji rozruchowej. Rezystancja  $R_y$  zależy od rodzaju zwarcia i może przyjmować wartości  $R_1$  i  $R_2$  odpowiadające jednofa-

Rys. 3. Charakterystyka rozruchowa zabezpieczenia

zowym i międzyfazowym zwarciom. Oporność  $R_0$  może być równa 0 dla strefy I, a dla wszystkich pozostałych stref przyjmuje niewielką wartość.

Podprogram DP "pracuje" z wartościami  $X_y = X_S$  (blok  $Z < Z_S$ ) lub  $X_y = X_I$  (blok  $Z < Z_I$ ) i  $R_y = R_1$ . Sprawdzenie strefy przeprowadza się następująco: wartości  $X_N$ ,  $R_N$  obliczone z układu równań (6), odpowiadające każdej z rozpatrywanych chwil czasowych, wstawiane są do zależności (7). Rezultaty tych działań sumowane są przez licznik sprawdzania SDP. Blok stwierdza, że zwarcie znajduje się w sprawdzanej strefie, jeżeli licznik SDP osiągnie wartość + 3 lub jego wskazanie jest dodatnie po sprawdzeniu wartości  $X_N$  i  $R_N$  dla przedziału chwili czasowych  $N_0$  do N.

### 2.3.3. Działanie p/p DP, rys. 2d

Przy swoim rozruchu p/p DP otrzymuje od p/p PF informację o wybranych fazach i o początkowej chwili zwarcia  $N_0$ . Pierwszy etap pracy DP polega na obliczeniu wielkości  $u$ , i (4) oraz R, X (6) kolejno dla wszystkich chwil czasowych rozpoczynając od  $N_0 + 1$  do N; (tylko obciążenie R, X odbywa się począwszy od chwili  $N_0 + 3$ ). Otrzymane wartości wprowadza się do pamięci EMC na równi z wartościami wielkości wejściowych dla odpowiednich chwil czasowych.

W drugim etapie swojej pracy p/p DP sprawdza, czy wartości R i X znajdują się wewnątrz charakterystyki rozruchowej (blok  $Z < Z_S$ ). Jeśli tak, oznacza to, że między wybranymi fazami rzeczywiście istnieje zwarcie w zasięgu zabezpieczenia i od następnej chwili czasowej p/p przystępuje do jego selektywnego wyłączenia za pomocą p/p DK i OW. Jeśli otrzymane wartości R i X znajdują się zewnątrz strefy rozruchowej, można założyć, że p/p PF wybrał nieprawidłowo uszkodzone fazy i dlatego p/p DP sprawdza pozostałe kombinacje faz. W przypadku gdy podczas tego sprawdzania stwierdzon zostanie zwarcie między jakimikolwiek fazami, program kontynuuje dalej pracę z tymi fazami; w przypadku przeciwnym rozruch jest anulowany.

Po stwierdzeniu, że zwarcie znajduje się w zasięgu zabezpieczenia p/p DP w trzecim etapie obliczeń, sprawdza, czy zwarcie znajduje się w strefie martwej (blok  $U > U_{mz}$ ) a jeśli tak, to jaka jest jego kierunkowość (blok  $\varphi < \varphi_p$ ). Etap ten jest pomijany, gdy rozruch zabezpieczenia odbył się od razu po włączeniu wyłącznika ( $t_w > 0$ ). Obciążenia tego etapu decydują, czy charakterystyka I strefy powinna przechodzić przez początek układu współrzędnych, czy nie. Jeśli  $U > U_{mz}$ , I strefa może być kierunkowa i oporność  $R_0$  (7) przyjmuje wartość zero; w przeciwny przypadku oporność  $R_0$  zachowuje wartość, dla której odbyło się sprawdzenie strefy rozruchowej i charakterystyka I strefy obejmuje początek układu. Jeżeli p/p stwierdzi, że zwarcie znajduje się w strefie martwej z tyłu zabezpieczenia, rozruch jest anulowany.

Czwarty etap pracy p/p DP polega na sprawdzeniu, czy zwarcie znajduje się w I strefie (blok  $Z < Z_I$ ). Sprawdzenie to wprowadzone w celu przyspieszenia działania p/p DK, wykorzystując wartości R i X zgromadzone w pa-

mięci EMC na początku zwarcia, obliczone dla chwil czasowych  $N_0 + 3$  do  $N$ . Po sprawdzeniu I strefy, niezależnie od rezultatu, w pamięci realizuje się  $DK = 1$  i w ten sposób w następnej chwili czasowej uruchamia się podprogram DK. Jeśli sprawdzenie wykaże, że zwarcie znajduje się w I strefie, zawartość licznika SD wprowadzona zostaje do licznika SD podprogramu DK i p/p ten decyduje o wyłączeniu zwarcia już w następnej chwili czasowej. W przeciwnym przypadku licznik SD rozpoczyna napełniać się od zera danymi uzyskanymi w następnych momentach próbkowania.

#### 2.4. Podprogram DK

Podprogram DK, którego schemat ideowy przedstawia rys. 2b modeluje pracę członów mierzających, przekaźnika czasowego oraz układu blokady podczas kołysań mocy.

Główne bloki p/p DK są następujące:

- bloki u, i oraz X, R, których zadania są identyczne jak w podprogramie DP,
- blok T dokonujący przełączeń  $X_y$  na wartości  $X_{II}$ ,  $X_{III}$  i  $X_S$  odpowiednio po czasie II, III i IV strefy,
- blok  $Z_y$  umożliwiający wybór nastawień  $X_I$ ,  $X_{IV}$  oraz  $R_y$  w zależności od rodzaju pracy SPZ,
- blok BK blokady od kołysań,
- blok  $Z_S < Z < Z_y$  kontroli stref odległościowych.

##### 2.4.1. Blok $Z_S < Z < Z_y$

Blok kontroli strefy modeluje pracę przekaźnika odległościowego który działa przy  $Z < Z_y$  (wyjście "tak"), odzwbudza się przy  $Z > Z_S$  (wyjście "nie"), a przy  $Z_y < Z < Z_S$  przyjmuje położenie neutralne (wyjście "0"). Kontrolę strefy przeprowadza się w sposób następujący:

Wartości X, R obliczone przez blok X, R dla bieżącego momentu próbkowania sprawdza się wg warunków (7), a wyniki sumuje licznik SD, którego wskazania mogą zmieniać się w przedziale od -3 do +3. Do zawartości licznika dodaje się odpowiednio +1, -1 lub 0, jeśli  $Z < Z_y$ ,  $Z > Z_S$ , lub  $Z_y < Z < Z_S$ . Wyjścia bloku "tak", "nie" lub "0" odpowiadają wskazaniom  $SD = +3$ ,  $SD = -3$  lub  $-3 < SD < +3$ .

W przypadku gdy zwarcie znajduje się w kontrolowanej strefie, p/p DK wysyła sygnał w torze 4 (rys. 2b) i zabezpieczenie za pomocą p/p OW wyłącza linię. Po wyłączeniu zwarcia (przez to lub inne zabezpieczenie) p/p DK wysyła sygnał w torze 5 i od następnego momentu próbkowania już nie działa ( $DK = 0$ ). Jeżeli zwarcie trwa, a blok  $Z_S < Z < Z_y$  nie otrzymał jeszcze nastawienia strefy, w której się ono znajduje lub jeśli zadziała blokada od kołysań ( $SK > 0$ , rys. 2b), p/p DK wysyła sygnał w torze 3.



#### 2.4.2. Podprogram OW wyłączenia zwarcia i SPZ

Wyłączanie zwarcia realizuje się za pomocą trzech wyjściowych przełączników, jeden dla każdej fazy, którymi sterują trzy komórki pamięci IA, IW, IS. Impuls wyłączenia trwa dopóki zawartość odpowiedniej komórki wynosi 1. Wyboru fazy realizującej wyłączenie dokonuje p/p DK (bloki  $Z_y$  i T) w zależności od rodzaju zwarcia, od sposobu pracy SPZ i od strefy, w której znajduje się zwarcie. Rys. 2c przedstawia schemat ideowy podprogramu OW dla jednej komórki sterującej.

Włączenie realizuje się za pomocą jednego wyjściowego przełącznika, wspólnego dla trzech faz, którym steruje komórka pamięci W. Impuls włączenia trwa dopóki  $W=1$ .

Programowy blok SPZ pracuje dopóki komórka pamięci  $SPZ=1$ . Blok składa się z licznika kwantów, spełniającego funkcję przełącznika czasowego. Po czasie przerwy bezprądowej  $t_{bp}$  blok wprowadza  $W=1$  i włącza wyłącznik, a po czasie powtórnej gotowości  $t_{pg}$  - powoduje  $SPZ=0$ .

### 3. DZIAŁANIE PROGRAMU

Jak wynika z p. 2, podstawowe funkcje podprogramów są następujące:

- P/p WD wprowadza wejściową informację z ACP do pamięci operacyjnej EMC. P/p ten blokuje także działanie zabezpieczenia w przypadku uszkodzeń w obwodach napięciowych,
- P/p DK oblicza moduł impedancji na wejściu zabezpieczenia i porównuje go z charakterystykami stref: rozruchowej i kontrolowanej. Zmiany ostatniej sterowane są elementem czasowym. W p/p w tym zawarta jest także blokada od kołysań,
- P/p OW steruje wyłączeniem i włączeniem trzech faz,
- P/p PF i DP - rozruchowe. P/p PF uruchamia p/p DP przy gwałtownych zmianach prądu linii i realizuje wstępny wybór uszkodzonych faz,
- P/p DP oblicza moduł impedancji na wejściu zabezpieczenia i za pomocą charakterystyki strefy rozruchowej stwierdza, czy zwarcie istotnie istnieje i które fazy są uszkodzone; za pomocą charakterystyki I strefy p/p DP określa, czy zwarcie znajduje się w jej obszarze. Jeśli zwarcie znajduje się w strefie martwej, to p/p określa, czy zwarcie jest na linii, czy na szynach.

W czasie normalnej pracy pracują tylko p/p WD i PF. P/p DK i OW są pomijane: z toru 2 program przechodzi od razu do toru 3 i potem do toru 6. P/p DP także nie jest realizowany, ponieważ w tym stanie pracy p/p PF ma wyjście w torze 8.

Początkowo po pojawieniu się zwarcia bieg programu jest taki, jak opisano wyżej, ale po kilku próbkowaniach otrzymana informacja jest już wystarczająca do uruchomienia p/p DD (p/p PF ma swe wyjście w torze 7), który przetwarza informacje nagromadzone od początku zwarcia.

Jeśli DP stwierdza, że w strefie zabezpieczenia nie ma zwarcia, to już od następnego momentu próbkowania program rozpoczyna pracę jak w stanie pracy normalnej: 1-WD-2-3-6-PF-8.

Jeśli DP stwierdzi zwarcie w strefie zabezpieczenia, to do następnego momentu próbkowania uruchamia się p/p DK z charakterystyką I strefy. Jeśli zwarcie znajduje się w obrębie I strefy, DK ma wyjście w torze 4 i p/p OW wysyła impuls na wyłączenie. P/p OW ma w tym przypadku wyjście w torze 8 i pozostałe podprogramy są pomijane. W następnych momentach próbkowania do wyłączenia zwarcia program realizuje kolejność 1-WD-2-DK-4-OW-8.

Po wyłączeniu zwarcia p/p DK stwierdza, że w strefie rozruchowej nie ma już zwarcia i ma swoje wyjście w torze 5. P/p OW, który rozpoczyna uruchomienie SPZ ma wyjście w torze 6 i p/p PF znowu rozpoczyna pracę, ponownie się uruchamia. W następnych momentach próbkowania p/p DK jest już pomijany i program realizuje kolejność 1-WD-2-3-OW-6-PF-8. Przy szybkim SPZ bieg ten jest aktualny aż do upłynięcia czasu blokady SPZ, po czym p/p OW przerywa pracę. Przy wolnym SPZ program realizuje te same działania, co przy pojawieniu się zwarcia. Po drugim wyłączeniu SPZ oczywiście nie działa, ale p/p OW działa nadal aż do upłynięcia czasu blokady.

Jeśli zwarcie znajduje się poza I strefą, to po rozruchu p/p DK ma on wyjście w torze 3 i p/p OW jest pomijany. W następnych momentach próbkowania program realizuje kolejność 1-WD-2-DK-3-6-PF-8. P/p PF powinien pracować w tym reżimie, żeby zauważyć ewentualne pojawienie się innego zwarcia.

Po upłynięciu czasu II strefy p/p DK otrzymuje jej charakterystykę, potem charakterystykę III strefy itd. W kilka chwil po podaniu charakterystyki strefy, w której znajduje się zwarcie, p/p DK wychodzi w torze 4 i p/p OW wysyła impuls na wyłączenie. Po wyłączeniu zwarcia DK wychodzi w torze 5, ale SPZ nie działa i od następnego momentu próbkowania program rozpoczyna pracę jak w stanie normalnej.

### 3. ZAKOŃCZENIE

Program cyfrowego zabezpieczenia odległościowego od wszystkich rodzajów zwarcia, z czterema strefami, ze wszystkimi niezbędnymi blokadami i włączającą jednofazowe lub trójfazowe SPZ jest nader skomplikowany i posiada dużo operatorów. Wymagania w stosunku do pamięci maszyny nie są duże, ale EMC powinna odznaczać się dużą szybkością działania. Dlatego praktyczna realizacja zabezpieczenia będzie prawdopodobnie możliwa tylko na podstawie 16-bitowego mikrokomputera TTL i odpowiedniego ACP. Jednakże zabezpieczenie cyfrowe będzie prawdopodobnie pewniejsze i tańsze od współczesnych zabezpieczeń analogowych, posiadając przy tym lepsze charakterystyki techniczne.

## LITERATURA

- [1] Gelfand J.S. i dr.: Obnaruzenie powiezdienij w elektryczeskich sieciach po mgnowiennym znaczeniam awaryjnych sostawljuszczich. EI, seria SSUE, Nr 1, 1975.
- [2] Gelfand J.S. i dr.: Algoritm odleglosciowych czlonow zabezpiezen od miedzyfazowych zaklucen na liniach dlugich. Elektryczestwo Nr 9, 1975.
- [3] Rockefeller G.D. et al. High speed distance relaying using a digital computer. IEEE Trans. PAS-91, No 3, 1972.
- [4] Poncelet R.: Emploi des calculations numeriques pour la protection des reseaux. Rap. 32-08, GIGRE 1972.
- [5] Ranjbar A.M. et al.: Digital transmission line protection in real time. Proc. IEE No 12, 1976.
- [6] Chamia M. et.: Trends in the use of computers for protection. Electra No 50, 1977.
- [7] Mope G.S., Bornard P.: Utilisation des techniques numeriques pour la protection des reseaux. RGE No 7-8, 1978.

Wplynęło do Redakcji 20.VI.1980 r.

Recenzent:

Doc. dr hab. inż. Wilibald Winkler

## АЛГОРИТМ ЦИФРОВОЙ ДИСТАНЦИОННОЙ ЗАЩИТЫ

## Резюме

В статье представлена концепция цифровой дистанционной защиты в АПВ 110-400 кВ. Представлен алгоритм такой защиты с реализацией микрокомпьютера.

## ALGORITHM OF A DIGITAL DISTANCE PROTECTION

## Summary

A new concept of a digital distance protection with auto-reclosing for 110-400 kV power transmission lines is described. An algorithm for such a protection realized on the basis of a microcomputer has been presented.



Zbigniew WYSOCKI

Instytut Elektroenergetyki  
i Sterowania Układów  
Politechniki Śląskiej

Jerzy KLAMKA

Instytut Automatyki  
Politechniki Śląskiej

## WYBRANE PROBLEMY CYFROWEJ FILTRACJI SYGNAŁÓW ANALOGOWYCH

**Streszczenie.** Artykuł przedstawia metodę otrzymywania funkcji przejścia filtru cyfrowego o założonych właściwościach filtracyjnych. Dyskretna funkcja przejścia określona w oparciu o dane prototypowego filtru analogowego zapewnia niezmienniczość odpowiedzi na skok jednostkowy wyjściowego filtru analogowego i uzyskanego filtru cyfrowego.

### 1. WSTĘP

Prezentowana praca dotyczy problemów związanych z cyfrową filtracją sygnałów analogowych. Filtracja dokonywana jest za pomocą filtru cyfrowego, który może być zrealizowany w postaci programowej (tzn. jako algorytm lub program dla maszyny cyfrowej) bądź układowej (przy użyciu sumatorów, multiplikatorów, rejestrów przesuwających, pamięci itp.).

Realizacja filtru cyfrowego wiąże się z koniecznością określenia jego parametrów. Istnieją zasadniczo dwie różne metody projektowania filtrów cyfrowych: metoda czasowa oraz metoda częstotliwościowa. Pierwsza metoda, wykorzystana w niniejszej pracy, służy do projektowania filtrów cyfrowych przetwarzających sekwencje liczbowe reprezentujące próbkowany sygnał ciągły. Drugą metodę wykorzystuje się przy projektowaniu filtrów cyfrowych dokonujących, w oparciu o transformację Fouriera, analizy widmowej sygnału analogowego.

### 2. FILTRACJA CYFROWA METODĄ CZASOWĄ

Filtracja cyfrowa dokonywana metodą czasową polega na wytwarzaniu przez filtr cyfrowy wyjściowej sekwencji próbkowanego sygnału analogowego, związanej z sekwencją wejściową poprzez dyskretną, transmitancję filtru.

Analizowany proces filtracji cyfrowej wiąże się zatem z koniecznością próbkowania sygnału ciągłego oraz określenia dyskretnej transmitancji filtru cyfrowego.

### 2.1. Proces próbkowania

W teorii próbkowania stosuje się powszechnie metodę próbkowania sygnału ciągłego za pomocą procesu modulacji funkcją impulsową delta, której matematyczny zapis przedstawia równanie:

$$m(t) = \sum_{n=0}^{\infty} \delta(t - nT), \quad (1)$$

gdzie:

- $\delta(t)$  - impuls Diraca,
- $T$  - okres impulsowania;

Modulując sygnał analogowy  $u(t)$  funkcją postaci (1) otrzymuje się w wyniku funkcję próbkowaną  $u^*(t)$ , będącą ciągiem impulsów Diraca przesuniętych względem siebie o okres impulsowania  $T$ , o polach impulsów równych wartościom funkcji  $u(t)$  w chwilach impulsowania  $t = nT$ :

$$u^*(t) = m(t)u(t) = \sum_{n=0}^{\infty} u(nT) \delta(t - nT) \quad (2)$$

### 2.2. Transmitancja filtru cyfrowego

Analizę liniowych stacjonarnych układów dyskretnych, do których zalicza się projektowany filtr cyfrowy, przeprowadza się w oparciu o transformację  $\mathcal{Z}$ , która przekształca sekwencję liczb  $\{f_k\} = f_0, f_1, \dots, f_1$  w funkcję  $F(z)$  zmiennej zespolonej  $z$ , zgodnie z równościami:

$$\mathcal{Z}\{f_k\} = \sum_{k=0}^{\infty} f_k z^{-k} = F(z) \quad (3)$$

Funkcja  $F(z)$  nazywana jest transformacją  $\mathcal{Z}$  sekwencji  $\{f_k\}$ . Korzystając z transformacji  $\mathcal{Z}$ , układ dyskretny o jednym wejściu i jednym wyjściu można opisać następującą zależnością:

$$Y(z) = H(z) \cdot X(z), \quad (4)$$

gdzie:

- $Y(z)$  - transformata  $\mathcal{Z}$  sekwencji  $\{y_k\}$  sygnału wyjściowego,
- $X(z)$  - transformata  $\mathcal{Z}$  sekwencji  $\{x_k\}$  sygnału wejściowego,
- $H(z)$  - dyskretna transmitancja układu.

Transmitancję  $H(z)$  projektowanego układu dyskretnego można uzyskać, między innymi, wykorzystując charakterystykę skokową prototypowego układu analogowego posiadającego wymagane właściwości filtracyjne.

Zadanie to sprowadza się do określenia dyskretnej charakterystyki skokowej  $g(t)$  na podstawie charakterystyki skokowej  $g(t)$  układu analogowego. Poszukiwaną transmitancję dyskretną  $H(z)$  wyznacza się z zależności (4):

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{\mathcal{Z}[g^*(t)]}{\mathcal{Z}[1.0]},$$

gdzie:

$\mathcal{Z}[g^*(t)]$  - transformacja  $\mathcal{Z}$  próbkowanego sygnału  $g^*(t)$ ,  
 $\mathcal{Z}[1.0]$  - transformacja  $\mathcal{Z}$  dyskretnego skoku jednostkowego.

W przypadku gdy prototypowy układ analogowy opisany jest transmitancją operatorową:

$$K(s) = \frac{L(s)}{M(s)} = \frac{L(s)}{(s - s_1)(s - s_2)\dots(s - s_{l-1})}, \quad (5)$$

$$s_i \neq s_j \quad \text{dla } i \neq j,$$

charakterystyka skokowa  $g(t)$  ma postać:

$$\begin{aligned} g(t) &= \mathcal{L}^{-1}[G(s)] = \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{K(s)}{s}\right] = \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{L(s)}{sM(s)}\right] = \\ &= \sum_{j=1}^l \frac{L(s_j)}{[(M(s))'(s_j)]} \exp(s_j t) = \sum_{j=1}^l R_j \exp(s_j t), \end{aligned} \quad (6)$$

gdzie:

$G(s)$  - operatorowa postać odpowiedzi układu na skok jednostkowy,

$$\tilde{M}(s) = s M(s) = \prod_{j=1}^l (s - s_j)$$

$$[(M(s))'(s_j)] = \left[\frac{d}{ds} M(s)\right]_{s=s_j} \quad j = 1, 2, \dots, l$$

$R_j$  -  $j$ -te residuum funkcji  $G(s)$  w punkcie  $s_j$ .

Dyskretną charakterystykę skokową otrzymuje się z zależności (2):

$$\begin{aligned} g^*(t) &= \sum_{n=0}^{\infty} g(t) \delta(t - nT) = \sum_{n=0}^{\infty} \left( \sum_{j=1}^l R_j \exp(s_j t) \right) \delta(t - nT) = \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{j=1}^l R_j \exp(s_j nT) \delta(t - nT) \end{aligned}$$



Transmitancja dyskretna  $H(z)$  układu cyfrowego opisana zależnością (4), przybiera postać:

$$\begin{aligned} H(z) &= \frac{\mathcal{L}[x^*(t)]}{\mathcal{L}[1.0]} = \frac{z^{-1}}{z} \mathcal{L} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{j=1}^1 R_j \exp(s_j nT) \delta(t - nT) = \\ &= \frac{z^{-1}}{z} \sum_{j=1}^1 R_j \sum_{n=0}^{\infty} \mathcal{L}[\delta(t - nT)] / z = z \exp(s_j T) = \\ &= (1 - z^{-1}) \sum_{j=1}^1 R_j \frac{1}{1 - z^{-1} \exp(s_j T)}; [1] \end{aligned} \quad (7)$$

Uzyskana przedstawioną metodą transmitancja dyskretna  $H(z)$  zapewnia niezmienniczość odpowiedzi na skok jednostkowy układu cyfrowego oraz wyjściowe układu analogowego.

Wykonując przekształcenia algebraiczne, prawą stronę zależności (7) można zapisać w postaci funkcji wymiernej zmiennej  $z^{-1}$ :

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{A_0 + A_1 z^{-1} + A_2 z^{-2} + \dots + A_m z^{-m}}{1 + B_1 z^{-1} + B_2 z^{-2} + \dots + B_n z^{-n}} \quad (8)$$

Zależność między wejściem a wyjściem układu cyfrowego wynikająca z dyskretniej transmitancji  $H(z)$  jest następująca:

$$(1 + B_1 z^{-1} + B_2 z^{-2} + \dots + B_n z^{-n}) Y(z) = (A_0 + A_1 z^{-1} + A_2 z^{-2} + \dots + A_m z^{-m}) X(z)$$

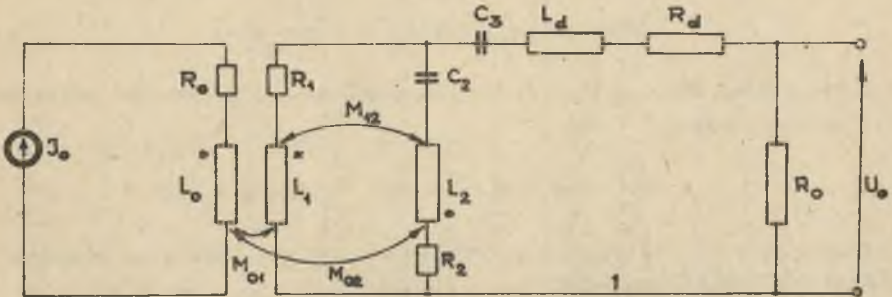
Stosując do powyższej zależności odwrotną transformatę  $\mathcal{L}$  otrzymuje się równanie umożliwiające wyznaczenie wartości  $y(nT)$  sygnału wyjściowego układu cyfrowego:

$$\begin{aligned} y(nT) &= A_0 x(nT) + A_1 x[(n-1)T] + \dots + A_m x[(n-m)T] - \\ &- B_1 y[(n-1)T] - \dots - B_n y[(n-n)T] \end{aligned} \quad (9)$$

Z równania (9) wynika, że dyskretna wartość sygnału wyjściowego  $y(nT)$  układu cyfrowego zależy nie tylko od aktualnej wartości sygnału wejściowego  $x(nT)$  ale także od poprzednich wartości wejścia i wyjścia. Układ cyfrowy posiadający powyższą własność nazywany jest układem rekursywnym [2], [3].

## 3. PRZYKŁAD PRAKTYCZNEGO WYKORZYSTANIA METODY

W celu zilustrowania przedstawionej metody wyznaczona została dyskretna transmitancja filtra cyfrowego w oparciu o charakterystykę składową wyjściowego filtra analogowego służącego do stabilizowania zabezpieczenia różnicowego transformatorów dużej mocy podczas udarów prądu magnesowania. Schemat elektryczny filtra analogowego przedstawia rys. 1.



$$R = 444 [\Omega] \quad R = 63,8 [\Omega] \quad R = 1486 [\Omega] \quad R = 4090 [\Omega]$$

$$L = 1 [\text{H}] \quad L = 0,25 [\text{H}] \quad L = 54 [\text{H}]$$

$$M = 0,017 [\text{H}] \quad M = 0,00745 [\text{H}] \quad C = 4,7 \cdot 10^{-8} [\text{F}]$$

$$M = 0,494 [\text{H}] \quad M = 0,494 [\text{H}] \quad C = 1,147 \cdot 10^{-8} [\text{F}]$$

Rys. 1. Schemat elektryczny filtra analogowego

Transmitancję napięciowo-prądową filtra, wyznaczoną w oparciu o metodę prądów oczkowych, przedstawia poniższa zależność:

$$K(s) = \frac{U_0(s)}{J_0(s)} = C \frac{A_2 s^2 + A_3 s^3 + A_4 s^4}{B_0 + B_1 s + B_2 s^2 + B_3 s^3 + B_4 s^4}$$

gdzie:

$$C = 3,263 \ 000 \cdot 10^{-6} [\Omega]$$

$$A_2 = 1,000 \ 000 [\Omega^2]$$

$$A_3 = 7,972 \ 905 \cdot 10^{-7} [\Omega^2 s]$$

$$A_4 = 1,013 \ 547 \cdot 10^{-7} [\Omega^2 s^2]$$

$$B_0 = 1,000 \ 000 \left[ \Omega^2 \cdot \frac{1}{2} \right]$$

$$B_1 = 5,071 \ 736 \cdot 10^{-4} \left[ \Omega^2 \cdot \frac{1}{s} \right]$$

$$B_2 = 5,214\ 821 \cdot 10^{-4} \left[ \Omega^2 \cdot \frac{1}{s} \right]$$

$$B_3 = 1,283\ 059 \cdot 10^{-9} \left[ \Omega^2 s \right]$$

$$B_4 = 6,515\ 326 \cdot 10^{-12} \left[ \Omega^2 s^2 \right]$$

Operatoremowa postać odpowiedzi filtru na prądowy skok jednostkowy wyznaczona została z poniższej zależności:

$$G(s) = K(s) \mathcal{L}[1(t)J_0] = \frac{J_0(s)}{s} K(s) \quad (10)$$

Charakterystyka skokowa  $g(t)$  filtru, wyznaczona na podstawie zależności (6), ma następującą postać:

$$g(t) = \mathcal{L}^{-1}[G(s)] = J_0 C \sum_{j=1}^5 R_j \exp(s_j t)$$

Wyliczone przy użyciu maszyny odfrowej wartości residuów oraz biegunów funkcji  $G(s)$  są następujące:

$$R_1 = -2,254679 - j\ 1,484475 \cdot 10^{-1}$$

$$R_2 = R_1 = -2,254679 + j\ 1,484475 \cdot 10^{-1}$$

$$R_3 = 2,280060 + j\ 1,766051 \cdot 10^{-1}$$

$$R_4 = R_3 = 2,280060 - j\ 1,766051 \cdot 10^{-1}$$

$$R_5 = 0,000000 + j\ 0,000000$$

$$s_1 = -4,929202 \cdot 10 - j\ 6,678245 \cdot 10^2$$

$$s_2 = \bar{s}_1 = -4,929202 \cdot 10 - j\ 6,678245 \cdot 10^2$$

$$s_3 = -4,917270 \cdot 10 - j\ 5,829755 \cdot 10^2$$

$$s_4 = \bar{s}_3 = -4,917270 \cdot 10 - j\ 5,829755 \cdot 10^2$$

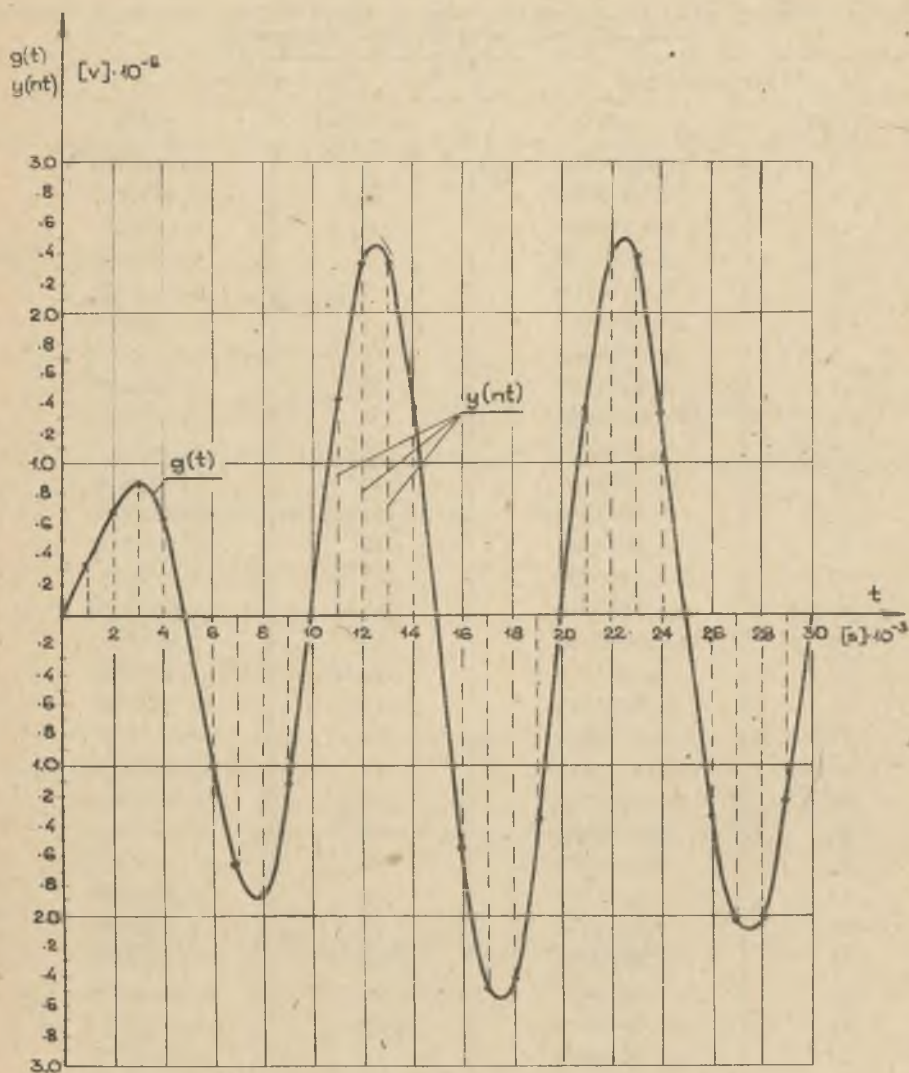
$$s_5 = 0,000000 + j\ 0,000000$$

Wartość  $J_0$  przyjęta w obliczeniach wynosi  $\frac{1}{3,263}$  [A]. Zatem oryginal funkcji  $G(s)$  przyjmuje postać:

$$g(t) = \left[ 2,2868 \exp(-4,917 \cdot 10 t) 2 \cos(4,42 + 5,829 \cdot 10^2 t) - \right. \\ \left. - 2,2595 \exp(-4,929 \cdot 10 t) 2 \cos(3,75 + 6,678 \cdot 10^2 t) \right] \cdot 10^{-6}$$

Przebieg funkcji  $g(t)$  przedstawia rys. 2, wartość funkcji dla chwil  $t = 0, 1, \dots, 30$  ms zestawiono w tabeli 1.





Rys. 2. Przebieg funkcji  $g(t)$  filtru analogowego i  $y(nt)$  filtru cyfrowego

Tablica 1

Wartości funkcji  $g(t)$  filtru analogowego i  $y(nT)$  filtru cyfrowego wyliczone dla tych samych chwil czasowych

Filtr analogowy		Filtr cyfrowy $T = 10^{-3}$ [s]	
t [ms]	$g(t)$	$nT$ [ms]	$y(nT)$
0	0,0506734	0	0,0507622
1	0,2433470	1	0,2438159
2	0,6426684	2	0,6432571
3	0,8658179	3	0,8662099
4	0,6172240	4	0,6172071
5	-0,1263344	5	-0,1267090
6	-1,0824646	6	-1,0831170
7	-1,6175326	7	-1,7962006
8	-1,8642932	8	-1,8645062
9	-1,1509982	9	-1,1507505
10	0,1285136	10	0,1291212
11	1,4811084	11	1,4818140
12	2,3438537	12	2,3443531
13	2,3300856	13	2,3300856
14	1,4038548	14	1,4038548
15	-0,0946437	15	-0,09464368
16	-1,5840167	16	-1,5846924
17	-2,4788926	17	-2,4789304
18	-2,4285470	18	-2,428534
19	-1,4573878	19	-1,4569691
20	0,0489999	20	0,04964258
21	1,5031492	21	1,5037518
22	2,3518782	22	2,3522054
23	2,2918897	23	2,2918274
24	1,3793416	24	1,3789361
25	-0,0059376	25	-0,0065075
26	-1,3210938	26	-1,3215970
27	-2,0766413	27	-2,0768847
28	-2,0210452	28	-2,0209535
29	-1,2232959	29	-1,2229289
30	-0,0273939	30	-0,0269422

Transmitancja filtra cyfrowego umożliwiająca określenie dyskretnego sygnału wyjściowego wyznaczona została w oparciu o zależność (7):

$$H(z) = (1 - z^{-1}) \sum_{j=1}^5 R_j \frac{1}{1 - z \exp(s_j T)} =$$

$$= (1 - z^{-1}) \left( \frac{A_0^1 + A_1^1 z^{-1}}{1 + B_1^1 z^{-1} + B_2^1 z^{-2}} + \frac{A_0^2 + A_1^2 z^{-1}}{1 + B_1^2 z^{-1} + B_2^2 z^{-2}} \right),$$

gdzie:

$$A_0^1 = 2\operatorname{Re} [R_1] = -4,509358,$$

$$A_0^2 = 2\operatorname{Re} [R_3] = 4,560120,$$

$$A_1^1 = -2\exp[\operatorname{Re}(s_1)T] \{ \operatorname{Re}(R_1) \cos [\operatorname{Im}(s_1)T] + \operatorname{Im}(R_1) \sin [\operatorname{Im}(s_1)T] \} = 3,545341$$

$$A_1^2 = -2\exp[\operatorname{Re}(s_3)T] \{ \operatorname{Re}(R_3) \cos [\operatorname{Im}(s_3)T] + \operatorname{Im}(R_3) \sin [\operatorname{Im}(s_3)T] \} = -3,809376$$

$$B_1^1 = -2\exp[\operatorname{Re}(s_1)T] \cos [\operatorname{Im}(s_1)T] = -1,494813,$$

$$B_1^2 = -2\exp[\operatorname{Re}(s_3)T] \cos [\operatorname{Im}(s_3)T] = -1,589541,$$

$$B_2^1 = \exp[2\operatorname{Re}(s_1)T] = 0,906119,$$

$$B_2^2 = \exp[2\operatorname{Re}(s_3)T] = 0,906335.$$

Po wykonaniu przekształceń algebraicznych transmitancja dyskretna  $\hat{H}(z)$  przyjmuje poniższą postać:

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{A_0 + A_1 z^{-1} + A_2 z^{-2} + A_3 z^{-3} + A_4 z^{-4}}{1 + B_1 z^{-1} + B_2 z^{-2} + B_3 z^{-3} + B_4 z^{-4}},$$

gdzie:

$$A_0 = 0,0507622 \quad A_4 = 0,2384807 \quad B_4 = 0,8212480$$

$$A_1 = 0,0364851 \quad B_1 = -3,0843540$$

$$A_2 = 0,0166139 \quad B_2 = 4,1885219$$

$$A_3 = -0,3423419 \quad B_3 = -2,7951167$$



Korzystając z zależności (8) i (9) uzyskano następującą zależność opisującą wyjściowy sygnał filtra cyfrowego:

$$y(nT) = \left\{ 0,0507622 x(nT) + 0,0364851 x[(n-1)T] + 0,0166139 x[(n-2)T] - \right. \\ \left. - 0,3423419 x[(n-3)T] + 0,23848071 x[(n-4)T] + 3,084354 y[(n-1)T] - \right. \\ \left. - 4,1885219 y[(n-2)T] + 2,79511670 y[(n-3)T] - 0,821248 y[(n-4)T] \right\} \cdot 10^{-6}$$

Wyliczone wartości sygnału wyjściowego  $y(nT)$  dla  $T = 10^{-3}$  s i skoku jednostkowego (step-functien)  $x(nT) = 1$  zestawiono, celem porównania ich z wartościami funkcji  $g(t)$ , w tabeli 1. Przebieg funkcji  $y(nT)$  przedstawia rys. 2.

#### 4. WNIOSKI

Na podstawie porównania wyników obliczeń zawartych w tabeli 1 można stwierdzić, że przedstawiona metoda projektowania zapewnia niezmienniczość odpowiedzi na skok jednostkowy wyjściowego filtra analogowego i uzyskanego filtra cyfrowego.

#### LITERATURA

- [1] Kaczorek T.: Teoria sterowania. PWN, Warszawa 1977, t. I.
- [2] Temes G.C., Mitra S.K.: Teoria i projektowanie filtrów. WNT, Warszawa 1978.
- [3] Shapiro L.: The design of digital filters. Electronic engineering, July-August 1978.

Wpłynęło do Redakcji dnia 20.VI.1980 r.

Recenzent:

Prof. dr hab. inż. Andrzej Wiszniewski

## ВЫБРАННЫЕ ПРОБЛЕМЫ ЦИФРОВОЙ ФИЛЬТРАЦИИ АНАЛОГОВЫХ СИГНАЛОВ

## Резюме

Статья представляет метод получения передаточной функции цифрового фильтра с заданными фильтрационными свойствами. Дискретная передаточная функция определена на основании данных первообразного аналогового фильтра. Она обеспечивает инвариантность переходной функции начального аналогового фильтра и полученного цифрового фильтра.

## SOME PROBLEMS ON DIGITAL SIGNAL PROCESSING

## Summary

This paper presents a method for obtaining the transfer function of the desired digital filter. The design approaches examined in this article are based on the development of the desired digital transfer function from a prototype analogue filter. The achieved digital filter has the same step-function response as the prototype analogue filter.

Gerard BARTODZIEJ

Instytut Elektroenergetyki  
i Sterowania Układów  
Politechniki Śląskiej

## MODELOWANIE ZŁĄCZY STYKOWYCH LINEARNYCH

**Streszczenie.** W artykule przedstawiono możliwość modelowania matematycznego i fizycznego linearnych złączy stykowych. Rozważano model deterministyczny złącza stykowego jednorodnego.

### 1. WPROWADZENIE

Określenie współzależności podstawowych parametrów złącza stykowych ma duże znaczenie dla określenia zasad wymiarowania złącza przy ich projektowaniu oraz dla oceny właściwości złącza eksploatowanych,

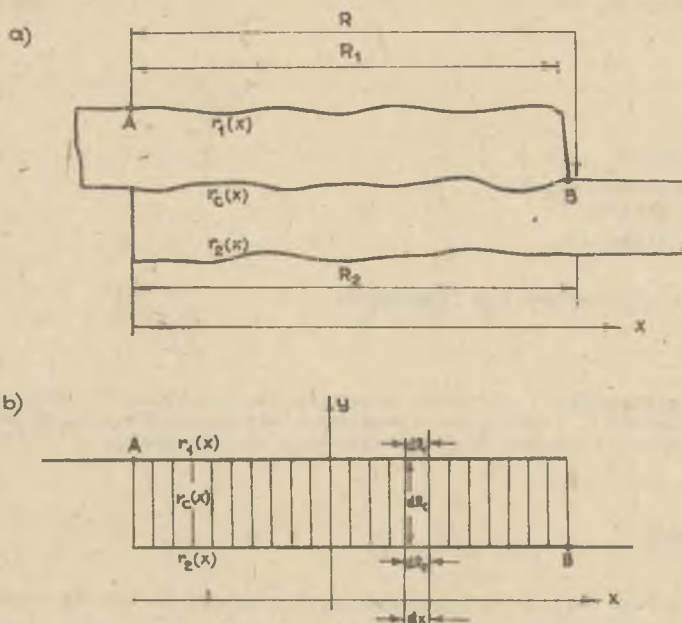
Różnorodność rozwiązań konstrukcyjnych złącza stykowych jest bardzo duża, szeroki zakres stosowania złącza stykowych w elektrotechnice, elektronice, teletechnice itp. stwarza szeroką gamę warunków pracy złącza i wymaganych właściwości. Wiele złącza stykowych spełnia warunek linearności, tj. możliwy jest podział złącza na dowolną ilość jednakowych równolegle połączonych elementów. Złącze takie może być zatem sprowadzone do modelu płaskiego i analizowane - po uproszczeniach jako linearne.

### 2. UOGÓLNIONY MODEL FIZYCZNY ZŁĄCZA STYKOWEGO LINEARNEGO DLA ANALIZY PARAMETRÓW ELEKTRYCZNYCH

Złącza stykowe stosowane do łączenia elektroenergetycznych torów przewodowych mogą być - dla wielu rozwiązań konstrukcyjnych - sprowadzone do układu 2 przewodników o rezystancji rozłożonej  $r_1(x)$  i  $r_2(x)$ , pomiędzy którymi występuje styczność, reprezentowana przez rozłożoną rezystancję ze-stykową  $r_0(x)$ , tworzących złącze linearne (rys. 1)

Przyjęcie założenia o pomijalności składowych poprzecznych spadków napięcia w przewodnikach tworzących złącze, wobec spadku napięcia na rezystancji zestykowej, pozwala uzyskać stosunkowo prosty model matematyczny złącza (struktura rys. 1b), wynikający z modelu fizycznego (rys. 1a).

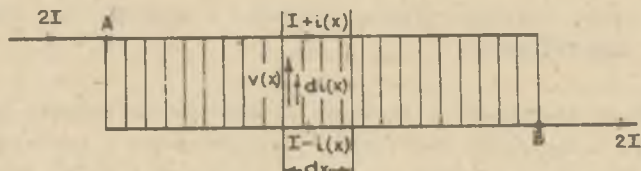




Rys. 1. Złącze stykowe linearne  
a - schemat poglądowy, b - ilustracja przyjętych oznaczeń

Przyjmując elementarne zależności (rys. 2):

$$\begin{aligned} dR_1 &= r_1(x) dx \\ dR_2 &= r_2(x) dx \\ dR_0 &= \frac{r_0(x)}{dx} \end{aligned} \quad (1)$$



Rys. 2. Ilustracja równań (2) do (5)

oraz zależności wynikające z prawa Ohma:

$$dI = - \frac{V(x)}{r_0(x)} dx \quad (2)$$

$$dV = (I+1)r_1(x)dx - (I-1)r_2(x)dx \quad (3)$$

można uzyskać różniczkowe równanie opisujące prąd  $i(x)$  przepływający przez złącze:

$$\frac{d^2 i(x)}{dx^2} + \frac{1}{r_o(x)} \cdot \frac{di(x)}{dx} \cdot \frac{dr_o(x)}{dx} - i(x) \frac{r_1(x) + r_2(x)}{r_o(x)} - I \frac{r_1(x) - r_2(x)}{r_o(x)} = 0 \quad (4)$$

Wprowadzenie wielkości pomocniczych  $o(x)$ ,  $\Delta(x)$  prowadzi do prostszej postaci równania:

$$\frac{d^2 i(x)}{dx^2} + \frac{1}{r_o(x)} \cdot \frac{dr_o(x)}{dx} \cdot \frac{di(x)}{dx} - i(x) o^2(x) - I \Delta(x) o^2(x) = 0 \quad (5)$$

przy czym:

$$o^2(x) = \frac{r_1(x) + r_2(x)}{r_o(x)} \quad (6)$$

$$\Delta(x) = \frac{r_1(x) - r_2(x)}{r_1(x) + r_2(x)} \quad (7)$$

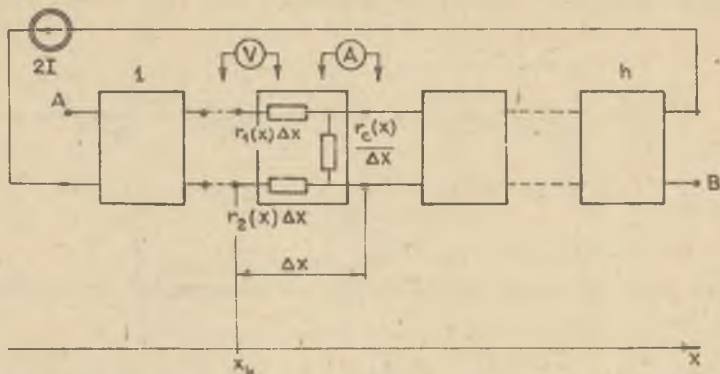
Możliwość uzyskania analitycznej postaci funkcji  $i(x)$  istnieje jedynie dla prostszych postaci funkcji  $r_1(x)$ ,  $r_2(x)$ ,  $r_o(x)$  lub odpowiednich funkcji pomocniczych  $o(x)$ ,  $\Delta(x)$ . W ogólnym przypadku możliwe jest jednak uzyskanie rozwiązania równania w postaci numerycznej przy wykorzystaniu EMC.

Wyznaczenie  $i(x)$  pozwala na uzyskanie funkcji opisujących pozostałe parametry elektryczne złącza, spadków napięć, strat mocy, rezystancji całkowitej złącza.

### 3. MODELE ANALOGOWE DLA WYZNACZANIA PARAMETRÓW ELEKTRYCZNYCH ZŁĄCZA LINEARNEGO

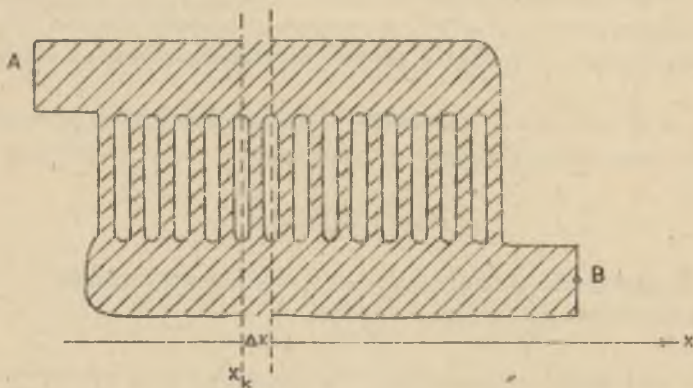
Duża pracochłonność rozwiązywania równania (4) opisującego rozkład prądu w złączu stykowym linearynym (zarówno dla uzyskania rozwiązania o postaci analitycznej, jak również numerycznej) skłania do wykorzystania modelu analogowego złącza w postaci rezystancyjnej linii łańcuchowej do bezpośredniego pomiarowego wyznaczenia rozplywu prądu (i innych parametrów z nim związanych).

Rys. 3 ilustruje sposób realizacji modelu analogowego np. przy wykorzystaniu analizatora sieciowego. Ze względu na małe wartości rezystancji występujących w złączu stykowym, modelowanie winno być przeprowadzone przy odpowiednio zwiększonych rezystancjach modelu (skala odwzorowania rezystancji  $10^3 \dots 10^6$  dla elektroenergetycznych złączy stykowych).



Rys. 3. Model analogowy złącza w postaci linii łańcuchowej

Do realizacji modelu złącza linearnego może być wykorzystany papier przewodzący lub folia metalowa (np. na płytce laminowanej przeznaczona dla obwodów drukowanych (rys. 4)). Zaletą tego sposobu jest łatwość odwzorowania dowolnego ukształtowania obu elementów (styków) tworzących linearnie złącze stykowe i łatwość uzyskiwania żądanej rezystancji zestykowych przez zmianę szerokości i długości ścieżek łączących oba elementy.



Rys. 4. Model fizyczny płaski złącza stykowego linearnego

#### 4. ANALIZA MODELU ZŁĄCZA STYKOWEGO JEDNORODNEGO

##### 4.1. Założenia i określenie

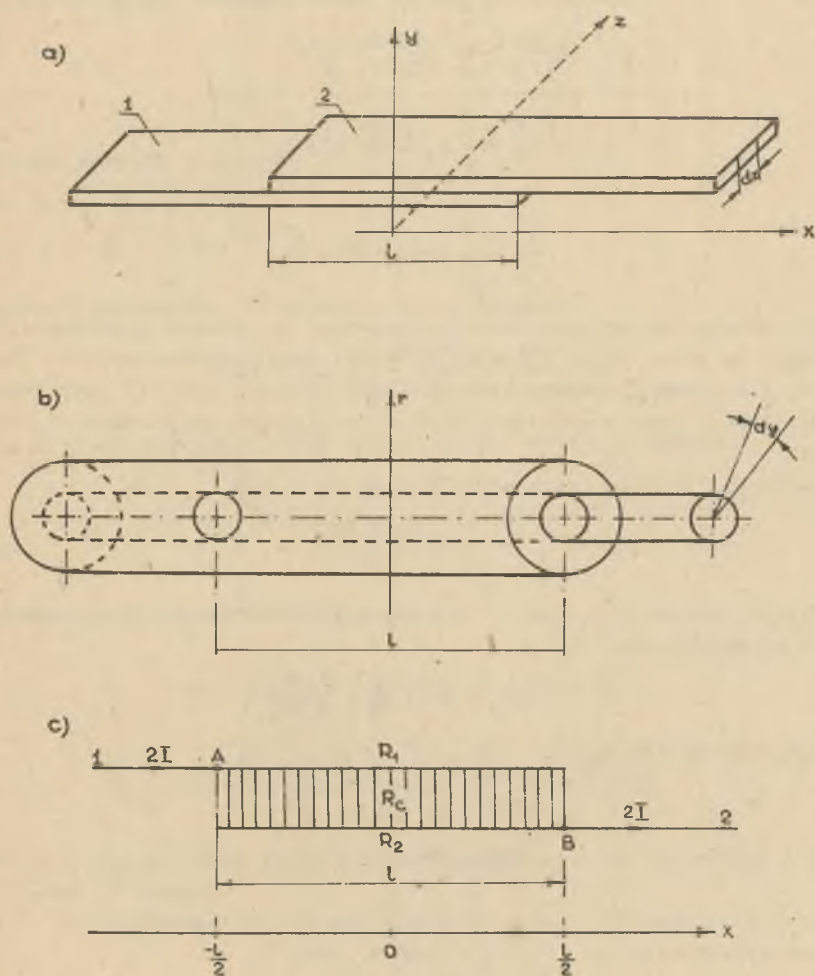
Złącze stykowe jednorodne cechuje stałość wartości rezystancji jednostkowych wzdłuż złącza:

$$r_1(x) = r_1; \quad r_2(x) = r_2; \quad r_c(x) = r_c.$$



Model złącza jednorodnego może odwzorowywać:

- złącza stykowe dwóch elementów toru prądowego ("na zakładkę") stosowane dla przewodów szynowych i połączeń aparatów elektrycznych z przewodami szynowymi (rys. 5a),
- złącza stykowe przewodów w liniach elektroenergetycznych (napowietrznych i kablowych) wykonywane za pomocą zaprasowania (rys. 5b).



Rys. 5. Struktura fizyczna podstawowych złączy stykowych jednorodnych (a) i (b) oraz ilustracja oznaczeń w p.4

Rozważa się zatem złącza stykowe posiadające następujące właściwości:

- a - elementy 1 i 2 (rys. 5), tworzące złącze, posiadają stały przekrój,
- b - długość złącza jest znacznie większa od jego wymiaru poprzecznego prostopadłego do powierzchni zetknięcia elementów 1 i 2,
- c - złącze można podzielić na dowolną ilość jednakowych części przez przecięcie płaszczyznami równoległymi do osi symetrii złącza (oś x na rysunku 5).

Rezystancje występujące w złączu mogą być opisane zależnościami:

$$R_1 = \int_0^1 r_1(x) dx = r_1 l \quad (8)$$

$$R_2 = \int_0^1 r_2(x) dx = r_2 l \quad (9)$$

$$\frac{1}{R_0} = \int_0^1 \frac{1}{r_0(x)} dx = \frac{1}{r_0} \quad (10)$$

Przyjęto założenie, że rezystancja zestykowa  $R_0$  wynika z równomiernego rozłożenia na powierzchni zetknięcia bardzo dużej liczby zestyków elementarnych. W rozważanym modelu matematycznym złącza (rys. 5c) rezystancja  $R_0$  może przewodzić prąd elektryczny jedynie w kierunku prostopadłym do osi modelu.

Określa się średnią rezystancję elementów 1 i 2:

$$R = \frac{R_1 + R_2}{2} \quad (11)$$

oraz charakteryzuje się różnicę rezystancji elementów 1 i 2 za pomocą parametru bezwymiarowego  $\Delta$ :

$$\Delta = \frac{R_1 - R_2}{2} \cdot \frac{1}{R} = \frac{R_1 - R_2}{R_1 + R_2} \quad (12)$$

Wynikają stąd zależności:

$$\begin{aligned} R_1 &= (1 + \Delta)R \\ R_2 &= (1 - \Delta)R \end{aligned} \quad (13)$$

Rezystancję zestyku  $R_0$  można określić parametrem bezwymiarowym  $C$  zdefiniowanym zależnością

$$C^2 = \frac{R_1 + R_2}{R_0} = \frac{2R}{R_0} = c^2 \cdot l^2 \quad (14)$$

4.2. Rozpływ prądu i rozkład napięć w złączu

Do wyznaczenia rozpływu prądów i rozkładu napięć w złączu wykorzystano uogólnione równanie różniczkowe (5), które dla złącza jednorodnego (rys.5) przyjmuje postać:

$$\frac{d^2 i(x)}{dx^2} - \frac{C^2}{I} i(x) - I \Delta \frac{C^2}{I} = 0 \quad (15)$$

Rozwiązanie takiego równania podał J. Hus [2] w postaci:

$$i(x) = I \left[ - \frac{\text{sh}\left(\frac{Cx}{I}\right)}{\text{sh}\left(\frac{C}{2}\right)} + \frac{\Delta \text{ch}\left(\frac{Cx}{I}\right)}{\text{oh}\left(\frac{C}{2}\right)} - \Delta \right] \quad (16)$$

przyjmując warunki brzegowe:

$$\text{dla } x = -\frac{1}{2} \quad i = I$$

$$\text{dla } x = \frac{1}{2} \quad i = -I \quad (17)$$

Wychodząc z zależności (3) uzyskuje się równanie:

$$V(x) = I R_0 C \left[ \frac{\text{oh}\left(\frac{Cx}{I}\right)}{\text{sh}\left(\frac{C}{2}\right)} - \frac{\Delta \text{sh}\left(\frac{Cx}{I}\right)}{\text{oh}\left(\frac{C}{2}\right)} \right] \quad (18)$$

Spadek napięcia podłużny  $E(x)$  można opisać równaniem całkowym:

$$E(x) = \int_x^{\frac{1}{2}} [I - i(x)] dR_2 = \int_x^{\frac{1}{2}} [I - i(x)] \frac{1-\Delta}{I} R dx \quad (19)$$

Wykorzystując zależność (16) uzyskuje się

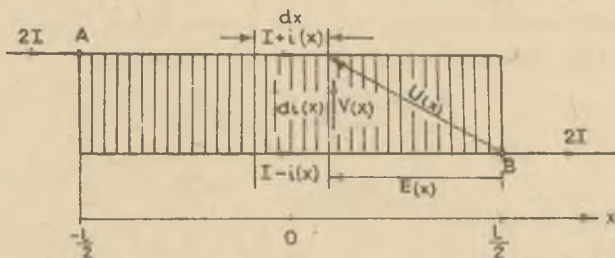
$$E(x) = I R_0 C \frac{1-\Delta}{2} \left[ C \left(1 + \Delta\right) \left(\frac{1}{2} - \frac{x}{I}\right) + \frac{\text{oh}\left(\frac{C}{2}\right) - \text{oh}\left(\frac{Cx}{I}\right)}{\text{sh}\left(\frac{C}{2}\right)} - \Delta \frac{\text{sh}\left(\frac{C}{2}\right) - \text{sh}\left(\frac{Cx}{I}\right)}{\text{oh}\left(\frac{C}{2}\right)} \right] \quad (20)$$

Spadek napięcia pomiędzy punktem o współrzędnej  $x$  na elemencie 1 i punktem B (rys. 6) wynosi:

$$U(x) = V(x) + E(x) \quad (21)$$



$$U(x) = IR_0 C \left\{ \frac{1+\Delta}{2} \left[ \frac{\operatorname{ch}\left(\frac{Cx}{l}\right)}{\operatorname{sh}\left(\frac{C}{2}\right)} - \frac{\Delta \operatorname{sh}\left(\frac{Cx}{l}\right)}{\operatorname{ch}\left(\frac{C}{2}\right)} \right] + \frac{1-\Delta}{2} \left[ C(1+\Delta) \left( \frac{1}{2} - \frac{x}{l} \right) + \operatorname{oth}\left(\frac{C}{2}\right) - \Delta^2 \operatorname{th}\left(\frac{C}{2}\right) \right] \right\} \quad (22)$$



Rys. 6. Ilustracja równań (16) do (25)

Całkowity spadek napięcia na złączu określa równanie (23) dla

$$x = -\frac{l}{2} \quad (23)$$

$$U_{AB} = IR_0 C \left[ C \frac{1-\Delta^2}{2} + \Delta^2 \operatorname{th}\left(\frac{C}{2}\right) + \operatorname{oth}\left(\frac{C}{2}\right) \right] \quad (24)$$

Rezystancja całkowita złącza może być wyznaczona w oparciu o zależność (24)

$$R_{AB} = \frac{U_{AB}}{2I} = \frac{R_0 C}{2} \left[ C \frac{1-\Delta^2}{2} + \Delta^2 \operatorname{th}\left(\frac{C}{2}\right) + \operatorname{oth}\left(\frac{C}{2}\right) \right] \quad (25)$$

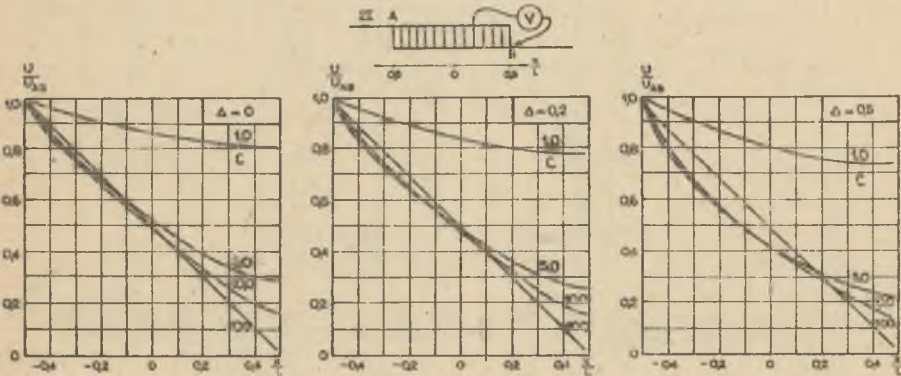
#### 4.3. Analiza numeryczna rozkładu prądów i spadków napięć w złączu stykowym jednorodnym

Dla oceny ilościowej rozkładu prądów spadków napięć i strat mocy w złączu ograniczono się do rozważania modelu złącza jednorodnego, przyjmując układ wielkości względnych. Względny spadek napięcia na jednorodnym złączu linearnym opisuje wzór wynikający z zależności (23) i (24):

$$U(x) = \frac{U(x)}{U_{AB}} = \left[ \frac{C}{2}(1-\Delta^2) + \Delta^2 \operatorname{th}\left(\frac{C}{2}\right) + \operatorname{oth}\left(\frac{C}{2}\right) \right]^{-1} \cdot \left\{ \frac{1+\Delta}{2} \left[ \frac{\operatorname{ch}\left(\frac{Cx}{l}\right)}{\operatorname{sh}\left(\frac{C}{2}\right)} - \frac{\Delta \operatorname{sh}\left(\frac{Cx}{l}\right)}{\operatorname{ch}\left(\frac{C}{2}\right)} \right] + \frac{1-\Delta}{2} \left[ C(1+\Delta) \left( \frac{1}{2} - \frac{x}{l} \right) + \operatorname{oth}\left(\frac{C}{2}\right) + \Delta^2 \operatorname{th}\left(\frac{C}{2}\right) \right] \right\} \quad (26)$$

Wykresy zależności (26) przedstawiono na rys. 7. Udział spadku napięcia na rezystancji zestykowej w całkowitym spadku napięcia na złączu jednorodnym można wyznaczyć z zależności (18) i (24):

$$\frac{V_{\max}}{U_{AB}} = \frac{\text{oth}(\frac{C}{2}) + \Delta \text{th}(\frac{C}{2})}{C \frac{(1-\Delta^2)}{2} + \Delta^2 \text{th}(\frac{C}{2}) + \text{oth}(\frac{C}{2})} \quad (27)$$



Rys. 7. Rozkład spadków napięcia na złączach stykowych jednorodnych

Na rys. 8 podano wykresy zależności (27), wskazujące na celowość stosowania złącza symetrycznych ( $\Delta = 0$ ) jako zapewniających najmniejszy spadek napięcia na rezystancji zestykowej (przy zadanym całkowitym spadku napięcia na złączu). Wartość spadku napięcia na rezystancji zestykowej decyduje, m.in. o zachowaniu się zestyków elementarnych w złączu i ma podstawowe znaczenie dla pracy złącza, zwłaszcza przy przepływie prądów zwarcio- wych. Rozkład prądu wzdłuż elementu 1 złącza wyrażony w jednostkach niemianowanych można opisać wykorzystując zależność (16):

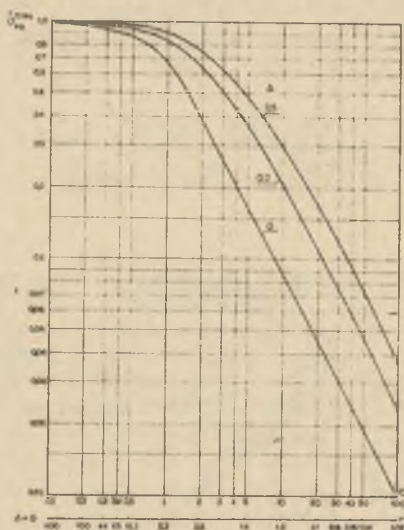
$$\frac{I+1}{2I} = \frac{1}{2} \left[ \frac{\Delta \text{ch}(\frac{Cx}{I})}{\text{ch}(\frac{C}{2})} - \frac{\text{sh}(\frac{Cx}{I})}{\text{sh}(\frac{C}{2})} \right] \quad (28)$$

Wykresy podano na rys. 9.

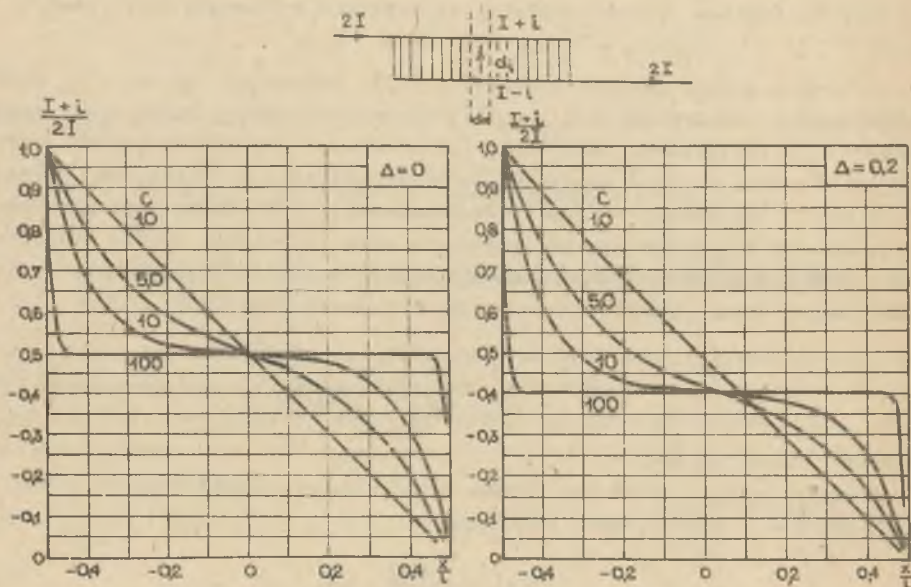
Rozkład gęstości względnej prądu poprzecznego przepływającego przez rezystancję  $R_0$  zdefiniowano wzorami:

$$j(x) = \frac{di(x)}{dx} \cdot \frac{1}{2I} \quad (29)$$

gdzie  $\frac{2I}{l}$  wyraża średnią gęstość liniową prądu poprzecznego.

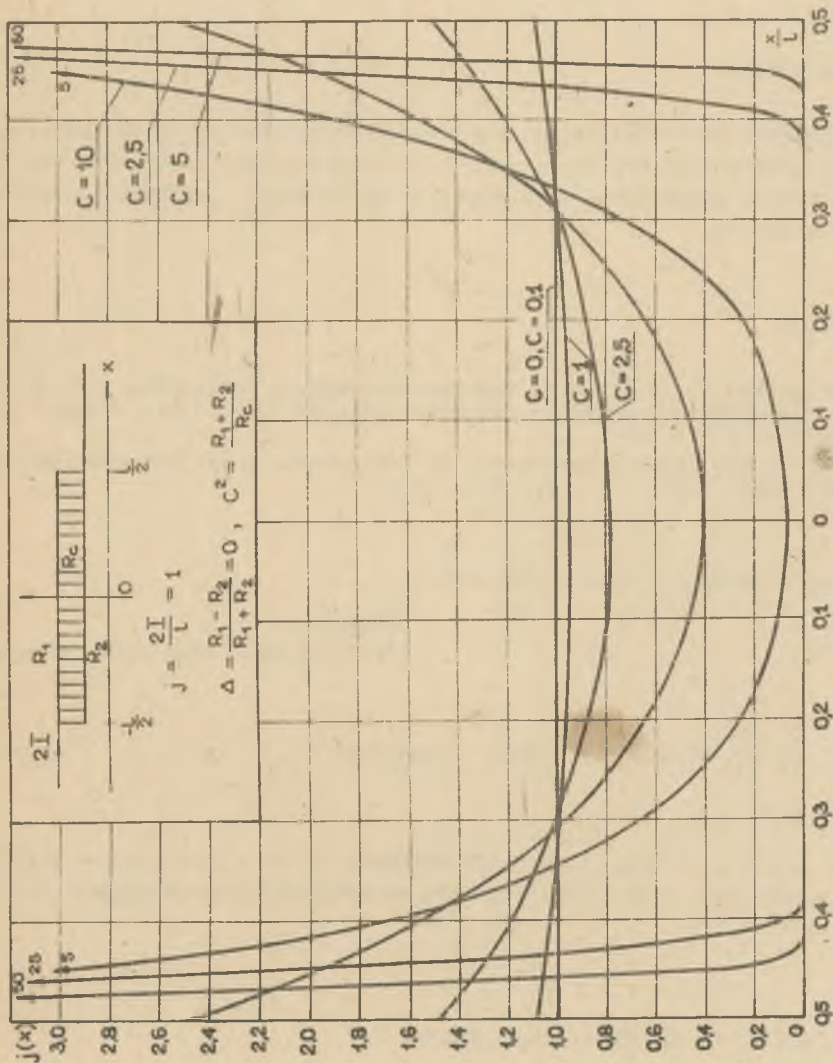


Rys. 8. Udział największego spadku napięcia na rezystancji zestykowej w całkowitym spadku napięcia na złączu stykowym jednorodnym



Rys. 9. Rozpływ prądu w złączach stykowych jednorodnych





Rys. 10. Rozkład gęstości prądu poprzecznego w złączach stykowych jednorodnych

Biorąc pod uwagę zależność (16) można napisać:

$$j(x) = \frac{IC}{1} \left[ -\frac{\Delta \operatorname{ch}\left(\frac{Cx}{1}\right)}{\operatorname{ch}\left(\frac{C}{2}\right)} + \frac{\operatorname{ch}\left(\frac{Cx}{1}\right)}{\operatorname{sh}\left(\frac{C}{2}\right)} \right] \frac{1}{2I} = \frac{C}{2} \left[ -\frac{\Delta \operatorname{sh}\left(\frac{Cx}{1}\right)}{\operatorname{ch}\left(\frac{C}{2}\right)} + \frac{\operatorname{ch}\left(\frac{Cx}{1}\right)}{\operatorname{sh}\left(\frac{C}{2}\right)} \right] \quad (30)$$

Wyniki obliczeń rozkładu  $j(x)$  przedstawiono na wykresach rys. 10.

## 5. PODSUMOWANIE

W artykule przedstawiono ogólne równania różniczkowe opisujące rozpiływ prądu w złączu stykowym linearnym. Podano rozwiązanie szczególne dla złącza stykowego jednorodnego, opisujące rozpiływ prądu i rozkład spadków napięcia w złączu.

## LITERATURA

- [1] Bartodziej G.: Étude d'un modèle mathématique applicable à un raccord de conducteur nu de ligne aérienne. EdF. DER Doc. de travail IMO (BG)MC. 25 Mai 1978.
- [2] Hu. J.: The contact resistance of lap joints. Proc. VII Conf. El. Contact Phys. Paris 1974, p. 369...374.

Wpłynęło do Redakcji dnia 20.VI.1980 r.

Recenzent:

Prof. dr hab. inż. Jerzy Maksymiuk

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ЛИНЕАРНЫХ КОНТАКТНЫХ СОЕДИНЕНИИ

### Резюме

В статье рассмотрены возможности математического и физического моделирования контактных соединений. Обсуждена детерминистическая модель однородного соединения.

## THE MODELLING OF THE LINEAR LAP JOINTS

### Summary

The paper presents the possibility of mathematical and physical modelling of the linear lap joints. The deterministic model of the homogeneous joints is analysed.

