

SPIS TREŚCI

| | Str. |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| 1. Władysław Paszek, Zbigniew Pawelec: Parametry elektromagnetyczne maszyny indukcyjnej o wirniku głębokożłobkowym z prętami klinowymi..... | 5 |
| 2. Zbigniew Pawelec: Model matematyczny silnika klatkowego z uwzględnieniem dwuwymiarowego wypierania prądu w prętach wirnika o przekroju trapezowym..... | 19 |
| 3. Krzysztof Kluszczyński, Władysław Paszek: Porównanie 3-fazowego silnika indukcyjnego z dzielonymi uzwojeniami stojana i 1-fazowego silnika indukcyjnego z kondensatorem pracy | 37 |
| 4. Aleksander Żywiec: Analiza i badanie przepięć i przetężeń w obwodzie wzbudzenia maszyny synchronicznej z litym wirnikiem wzbudzanej ze źródła prostownikowego..... | 49 |
| 5. Stanisław Nitka: Indukcyjny silnik liniowy trójfazowy przy zasilaniu jednofazowym..... | 63 |
| 6. Bronisław Drak: Wybrane zagadnienia konstrukcyjne hamowni elektromaszynowych | 77 |
| 7. Jan Kapinos, Władysław Mizia: Parametry elektromagnetyczne stanu ustalonego turbogenerators z bezżłobkowym uzwojeniem twornika... | 93 |
| 8. Adam Różycki: Wpływ własności obwodu magnetycznego kriogenerators synchronicznego na wartość i miejsce występowania maksymalnej indukcji w nadprzewodnikowym uzwojeniu wzbudzenia | 109 |
| 9. Jerzy Kudła, Zbigniew T. Ryczko: Drgania skrętne w układzie przenoszenia momentu obrotowego silników indukcyjnych dużej mocy.... | 127 |
| 10. Andrzej Doboń: Model matematyczny turbogenerators uwzględniający stałe rozłożone obwodów prądów wirowych w wirniku | 141 |
| 11. Krzysztof Sowa: Dobór dławika w obwodzie prądu wyprostowanego jednofazowych prostowników sterowanych | 157 |
| 12. Bronisław Mirkiewicz: Warunki pracy wibratora elektromaszynowego | 169 |
| 13. Roman Konieczny: Zagadnienia odwzorowania masy zastępczej sieci trakcyjnej w obliczeniach symulacyjnych współpracy odbieraka prądu z siecią trakcyjną | 183 |
| 14. Mirosław Łozowicki: Badania eksperymentalne układu rezonansowego lewitacji elektromagnetycznej | 193 |

Władysław PASZEK, Zbigniew PAWELEC

Instytut Maszyn i Urządzeń
Elektrycznych Politechniki Śląskiej

PARAMETRY ELEKTROMAGNETYCZNE MASZYNY INDUKCYJNEJ
O WIRNIKU GŁĘBOKOŻŁOBKOWYM Z PRĘTAMI KLINOWYMI

Streszczenie. Przedstawiono metodę wyznaczania parametrów elektromagnetycznych o schemacie zastępczym maszyny indukcyjnej o wirniku głębokożłobkowym z prętami klinowymi. Admitancja operatorowa prętów wirnika o transcendentnej postaci funkcyjnej posłużyła do wyznaczenia parametrów skupionych R, L schematu zastępczego po dokonaniu rozkładu admitancji na nieskończony szereg ułamków prostych. Dokładność aproksymacji przy skończonej liczbie obwodów zastępczych wirnika wynika z porównania charakterystyki modulowo-fasowej. Załączone wykresy dają parametry obwodów zastępczych wirnika dla danego współczynnika kształtu prętów klinowych.

Model matematyczny maszyny indukcyjnej o wirniku głębokożłobkowym zawiera równania różniczkowe zwyczajne wyrażające zależności pomiędzy prądami, napięciami i strumieniami skojarzonymi stojana i pola szczeliny powietrznej oraz równania różniczkowe o pochodnych osłatkowych opisujące rozkład przestrzenny strumienia rozproszenia w części żłobkowej prętów wirnika.

Łączne rozwiązywanie układu równań różniczkowych zwyczajnych i osłatkowych jest utrudnione. Dlatego dąży się do zastąpienia modelu matematycznego maszyny przybliżającym go układem równań różniczkowych zwyczajnych o tak dobranych parametrach, aby przy dużej dokładności przybliżenia liczba równań była możliwie niewielka. Można tego dokonać poprzez wyznaczenie parametrów zastępczych skupionych obwodów wirnika na podstawie rozkładu admitancji operatorowej żłobkowej części pręta w szereg ułamków prostych.

W pracach [3], [6] przedstawiono takie równania dla silników o prostokątnych żłobkach wirnika, którego parametry wyrażają się przez proste zależności analityczne. W przypadku maszyny o prętach klinowych oblicza się je z rozkładu admitancji pręta o większej złożoności funkcji transcendentnej.

1. Równania maszyny indukcyjnej o stałych rozłożonych w obwodach klatki wirnika

Dla uproszczenia analizy przyjęto, że uzwojenia stojana i wirnika są sprzężone wyłącznie za pośrednictwem podstawowej harmonicznej przestrzen-

nego rozkładu indukcji magnetycznej w szczelinie wzdłuż obwodu maszyny. Zjawisko wypierania prądu w prętach wirnika potraktowano jako jednowymiarowe, tzn. założono, że rozkład gęstości prądu w przekroju poprzecznym pręta zależy jedynie od współrzędnej mierzonej wzdłuż jego wysokości. Założono także liniowość oraz symetrię obwodów elektrycznych i magnetycznych silnika.

Przy wykorzystaniu współrzędnych kompleksorowych wielkości elektromagnetycznych układ równań silnika, wyrażony na płaszczyźnie odniesienia wirującej z prędkością kątową ω względem stojana (nieruchomej względem wirnika), przyjmuje postać:

$$\underline{U}_1 = \frac{d \underline{\psi}_1}{dt} + j\omega \underline{\psi}_1 + R_1 \underline{I}_1 \quad (1a)$$

$$0 = \frac{d \underline{\psi}'_{2g}}{dt} + R'_{20} \underline{I}'_2 + \underline{U}'_{2p} \quad (1b)$$

$$\begin{bmatrix} \underline{\psi}_1 \\ \underline{\psi}'_{2g} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{10} + L_{\mu} & L_{\mu} \\ L_{\mu} & L'_{20} + L_{\mu} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{I}_1 \\ \underline{I}'_2 \end{bmatrix} \quad (1c)$$

Kompleksory $\underline{H}_{1(2)}$ napięć, strumieni skojarzonych oraz prądów są powiązane z odpowiednimi wielkościami fazowymi stojana (W_A, W_B, W_C) oraz wirnika ($W_k; k = 1, 2, \dots, N$) za pomocą relacji [3]:

$$\underline{U}_1 = \sqrt{\frac{2}{3}} (W_A + a_1 W_B + a_1^2 W_C) e^{-j\psi_1(t)} \quad ; \quad a_1 = e^{-j\frac{120^\circ}{3}} \quad (2a)$$

$$\underline{U}'_2 = \sum_N \sqrt{\frac{2}{N}} (W_1 + a_2 W_2 + \dots + a_2^{N-1} W_N) \quad ; \quad a_2 = e^{-j\frac{2\pi}{N}} \quad (2b)$$

gdzie:

N

- liczba prętów uzwojenia wirnika,

$\psi_1(t) = \psi_{10} + \int_0^t \omega(t) dt$ - kąt elektryczny położenia osi fazy A stojana względem osi odniesienia wirnika,

\sum_N

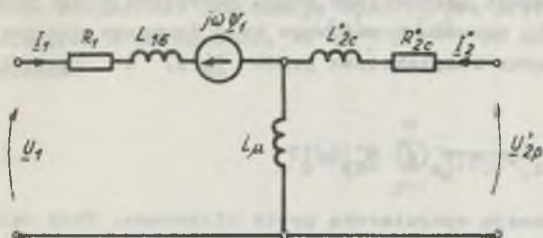
- współczynnik sprowadzenia dla wirnika, dla napięć i strumieni skojarzonych:

$$\sum_u = \sqrt{\frac{3}{N}} \cdot \frac{\xi_1}{\xi_2}$$

$$\text{dla prądów: } \sum_I = \frac{1}{\xi_u}$$

$$\xi_2 = \sin \frac{\delta' p_b}{N}$$

z_1, ξ_1, R_b - liczba zwojów, współczynnik uzwojenia oraz liczba par biegunów uzwojenia stojana.



Rys. 1. Schemat zastępczy silnika o wirniku głębokoźłobkowym

oraz segmenty pierścieni zwierających, zwane połączeniami oziłowymi klatki, w których nie zachodzi wypieranie prądu, reprezentowane są przez parametry skupione $R'_{2\sigma}$ oraz $L'_{2\sigma}$.

Indukcyjność $L_{2\sigma}$ zawiera poza indukcyjnością rozproszenia połączeń oziłowych klatki także indukcyjność rozproszenia szczelinowego wirnika oraz indukcyjność rozproszenia szoszerbin żłobkowych [7] L_{Ng} :

$$R'_{2\sigma} = \sum_u^2 (2R_R + 4 \xi_2^2 R_W) \quad (3a)$$

$$L'_{2\sigma} = \sum_u^2 \frac{\mu_0 \delta' D l_1}{N} - L_\mu + \sum_u^2 [2L_{R\sigma} + 4 \xi_2^2 (L_{W\sigma} + L_{Ng})] \quad (3b)$$

gdzie:

$R_R, L_{R\sigma}$ - rezystancja oraz indukcyjność rozproszenia pojedynozego segmentu pierścienia zwierającego,

$R_W, L_{W\sigma}$ - rezystancja oraz indukcyjność rozproszenia części pręta poza pakietem blach,

D, l_1, δ' - średnica wirnika, długość idealna pakietu blach oraz zastępoza grubość szczeliny powietrznej.

Oddziaływanie pola elektromagnetycznego rozproszenia żłobków wirnika w równaniu (1b) uwzględniono za pomocą kompleksora spadku napięcia U'_{2p} na częściach żłobkowych prętów. U'_{2p} nie zależy od rozkładu przestrzennego

Wielkościami fazowymi wirnika są prądy, strumienie skojarzone i spadki napięć przyporządkowane elementarnym obwodom klatki złożonym z dwu sąsiednich prętów i odpowiadających im segmentów pierścieni zwierających. Schemat zastępczy silnika dla wielkości kompleksorowych przedstawiono na rys. 1.

Części prętów klatki wystające poza pakiet blach

wektora natężenia pola elektrycznego w pręcie, lecz jedynie od jego wartości na powierzchni pręta przy szeregowej żłobkowej \vec{E}_p :

$$U'_{2p} = - \vec{E}_p \vec{I}_1 \quad (4)$$

W wyniku rozwiązania równania cząstkowego dyfuzji dla natężenia pola elektrycznego wewnątrz pręta, związanego ze strumieniem rozproszenia żłobkowego, przy założeniu znajomości całkowitego prądu przepływającego przez żłobek oraz przy wykorzystaniu warunku brzegowego typu Neumanna otrzymuje się operatorowy związek pomiędzy kompleksem prądu $\underline{I}'_2(p)$ i napięciem $\underline{U}'_{2p}(p)$:

$$\underline{I}'_2(p) = Y'_p(p) \underline{U}'_{2p}(p) \quad (5)$$

Funkcja $Y'_p(p)$ jest admitancją operatorową pręta klinowego. Przy założeniu że rzeczywisty, trapezowy kształt przekroju poprzecznego pręta przybliżony jest za pomocą wycinka pierścienia o promieniach R , r (rys. 2), wyraża się ona przez zmodyfikowane funkcje Bessela argumentu operatorowego [1], [7]:

$$Y'_p(p) = \frac{L(p)}{M(p)} = k \int_0^{\delta} \int_0^{2\pi} \frac{\frac{b}{I_1} \delta^2}{\sqrt{\delta \mu_0 p}} \cdot \frac{I_1(\beta z) K_1(z) - I_1(z) K_1(\beta z)}{I_0(\beta z) K_1(z) + I_1(z) K_0(\beta z)} \quad (6)$$

gdzie:

$$z = \frac{h}{\sqrt{\beta}} \sqrt{\delta \mu_0 p},$$

$\beta = \frac{r}{R}$ - współczynnik zwężenia żłobka,

h - wysokość pręta,

δ - konduktywność pręta.



Rys. 2. Przekrój żłobka klinowego

Równania (1a-c) oraz (5) opisują zachowanie się silnika podczas dowolnych stanów nieustalonych. Jednak ich rozwiązanie następuje z trudnością ze względu na skomplikowaną postać admitancji operatorowej $Y'_p(p)$.

2. Przybliżony schemat zastępczy o parametrach skupionych w obwodzie wirnika

Przedstawiony wyżej model matematyczny maszyny o parametrach rozłożonych można aproksymować za pomocą skończonego układu równań różniczkowych zwyczajnych.

Poprzez rozkład meromorficznej funkcji $Y'(p)$, posiadającej nieskończoną ilość rzeczywistych, pojedynowych biegunów $p_j = -\lambda_{Mj}$ w lewej płaszczyźnie liczb zespolonych w szereg ułamków prostych [2]:

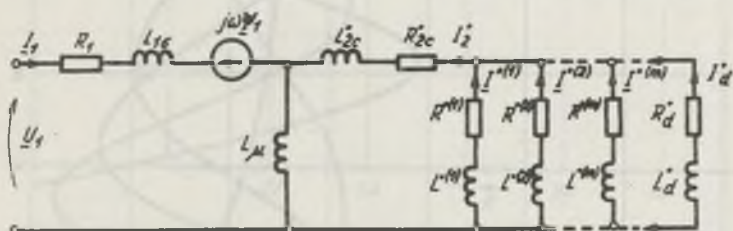
$$Y'_p(p) = \sum_{j=1}^{\infty} \frac{a_j}{p - p_j} = \sum_{j=1}^{\infty} \frac{L(p_j)}{j \frac{d}{dp} M(p)} \Big|_{p=p_j} \cdot \frac{1}{p + \lambda_{Mj}} \quad (7)$$

można odwzorować admitancję operatorową prądu za pomocą wiązki gałęzi równoległych o parametrach $R^*(j)$, $L^*(j)$. Po uwzględnieniu skończonej ilości wyrazów:

$$Y'_p(p) \approx \sum_{j=1}^n \frac{1}{R^*(j) + pL^*(j)} \quad (8)$$

otrzymuje się schemat zastępczy silnika o parametrach skupionych przedstawiony na rys. 3, przy czym:

$$L^*(j) = \frac{1}{s_j}, \quad R^*(j) = \lambda_{Mj} L^*(j) \quad (9)$$



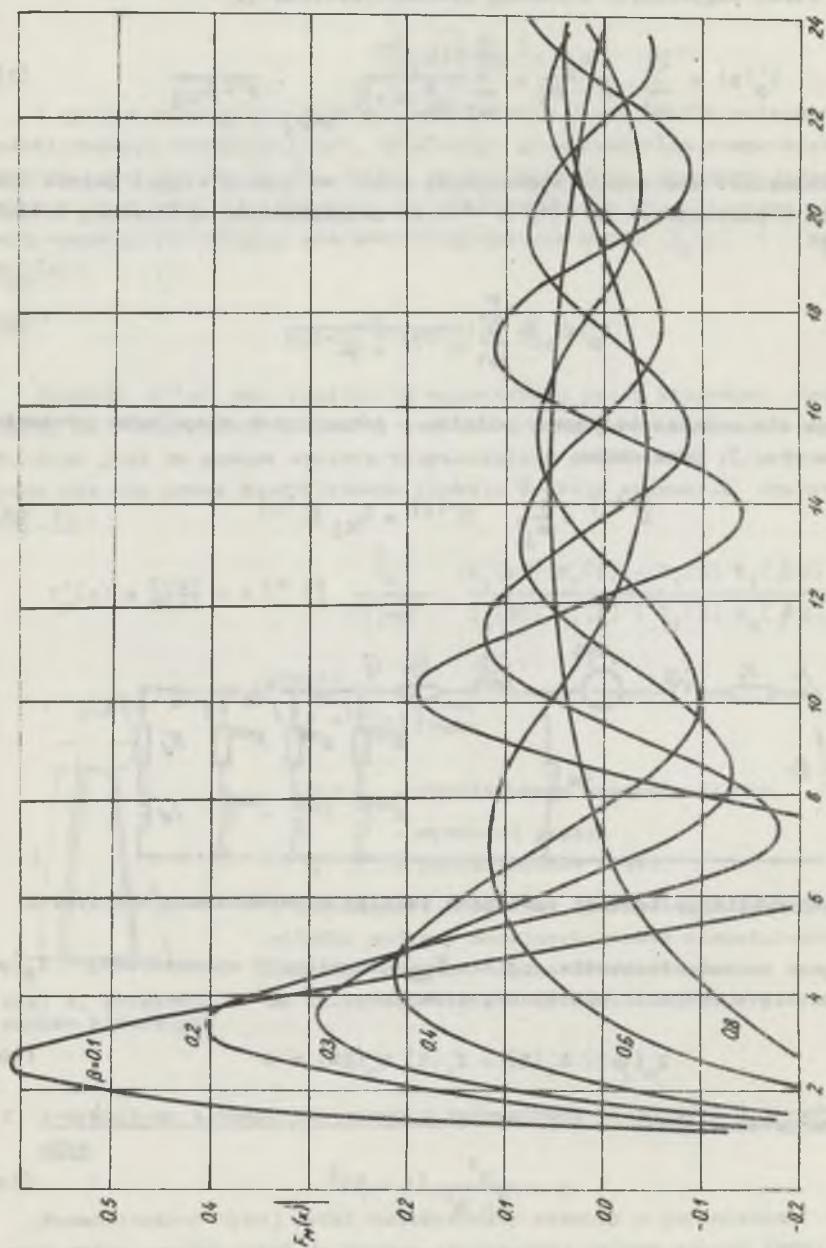
Rys. 3. Przybliżony schemat zastępczy silnika o parametrach skupionych

Miejsca zerowe mianownika $p_j = -\lambda_{Mj}$ admitancji operatorowej $Y'_p(p)$ wypadają się z równania charakterystycznego

$$I_0(\beta z) K_1(z) + I_1(z) K_0(\beta z) = 0 \quad (10)$$

W wyniku podstawienia:

$$p = \frac{x^2}{j \mu_0 h^2} (1 - \beta)^2 \quad (11)$$

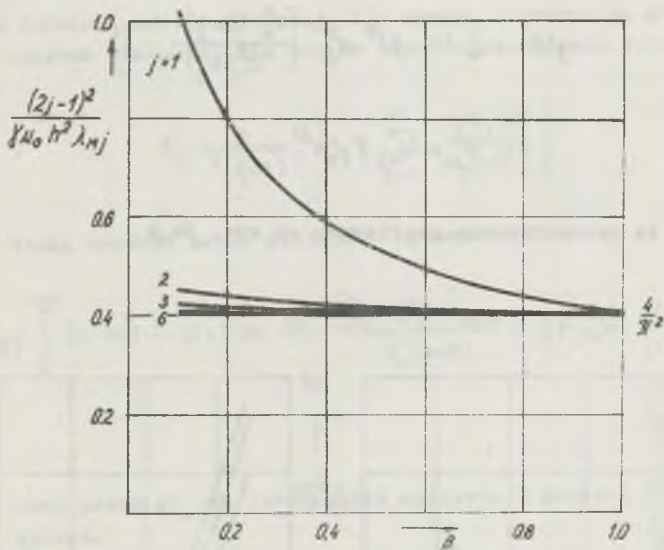
Rys. 4. Zależność funkcji $F_M(x)$ od współczynnika zwiężenia β

zmodyfikowane funkcje Bessela w równaniu (10) przechodzą w funkcje zwykłe, a zagadnienie sprowadza się do znalezienia miejsc zerowych funkcji:

$$F_M(x) = J_0(\beta x) Y_1(x) - J_1(x) Y_0(\beta x) = 0 \quad (12)$$

Na rys. 4 przedstawiono rodzinę funkcji $F_M(x)$ przy parametrycznie zmiennym współczynniku zwężenia ślabka.

Rys. 5 przedstawia zależność pierwszych sześciu wartości $\lambda_{Mj} = -p_j$ od współczynnika zwężenia β .



Rys. 5. Zależność pierwszych sześciu wyrażen $\frac{(2j-1)^2}{4\mu_0 h^2 \lambda_{Mj}}$ od współczynnika β

Parametry obwodów zastępczych $L^*(j)$, $R^*(j)$ dogodnie jest przedstawić przez indukcyjność L_p^* i rezystancję R_p^* pręta w statycznym stanie ustalonym:

$$L^*(j) = j_j(\beta) L_p^* \quad (13a)$$

$$R^*(j) = r_j(\beta) R_p^* \quad (13b)$$

gdzie:

$$L_p^* = 4 \sum_{j=2}^{\infty} u_j^2 \xi_j^2 \frac{1_1 \mu_0 h}{b} \cdot \frac{\beta}{(1+\beta)} \cdot \frac{1}{1-\beta^2} A(\beta)$$

$$R_p = 4 \int_0^1 u^2 \xi^2 \frac{1}{2} \frac{2\beta}{\ln \xi (1+\beta)}$$

$$\Lambda(\beta) = \left[\ln \left(\frac{1}{\beta} \right) \right] \frac{1}{1-\beta^2} - \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \beta^2$$

Współczynniki $1_j(\beta)$ oraz $r_j(\beta)$ zależą wyłącznie od współczynnika swęcenia zębka β [7]:

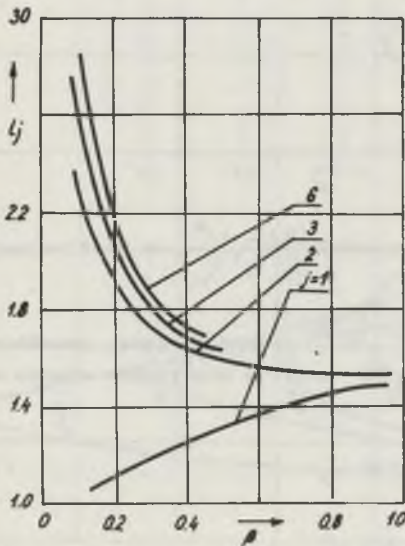
$$1_j(\beta) = (1-\beta)^2 \frac{1}{2\Lambda(\beta)} \left[\frac{J_0^2(\beta x_j)}{J_1^2(x_j)} - 1 \right] \quad (14a)$$

$$r_j(\beta) = \frac{1}{4} (1-\beta)^2 x_j^2 \left[\frac{J_0^2(\beta x_j)}{J_1^2(x_j)} - 1 \right] \quad (14b)$$

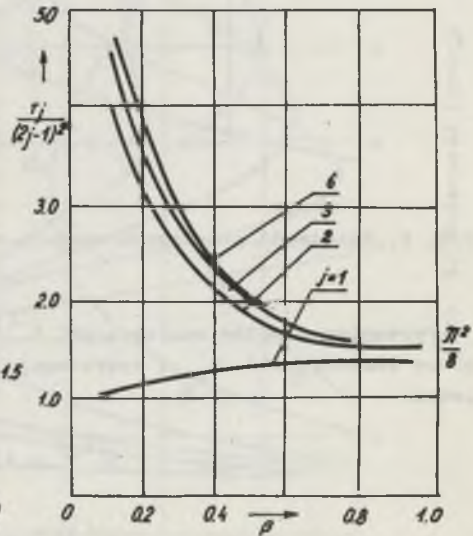
$$x_j^2 = \lambda_{Mj} \delta^2 \mu_0 m^2 \frac{1}{(1-\beta)^2}$$

Zależności te przedstawione graficznie na rys. 6a,b.

a)



b)



Rys. 6a,b. Zależność parametrów 1_j , r_j od współczynnika swęcenia β

Dla uściślenia równań silnika pominięte uprzednio składniki rozkładu $Y'_p(p)$ wyższych rzędów ($j > m$) uwzględniono w sposób przybliżony poprzez wprowadzenie do schematu zastępczego (rys. 3) dodatkowej gałęzi o parametrach L'_d, R'_d [3] [7]. Wartość rezystancji R'_d wynika z kryterium równości rezystancji pręta w statycznym stanie ustalonym dla modelu ścisłego i przybliżonego:

$$R'_d = R'_p r_d = R'_p \frac{1}{1 - \sum_{j=1}^m \frac{1}{r_j(\beta)}} \quad (15)$$

Wartość indukcyjności dodatkowej L'_d wynika z kryterium równości zastępczych stałych czasowych dla prętów wirnika dla modelu ścisłego i przybliżonego:

$$L'_d = L'_p r_d^2 \left\{ 1 - \sum_{j=1}^m \frac{1_j(\beta)}{|r_j(\beta)|^2} \right\} \quad (16)$$

Zastępczą stałą czasową pręta obliczono wg zależności:

$$T_Z = \frac{1}{i(\infty)} \int_0^{\infty} [i(\infty) - i(t)] dt = - \frac{\left[\frac{d}{dp} Y'_p(p) \right]_{p=0}}{Y'_p(p=0)} = \frac{1}{2} \gamma' \mu_0 h^2 \frac{\lambda(\beta)}{(1-\beta)^2} = \frac{L'_p}{R'_p} \quad (17)$$

gdzie:

$i(t)$ - prąd pręta po przyłożeniu doń napięcia w postaci skoku jednostkowego.

Przy uwzględnieniu parametrów uzupełniających L'_d, R'_d przybliżony układ równań różniczkowych o $(m+1)$ obwodach zastępczych wirnika przybiera postać:

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_1 \\ [0] \end{bmatrix} = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \underline{\psi}_1 \\ [\underline{\psi}_2] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} j\omega \\ [0] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\psi}_1 \\ [\underline{\psi}_2] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} R_1 \\ [R_2] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{I}_1 \\ [\underline{I}_2] \end{bmatrix} \quad (18a)$$

$$\begin{bmatrix} \underline{\psi}_1 \\ [\underline{\psi}_2] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{1\sigma} + L_{12} & L_{13} \dots L_{1m} \\ \vdots & [L_2] \\ L_{21} & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{I}_1 \\ [\underline{I}_2] \end{bmatrix} \quad (18b)$$

gdzie:

$$[R_2] = R_{20} [E] + \text{diag} \left\{ R^{(1)}, R^{(2)} \dots R^{(m)}, R_d \right\}$$

$$[L_2] = (L'_{20} + L_{\mu}) [E] + \text{diag} \left\{ L^{(1)}, L^{(2)} \dots L^{(m)}, L_d \right\}$$

$$[I_2] = [I^{(1)}, I^{(2)}, \dots, I^{(m)}, I_d]^T$$

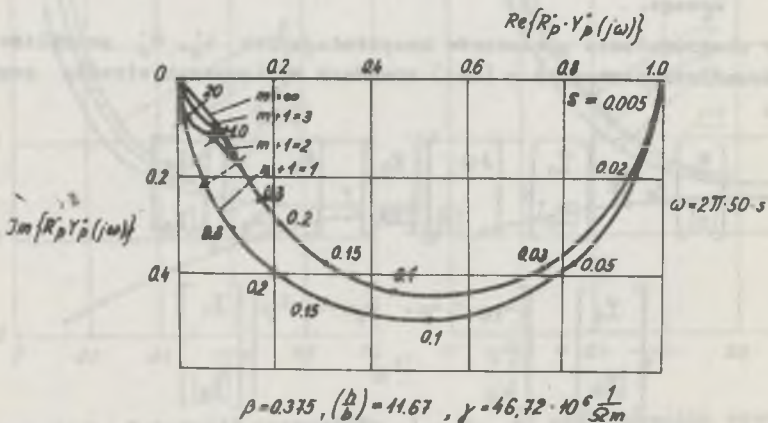
$$[\psi_2] = [\psi^{(1)}, \psi^{(2)}, \dots, \psi^{(m)}, \psi_d]^T$$

[E] = kwadratowa macierz jednostkowa o wymiarach $(m+1) \times (m+1)$.

3. Ocena dokładności przybliżenia modelu matematycznego maszyny za pomocą układu równań różniczkowych swyozajnych

Dla oceny stopnia dokładności odwzorowania ścisłego modelu silnika głębokosłobkowego za pomocą przybliżonego układu równań różniczkowych swyozajnych dokonano porównania odpowiednich charakterystyk częstotliwościowych.

Na rys. 7 przedstawiono rodzinę charakterystyk modułowo-fazowych admittancji $Y_p(p = j\omega)$ słobka dla różnej liczby obwodów zastępowych $m+1$. Charakterystykę modelu dokładnego przedstawia krzywa oznaczona przez $m = \infty$. Charakterystyka ta nie zależy wyłącznie jedynie od współczynnika sprzężenia β (nie zależy od wysokości pręta h i jego konduktywności γ). Przy zmianie wysokości lub konduktywności zmienia się natomiast skala częstotliwości charakterystyki.

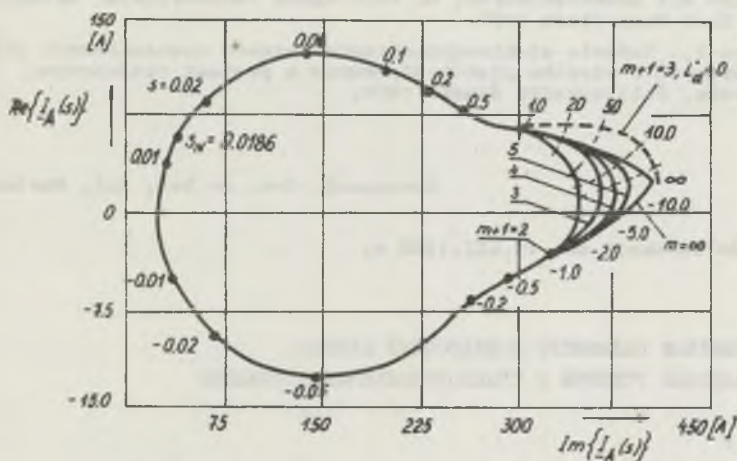


Rys. 7. Rodzina charakterystyk modułowo-fazowych admittancji słobka klinowego dla różnej liczby obwodów zastępowych $m + 1$

Dla zmienionych wartości h^* oraz δ^* częstotliwość danego punktu charakterystyki wynosi:

$$\omega^* = \frac{\delta^* h^2}{\delta^* h^* 2} \quad (19)$$

Na rys. 8 dokonano podobnego porównania dla poślizgowych charakterystyk prądu stojana silnika o mocy 400 kW ($h = 35$ mm, $\beta = 0,375$). Charakterystykę zaznaczoną linią przerywaną obliczono przy zerowej wartości indukcyjności uzupełniającej L_d^* .



Rys. 8. Rodzina poślizgowych charakterystyk prądu stojana dla równej liczby obwodów zastępczych $m + 1$ (silnik SZJr-138r o mocy 400 kW)

$\underline{I}_A = \underline{\hat{U}}_A \underline{Y}_1(s), \underline{Y}_1(s) -$ fazowa admitancja stojana

Charakterystyki częstotliwościowe przybliżonego modelu maszyny odbiegają od charakterystyk modelu dokładnego dla dużych wartości częstotliwości. Prowadzi to do wniosku, że przy obliczaniu przebiegów wielkości elektromagnetycznych w stacjach ustalonych silnika na podstawie przedstawionego wyżej zastępczego układu równań różniczkowych zwozajmych największe niezgodności w porównaniu z rozwiązaniem dokładnym występują w początkowych chwilach trwania procesu.

Na podstawie podobnych porównań dla silników posiadających żłobki o różnym współczynniku zwężenia oraz na podstawie obliczeń wybranych stanów micustalonych stwierdzono, że dla uzyskania dostatecznie dokładnych wyników wystarczy uwzględnić 3 lub 4 obwody zastępcze, przy czym dla żłobków o małym współczynniku zwężenia liczba obwodów zastępczych może być mniejsza.

LITERATURA

- [1] Nürnberg W.: Die Asynchronmaschine. Springer 1963.
- [2] Doetsch G.: Introduction to the Theory and Application of the Laplace Transformation. Springer Vlg 1974.
- [3] Paszek W.: Transientes Verhalten der Induktionsmaschine mit Hochstabläufer. Archiv für Elektrotechnik 63 (1981) 77-86.
- [4] Prasler H.: Kettenleiter - Netzmodell für das elektromagnetische Feld in den Nuten elektrischer Maschinen. Archiv für Elektrotechnik 56 (1971) str. 193.
- [5] Rogers G.J.: Induction motor terminal-voltage equation Proc IEE Vol. 123, Nr 3 1976.
- [6] Paszek W., Kudła J., Pawelec Z.: Transientes Verhalten der Induktionsmaschine mit Hochstabläufer. G. Fachtagung Industrielle Automatisierung. Karl-Marx-Stadt 1978.
- [7] Pawelec Z.: Badanie elektrodynamicznych stanów niustalonych silników indukcyjnych o wirniku głębokożłobkowym z prętami trapezowymi. Praca doktorska. Politechnika Śląska 1982.

Recenzent: doc. dr hab. inż. Marian Noga

Wpłynęło do Redakcji dn. 15.XII.1982 r.

**ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ПАРАМЕТРЫ АСИНХРОННОЙ МАШИНЫ
С ГЛУБОКОПАЗОВЫМ РОТОРОМ С ТРАПЕЦЕИДАЛЬНЫМИ СТЕРЖНЯМИ**

Р е з ю м е

Представлено метод определения электромагнитных параметров в схеме замещения асинхронной машины с глубокопазовым ротором с трапецеидальными стержнями. Операторный адмитанс стержня ротора, имеющий трансцендентный вид использовано для определения сосредоточенных параметров R, L в схеме замещения, после разложения адмитанса на бесконечный ряд простых дробей. Точность аппроксимирования, при конечном числе замещающих контуров ротора, определяется путём сравнения амплитудно-фазовой характеристики. Приложенный график показывает параметры контуров ротора для заданного коэффициента формы стержня.

**ELECTROMAGNETIC PARAMETERS OF INDUCTION MACHINE
WITH WEDGE SHAPED DEEP BAR ROTOR**

S u m m a r y

The method of evaluation of the electromagnetic parameters in the equivalent circuit of a induction machine with deep wedge shaped rotor bars

is presented. The operational admittance of the rotor bars possessing a transcendent form after its expansion into infinite partial fractions determines the lumped R,L values of the equivalent circuit. The accuracy of the approximation at finite number of rotor equivalent circuits has been estimated from the frequency response plot.

The enclosed diagrams give the parameters of the rotor circuit for wedge shaped bars at given shape factor.

Zbigniew PAWELEC

Instytut Maszyn i Urządzeń Elektrycznych
Politechniki Śląskiej

MODEL MATEMATYCZNY SILNIKA KLATKOWEGO Z UWZGLĘDNIENIEM
DWUWYMIAROWEGO WYPIERANIA PRĄDU W PRĘTACH WIRNIKA
O PRZEKROJU TRAPEZOWYM

Streszczenie. Wykorzystując oszczędne równanie różniczkowe dyfuzji z warunkiem brzegowym typu Neumanna opisujące dwuwymiarowy rozkład przestrzenny gęstości prądu w słóbkach wirnika, sformułowane model matematyczny silnika klatkowego. Podano go w postaci układu równań różniczkowo-całkowych, przy uwzględnieniu wyższych harmonicznych rozkładu przestrzennego indukcji magnetycznej w szczelinie.

W oparciu o metodę składników modalnych sformulowano aproksymujący układ równań różniczkowych zwyczajnych oraz podano graficznie zależności pozwalające na dobór parametrów tego modelu w zależności od wymiarów trapezowego słóbka wirnika.

1. Model o stałych rozłożonych w obwodach wirnika

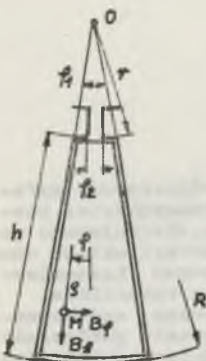
Przyjęto, że stan elektromagnetyczny obwodów silnika indukcyjnego o wirniku głębokoślóbkowym opisywany jest przez układ wzajemnie powiązanych równań różniczkowych oszczędnych i zwyczajnych. Równania oszczędne dyfuzji wraz z warunkami brzegowymi typu Neumanna opisują rozkład przestrzenny gęstości prądu wewnątrz części słóbkowych prętów wirnika, znajdujących się w polu magnetycznym rozproszenia słóbkowego. Równania różniczkowe zwyczajne wiążą prądy, napięcia i strumienie skogarnzone pozostałych obwodów maszyny, którym przyporządkowano parametry skupione.

Dla uproszczenia analizy założono:

- liniowość zależności dla obwodów elektrycznych oraz nieskończenie dużą przenikalność elementów ferromagnetycznych,
- symetrię obwodu magnetycznego oraz obwodów elektrycznych maszyny,
- pominięcie efektów skrajnych zachodzących w prętach, przy końcach pakietu blasz wirnika; słóbkę wirnika rozpatruje się jako wycinek słóbka nieskończenie długiego,
- jednorodność pola magnetycznego rozproszenia w szoszerbinie słóbka wirnika.

Dla natężenia pola elektrycznego wewnątrz pojedynczego, k -tego pręta, przez który przepływa prąd i_{pk} , obowiązuje równanie cząstkowe dyfuzji [1], [2]:

$$\nabla^2 E_k(M) = \delta \mu_0 \frac{\partial E_k(M)}{\partial t} \quad (1)$$



$$r_2 \cdot r = b_s$$

$$r_1 r = b$$

$$\frac{b_s}{b} = \lambda$$

$$\frac{r}{R} = \beta$$

Rys. 1. Przekrój żłobka trapezowego

Rzeczywisty kształt przekroju poprzecznego pręta trapezowego przybliżono kształtem wyidealizowanym - wycinkiem pierścienia, w którym górna i dolna powierzchnia pręta są częściami powierzchni cylindrycznych o promieniach R , r [1], [2] (rys. 1).

Przybliżenie to pozwoliło zastosować układ współrzędnych cylindrycznych, w którym Laplasjan równania (1) wynosi

$$\nabla^2 E_k(M) = \frac{\partial^2 E_k(M)}{\partial \varphi^2} + \frac{1}{\varrho} \cdot \frac{\partial E_k(M)}{\partial \varrho} + \frac{1}{\varrho^2} \cdot \frac{\partial^2 E_k(M)}{\partial \varphi^2} \quad (2)$$

Pe wykorzystaniu założenia o nieskończoności dużej przenikalności magnetycznej ferromagnetyka $\mu_{Fe} = \infty$ dla równania (1) obowiązuje warunek brzegowy typu Neumanna:

$$\frac{\partial E_k}{\partial n} \Big|_{(M=S)} = \begin{cases} -\mu_0 \frac{\partial}{\partial t} \frac{i_{pk}}{b_s} & \text{- w szoszerbinie żłobka} \\ 0 & \text{- na pozostałych częściach powierzchni bocznej pręta;} \end{cases} \quad (3)$$

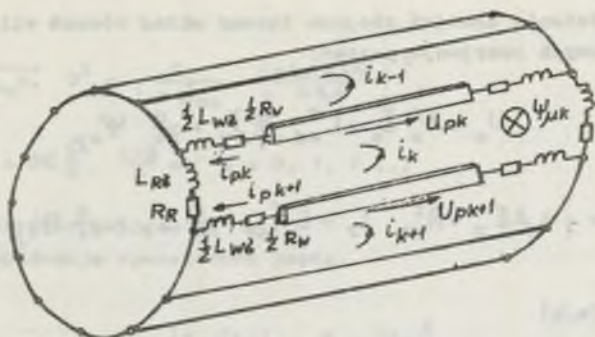
- S zbiór punktów na powierzchni bocznej pręta.

Założono ponadto zerowe warunki początkowe:

$$E_k(M, t = 0) = 0$$

Stan obwodów klatki wirnika o N prętach opisywany jest przez równania napięciowe, w których współrzędnymi są prądy fazy i_1, i_2, \dots, i_N , zaznaczone na rys. 2.

Części klatki wirnika wystające poza pakiet blach wirnika reprezentowane są przez stałe skupione; rezystancje R_R, R_V oraz indukcyjności rozproszeń $L_{R\sigma}, L_{V\sigma}$.



Rys. 2. Szkic klatki wirnika z wyodrębnieniem części szlankowych prętów

Indukcyjność L_{wg} jest sumą indukcyjności rozproszenia części pręta znajdujących się poza pakietem blach oraz indukcyjności rozproszenia szczeliny szlankowej.

Część szlankowa pręta reprezentowana jest przez zastępczy element, na którym spadek napięcia U_{pk} jest wyrażony przez iloczyn średniej wartości natężenia pola elektrycznego na powierzchni pręta w szczelbinie E_{pk} oraz długości idealnej pakietu blach l_1 :

$$U_{pk} = - l_1 E_{pk} \quad (4)$$

$$E_{pk} = \frac{1}{\varphi_2} \int_{-\frac{1}{2}\varphi_2}^{\frac{1}{2}\varphi_2} E(\varphi = \vartheta, \varphi) d\varphi \quad (5)$$

Założenie powyższe, na mocy twierdzenia Poyntinga, zapewnia równość mocy chwilowych wspomnianego wyżej elementu zastępczego i realnego pręta wirnika:

$$P_{pk} = - \int_S (\vec{E}_k \times \vec{H}_k) \cdot d\vec{S} = - l_1 E_{pk} i_{pk} = U_{pk} i_{pk}, \quad (6)$$

gdzie:

\vec{H}_k - natężenie pola magnetycznego k-tego pręta.

Umożliwia ono sformułowanie równań klatki wirnika tak, że nie zależą one od rozkładu przestrzennego natężenia pola elektrycznego wewnątrz pręta, lecz jedynie od jego funkcjonalizmu określonego przez zależność (5).

Po uwzględnieniu uzwojeń stojana łączny układ równań silnika we współrzędnych fazowych przyjmuje postać:

$$U_s = R_s^f I_s + L_{s\sigma}^f \frac{d}{dt} I_s + \frac{d}{dt} \Psi_{s\mu} \quad (7a)$$

$$0 = -1_A E_p + R_{r0}^f I_r + L_{r\sigma 0}^f \frac{d}{dt} I_r + \frac{d}{dt} \Psi_{r\mu} \quad (7b)$$

W równaniu (7a,b)

$$U_s = [U_A, U_B, U_C]^T, \quad I_s = [i_A, i_B, i_C]^T, \quad \Psi_{s\mu} = [\Psi_{A\mu}, \Psi_{B\mu}, \Psi_{C\mu}]^T,$$

są wektorami napięć i prądów strumieni skojarzonych uzwojeń stojana

$$E_p = [E_{p1}, E_{p2}, \dots, E_{pN}]^T, \quad I_r = [i_1, i_2, \dots, i_N]^T, \quad \Psi_{r\mu} = [\Psi_{1\mu}, \Psi_{2\mu}, \dots, \Psi_{N\mu}]^T$$

Macierze $R_s^f, R_{r0}^f, L_{s\sigma}^f, L_{r\sigma 0}^f$ są cyklicznymi macierzami rezystancji i indukcyjności rozproszonych stojana oraz wyodrębnionych uprzednio elementów klatki o stałych skupionych:

$$R_s^f = \text{cykl} \{R_s, 0, 0\}, \quad L_{s\sigma}^f = \text{cykl} \{L_{s\sigma}, M_{s\sigma}, M_{s\sigma}\},$$

$$R_{r0}^f = \text{cykl} \{2(R_R + R_W), -R_W, 0, \dots, 0, -R_W\},$$

$$L_{r\sigma 0}^f = \text{cykl} \{2(L_{W\sigma} + L_{R\sigma}), -L_{W\sigma}, 0, \dots, 0, -L_{W\sigma}\},$$

$$A = \text{cykl} \{1, -1, 0, \dots, 0\}.$$

W wyniku rozwiązania równania (1) z warunkami brzegowymi (3) natężenie średnie pola elektrycznego na powierzchni pręta w szeserbinie słobka wirnika wyrażono przez prądy fazowe:

$$E_{pk}(t) = - \int_0^{\xi} G_p(t - \xi) \left[\frac{d}{d\xi} [i_k(\xi) - i_{k-1}(\xi)] \right] d\xi, \quad (8)$$

Postać funkcji przejścia $G_p(t)$ [1][2][6] jest jednakowa dla wszystkich prętów wirnika i zależy wyłącznie od kształtów słobka:

$$G_p(t) = \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{s} G_p(p) \right\} = \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{Z_p(p)}{p} \right\} = \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{\alpha_p}{s^2 p} \sum_{n=0}^{\infty} D_n^2 \frac{\Delta \varphi_n(p)}{\Delta_0 \varphi_n(p)} \right\} \quad (9)$$

gdzie:

$$\alpha_p = \sqrt{\delta \mu_0 p}, \quad D_n^2 = \frac{2}{1 + \delta \mu_0} \left[\frac{\sin(k \lambda_n)}{k \lambda_n} \right]^2,$$

$$\lambda_n = \frac{2\pi}{p} n = 2\pi \frac{b}{h} \cdot \frac{1-\beta}{\beta} n; \quad n = 0, 1, 2 \dots$$

p - operator Laplace'a

 $Z_p(p)$ - impedancja operatorowa pręta.

$$\Delta \mathcal{J}_n(p) = \begin{vmatrix} I_{\mathcal{J}_n}(\beta z), & K_{\mathcal{J}_n}(\beta z) \\ I'_{\mathcal{J}_n}(z), & K'_{\mathcal{J}_n}(z) \end{vmatrix}$$

$$\Delta \mathcal{O}_{\mathcal{J}_n} = \begin{vmatrix} I_{\mathcal{J}_n}(\beta z), & K_{\mathcal{J}_n}(\beta z) \\ I'_{\mathcal{J}_n}(z), & K'_{\mathcal{J}_n}(z) \end{vmatrix}$$

 $I_{\mathcal{J}_n}, K_{\mathcal{J}_n}, I'_{\mathcal{J}_n}, K'_{\mathcal{J}_n}$ - zmodyfikowane funkcje Bessela oraz ich pochodne

$$\beta = \frac{r}{R}, \quad z = \delta \mu_0 p \frac{h}{1-\beta}$$

Wektory strumieni skojarzonych $\Psi_{s\mu}, \Psi_{r\mu}$ wyznaczone w wyniku analizy pola magnetycznego szczeliny powietrznej, przy czym założono, że układ prądowy uzwojeń został wytworzony przez uzwojenie zbudowane z nieskończenie cienkich nitki prądowych rozmieszczonych na cylindrycznych, pozbawionych zębówkowania powierzchniach stojana i wirnika [6]:

$$\Psi_{s\mu} = L_{s\mu}^r I_{s\mu} + \sum_{\nu=\pm 1,2}^{+\infty} M_{\nu\mu}^s Y_{s\nu}^* Y_{r\nu}^T I_{r\nu} \quad (10a)$$

$$\Psi_{r\mu} = L_{r\mu}^r I_{r\mu} + \sum_{\nu=\pm 1,2}^{+\infty} M_{\nu\mu}^r Y_{r\nu}^* Y_{s\nu}^T I_{s\nu} \quad (10b)$$

Macierze:

$$L_{s\mu}^r = \text{cykl} \{L_{s\mu}, M_{s\mu}, M_{s\mu}\},$$

$$L_{r\mu}^r = \text{cykl} \{L_{r\mu}, M_{r\mu}, M_{r\mu}\}$$

zawierają współczynniki indukcyjności uzwojeń stojana i wirnika związane z polem magnetycznym szczeliny powietrznej.

Współczynniki indukcyjności wzajemnej zależą od kąta ϱ_m wzajemnego położenia stojana i wirnika.

$$M_{\mu\nu} = 2 \sqrt{3N} \Lambda_{\nu} \xi_{s\varrho} \cdot \xi_{r\varrho} a_s e^{j\nu\varrho_m p_b}$$

gdzie:

- $\xi_{s\varrho}, \xi_{r\varrho}$ - współczynniki uzwojeń stojana i wirnika,
- a_s, p_b - liczba zwojów i liczba par biegunów uzwojenia stojana,
- $\Lambda = \frac{\mu_0 D l_i}{2\delta \delta' (\nu p_b)^2}$ - D, δ' - średnica wirnika i grubość zastępczej szczeliny powietrznej maszyny,
- ν - rząd harmonicznej rozkładu przestrzennego pola magnetycznego w szczelinie.

Wektory unormowane:

$$\underline{Y}_{s\varrho} = \frac{1}{\sqrt{3}} [1, \underline{a}_s^{\varrho}, \underline{a}_s^{2\varrho}]^T, \quad \underline{Y}_{r\varrho} = \frac{1}{\sqrt{N_2}} [\underline{Y}_{1r\varrho}^T, \underline{Y}_{-1r\varrho}^T \dots \underline{Y}_{(N_2-1)r\varrho}^T]$$

$$\underline{Y}_{1r\varrho} = \frac{1}{\sqrt{N_2}} [1, \underline{a}_r, \underline{a}_r^2, \dots, \underline{a}_r^{(N_2-1)\varrho}]$$

określają rozłożenie uzwojeń stojana i klatki wirnika.

$\underline{a}_s = e^{j \frac{2\pi}{3}}$, $\underline{a}_r = e^{j \frac{2\pi}{N}}$, π_0 - największy wspólny dzielnik liczb N oraz p_b , $N_2 = \frac{N}{\pi_0}$.

Po wyrażeniu wektorów $E_p, \psi_{r\mu}, \psi_{su}$ przez prądy fazowe według zależności (8), (10a,b) równania silnika (7a,b) przyjmują postać umożliwiającą zastosowanie transformacji układów współrzędnych podobnie jak w przypadku zwykłego silnika klatkowego.

W wyniku transformacji równań wirnika za pomocą macierzy unitarnej [3]:

$$C = \frac{1}{\sqrt{\pi_0}} \begin{bmatrix} \underline{J}_I & \underline{J}_I \dots \underline{J}_I & & \\ \underline{J}_I & \underline{J}_I \underline{a}_r & \dots \underline{J}_I \underline{a}_r^{(N_2-1)} & \\ \vdots & & & \\ \underline{J}_I & \dots \underline{J}_I \underline{a}_r^{(N_2-1)} & \dots \underline{J}_I \underline{a}_r^{(N_2-1)^2} & \end{bmatrix}, \quad \underline{a}_r = e^{j \frac{2\pi}{N}} \quad (11)$$

gdzie:

\underline{J}_I - macierz jednostkowa o wymiarach $(N_2 \times N_2)$,

dokonano eliminacji $N - N_2$ składowych zerowych:

$$C \underline{I}_r = \begin{bmatrix} \underline{I}_{r1} \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

Macierz \underline{I}_{r1} jest wektorem prądów fazowych wirnika zastępczej maszyny o liczbie prądów wirnika $N_2 = \frac{N}{n_p}$.

Równania zastępczej maszyny poddano transformacjom za pomocą macierzy unitarnych $\underline{W}_s, \underline{W}_r$ do układu współrzędnych kompleksorowych $\underline{I}_s, \underline{I}_r$:

$$\underline{I}_s = \underline{W}_s \underline{I}_{s1}, \quad \underline{I}_r = \underline{W}_r \underline{I}_{r1} \quad (13)$$

$$\underline{W}_s = \begin{bmatrix} \underline{Y}_{s1}^T \\ \underline{Y}_{s2}^T \\ \underline{Y}_{s3}^T \end{bmatrix}, \quad \underline{W}_r = \begin{bmatrix} \underline{Y}_{Ir1}^T \\ \underline{Y}_{Ir2}^T \\ \vdots \\ \underline{Y}_{IrN_2}^T \end{bmatrix}$$

Otrzymamy układ równań różniczkowo-całkowych silnika:

$$\underline{U}_s = R_s \underline{I}_s + \frac{d}{dt} (L_s \underline{I}_s + \underline{M}_{sr} \underline{I}_r) \quad (14a)$$

$$0 = 1_p B_r \int_0^t G_p(t - \tau) \left[\frac{d}{d\tau} \underline{I}_r(\tau) \right] d\tau + R_{r0} \underline{I}_r + \frac{d}{dt} [L_{r0} \underline{I}_r + \underline{M}_{sr}^T \underline{I}_s] \quad (14b)$$

posiada budowę znacznie prostszą od wyjściowego układu równań we współrzędnych fazowych:

$$R_s = \text{diag} \{ R_s, R_s, R_s \}, \quad L_s = \text{diag} \{ L_s, L_s, L_{s0} \},$$

$$L_s = L_{s0} - M_{s0} + \sum_{\nu=1,2}^{\infty} 4 \sqrt{\nu} Z_s^2 \xi_{s\nu}^2 (1 - \cos \frac{2\nu\pi}{3} \vartheta),$$

$$L_{s0} = L_{s0} + 2M_{s0} + \sum_{\nu=1,2}^{\infty} 4 \sqrt{\nu} Z_s^2 \xi_{s\nu}^2 (1 + 2 \cos \frac{2\nu\pi}{3} \vartheta),$$

$$B_r = \text{diag} \{b_{r1}, b_{r2}, \dots, b_{rN_2}\}, \quad R_{ro} = \text{diag} \{R_{ro1}, R_{ro2}, \dots, R_{roN_2}\},$$

$$L_{ro} = \text{diag} \{L_{ro1}, L_{ro2}, \dots, L_{roN_2}\},$$

$$b_{rk} = 4 \left\{ \begin{array}{l} 2 \\ r_k \end{array} \right\}^2 = 4 \sin^2 \left(\frac{\pi N}{p_b} k \right),$$

$$R_{rok} = 2R_r + b_{Rk} R_w,$$

$$L_{rok} = \frac{\sum_{i=1}^N \mu_o D_{ii}}{G_r N} + 2L_{Rk} + b_{rk} L_{Wk} \quad \text{dla } k < N_2,$$

$$L_{rok} = 2 L_{Rk} \quad \text{dla } k = N_2.$$

Macierz M_{sr} zawiera zespolone elementy m_{ij} będące okresowymi funkcjami kąta chwilowego położenia wirnika względem stojana:

$$m_{ij} = \begin{cases} \sum_{\pm 1, 2}^{\infty} M & \text{gdzie } i, j \text{ spełniają związki} \\ & i - j = 3k_1 \\ & j - i = N_2 k_2 \\ 0 & \text{- dla pozostałych } i, j \\ k_1, k_2 & \text{- liczby całkowite.} \end{cases}$$

2. Przybliżenie modelu matematycznego silnika za pomocą układu równań różniczkowych zwyczajnych

W obliczeniach elektrodynamicznych stanów nieustalonych dogodnie jest posłużyć się przybliżonym modelem matematycznym, w którym obliczanie całek spłotowych równań (14b) zastąpiono przez rozwiązywanie dodatkowego układu równań różniczkowych zwyczajnych. W tym celu dokonano rozkładu funkcji przejęcia $G_p(t)$ w szereg funkcji własnych $G_p^{(j)}(t)$, ($j = 1, 2, \dots$).

Przy uwzględnieniu jedynie m pierwszych wyrazów rozwinięcia - dominujących składników modalnych:

$$G_p(t) = \sum_{j=0}^{\infty} G_p^{(j)}(t) \cong a_0 + \sum_{j=1}^m a_j e^{-\lambda_{Nj} t} \quad (15)$$

napięcie pręta

$$U_{pk} = I_i \left[a_0 i_{pk} + \sum_{j=1}^m a_j i^{(j)} \right] \quad (16)$$

Funkcje $i^{(j)}$ są rozwiązaniami dodatkowego układu równań różniczkowych zwozajajnych:

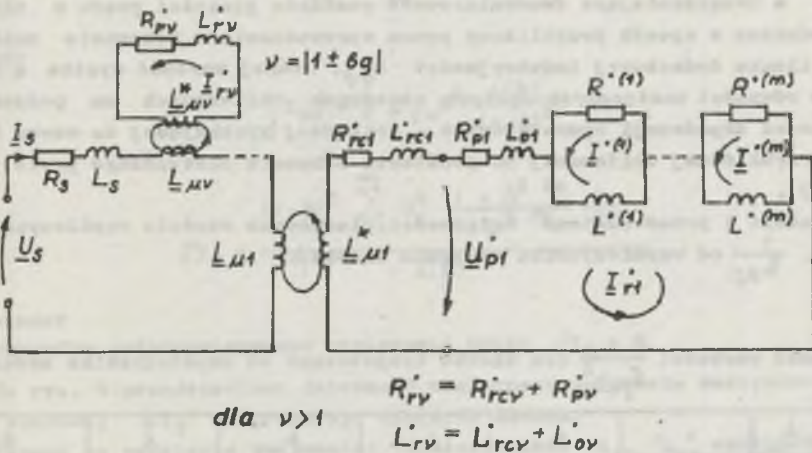
$$\frac{d}{dt} i^{(j)} + \lambda_{N_j} i^{(j)} = \frac{d}{dt} i_p, \quad j = 1, 2, \dots, m \quad (17)$$

i mają interpretację prądów przepływających przez elementarne fikcyjne obwody tłumiące, reprezentujące oddziaływanie prądów wirowych w osiach czynnych prętów wirnika.

Biorąc pod uwagę stransformowane równania tych obwodów, przy ograniczeniu rzędu najwyższej z uwzględnionych harmonicznych przestrzennych ($\nu_{max} = F < \frac{N_2}{2} - 1$, dla N_2 parzystego lub $F < \frac{N_2-1}{2}$, dla N_2 nieparzystego) otrzymano przybliżony układ równań różniczkowych zwozajajnych silnika:

$$U_{MF} = R_{MF} I_{MF} + \frac{d}{dt} (L_{MF} I_{MF}) \quad (18)$$

oraz odpowiadający mu schemat zastępczy przedstawiony na rys. 3.



Rys. 3. Przybliżony schemat zastępczy silnika klatkowego przy uwzględnieniu m dominujących składników modalnych funkcji G_p

Postaci macierzy układu (18) wynikają ze struktury schematu. Prądy obwodów wirnika zostały sprowadzone na stronę uzwojenia stojana, przy osiach współczynniki przewodzenia wynoszą:

$$\gamma_{z0} = \sqrt{\frac{2}{N}} z_s \frac{\sum_{p=0}^{\nu} \gamma_{p0}}{\sum_{p=0}^{\nu} \gamma_{p0}} \quad \nu = 1 \pm 6g, \quad g = 0, 1, 2, \dots \quad (19)$$

Dla podstawowej harmonicznej przestrzennej liczba obwodów zastępczych wynosi $m + 1$, dla wyższych harmonicznych uwzględniono tylko po jednym obwodzie zastępczym.

Wartości własne dominujących składników modelowych λ_{Mj} , $j = 1, 2, \dots, m$ zostały obliczone w wyniku numerycznego wyznaczenia pierwiastków p_j równania charakterystycznego:

$$\Delta_{0, \varphi n}^{(p)} \Big|_{[\varphi_n=0]} = I_1(\beta z) K_1(z) - I_1(z) K_1(\beta z) = 0 \quad (20)$$

$$z = \sqrt{\beta^2 \mu_{op}} \frac{h}{1-\beta}$$

przy czym: $\lambda_{Mj} = -p_j$.

Wartości te są identyczne z wartościami własnymi dla żłobka otwartego ($b_S = b$), w którym wypieranie prądu jest jednowymiarowe. Takie przyjęcie dominujących wartości własnych jest uzasadnione tym, że dla normalnych proporcji żłobków silników klatkowych wysokość żłobka jest co najmniej kilkakrotnie większa od jego szerokości, a wypieranie prądu w kierunku poprzecznym do wysokości odgrywa mniejszą rolę.

Dalsze wartości własne wynikające z odrzucenia wyrazów szeregu (15) dla $j > m$, a uwzględniające dwuwymiarowość rozkładu gęstości prądu w żłobku uwzględnione w sposób przybliżony przez wprowadzenie w schemacie zastępczym silnika dodatkowej indukcyjności $L_{0, \varphi}$, której wartość wynika z kryterium równości zastępczych stałych czasowych obliczonych na podstawie znajomości impedancji operatorowych - dokładnej (wynikającej ze wzoru (9)) oraz przybliżonej obliczonej na podstawie schematu zastępczego pręta (rysunek 3).

W tabeli 1 przedstawiono zależności pierwszych sześciu współczynników $\frac{1}{\beta \mu_{op} h^2} \cdot \frac{1}{\lambda_{Mj}}$ od współczynnika zwężenia żłobka β .

Tabela 1

Zależność wartości $\frac{1}{\beta \mu_{op} h^2}$ dla żłobka trapezowego od współczynnika zwężenia

| β \ j | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 1,0 | 0,101321 | 0,025330 | 0,011258 | 0,006333 | 0,004053 | 0,002814 |
| 0,9 | 0,101236 | 0,025325 | 0,011257 | 0,006332 | 0,004053 | 0,002814 |
| 0,8 | 0,100940 | 0,025306 | 0,011253 | 0,006331 | 0,004052 | 0,002814 |
| 0,7 | 0,100359 | 0,025269 | 0,011246 | 0,006329 | 0,004051 | 0,002814 |
| 0,6 | 0,099386 | 0,025204 | 0,011233 | 0,006325 | 0,004050 | 0,002813 |
| 0,5 | 0,097865 | 0,025097 | 0,011211 | 0,006318 | 0,004047 | 0,002812 |
| 0,4 | 0,095572 | 0,024920 | 0,011175 | 0,006306 | 0,004042 | 0,002810 |
| 0,3 | 0,092160 | 0,024622 | 0,011110 | 0,006285 | 0,004033 | 0,002804 |
| 0,2 | 0,087089 | 0,024080 | 0,010985 | 0,006242 | 0,004015 | 0,002796 |
| 0,1 | 0,079491 | 0,022974 | 0,010686 | 0,006132 | 0,003966 | 0,002771 |

Zastępcza stała czasowa ślóbka [4] przy uwzględnienia dwuwymiarowego wypierania prądu:

$$T_Z = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{\frac{d}{dp} Z_p(p)}{Z_p(p)} \quad (21)$$

ostała obliczona [6] przy wykorzystaniu podanego przez W. Bucholtza [8] całkowitego przedstawienia wyznacznika funkcji Bessela rzędu ν_n :

$$D_{\nu_n} = \begin{vmatrix} I_{\nu_n}(\beta n), & K_{\nu_n}(\beta n) \\ I_{\nu_n}(z), & K_{\nu_n}(z) \end{vmatrix} = -\frac{1}{2} \int_{-1}^{1} \frac{e^{-\ln \beta} \nu_n \phi I_0(z \frac{1-\beta}{n} k_\phi) d\phi}{\nu_n \beta} \quad (22)$$

$$k_\phi = R^2(1 + \beta^2 - 2\beta \cos h\phi)$$

dzięki czemu obliczenie granic $\lim_{p \rightarrow 0} Z_p(p)$ oraz $\lim_{p \rightarrow 0} \frac{d}{dp} Z_p(p)$ sprowadza się do obliczania granic funkcji Bessela rzędu całkowitego:

$$T_Z = T_{Z0} (1 + \delta T_Z) \quad (23)$$

gdzie:

$$T_{Z0} = \frac{1}{2} \mu_0 h^2 \frac{\Lambda(\beta)}{(1-\beta)^2}$$

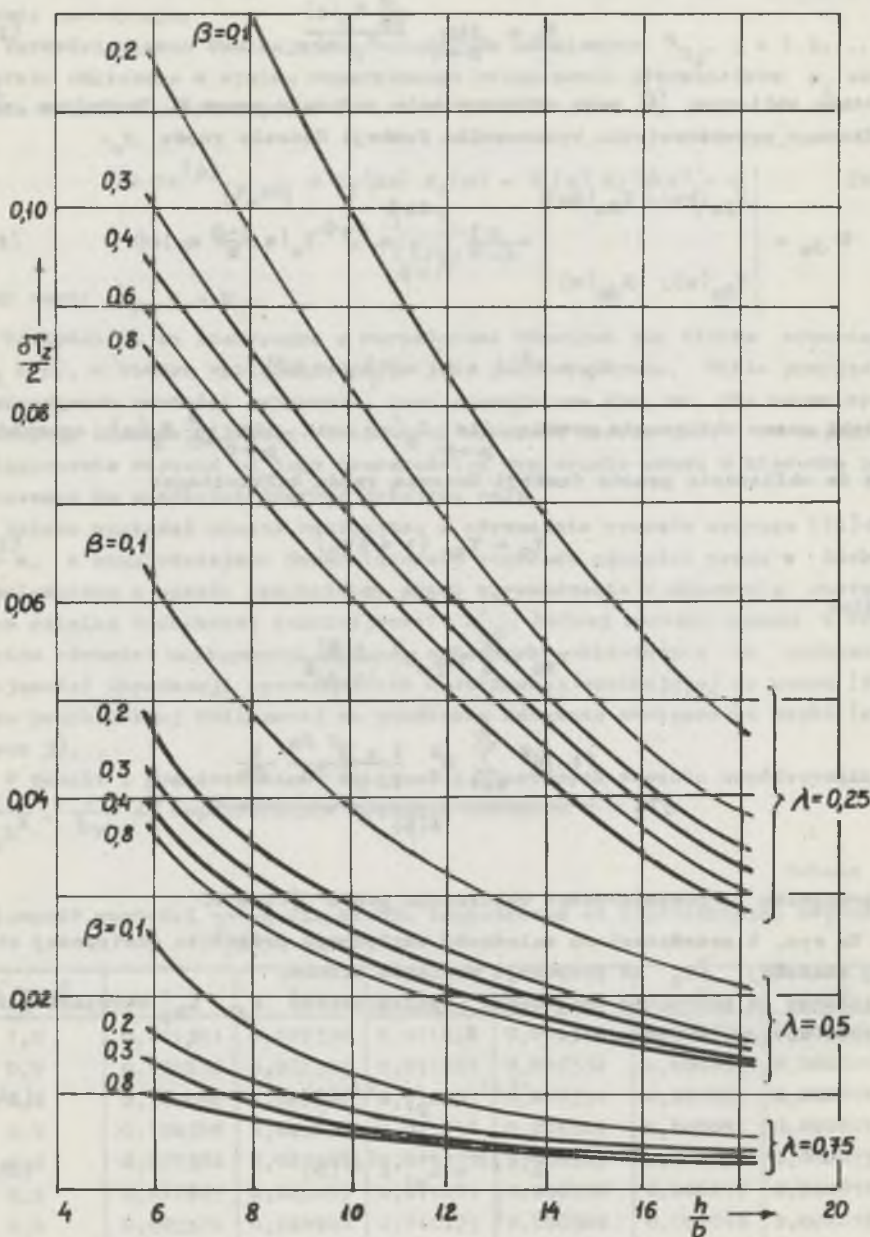
$$\delta T_Z = \frac{(1-\beta)^2 \sum_{k=1}^{\infty} D_n^2 \frac{1 + \beta^2 \nu_n}{1 - \beta^2 \nu_n} \frac{1}{\nu_n}}{\Lambda(\beta)}$$

W przypadku jednowymiarowego wypierania prądu $\delta T_Z = 0$.

Na rys. 4 przedstawiono zależność względnego następczej stałej czasowej δT_Z od proporcji wymiarów ślóbki. Obliczone na podstawie znajomości współczynników a_j , λ_{Mj} wartości parametrów obwodów skupionych:

$$R^-(j) = R_{p1}^- r^-(j)(\beta) \quad (24a)$$

$$L^-(j) = L_{p1}^- l^-(j)(\beta) \quad (24b)$$



Rys. 4. Zależność względnego przyrostu zastępczej stałej czasowej ΔT_z od proporcji wymiarów ślabka

gdzie:

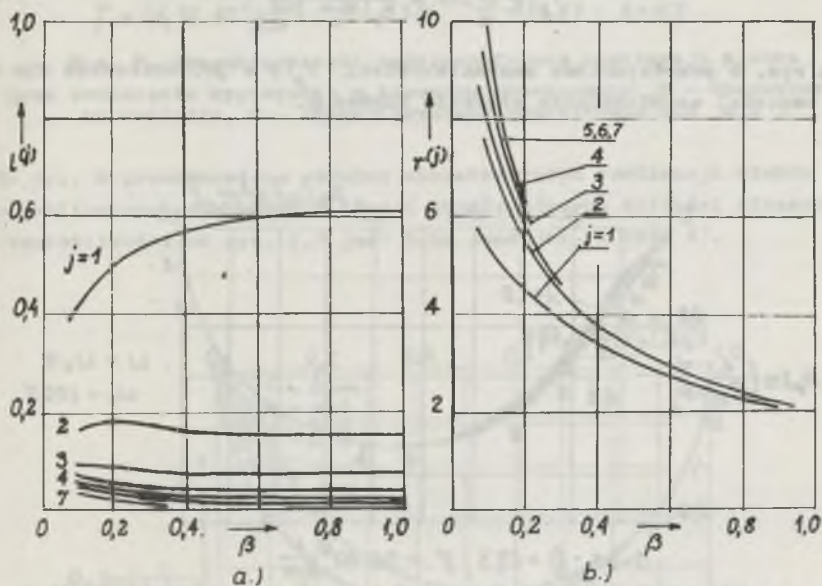
R_{p1}^* , L_{p1}^* - rezystancja oraz indukcyjność pręta w statycznym stanie ustalonym dla zębka otwartego.

$$r^{(j)} = \frac{1-\beta^2}{2} \cdot \frac{1}{A(\beta)} \cdot \frac{1}{x_j} \cdot \frac{2 J_1^2(x_j)}{J_1^2(\beta x_j) - J_1^2(x_j)} \quad (25a)$$

$$l^{(j)} = r^{(j)} A(\beta) x_j^2 \quad (25b)$$

$$x_j = \delta \frac{1}{2} \omega h^2 \lambda_{Wj} \frac{1}{(1-\beta)^2}$$

Wartość współczynników $r^{(j)}$, $l^{(j)}$ w zależności od współczynnika zwężenia zębka przedstawiono na rys. 5a,b.



Rys. 5a,b. Zależność parametrów $r^{(j)}$, $l^{(j)}$ od współczynnika zwężenia zębka

Indukcyjność dodatkowa:

$$L_{o1}^* = L_{p1}^* \left[(1 + \delta T_Z) - \sum_{k=1}^m l^{(j)} \right] \quad (26)$$

W wyniku przeprowadzenia kompleksorów przybliżonego układu równań różniczkowych swyozajnych (18) na wspólną płaszczyznę odniesienia wirującą z prędkością kątową ω_x otrzymuje się ostatecznie układ równań silnika o stałych współczynnikach:

$$U_{MF} = R_{MF} I_{MF} + (j K_{MF} + \frac{d}{dt} L_{MF}) I_{MF} \quad (27)$$

gdzie:

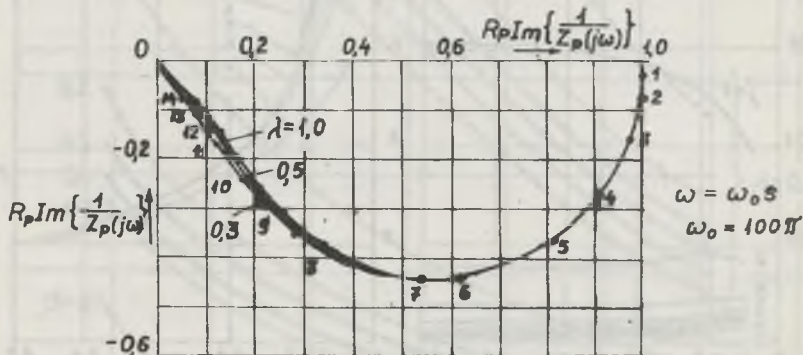
$$K_{MF} = \text{diag} \{ (\omega_x - \omega), (\omega_x - \omega), \dots, (\omega_x - \omega), (\omega_x + 5\omega), (\omega_x - 7\omega) \}$$

elementy macierzy L_{MF} zawierają moduły zespolonych współczynników indukcyjności L_{MF} .

Dla oceny wpływu dwuwymiarowego wypierania prądu na parametry obwodów wirnika dokonano porównania charakterystyk modułowo-fazowych admittancji szlodka:

$$Y_p(p = j\omega) = \frac{1}{Z_p(p = j\omega)} \quad (28)$$

Na rys. 6 przedstawiono charakterystyki $Y_p(p = j\omega)$ obliczone dla różnych wartości współczynnika otwarcia szlodka λ .



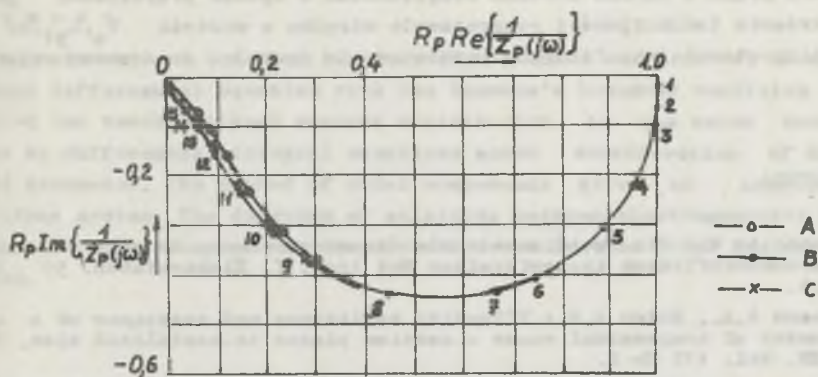
$$\beta = 0.6; \frac{h}{b} = 13.3; \gamma = 56 \cdot 10^6 \frac{1}{\Omega m}$$

| k | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 |
|---|-------|-------|------|------|------|------|------|------|------|-----|-----|-----|-----|-----|
| s | 0,001 | 0,005 | 0,01 | 0,02 | 0,03 | 0,05 | 0,06 | 0,10 | 0,16 | 0,2 | 0,5 | 0,6 | 0,8 | 1,0 |

Rys. 6. Charakterystyki modułowo-fazowe admittancji szlodka dla różnych wartości współczynnika otwarcia λ .

Rys. 7 przedstawia porównanie charakterystyk $Y_p(p = j\omega)$ obliczone na podstawie zależności dokładnych (9) oraz przybliżonych wynikających z uproszczonego schematu zastępczego szlodka, przy uwzględnieniu trzech war-

teści własnych $m = 3$. Krzywa oznaczona literą A jest charakterystyką przy jednowymiarowym wypieraniu prądu.

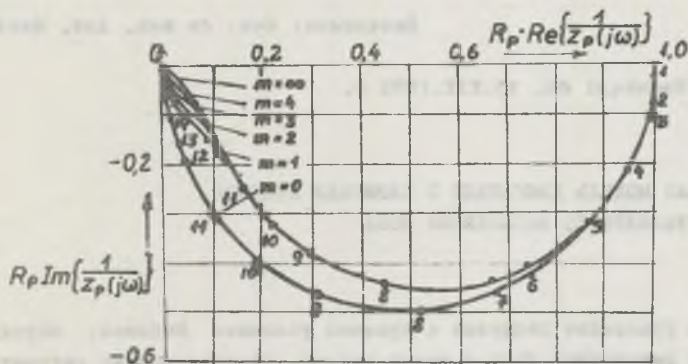


$$\gamma = 46,72 \cdot 10^6 \frac{1}{\Omega \text{m}} ; \beta = 0,375 ; \frac{h}{b} = 11,67 ; \lambda = 0,5$$

Rys. 7. Charakterystyki modułowo-fazowe admitancji szlóbka

A - przy pominięciu wypierania w kierunku poprzecznym, B - charakterystyka dokładna, C - charakterystyka przybliżona dla $m = 3$

Na rys. 8 przedstawiono rodzinę charakterystyk admitancji szlóbka otwartego, obliczonych dla różnych ilości uwzględnionych wartości własnych (skala częstotliwości na rys. 7, 8 jest taka sama jak na rys. 6).



$$\beta = 0,375, \left(\frac{h}{b}\right) = 11,67, \gamma = 46,72 \cdot 10^6 \frac{1}{\Omega \text{m}}$$

Rys. 8. Charakterystyki modułowo-fazowe szlóbka otwartego przy uwzględnieniu różnej liczby wartości własnych m

Przedstawione wykresy współczynników $r^{(j)}(\beta)$, $l^{(j)}(\beta)$, $T_Z = f(\lambda, \beta, \frac{h}{b})$ pozwalają z wystarczającą dokładnością określić parametry obwodów skupionych przybliżonego modelu matematycznego silnika. Dwuwymiarowość rozkładu gęstości prądu w żłobku została uwzględniona w sposób przybliżony przez powiększenie indukcyjności rozproszenia wirnika o wartość $T_Z \cdot L_p$, co można interpretować jako fikcyjne pomniejszenie grubości szoszerbiny żłobkowej.

LITERATURA

- [1] Bucholtz W.: Die Zweidimensionale Stromverdrängung in einer wecheltstromdurchflossenen trapezformigen Nut Arch. f. Elektrotechn. 59 1965 H.5.
- [2] Swann S.A., Noton A.R.: Effective resistance and reactance of a conductor of trapezoidal cross - section placed in semiclosed slot. Proc. IEE. Vol. 117 Nr 2.
- [3] Teagen F., Homes E.: Das allgemeine Gleichungssystem des Käfigläufermotors unter Berücksichtigung der Oberfelder Teil I, Arch.f. Elektrotechn. 55.1972 s. 21-31.
- [4] Paszek W.: Stany nieustalone w maszynach elektrycznych. Cz. I. Maszyny asynchroniczne cz. I. Skrypt Pol. Śl. Gliwice 1981.
- [5] Rogers G.J.: Induction motor terminal-voltage equations. Proc. IEE Vol. 123, Nr 3, 1976.
- [6] Pawelec Z.: Badanie elektrodynamicznych stanów nieustalonych silników indukcyjnych o wirniku głębokożłobkowym z prętami trapezowymi. Praca doktorska. Pol. Śl. Gliwice 1982.
- [7] Bucholtz H.: Elektrische und magnetische Potentialfelder. Wyd.ros.Moskwa 1961.

Recenzent: doc. dr hab. inż. Marian Noga

Wpłynęło do Redakcji dn. 15.XII.1982 r.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДВИГАТЕЛЯ С БЕЛИЧЬЕЙ КЛЕТКОЙ С УЧЕТОМ ДВУРАЗМЕРНОГО ВЫТЕСНЕНИЯ ТОКА

Р е з ю м е

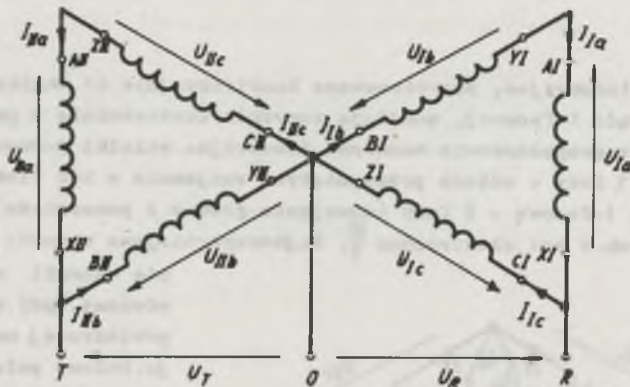
Используя уравнение диффузии с краевым условием Неймана, определяющие двумерные вытеснение тока в пазах ротора, сформулировано математическую модель двигателя с беличьей клеткой в виде системы дифференциально-интегральных уравнений, с учетом высших гармоник распределения магнитной индукции в воздушном зазоре.

Методом модальных составляющих сформулировано аппроксимирующую систему обыкновенных дифференциальных уравнений а также графические зависимости для определения их параметров.

Przy innych prędkościach pojawia się eliptyczne pole magnetyczne, którego składowa przeciwbieżna wytwarza przeciwbieżny moment elektromagnetyczny oraz powoduje wzrost strat w żelazie.

Istnieje wiele układów połączeń, pozwalających na zasilanie silnika 3-fazowego z sieci jednofazowej. Dla wytworzenia momentu rozruchowego i zapewnienia dobrego wykorzystania obwodu elektromagnetycznego potrzebne są jednak - podobnie jak w silnikach jednofazowych - dodatkowe impedancje zewnętrzne (kondensatory i indukcyjności). Silniki 3-fazowe, zasilane jednofazowo, charakteryzują się własnościami eksploatacyjnymi zbliżonymi do silników jednofazowych.

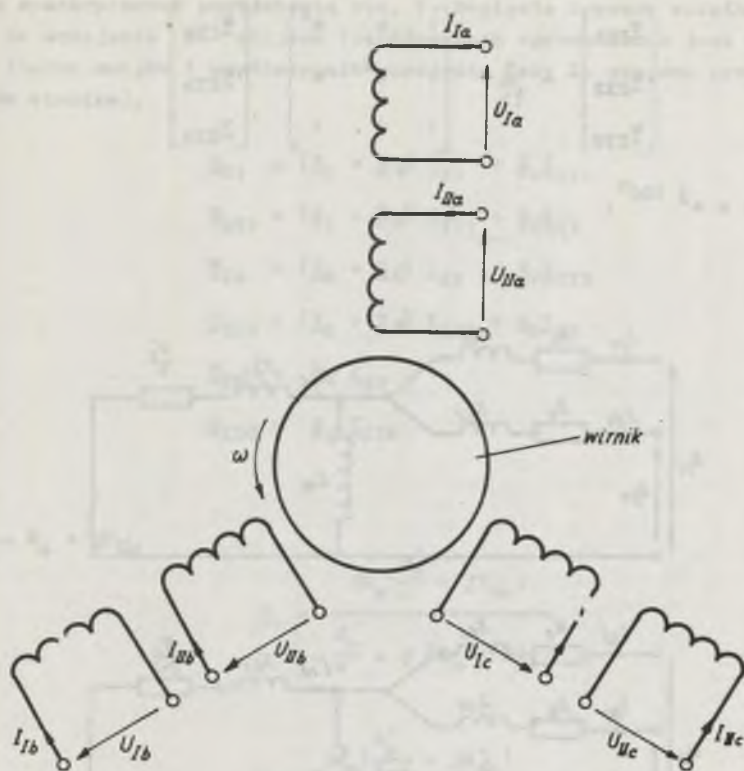
W patencie USA 10/6/76 nr 729891 opisano układ połączeń, umożliwiający dwufazowe zasilanie 3-fazowego silnika z wykorzystaniem przewodu zerowego sieci 3-fazowej, bez potrzeby stosowania dodatkowych impedancji. Każde uzwojenie fazy stojana musi być podzielone na dwie równe części. W dalszym ciągu silnik taki będziemy nazywać silnikiem z dzielonymi uzwojeniami stojana. Połączenia maticzków uzwojeń stojana i sposób zasilania silnika przedstawione na rys. 1 i 2.



Rys. 2. Układ połączeń faz stojana 3-fazowej maszyny z dzielonymi uzwojeniami (przypadek 2)

2. Analiza stanu ustalonego silnika z dzielonymi uzwojeniami stojana

3-fazową maszynę indukcyjną z dzielonymi uzwojeniami stojana można traktować jako maszynę o podwójnym symetrycznym 3-fazowym uzwojeniu stojana (rys. 3). Elektromagnetyczne wielkości fazowe $\underline{W}_{k=sa,b,c}$, odpowiadające pierwszemu bądź drugiemu układowi uzwojeń, będziemy oznaczać przez \underline{W}_{Ik} lub \underline{W}_{IIk} ($k = a, b, c$).



Rys. 3. Maszyna 3-fazowa z podwójnym symetrycznym układem faz stojana

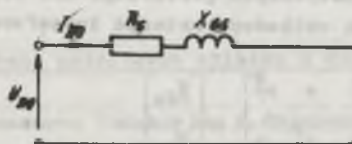
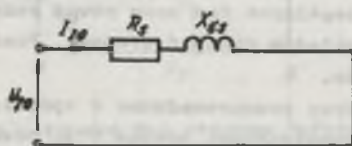
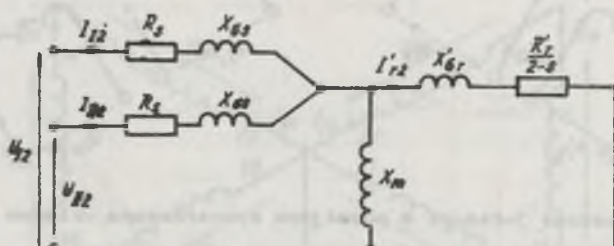
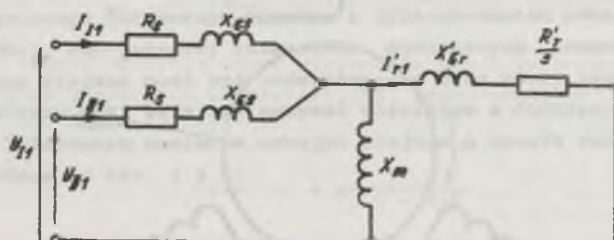
Założono liniową charakterystykę magnesowania, sinusoidalny rozkład przestrzenny okładu prądowego poszczególnych faz oraz równe rezystancje fazowe i reaktancje rozprożeń obu układów uzwojeń stojana. Pominięto straty w żelazie oraz straty mechaniczne.

Analizę stanu ustalonego maszyny przeprowadzono w oparciu o metodę składowych symetrycznych. Składowe symetryczne: zgodną (1), przeciwną (2) oraz zerową (0) wielkości elektromagnetycznych pierwszego (I) oraz drugiego (II) układu uzwojeń stojana określają unitarne macierze transformacji:

$$\begin{bmatrix} \underline{V}_{I1} \\ \underline{V}_{I2} \\ \underline{V}_{I0} \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{V}_{Ia} \\ \underline{V}_{Ib} \\ \underline{V}_{Ic} \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$\begin{bmatrix} \underline{V}_{II1} \\ \underline{V}_{II2} \\ \underline{V}_{II0} \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{V}_{IIa} \\ \underline{V}_{IIb} \\ \underline{V}_{IIc} \end{bmatrix} \quad (2)$$

gdzie: $a = e^{j 120^\circ}$.



Rys. 4. Schematy następcze maszyny z dzielonymi uzwojeniami stojana

Schematy zastępcze maszyny z dzielonymi uzwojeniami stojana dla składowych symetrycznych przedstawia rys. 4. Napięcia i prądy wirnika odniesiono do uzwojenia Ia stojana (współczynnik sprowadzenia jest określony przez liczbę zwojów i współczynnik uzwojenia fazy Ia stojana oraz liczbę zębów wirnika).

$$\begin{aligned} \underline{U}_{-I1} &= (\underline{Z}_1 + \underline{Z}'_c) \underline{I}_{-I1} + \underline{Z}_1 \underline{I}_{-II1} \\ \underline{U}_{-II1} &= (\underline{Z}_1 + \underline{Z}'_c) \underline{I}_{-II1} + \underline{Z}_1 \underline{I}_{-I1} \\ \underline{U}_{-I2} &= (\underline{Z}_2 + \underline{Z}'_c) \underline{I}_{-I2} + \underline{Z}_2 \underline{I}_{-II2} \\ \underline{U}_{-II2} &= (\underline{Z}_2 + \underline{Z}'_c) \underline{I}_{-II2} + \underline{Z}_2 \underline{I}_{-I2} \\ \underline{U}_{-IO} &= \underline{Z}'_c \underline{I}_{-IO} \\ \underline{U}_{-IIO} &= \underline{Z}'_c \underline{I}_{-IIO} \end{aligned} \quad (3)$$

gdzie:

$$\underline{Z}'_c = R_c + jX'_{cS}$$

$$\underline{Z}_1 = \frac{jX_m \left(\frac{R'_r}{s} + jX'_{cR} \right)}{\frac{R'_r}{s} + j(X_m + X'_{cR})} \quad (4)$$

$$\underline{Z}_2 = \frac{jX_m \left(\frac{R'_r}{2-s} + jX'_{cR} \right)}{\frac{R'_r}{2-s} + j(X_m + X'_{cR})}$$

Moment elektromagnetyczny jest różnicą składowej współbieżnej i przeciwbieżnej:

$$M_o = M_{o1} - M_{o2} = \frac{p}{\omega_o} \left(I_{r1}^2 \frac{R'_r}{s} - I_{r2}^2 \frac{R'_r}{2-s} \right)$$

gdzie:

I_{r1} , I_{r2} - składowa zgodna i przeciwna prądu wirnika,

p - liczba par biegunów.

Składowa zerowa nie partycypuje w wytwarzaniu momentu elektromagnetycznego silnika.

Z dwóch układów połączeń faz stojana, prezentowanych na rys. 1 i 2, wybrano do dalszej analizy układ z rys. 1, który - jak można wykazać - charakteryzuje się lepszymi własnościami eksploatacyjnymi.

$$\underline{I}_{Ib} + \underline{I}_{IIc} - \underline{I}_{Ia} - \underline{I}_{IIa} = 0$$

$$\underline{U}_{Io} = - \underline{U}_R$$

$$\underline{U}_{IIb} = - \underline{U}_T \quad (5)$$

$$\underline{U}_{Ia} - \underline{U}_{IIa} = 0$$

$$\underline{U}_{Ia} + \underline{U}_{Ib} + \underline{U}_{Io} = 0$$

$$\underline{U}_{IIa} + \underline{U}_{IIb} + \underline{U}_{IIc} = 0.$$

Wprowadzając do wzoru (5) składowe symetryczne otrzymujemy układ równań liniowych, którego rozwiązanie ma następującą postać:

$$\underline{I}_{I1} = \frac{\sqrt{3} U}{\Delta} \left[\underline{Z}_2(-2 - j\sqrt{3}) + \underline{Z}_6\left(-\frac{5}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \right]$$

$$\underline{I}_{I2} = \frac{\sqrt{3} U}{\Delta} \left[\underline{Z}_2 j\sqrt{3} + \underline{Z}_6\left(\frac{3}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \right]$$

$$\underline{I}_{II1} = \frac{\sqrt{3} U}{\Delta} \left[\underline{Z}_2(-2 + j\sqrt{3}) + \underline{Z}_6\left(-\frac{5}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \right] \quad (6)$$

$$\underline{I}_{II2} = \frac{\sqrt{3} U}{\Delta} \left[-\underline{Z}_2 j\sqrt{3} + \underline{Z}_6\left(\frac{3}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \right]$$

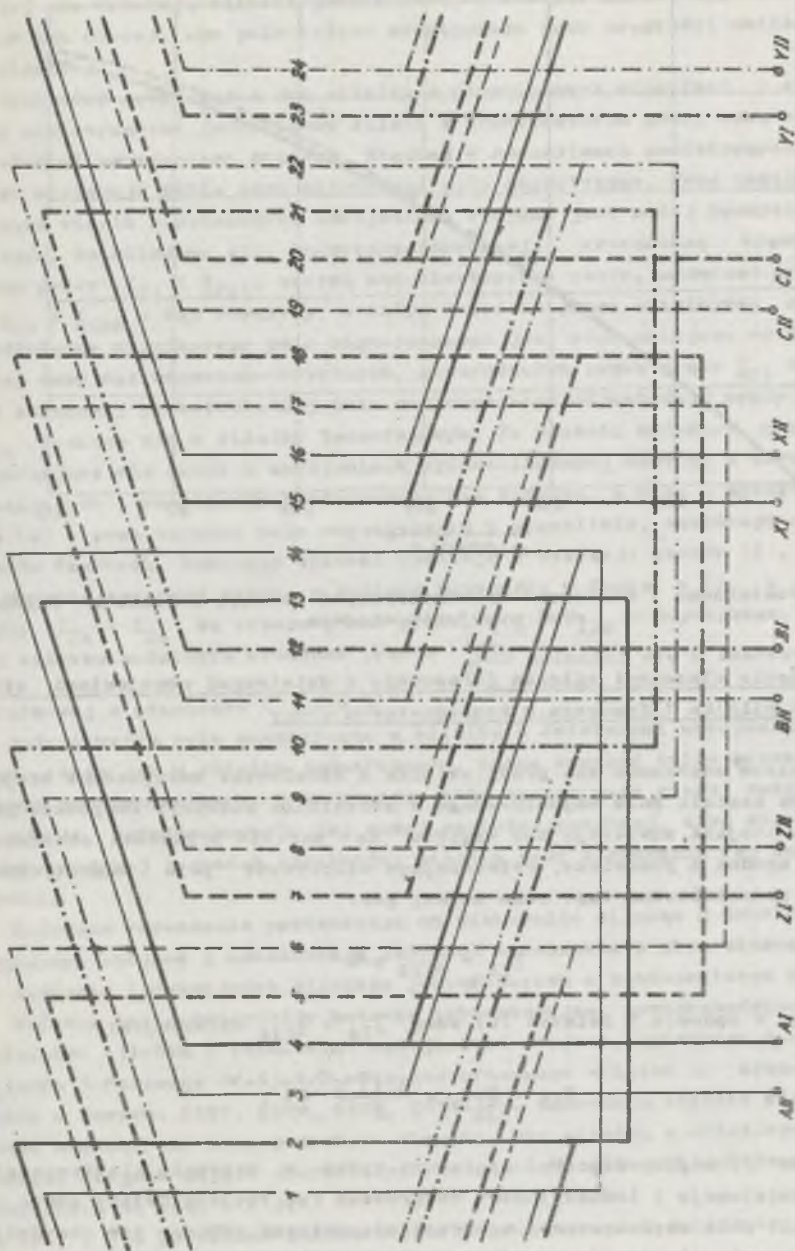
$$\underline{I}_{Io} = 0$$

$$\underline{I}_{IIo} = 0$$

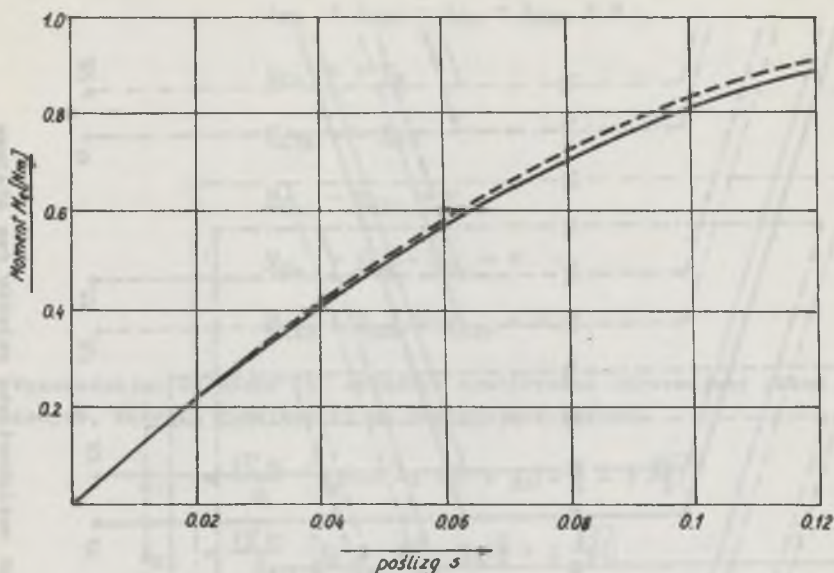
gdzie:

$$\Delta = 4\underline{Z}_1\underline{Z}_2 + \underline{Z}_6(5\underline{Z}_1 + 5\underline{Z}_2 + 4\underline{Z}_6) \left(-\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}\right).$$

Obliczone wartości prądów, napięć i momentu zweryfikowano pomiarowo. Modele wykonano na bazie indukcyjnych silników 3-fazowych Sf-63-2/B o następujących danych: 220/380V; 1,27/0,73A; 50 Hz; 250 W; $\cos \varphi = 0,77$. Rys. 5 przedstawia schemat uzwojenia i 6 zacisków, wyprowadzonych z faz stojana. Podział uzwojeń zapewnia równość rezystancji, reaktancji rozproszonych i współczynników uzwojeń dla wszystkich harmonicznych przestrzennych, lecz na skutek różnych rozpiętości zeswojów pod biegunami wypadkowe pole magnetyczne zawiera parzyste harmoniczne przestrzenne. Na rys. 6 przedstawiono pomiarową (linia ciągła) i obliczoną (linia przerywana) charakterystykę momentu elektromagnetycznego [2]. Taką samą zgodność wyników uzyskano dla charakterystyk prądów i napięć fazowych w funkcji poślugu.



Rys. 5. Schemat uworżenia z wyprzedzonymi naciskami obu układów faz stojana



Rys. 6. Pomierzone i obliczone charakterystyki momentu silnika z dzielonymi uzwojeniami stojana

3. Porównanie własności silnika 3-fazowego z dzielonymi uzwojeniami stojana i silnika 1-fazowego z kondensatorem pracy

Zasadnicze znaczenie dla pracy silnika z dzielonymi uzwojeniami stojana posiada kształt pola magnetycznego w szczelinie maszyny. Wszystkie prądy fazowe stojana zawierają bez względu na wartość prędkości obrotowej składowe zgodne i przeciwne, wytwarzające eliptyczne pole magnetyczne. Składowa przeciwbieżna tego pola znika, gdy:

$$\underline{I}_{I2} + \underline{I}_{III2} = 0 \quad (7)$$

Obliczając w oparciu o związki (6) sumę $\underline{I}_{I2} + \underline{I}_{III2}$ otrzymujemy:

$$\underline{I}_{I2} + \underline{I}_{III2} = \frac{3\sqrt{3}U}{\Delta} \underline{Z}_G. \quad (8)$$

Warunek (7) mógłby więc być spełniony tylko w maszynie elektrycznej, której rezystancje i indukcyjności rozproszeń faz stojana byłyby równe zero. Kształt pola magnetycznego w szczelinie maszyny odbiega tym bardziej od kołowego, im większy jest poślizg silnika. Składowa przeciwbieżna pola eliptycznego przyjmuje maksymalną wartość przy obciążeniu znamionowym. Wa-

dy taj nie wykazują silniki jednofazowe, w których impedancję zewnętrzną można tak dobrać, aby pole kołowe występowało przy prędkości zbliżonej do znamionowej.

Wyobraźmy sobie teraz dwa silniki o identycznych wirnikach i szczelinach powietrznych: jednofazowy silnik z kondensatorem pracy oraz silnik z dzielonymi uzwojeniami stojana. Niechaj w szczelinach powietrznych obu silników występuje takie samo eliptyczne pole magnetyczne. Przy takich założeniach silnik z dzielonymi uzwojeniami stojana jest mniej korzystny, a to dlatego, że składowe siły magneto-motoryczne, wytwarzane odpowiednio przez prądy \underline{I}_{I1} i \underline{I}_{III1} , tworzą kąt elektryczny ostry, natomiast przez prądy \underline{I}_{I2} i \underline{I}_{III2} - kąt rozwarty. W całym zakresie pracy silnikowej składowa współbieżna wypadkowego pola magnetycznego jest więc mniejsza od algebraicznej sumy sił magneto-motorycznych, generowanych przez prądy \underline{I}_{I1} i \underline{I}_{III1} , zaś składowej przeciwbieżnej pola magnetycznego odpowiadają prądy \underline{I}_{I2} i \underline{I}_{III2} większe niż w silniku jednofazowym. Te właśnie składowe przesłowne, pojawiające się nawet w uzwojeniach wyidealizowanej maszyny o zerowych rezystancjach i reaktancjach rozproszonych faz stojana, a więc - zgodnie ze wzorem (8) - przy kołowym polu magnetycznym w szczelinie, zakłócają symetrię prądów fazowych. Powyższe wnioski wynikają z dyskusji wzorów (6).

Najmniejszy prąd płynie w ogólnym przypadku w fawie a ($\underline{I}_{Ia} = \underline{I}_{IIIa}$), prądy \underline{I}_{Ib} i \underline{I}_{Ic} są większe, zaś prądy \underline{I}_{IIIb} i \underline{I}_{IIIc} - największe. W badanym silniku modelowym stosunek prądów $\frac{\underline{I}_{IIIb}}{\underline{I}_{Ib}}$ zmienił się w zakresie pracy silnikowej w granicach 4,3 - 4,5.

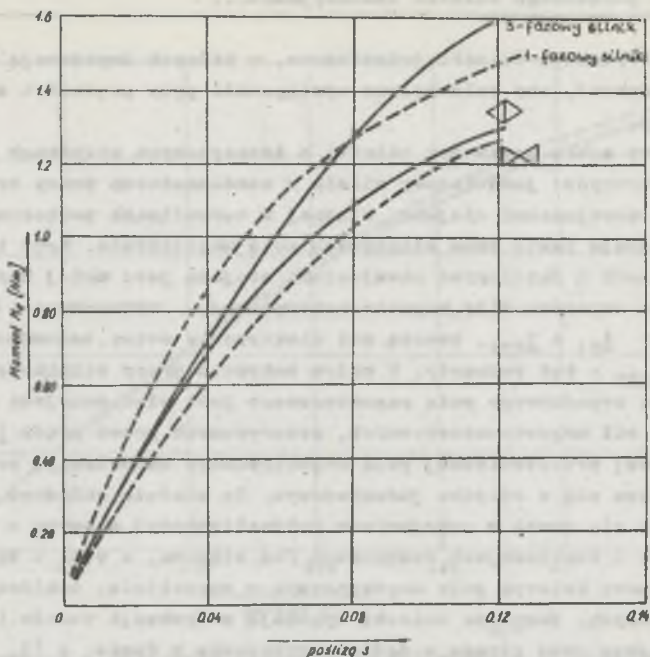
Podsumowując, pole magnetyczne w silniku z dzielonymi uzwojeniami stojana, takie jak w silniku jednofazowym, można uzyskać tylko przez powiększenie prądów fazowych, a to oznacza albo wzrost masy miedzi zużytej na uzwojenia, przy zachowaniu tej samej gęstości prądowej, albo wzrost gęstości prądowej i spadek sprawności silnika przy zachowaniu tej samej masy miedzi.

Powyższe rozważania przemawiają na niekorzyść silnika z dzielonymi uzwojeniami stojana i uzasadniają celowość stosowania z ekonomicznego punktu widzenia indukcyjnych silników jednofazowych z kondensatorem pracy.

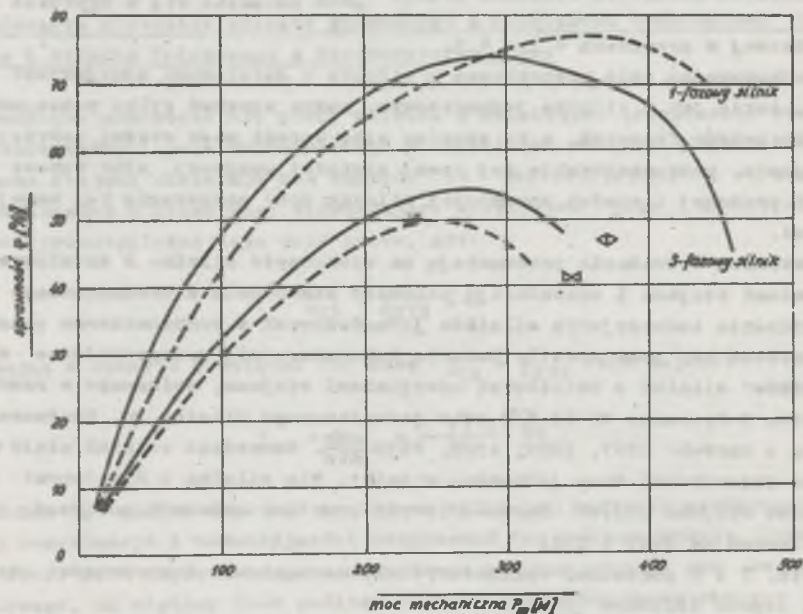
Wniosek ten potwierdziły badania laboratoryjne, przeprowadzone dla 3 silników: silnika z dzielonymi uzwojeniami stojana, opisanego w rozdz. 2, silnika 3-fazowego Sf-63-2/B oraz jednofazowego silnika z kondensatorem pracy o danych: 220V, 50Hz, 250W, 2830 $\frac{\text{obr}}{\text{min}}$. Wszystkie silniki miały ten sam obwód magnetyczny oraz jednakowe wirniki. Dla silnika z dzielonymi uzwojeniami stojana zdjęto charakterystyki przy obu układach połączeń, przedstawionych na rys. 1 i 2.

Na rys. 7 i 8 porównano charakterystyki mechaniczne i sprawności wszystkich trzech silników [2].

Przedstawione w patencie układy połączeń faz 3-fazowego silnika z dzielonymi uzwojeniami stojana nie znajdują zastosowania w kraju. W Polsce,



Rys. 7. Charakterystyki mechaniczne 3-fazowego silnika, 1-fazowego silnika i silnika z dzielonymi uzwojeniami stojana



Rys. 8. Charakterystyki sprawności 3-fazowego silnika, 1-fazowego silnika i silnika z dzielonymi uzwojeniami stojana

jak też w ogóle na kontynencie europejskim nie praktykuje się - tak jak to ma czasami miejsce w USA (np. przy zasilaniu gospodarstw rolnych) - doprowadzania energii elektrycznej do odbiorcy za pomocą przyłącza 2-fazowego z przewodem zerowym.

LITERATURA

- [1] Patent USA 10/6/76 nr 729891.
- [2] Broda J., Krzystek J.: Analiza obwodu elektromagnetycznego silnika indukcyjnego z dzielonymi fazami stojana przy zasilaniu dwufazowym. Praca dyplomowa wykonana w Instytucie Maszyn i Urządzeń Elektrycznych Pol. Sl. pod kierunkiem K. Kluszczyńskiego. Gliwice 1979.

Recenzent: doc. dr inż. Zdzisław Życki

Wpłynęło do Redakcji dn. 15.XII.1982 r.

СРАВНЕНИЕ ТРЕХФАЗНОГО АСИНХРОННОГО ДВИГАТЕЛЯ
С ДЕЛЕННЫМИ ОБМОТКАМИ СТАТОРА И ОДНОФАЗНОГО
КОНДЕНСАТОРНОГО ДВИГАТЕЛЯ

Р е з ю м е

Приведены результаты анализа трехфазного асинхронного двигателя с деленными обмотками статора, питаемого от двух фаз и нулевого провода трехфазной симметрической сети. Эксплуатационные свойства этого двигателя сравнены со свойствами однофазного конденсаторного двигателя.

THE COMPARISON OF THE THREE PHASE MOTOR WITH SPLIT STATOR
WINDINGS AND THE SINGLE PHASE INDUCTION CAPACITOR MOTOR

S u m m a r y

The results of an analysis of the three phase induction motor with split stator windings, supplied from two phases with neutral of a symmetrical three-phase network has been presented.

The properties of the three-phase induction motor with split stator windings and the single-phase capacitor motor have been compared.

Aleksander ŻYWIĘC

Instytut Maszyn i Urządzeń Elektrycznych
Politechniki Śląskiej

ANALIZA I BADANIE PRZEPIĘĆ I PRZETĘŻEŃ W OBWODZIE WZBUDZENIA MASZYNY SYNCHRONICZNEJ Z LITYM WIRNIKIEM WZBUDZANEJ ZE ŹRÓDŁA PROSTOWNIKOWEGO

Streszczenie. Przedstawiono metodę analityczną obliczania przepięć i przetężeń, ujawniających się w obwodzie wzbudzenia maszyny synchronicznej o wzbudzeniu prostownikowym, przy założeniu stałej prędkości wirnika. Uwzględniono zmodyfikowany sposób reprezentacji wpływu zjawisk elektromagnetycznych w rdzeniu litym wirnika maszyny. Przedstawiono wybrane wyniki badań przepięć i przetężeń dla turbo-generatora o mocy 50 MW.

1. Uwagi wstępne

Źródła wzbudzenia dużych maszyn synchronicznych są zwykle wykonywane jako układy prostownikowe (diodowe, tyrystorowe). Takie źródła - poza szeregiem istotnych zalet - mają podstawową wadę, wynikającą z dużej wrażliwości diod i tyrystorów na przecięcia prądowe (przetężenia) i napięciowe (przepięcia). Jest zatem uzasadnione wykonywanie prac badawczych, zmierzających do wyznaczenia przetężeń i przepięć ujawniających się w obwodzie wzbudzenia maszyny synchronicznej, pracującej zarówno w stanach ustalonych, jak i w stanach zakłóceń.

Przepięcia i przetężenia, występujące przy dowolnym zakłóceniu pracy maszyny synchronicznej o wzbudzeniu prostownikowym, można wyznaczyć w wyniku rozwiązania równań stanu elektrodynamicznego maszyny metodą obliczeń komputerowych [4], [5]. Wyniki obliczeń komputerowych są niezbyt wygodne przy badaniu wpływu parametrów maszyny i źródła wzbudzenia na wartości przepięć i przetężeń. Przy takich badaniach korzystniejsze są zależności analityczne, określające w jawnej postaci przepięcia i przetężenia jako funkcję parametrów zastępczych i warunków pracy maszyny synchronicznej o wzbudzeniu prostownikowym.

Na podstawie wykonanych komputerowych badań symulacyjnych różnych stanów zakłóceńowych maszyny synchronicznej o wzbudzeniu prostownikowym stwierdzono, że ekstremalne przepięcia i przetężenia występują w początkowym przedziale czasu trwania stanu niestabilnego, zwykle w przedziale 0...1 s. W tym przedziale czasu prędkość wirowania maszyny ulega niewielkim zmianom [4]. Wynika stąd wniosek, że obliczenia przepięć i przetężeń

mogą być wykonywane przy upraszczającym założeniu stałej prędkości wirowania wirnika maszyny synchronicznej.

W niniejszej pracy wyprowadzono zależności analityczne, określające przebiegi czasowe prądu w zamkniętym obwodzie wzbudzenia oraz napięcia na zaciskach otwartego obwodu wzbudzenia maszyny synchronicznej wzbudzonej ze źródła prostownikowego, z których wynika jawna postać równań określających przetężenia i przepięcia. W analizie założono stałą prędkość wirnika maszyny, pominięto rezystancję uzwojenia twornika oraz uwzględniono zmodyfikowany sposób reprezentacji oddziaływania twornika i rdzenia litego wirnika w modelu matematycznym maszyny. Ponadto przedstawiono wybrane wyniki badań przetężeń i przepięć, występujących w obwodzie wzbudzenia po niesynchronicznym przyłączeniu do sieci trójfazowej turbogeneratorsa o mocy 50 MW.

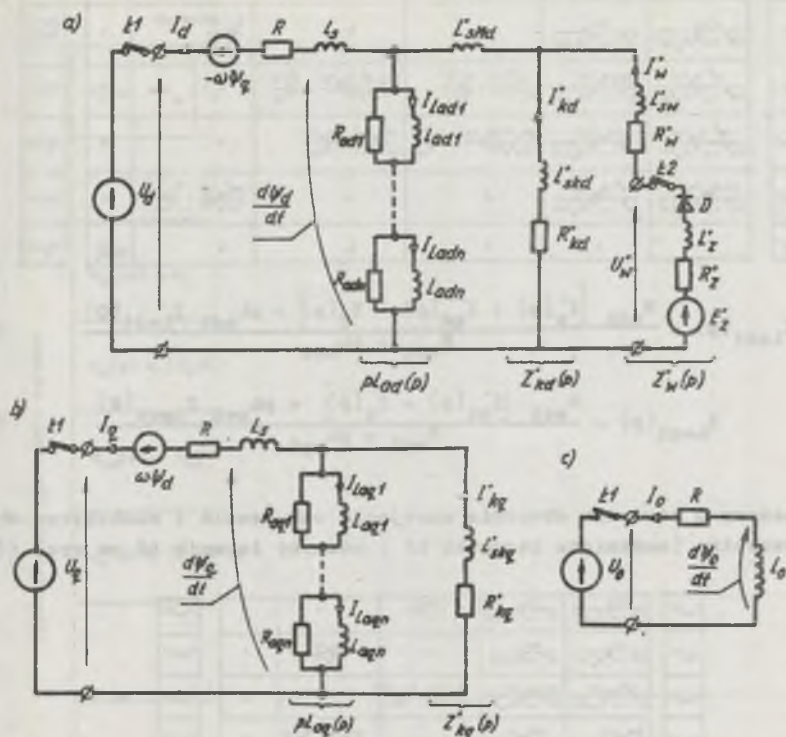
2. Funkcje operatorowe prądów w zastępczych obwodach maszyny synchronicznej o wzbudzeniu prostownikowym

Do wyznaczenia zależności analitycznych, określających przetężenia i przepięcia w obwodzie wzbudzenia maszyny synchronicznej, jest konieczna znajomość równań przebiegów nieustalonych prądów płynących w obwodach zastępczych maszyny. Takie równania można wyznaczyć metodą analityczną, jeżeli rozpatruje się pracę maszyny przy stałej prędkości wirowania wirnika. W takim przypadku zależności określające prądy w obwodach zastępczych wynikają z rozwiązania równań stanu elektromagnetycznego maszyny.

Na rys. 1 przedstawiono zmodyfikowane schematy zastępcze maszyny synchronicznej wzbudzonej ze źródła prostownikowego, przyjęte do analizy przetężeń i przepięć. Słuszność tych schematów przedyskutowano w pracach [5], [4], [6]. W schematach na rys. 1:

- oddziaływanie elektromagnetyczne uzwojenia twornika i litego rdzenia wirnika jest reprezentowane za pomocą łańcucha n gałęzi typu R_1-L_1 (przy czym $i = 1, 2, \dots, n$), o indukcyjności operatorowej $L_{ad}(p)$ - w osi wzdłużnej oraz $L_{aq}(p)$ - w osi poprzecznej maszyny,
- uzwojenie tłumiące maszyny jest reprezentowane za pomocą gałęzi zastępczej $R_{kd}^* - L_{kqd}^*$ w osi wzdłużnej oraz $R_{kq}^* - L_{kq}^*$ w osi poprzecznej,
- prostownikowe źródło wzbudzenia jest reprezentowane za pomocą źródła napięciowego o parametrach zastępczych $E_{\Sigma}^* - R_{\Sigma}^* - L_{\Sigma}^*$ oraz diody D idealnej,
- łączniki L_1 i L_2 umożliwiają realizację schematu zastępczego dla maszyny o zamkniętych lub o otwartych obwodach uzwojeń twornika i wzbudzenia.

Pełne rozwiązanie równań stanu elektromagnetycznego maszyny, wynikających z rys. 1, przedstawiono w pracy [4]. W niniejszym punkcie, dla zapewnienia całościowego potraktowania rozpatrywanych zagadnień, przedstawia



Rys. 1. Zmodyfikowany schemat zastępczy maszyny synchronicznej o wzbudzeniu prostownikowym

a - w osi wzdłużnej, b - w osi poprzecznej, c - dla składowej zerowej

się równania uproszczone - zaczerpnięte z pracy [4]. Przy pominięciu rezystancji R zastępczego uzwojenia twornika w osi wzdłużnej i w osi poprzecznej maszyny otrzymuje się następujące funkcje operatorowe (przyjęto przekształcenie Laplace'a-Carsona) prądów płynących w zastępczych obwodach maszyny, po zakłóceniu jej pracy ustalonej:

- dla maszyny o zamkniętych obwodach uzwojeń twornika i wzbudzenia (zamknięte łączniki $L1$ i $L2$ na rys. 1):

| | | | | | | | |
|-------------|---------------------------------------------------|----------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------|---------------------|----------|
| $I_w(p)$ | $\frac{-p \cdot u_w}{(p^2 + \omega^2)X_d(p)}$ | $\frac{-\omega \cdot u_w}{(p^2 + \omega^2)X_d(p)}$ | $\frac{C_d(p)}{X_d(p)}$ | $\frac{C_d(p)}{X_d(p)}$ | * | * | $v_1(p)$ |
| $I_q(p)$ | $\frac{\omega \cdot u_w}{(p^2 + \omega^2)X_q(p)}$ | $\frac{-p \cdot u_w}{(p^2 + \omega^2)X_q(p)}$ | | | $\frac{C_q(p)}{X_q(p)}$ | * | $v_2(p)$ |
| $I_d(p)$ | $\frac{-p^2 C_d(p)}{(p^2 + \omega^2)X_d(p)}$ | $\frac{-p \cdot C_d(p)}{(p^2 + \omega^2)X_d(p)}$ | $\frac{p C_d(p)}{-n X_d(p)} + \frac{u_w(p)}{R_{ad}}$ | $\frac{p C_d(p) C_d(p)}{\omega X_d(p)} - \frac{u_w(p)}{R_{ad}}$ | * | * | $v_3(p)$ |
| $I_{kd}(p)$ | $\frac{-p^2 C_d(p)}{(p^2 + \omega^2)X_d(p)}$ | $\frac{-p \omega C_d(p)}{(p^2 + \omega^2)X_d(p)}$ | $\frac{p \omega C_d(p)}{\omega X_d(p)} - \frac{u_w(p)}{R_{ad}}$ | $\frac{p C_d(p)}{-\omega X_d(p)} + \frac{u_w(p)}{R_{ad}}$ | * | * | $v_4(p)$ |
| $I_{kq}(p)$ | $\frac{p \omega C_d(p)}{(p^2 + \omega^2)X_q(p)}$ | $\frac{-p^2 C_d(p)}{(p^2 + \omega^2)X_q(p)}$ | * | * | $\frac{p C_d(p)}{\omega X_q(p)} - \frac{u_w(p)}{R_{aq}}$ | * | $v_5(p)$ |
| $I_q(p)$ | * | * | * | * | * | $\frac{-1}{R_{aq}}$ | $v_6(p)$ |

$$I_{Ladi}(p) = \frac{R_{adi} [I_w^*(p) + I_{kd}(p) - I_d(p)] + pL_{adi} I_{Ladi}(0)}{R_{adi} + pL_{adi}} \quad (1b)$$

$$I_{Laqi}(p) = \frac{R_{aqi} [I_{kq}^*(p) - I_q(p)] + pL_{aqi} I_{Laqi}(0)}{R_{aqi} + pL_{aqi}} \quad (1c)$$

- dla maszyny o otwartym obwodzie uzwojenia wzbudzenia i zamkniętym obwodzie twornika (zamknięte łączniki L1 i otwarty łącznik L2 na rys. 1):

| | | | | | | |
|-------------|---------------------------------------------------|----------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------|---------------------|----------|
| $I_w(p)$ | $\frac{-p \cdot u_w}{(p^2 + \omega^2)X_d(p)}$ | $\frac{-\omega \cdot u_w}{(p^2 + \omega^2)X_d(p)}$ | $\frac{C_d(p)}{X_d(p)}$ | * | * | $v_1(p)$ |
| $I_q(p)$ | $\frac{\omega \cdot u_w}{(p^2 + \omega^2)X_q(p)}$ | $\frac{-p \cdot u_w}{(p^2 + \omega^2)X_q(p)}$ | | $\frac{C_q(p)}{X_q(p)}$ | * | $v_2(p)$ |
| $I_d(p)$ | $\frac{-p^2 C_d(p)}{(p^2 + \omega^2)X_d(p)}$ | $\frac{-p \cdot C_d(p)}{(p^2 + \omega^2)X_d(p)}$ | $\frac{p C_d(p)}{-n X_d(p)} + \frac{u_w(p)}{R_{ad}}$ | $\frac{p C_d(p) C_d(p)}{\omega X_d(p)} - \frac{u_w(p)}{R_{ad}}$ | * | $v_3(p)$ |
| $I_{kd}(p)$ | $\frac{-p^2 C_d(p)}{(p^2 + \omega^2)X_d(p)}$ | $\frac{-p \omega C_d(p)}{(p^2 + \omega^2)X_d(p)}$ | $\frac{p \omega C_d(p)}{\omega X_d(p)} - \frac{u_w(p)}{R_{ad}}$ | $\frac{p C_d(p)}{-\omega X_d(p)} + \frac{u_w(p)}{R_{ad}}$ | * | $v_4(p)$ |
| $I_{kq}(p)$ | $\frac{p \omega C_d(p)}{(p^2 + \omega^2)X_q(p)}$ | $\frac{-p^2 C_d(p)}{(p^2 + \omega^2)X_q(p)}$ | * | $\frac{p C_d(p)}{\omega X_q(p)} - \frac{u_w(p)}{R_{aq}}$ | * | $v_5(p)$ |
| $I_q(p)$ | * | * | * | * | $\frac{-1}{R_{aq}}$ | $v_6(p)$ |

$$I_{Ladi\infty}(p) = \frac{R_{adi} [I_{kd\infty}(p) - I_{d\infty}(p)] + pL_{adi} I_{Ladi\infty}(0)}{R_{adi} + pL_{adi}} \quad (2b)$$

$$I_{Laqi\infty}(p) = \frac{R_{aqi} [I_{kq\infty}(p) - I_{q\infty}(p)] + pL_{aqi} I_{Laqi\infty}(0)}{R_{aqi} + pL_{aqi}} \quad (2c)$$

Figurujące w tych równaniach transmitancje operatorowe oraz elementy macierzy napięć wymuszających wynikają z zależności zestawionych w tabeli 1. W równaniach (1) i (2) oraz w tabeli 1:

- indeks i przyjmuje wartości $i = 1, 2, \dots, n$,
- rezystancja zastępcza obwodu wzbudzenia $R'_{wz} = R'_w + R'_z$,
- symbolem $I(0)$ oznaczono wartości początkowe prądów płynących w obwodach zastępczych maszyny w chwili $t = +0$,
- dodatkowym indeksem ∞ oznaczono funkcje operatorowe obowiązujące dla maszyny o otwartym obwodzie uzwojenia wzbudzenia,

Transmitancje operatorowe i elementy operatorowej macierzy napięć wymuszających wynikające ze zmodyfikowanych schematów zastępczych (rys. 1) maszyny synchronicznej

| Nazwa | Maszyna o zamkniętych obwodach uzwojeń twornika i wzbudzenia | Maszyna o otwartym obwodzie uzwojenia wzbudzenia i zamkniętym obwodzie uzwojenia twornika |
|-----------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Transmitancje operatorowe maszyny | $X_d(p) = \omega_n \left[L_s + \frac{L_{ad}(p) \left\{ pL_{\sigma Md} [Z'_w(p) + Z'_{kd}(p)] + Z'_w(p)Z'_{kd}(p) \right\}}{p[L_{ad}(p) + L_{\sigma Md}] [Z'_w(p) + Z'_{kd}(p)] + Z'_w(p)Z'_{kd}(p)} \right]$ | $X_{d\infty}(p) = \omega_n \left[L_s + \frac{L_{ad}(p) [pL_{\sigma Md} + Z'_{kd}(p)]}{p[L_{ad}(p) + L_{\sigma Md}] + Z'_{kd}(p)} \right]$ |
| | $G_w(p) = \omega_n \frac{L_{ad}(p) Z'_{kd}(p)}{p[L_{ad}(p) + L_{\sigma Md}] [Z'_w(p) + Z'_{kd}(p)] + Z'_w(p)Z'_{kd}(p)}$ | - |
| | $G_{kd}(p) = \omega_n \frac{L_{ad}(p) Z'_w(p)}{p[L_{ad}(p) + L_{\sigma Md}] [Z'_w(p) + Z'_{kd}(p)] + Z'_w(p)Z'_{kd}(p)}$ | $G_{kd\infty}(p) = \omega_n \frac{L_{ad}(p)}{p[L_{ad}(p) + L_{\sigma Md}] + Z'_{kd}(p)}$ |
| | $H_w(p) = (R'_w + R'_z) \frac{Z'_{kd}(p) + p[L_{ad}(p) + L_{\sigma Md}]}{p[L_{ad}(p) + L_{\sigma Md}] [Z'_w(p) + Z'_{kd}(p)] + Z'_w(p)Z'_{kd}(p)}$ | - |
| | $H_{kd}(p) = R'_{kd} \frac{Z'_w(p) + p[L_{ad}(p) + L_{\sigma Md}]}{p[L_{ad}(p) + L_{\sigma Md}] [Z'_w(p) + Z'_{kd}(p)] + Z'_w(p)Z'_{kd}(p)}$ | $H_{kd\infty}(p) = R'_{kd} \frac{1}{p[L_{ad}(p) + L_{\sigma Md}] + Z'_{kd}(p)}$ |
| | $H_w(p) = (R'_w + R'_z) \frac{p[L_{ad}(p) + L_{\sigma Md}]}{p[L_{ad}(p) + L_{\sigma Md}] [Z'_w(p) + Z'_{kd}(p)] + Z'_w(p)Z'_{kd}(p)}$ | - |
| | $X_q(p) = \omega_n \left[L_s + \frac{L_{aq}(p) Z'_{kq}(p)}{pL_{aq}(p) + Z'_{kq}(p)} \right]$ | |
| | $G_{kq}(p) = \omega_n \frac{L_{aq}(p)}{pL_{aq}(p) + Z'_{kq}(p)}$ | |
| | $R_{kq}(p) = R'_{kq} \frac{1}{pL_{aq}(p) + Z'_{kq}(p)}$ | |
| Elementy operatorowej macierzy napięć wymuszających | $U_1(p) = U_d(p) - p \left[L_s I_d(0) - \sum_{i=1}^n \left[\frac{R_{adi} L_{adi} I_{Ladi}(0)}{R_{adi} + pL_{adi}} + \frac{\omega L_{aqi}^2 I_{Laqi}(0)}{R_{aqi} + pL_{aqi}} \right] \right]$ | $U_{1\infty}(p) = U_{d\infty}(p) - p \left[L_s I_{d\infty}(0) - \sum_{i=1}^n \left[\frac{R_{adi} L_{adi} I_{Ladi\infty}(0)}{R_{adi} + pL_{adi}} + \frac{\omega L_{aqi}^2 I_{Laqi\infty}(0)}{R_{aqi} + pL_{aqi}} \right] \right]$ |
| | $U_2(p) = U_q(p) - p \left[L_s I_q(0) - \sum_{i=1}^n \left[\frac{R_{aqi} L_{aqi} I_{Laqi}(0)}{R_{aqi} + pL_{aqi}} - \frac{\omega L_{adi}^2 I_{Ladi}(0)}{R_{adi} + pL_{adi}} \right] \right]$ | $U_{2\infty}(p) = U_{q\infty}(p) - p \left[L_s I_{q\infty}(0) - \sum_{i=1}^n \left[\frac{R_{aqi} L_{aqi} I_{Laqi\infty}(0)}{R_{aqi} + pL_{aqi}} - \frac{\omega L_{adi}^2 I_{Ladi\infty}(0)}{R_{adi} + pL_{adi}} \right] \right]$ |
| | $U_3(p) = E'_2(p) + p \left[(L'_{\sigma w} + L'_{\sigma s} + L'_{\sigma Md}) I'_w(0) + L'_{\sigma Md} I'_{kd}(0) + \sum_{i=1}^n \left[\frac{R_{adi} L_{adi} I_{Ladi}(0)}{R_{adi} + pL_{adi}} \right] \right]$ | - |
| | $U_4(p) = p \left[L'_{\sigma Md} I'_w(0) + (L'_{\sigma kd} + L'_{\sigma Md}) I'_{kd}(0) + \sum_{i=1}^n \left[\frac{R_{adi} L_{adi} I_{Ladi}(0)}{R_{adi} + pL_{adi}} \right] \right]$ | $U_{4\infty}(p) = p \left[(L'_{\sigma kd} + L'_{\sigma Md}) I'_{kd\infty}(0) + \sum_{i=1}^n \left[\frac{R_{adi} L_{adi} I_{Ladi\infty}(0)}{R_{adi} + pL_{adi}} \right] \right]$ |
| | $U_5(p) = p \left[L'_{\sigma kq} I'_{kq}(0) + \sum_{i=1}^n \left[\frac{R_{aqi} L_{aqi} I_{Laqi}(0)}{R_{aqi} + pL_{aqi}} \right] \right]$ | $U_{5\infty}(p) = p \left[L'_{\sigma kq} I'_{kq\infty}(0) + \sum_{i=1}^n \left[\frac{R_{aqi} L_{aqi} I_{Laqi\infty}(0)}{R_{aqi} + pL_{aqi}} \right] \right]$ |
| | $U_6(p) = U_0(p) - pL_0 I_0(0)$ | $U_{6\infty}(p) = U_{0\infty}(p) - pL_0 I_{0\infty}(0)$ |

- symbolem ω oznaczono prędkość kątową elektryczną maszyny, zaś symbolem ω_n - prędkość w warunkach znamionowych.

3. Obliczenie przetężeń w obwodzie wzbudzenia maszyny

Z równań (1) wynika, że w stanach zakłóceńowych prąd płynący w obwodzie wzbudzenia maszyny synchronicznej jest wymuszany przez źródło wzbudzenia oraz przez oddziaływanie elektromagnetyczne uzwojenia twornika, uzwojenia tłumiącego i rdzenia litego wirnika. Jeśli składowa prądu wzbudzenia wywołana przez źródło wzbudzenia jest zgodna ze składową wywołaną przez oddziaływanie elektromagnetyczne twornika i obwodów tłumiących wirnika, to powiększa się wartość obwiloła niestabilnego przebiegu prądu wzbudzenia $I_w(t)$. W takim przypadku w obwodzie wzbudzenia mogą wystąpić przetężenia, które określa się z zależności:

$$I_{wm} = \sup \{ I_w(t) \} \quad \text{dla} \quad I_w(t) > 0 \quad (3)$$

Przebieg prądu wzbudzenia $I_w(t)$ wyznacza się na podstawie równań (1), z których wynika następująca funkcja operatorowa, określająca prąd zastępczego obwodu wzbudzenia maszyny:

$$I_w'(p) = \frac{1}{W(p)} \left\{ - \frac{pL_{ad}(p) Z_{kd}'(p)}{(p^2 + \omega^2) [L_s + L_{ad}(p)]} [pU_1(p) + \omega U_2(p)] + Z_{kd}'(p) U_3(p) + p \left[L_{sMd}' + \frac{L_s L_{ad}(p)}{L_s + L_{ad}(p)} \right] [U_3(p) - U_4(p)] \right\} \quad (4a)$$

w której:

$$W(p) = Z_w'(p) Z_{kd}'(p) + p \left[L_{sMd}' + \frac{L_s L_{ad}(p)}{L_s + L_{ad}(p)} \right] [Z_w'(p) + Z_{kd}'(p)] \quad (4b)$$

Do równań powyższych trzeba wprowadzić odpowiednie parametry schematu zastępczego maszyny o wzbudzeniu prostokątowym (rys. 1), w miejsce impedancji operatorowych $Z_w'(p)$, $Z_{kd}'(p)$ oraz $pL_{ad}(p)$. Przy uwzględnieniu odczech gałęzi typu R-L reprezentujących operatorową impedancję oddziaływania maszyny (tzn. przy założeniu $n=4$ - rys. 1) otrzymuje się następującą zależność:

$$I'_W(p) = \frac{1}{K'_{Wz} \left[1 + \sum_{i=1}^6 (p^i K'_{di}) \right]} \left\{ - \frac{pL_{ad}(1+pT_{skd}) \left[1 + \sum_{i=1}^3 (p^i K'_{Gdi}) \right]}{(L_s + L_{ad})(p^2 + \omega^2)} [pU_1(p) + \omega U_2(p)] + \left[1 + \sum_{i=1}^5 (p^i K'_{wdi}) \right] U_3(p) - \left[\sum_{i=1}^5 (p^i K'_{wki}) \right] U_4(p) \right\} \quad (5a)$$

w której:

$K'_{di}, K'_{Gdi}, K'_{wdi}, K'_{wki}$ - stałe jednoznacznie określone przez parametry za-
stępoze maszyny 4 ,

$T_{skd} = \frac{L'_{skd}}{R'_{kd}}$ - stała czasowa rozproszenia uzwojenia tłumiącego w
osi wzdłużnej maszyny,

$L_{ad} = \sum_{i=1}^n L_{adi}$ - indukcyjność oddziaływania w osi wzdłużnej maszy-
ny.

Z zależności (5a) widać, że funkcja $I'_W(p)$ jest w ogólności ilorazem
dwóch wielomianów operatorowych:

$$I'_W(p) = \frac{W_{IL}(p)}{W_{IM}(p)} \quad (5b)$$

Dla rozpatrywanych zakłóceń pracy maszyny synchronicznej zadane są wy-
muszenia $U_1(p), \dots, U_4(p)$, wynikające z równań zestawionych w tabelicy 1.
Zatem wówczas wielomiany $W_{IL}(p)$ oraz $W_{IM}(p)$ figurujące w zależności (5b)
są jednoznacznie określone, przy czym zwykle stopień wielomianu $W_{IL}(p)$ li-
cznika jest mniejszy lub co najwyżej równy stopniowi wielomianu $W_{IM}(p)$
mianownika. Wtedy można funkcję (5) przedstawić w postaci sumy ułamków pro-
stych:

$$I'_W(p) = I'_W(p=0) + \sum_{k=1}^x I'_{wk} \frac{p}{p-p_{Ik}} \quad (6a)$$

w której:

- bieguny $p_{Ik} = p_{Ik1} + jp_{Ik2}$ funkcji $I'_W(p)$ wynikają z równania

$$\left[W_{IM}(p) \right]_{p=p_{Ik}} = 0 \quad \text{dla } k = 1, 2, 3, \dots, x \quad (6b)$$

- prądy składowe $I'_w(p=0)$ oraz I_{wk} wynikają z zależności

$$I'_w(p=0) = \frac{W_{IL}(p=0)}{V_{IH}(p=0)} \quad (6a)$$

$$I'_{wk} = \left[\frac{W_{IL}(p)}{p \frac{dW_{IH}(p)}{dp}} \right]_{p=P_{Ik}} = I'_{wk1} + jI'_{wk2} \quad (6d)$$

Na podstawie odwrotnej transformacji operatorowej funkcji (6a) wyznacza się przebieg czasowy prądu $I'_w(t)$ w następczym obwodzie wzbudzenia maszyny:

$$I'_w(t) = \int_0^{p^{-1}} I'_w(p) = I'_w(p=0) + \sum_{k=1}^x I'_{wk} e^{P_{Ik}t} \quad (7)$$

Ostateczną postać funkcji $I'_w(t)$ otrzymuje się, grupując w zależności (7) odpowiednie składniki o sprzężonych współczynnikach I'_{wk} i sprzężonych biegunach P_{Ik} .

Z kolei wyznacza się przebieg prądu $I_w(t)$ w rzeczywistym obwodzie wzbudzenia maszyny wykorzystując zasady sprowadzania parametrów wirnika na stronę uzwojenia twornika, przy czym obowiązuje relacja:

$$I_w(t) = I'_w(t) \frac{\omega_n L_{ad} I_{won}}{\sqrt{2} U_{fn}} \quad (8)$$

w której:

I_{won} - prąd wzbudzenia maszyny pracującej jako prądnicą przy zamionowym biegu jałowym,

U_{fn} - wartość skuteczna znamionowego napięcia fazowego twornika maszyny synchronicznej.

Mając w ten sposób określony przebieg czasowy prądu wzbudzenia $I_w(t)$ można - na podstawie zależności (3) - wyznaczyć poszukiwaną wartość przetężenia I_{wm} występującego w obwodzie wzbudzenia przy rozpatrywanym zakończeniu pracy maszyny synchronicznej.

4. Obłożenie przepięć w obwodzie wzbudzenia maszyny

Przebiegiem w obwodzie wzbudzenia maszyny nazywa się największą wartość obwiloową napięcia $U_{w\infty}(t)$, ujawniającą się na zaciskach otwartego uzwojenia wzbudzenia:

$$U_{w\infty} = \sup \left\{ U_{w\infty}(t) \right\} \quad \text{przy} \quad \begin{matrix} I_{w\infty}(t) = 0 \\ U_{w\infty}(t) > 0 \end{matrix} \quad (9)$$

W maszynie synchronicznej o prostownikowym źródle wzbudzenia może wystąpić otwarcie obwodu wzbudzenia w wyniku:

- zamierzonego lub awaryjnego odłączenia źródła wzbudzenia (otwarcie łącznika L_2 na rys. 1),
- zmiany kierunku prądu wzbudzenia $I_w(t)$ przy załączonym źródle wzbudzenia (zamknięty łącznik L_2 na rys. 1), w stanach zakłóceń w pracy maszyny, jako efekt właściwości jednokierunkowego przewodzenia prądu przez źródło prostownikowe.

Przebieg napięcia $U_{woc}(t)$ można wyznaczyć na podstawie schematu zastępczego maszyny o otwartym obwodzie uwjojenia wzbudzenia (otwarty łącznik L_2 na rys. 1). Z prawa Kirehhoffa wynika następujące równanie operatorowe przy $I_w'(p) = 0$:

$$U_{woc}'(p) = -Z_{kd}'(p) I_{kdoo}'(p) + pL_{skd}' I_{kdoo}'(0) - pL_{sw}' I_{woc}'(0) \quad (10)$$

Ograniczając się do analizy przepięć ujawniających się w obwodzie wzbudzenia maszyny pracującej przy załączonym źródle prostownikowym, trzeba w zależności (10) podstawić $I_{woc}'(0) = 0$ oraz uwzględnić funkcję $I_{kdoo}'(p)$ wynikającą z równań (2). Wówczas otrzymuje się po przekształceniach:

$$U_{woc}'(p) = \frac{Z_{kd}'(p)}{U_{woc}'(p)} \left\{ \frac{pL_{ad}(p)}{(p^2 + \omega^2) [L_a + L_{ad}(p)]} [pU_{1oc}(p) + \omega U_{2oc}(p)] - U_{koc}(p) \right\} + pL_{skd}' I_{kdoo}'(0) \quad (11a)$$

przy czym

$$U_{woc}(p) = Z_{kd}'(p) + p \left[L_{skd}' + \frac{L_a L_{ad}(p)}{L_a + L_{ad}(p)} \right] \quad (11b)$$

Wprowadzając odpowiednie parametry schematu zastępczego maszyny w miejsca impedancji operatorowych $Z_{kd}'(p)$ oraz $pL_{ad}(p)$ funkcję (11) można zapisać w następującej postaci (przy założeniu $n = 4$ - rys. 1):

$$U_{woc}'(p) = \frac{1 + pL_{skd}'}{1 + \sum_{i=1}^5 (p^i K_{dod}^i)} \left\{ \frac{pL_{ad} \left[1 + \sum_{i=1}^3 (p^i K_{Gdod}^i) \right]}{(L_a + L_{ad})(p^2 + \omega^2)} [pU_{1oc}(p) + \omega U_{2oc}(p)] - \left[1 + \sum_{i=1}^4 (p^i K_{koc}^i) \right] U_{koc}(p) \right\} + pL_{skd}' I_{kdoo}'(0) \quad (12a)$$

w której stałe K_{dosi} , K_{Gdosi} , K_{kdbol} są jednoznacznie określone przez parametry schematu zastępczego maszyny synchronicznej [4].

W ogólności funkcję $U'_{Woo}(p)$, określoną zależnością (12), można traktować jako iloraz dwóch wielomianów operatorowych:

$$U'_{Woo}(p) = \frac{W_{UL}(p)}{W_{UM}(p)} \quad (12b)$$

Dla najczęściej rozpatrywanych zakłóceń pracy maszyny stopień wielomianu $W_{UL}(p)$ licznika funkcji (12b) jest zwykle mniejszy lub równy stopniowi wielomianu $W_{UM}(p)$ mianownika. Wówczas po rozłożeniu funkcji (12) na ułamki proste otrzymuje się następującą zależność:

$$U'_{Woo}(p) = \sum_{k=1}^y U'_{Woo k} \frac{p}{p - p_{Uk}} \quad (13a)$$

w której:

- bieguny $p_{Uk} = p_{Uk1} + j p_{Uk2}$ funkcji $U'_{Woo}(p)$ wynikają z równania

$$\left[\frac{W_{UM}(p)}{p - p_{Uk}} \right] = 0 \quad \text{dla } k = 1, 2, 3, \dots, y \quad (13b)$$

- napięcia składowe $U'_{Woo k}$ wynikają z zależności

$$U'_{Woo k} = \left[\frac{W_{UL}(p)}{p \frac{dW_{UM}(p)}{dp}} \right]_{p=p_{Uk}} = U'_{Woo k1} + j U'_{Woo k2} \quad (13c)$$

Przebieg czasowy napięcia $U'_{Woo}(t)$, ujawniającego się na zaciskach zastępczego obwodu wzbudzenia, wynika z odwrotnej transformacji operatorowej funkcji (13a):

$$U'_{Woo}(t) = \int_{\sigma}^{-1} U'_{Woo}(p) = \sum_{k=1}^y U'_{Woo k} e^{p_{Uk} t} \quad (14)$$

Po zgrupowaniu w zależności (14) odpowiednich składników o sprzężonych współczynnikach $U'_{Woo k}$ i sprzężonych biegunach p_{Uk} otrzymuje się końcową postać funkcji $U'_{Woo}(t)$.

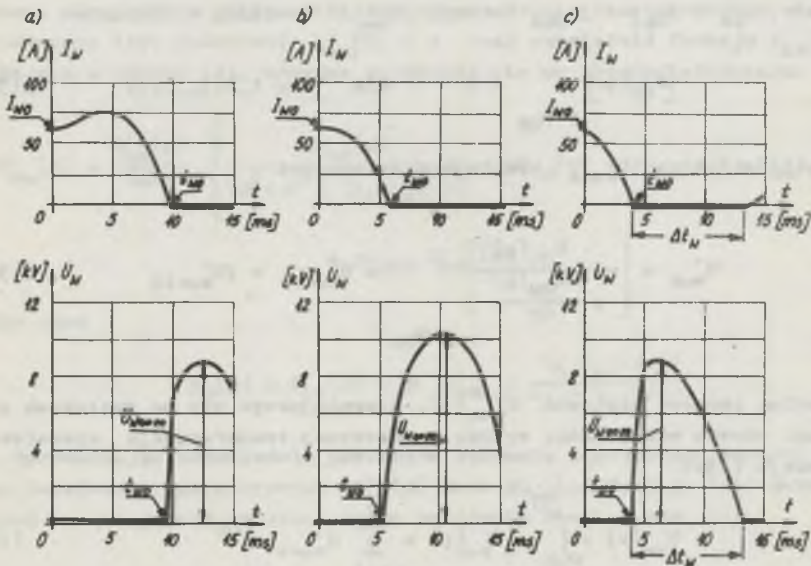
Uwzględniając zasady sprowadzania parametrów uzwojenia wzbudzenia na stronę zastępczego uzwojenia twornika, wyznacza się na podstawie równania (14) przebieg czasowy napięcia $U_{Woo}(t)$ na zaciskach uzwojenia wzbudzenia maszyny synchronicznej:

$$U_{Woo}(t) = U'_{Woo}(t) \frac{\sqrt{2} U_{fn}}{\omega_n L_{ad} I_{won}} \quad (15)$$

Wartość przepięcia U_{w00m} , występującego na zaciskach otwartego uzwojenia wzbudzenia przy rozpatrywanym zakłóceniu pracy maszyny synchronicznej, otrzymuje się po wprowadzeniu równania (15) do zależności (9).

5. Wybrane wyniki badań

Wykorzystując równania przedstawione w punkcie 3 i 4, przeprowadzono obliczenia prądów i napięć dla turbogeneratora typu T-50-2 produkcji ELEKTROSILA - ZSRR o następujących danych znamionowych: 62,5 MVA, 50 MW, 10,5 kV λ , 50 Hz wzbudzenie 224V/640A. Z obliczeń wykonanych dla różnych przypadków zakłóceń symetrycznych wynika wniosek, że największe przepięcia i prądy w obwodzie wzbudzenia występują po niesynchronicznym przyłączeniu maszyny do sieci. Z tego powodu w niniejszym punkcie ograniczono się do przedstawienia wybranych wyników badań niesynchronicznego przyłączenia maszyny do sieci symetrycznej.

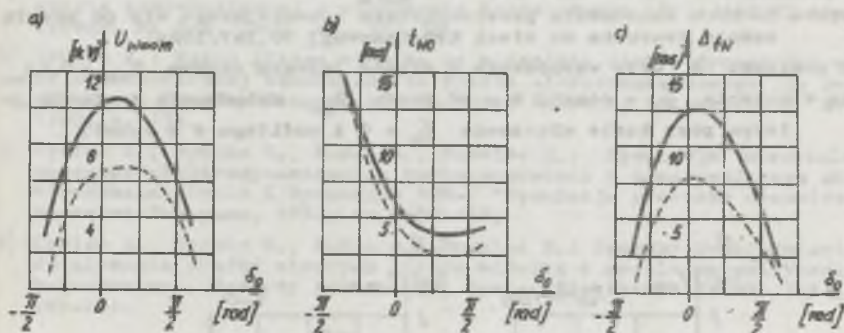


Rys. 2. Przebiegi czasowe prądu $I_w(t)$ i napięcia $U_w(t)$ po niesynchronicznym przyłączeniu do sieci trójfazowej 10,5 kV/50Hz turbogeneratora 50 MW wzbudzonego w stanie jałowym prądem $I_{w0} = 0,2I_{w0n}$ ze źródła prostownikowego przy $\omega = 0,95\omega_n$, dla różnych wartości kąta włączenia δ_0 :

$$a - \delta_0 = -\frac{\pi}{6}; \quad b - \delta_0 = 0; \quad c - \delta_0 = +\frac{\pi}{3}$$

Na rys. 2 przedstawiono obliczone przebiegi czasowe prądu uzwojenia wzbudzenia i napięcia na zaciskach uzwojenia wzbudzenia, występujące po

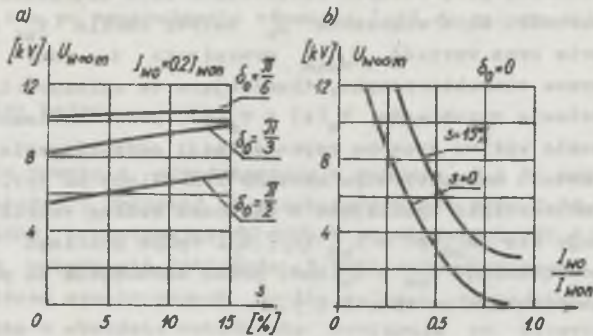
niesynchronicznym przyłączeniu do sieci trójfazowej turbogeneratorsa o wzbudzeniu prostownikowym, przy różnych wartościach kąta włączenia δ_0 . Z rys. 2 wynika, że od wartości kąta włączenia δ_0 zależy chwila t_{wo} rozpoczynania się przepięcia oraz wartość U_{wozm} przepięcia i czas t_w trwania przepięcia. Wybrane charakterystyki, ilustrujące te zależności, które wyznaczono na podstawie przebiegów $I_w(t)$ i $U_w(t)$, przedstawiono na rys. 3 [4]. Dla porównania wpływu sposobu reprezentacji oddziaływania rdzenia litego wirnika w modelu matematycznym maszyny wykreślono na rys. 3 linią przerywaną charakterystyki wynikające z obliczeń według teorii klasycznej, w której przyjmuje się $L_{ad}(p) = L_{ad}$ [1], [4]. Wpływ poślizgu s maszyny oraz wartości początkowej $I_{wo} = I_w(t=0)$ prądu wzbudzenia na przepięcia i przetężenia przedstawiono na rys. 4 i 5.



Rys. 3. Wpływ wartości kąta δ_0 włączenia turbogeneratorsa 50MW do sieci trójfazowej 10,5 kV/50Hz wzbudzonego w stanie jałowym prądem $I_{wo} = 0,2 I_{won}$ ze źródła prostownikowego przy $\omega = 0,95 \omega_n$:

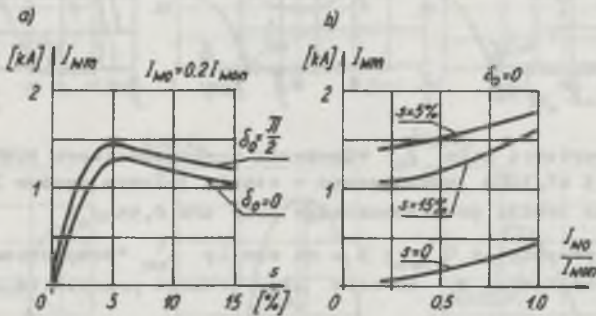
a - na wartość przepięcia U_{wozm} ; b - na chwilę t_{wo} "rozpoczynania się" przepięcia, c - na czas Δt_w trwania przepięcia

Z przeprowadzonych badań przy niesynchronicznym przyłączeniu do sieci maszyny synchronicznej o wzbudzeniu prostownikowym wynika, że ekstremalne przepięcia w obwodzie wzbudzenia występują w początkowym czasie trwania stanu niestabilnego, bezpośrednio po pierwszym zmniejszeniu się prądu wzbudzenia $I_w(t)$ do zera. Natomiast ekstremalne przetężenia mogą wystąpić w późniejszym przedziale czasu trwania stanu niestabilnego. Przepięcia i przetężenia osiągają znaczne wartości zależne od kąta włączenia δ_0 , początkowego prądu wzbudzenia I_{wo} oraz od poślizgu s maszyny.



Rys. 4. Zależność wartości przepięcia U_{w00m} w obwodzie wzbudzenia turbogenerators 50 MW o wzbudzeniu prostownikowym ujawniającego się po przyłączeniu twornika do sieci trójfazowej 10,5kV/50Hz:

a - od poślizgu s przy wzbudzeniu w stanie jałowym prądem $I_{w0} = 0,2 I_{w0n}$ i kącie włączenia $\delta_0 = \text{const}$; b - od prądu I_{w0} wzbudzenia w stanie jałowym przy kącie włączenia $\delta_0 = 0$ i poślizgu $s = \text{const}$.



Rys. 5. Zależność wartości prądu I_{wm} w obwodzie wzbudzenia turbogenerators 50 MW o wzbudzeniu prostownikowym występującego po przyłączeniu twornika do sieci trójfazowej 10,5kV/50Hz:

a - od poślizgu s przy wzbudzeniu w stanie jałowym prądem $I_{w0} = 0,2 I_{w0n}$ i kącie włączenia $\delta_0 = \text{const}$; b - od prądu I_{w0} wzbudzenia w stanie jałowym przy kącie włączenia $\delta_0 = 0$ i poślizgu $s = \text{const}$.

6. Uwagi końcowe

Przedstawiona metoda obliczania przepięć i prądów występujących w obwodzie wzbudzenia maszyny synchronicznej o wzbudzeniu prostownikowym

jest dość pracochłonna. Jej istotną korzyścią jest fakt, że umożliwia ona otrzymanie równań określających w sposób jawny przepięcia i przetężenia. Jest to szczególnie istotne przy badaniu wpływu parametrów zastępczych maszyny synchronicznej i prostownikowego źródła wzbudzenia oraz warunków zasilania maszyny uzwojeń na przepięcia i przetężenia.

LITERATURA

- [1] Paszek W., Żywioł A.: Przepięcia i przetężenia w obwodzie wzbudzenia maszyn synchronicznych z tyrystorowym źródłem wzbudzenia. *Archiwum Elektrotechniki*, t. XXI, Nr 4, 1972, ss. 689-707.
- [2] Paszek W., Żywioł A.: Influence of the solid rotor on overvoltages overcurrents and other disturbances in synchronous generators excited through thyristor rectifiers. *International Conference on Electrical Machines*, Budapest 1982, Proceedings Part 2, pp. 431-434.
- [3] Żywioł A.: Wpływ bloku litego wirnika na przebiegi zakłóceńowe w maszynie synchronicznej o wzbudzeniu tyrystorowym. *Przegląd Elektrotechniczny*, Nr 8-9, 1980, ss. 359-364.
- [4] Żywioł A.: Wpływ litego wirnika na własności elektrodynamiczne maszyny synchronicznej wzbudzonej ze źródła elektromaszynowego lub prostownikowego. *Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej "Elektryka"*, Nr 74, 1980, s. 136.
- [5] Żywioł A., Ryzko Z., Kudła J., Pawelec Z.: Symulacja niestabilnych procesów elektrodynamicznych turbogenerators z prostownikowym układem wzbudzenia. *Prace I Symposium SPD-1 "Symulacja procesów dynamicznych"*, Warszawa-Zakopane, 1980, ss. 179-188.
- [6] Żywioł A., Ryzko Z., Kudła J., Pawelec Z.: Sposoby uwzględnienia oddziaływania prądów wirowych litego wirnika w modelu matematycznym turbogenerators. *Zeszyty Naukowe WSI Opole "Elektryka"* Nr 14, 1981, ss. 189-201.

Recenzent: doc. dr inż. Jerzy Hickiewicz

Wpłynęło do Redakcji dn. 15.XII.1982 r.

**АНАЛИЗ И ИССЛЕДОВАНИЕ ПЕРЕНАПРЯЖЕНИЙ И ТОКОВЫХ ПЕРЕГРУЗОК
В ЦЕПИ ВОЗБУЖДЕНИЯ СИНХРОННОЙ МАШИНЫ С МАССИВНЫМ РОТОРОМ
ВОЗБУЖДАЕМОЙ ВЫПРЯМИТЕЛЬНЫМ ИСТОЧНИКОМ**

Резюме

Представлен аналитический метод вычисления перенапряжений и токовых перегрузок в цепи возбуждения синхронной машины с выпрямительным источником возбуждения, при принятой постоянной скорости вращения ротора. Учтено модифицированный способ представления влияния электромагнитных явлений в массивном сердечнике ротора машины. Представлены избранные результаты исследований перенапряжений и токовых перегрузок для турбогенератора мощности 50 МВ.

ANALYSIS AND INVESTIGATION OF OVERVOLTAGES AND OVERCURRENTS DUE TO RECTIFIER SUPPLYING THE EXCITATION WINDING OF SYNCHRONOUS MACHINE WITH SOLID ROTOR

Summary

It has been presented an analytical method for computation of the overvoltages and overcurrents in the excitation winding supplied by rectifier in the synchronous machine at constant speed. A modified representation of the eddy current reaction in the solid rotor has been taken into account. Some computed results of overvoltages and overcurrents in the turboalternator 50 MW are presented.



Stanisław NITKA

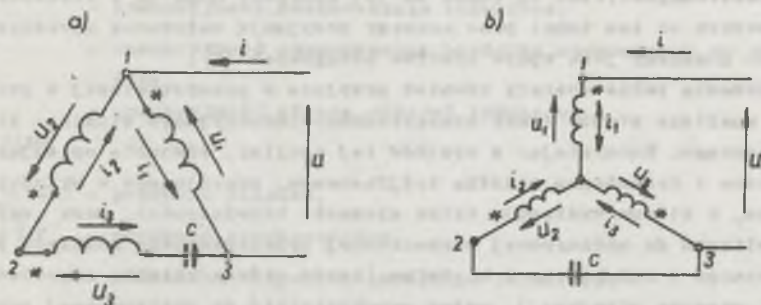
OBR-Systemów Mechanizacji,
 Elektrotechniki i Automatyki Górniczej
 Katowice

INDUKCYJNY SILNIK LINIOWY TRÓJFAZOWY PRZY ZASILANIU JEDNOFAZOWYM

Streszczenie. W artykule przeprowadzono analizę pracy silnika liniowego trójfazowego przy zasilaniu z sieci jednofazowej według dwóch sposobów połączeń. Przedstawiono metody obliczeń stanów przejściowych (dynamicznych i statycznych) oraz zamieszczono wyniki obliczeń i pomiarów dla stanów statycznych przy prędkości silnika $V = 0$ m/s.

1. Wstęp

Podobnie jak to ma miejsce w przypadku silników wirujących, mając do dyspozycji indukcyjny silnik liniowy trójfazowy można go zastosować do pracy jednofazowej, stosując odpowiedni sposób zasilania z sieci. Można to stosunkowo łatwo zrealizować, włączając na przykład jedno z uzwojeń induktora (część pierwotna odpowiednia stojanowi silnika wirującego) do sieci poprzez kondensator o odpowiednio dobranej pojemności (rys. 1).



Rys. 1. Dwa sposoby włączenia silnika trójfazowego do sieci jednofazowej

W obu przedstawionych na rys. 1 przykładach połączeń uzyskuje się możliwość zmiany kierunku ruchu silnika, stosując proste przełączenie zacisku sieci zasilającej (z zacisku 3 na zacisk 2). Ze względu na możliwość uzyskania większych wartości siły ciągu silników przeznaczonych do pracy w

sieciach trójfazowych 380 V, przy zasilaniu z sieci jednofazowych 220 V należałoby preferować sposób połączeń przedstawiony na rys. 1a. Należy jednak zwrócić uwagę na kolejność połączeń początków i końców uzwojeń poszczególnych faz (na rys. 1 początki uzwojeń oznaczone są gwiazdkami).

Przy zasilaniu z sieci jednofazowej silnika z uzwojeniem połączonym tak jak na rys. 1a (połączenia w trójkąt), napięciem równym napięciu fazowemu sieci trójfazowej może on rozwijać siłę ciągu o wartości zbliżonej do siły rozwijanej przy pracy trójfazowej.

Sposób wyznaczania charakterystyk elektromechanicznych indukcyjnego silnika liniowego trójfazowego przy zastosowaniu do pracy jednofazowej omówiono w dalszej części artykułu.

2. Model matematyczny

2.1. Równania wyjściowe

Analizę pracy jednofazowej silnika trójfazowego można przeprowadzić w oparciu o model matematyczny silnika trójfazowego, gdyż jego model fizyczny nie ulega zmianie. Dodajmy, że równania opisujące pracę indukcyjnego silnika liniowego można z kolei wyprowadzić posługując się metodami stosowanymi w obliczeniach silników wirujących [4, 6]. Jednak w takim przypadku nie można uniknąć wprowadzenia założeń upraszczających, gdyż analiza silników liniowych jest komplikowana przez tzw. efekty brzegowe [2, 3, 4]. Dla symetrycznej maszyny wirującej wystarczające jest ograniczenie obliczeń do jednej podziałki biegunowej, otrzymując rozwiązanie dla całej maszyny poprzez liniowe powielenie tak otrzymanych wyników. Ten argument nie może mieć zastosowania dla ścisłych obliczeń maszyny liniowej, w której zjawiska elektromagnetyczne są różne na jej końcach. Mimo to w większości publikowanych na ten temat prac autorzy przyjmują założenia upraszczające, w których pomijany jest wpływ efektów brzegowych [3].

Założenia takie zostały również przyjęte w przedstawionej w pracach [1] i [2] analizie stanów pracy symetrycznego indukcyjnego silnika liniowego trójfazowego. Korzystając z wyników tej analizy, równanie opisujące stany statyczne i dynamiczne silnika trójfazowego, pracującego w układzie mechanicznym, w którym występują tylko elementy bezwładności, przy ograniczeniu obliczeń do podstawowej harmonicznej przestrzennego rozkładu pola magnetycznego w induktorze i biełniku (część wtórna silnika odpowiednia wirnikowi maszyny wirującej), można przekształcić do następującej postaci:

$$U_1 = (R_1 + L_0^1 \frac{d}{dt})i_1 + L_{\mu}^1 \frac{d}{dt} (i_1 - \frac{1}{2}i_2 - \frac{1}{2}i_3) + \frac{\sqrt{3}}{2} L_{\mu}^1 \frac{d}{dt} (i_{1b} + i_{2b})$$

$$U_2 = (R_1 + L_0^1 \frac{d}{dt})i_2 + L_{\mu}^1 \frac{d}{dt} (-\frac{1}{2}i_1 + i_2 - \frac{1}{2}i_3) + \frac{\sqrt{3}}{2} L_{\mu}^1 \frac{d}{dt} (a^2 i_{1b} + a i_{2b})$$

$$U_3 = (R_1 + L_G^1 \frac{d}{dt}) i_3 + L_\mu \frac{d}{dt} (-\frac{1}{2} i_1 - \frac{1}{2} i_2 + i_3) + \frac{\sqrt{3}}{2} L_\mu \frac{d}{dt} (a i_{1b} + a^2 i_{2b})$$

$$0 = R_b i_{1b} + (L_G^b + \frac{3}{2} L_\mu) (\frac{d}{dt} i_{1b} - j \frac{\omega}{\tau} v i_{1b}) + \frac{\sqrt{3}}{2} L_\mu \left\{ \frac{d}{dt} (i_1 + a i_2 + a^2 i_3) + \right.$$

$$\left. - j \frac{\omega}{\tau} v (i_1 + a i_2 + a^2 i_3) \right\} \quad (1)$$

$$0 = R_b i_{2b} + (L_G^b + \frac{3}{2} L_\mu) (\frac{d}{dt} i_{2b} + j \frac{\omega}{\tau} v i_{2b}) + \frac{\sqrt{3}}{2} L_\mu \left\{ \frac{d}{dt} (i_1 + a^2 i_2 + a i_3) + \right.$$

$$\left. + j \frac{\omega}{\tau} v (i_1 + a^2 i_2 + a i_3) \right\}$$

$$F_e = m \frac{dv}{dt} - F_m = j \frac{\omega}{\tau} \frac{\sqrt{3}}{2} L_\mu \left\{ (i_1 + a^2 i_2 + a i_3) i_{1b} - (i_1 + a i_2 + a^2 i_3) i_{2b} \right\}$$

gdzie:

- $U_{1,2,3}$ - napięcia załączone na uzwojenia fazowe induktora 1, 2 i 3,
- $i_{1,2,3}$ - prądy w uzwojeniach fazowych induktora 1, 2 i 3,
- i_{1b}, i_{2b} - transformatorowane prądy bieznika sprowadzone do induktora ($i_{1b} = \frac{v}{i_{2b}}$),
- v - umieszczona nad wielkością oznacza sprzężenie,
- R_1 - rezystancja fazowa induktora,
- R_b - rezystancja fazowa bieznika sprowadzona do induktora,
- L_G^1 - indukcyjność rozproszenia induktora,
- L_G^b - indukcyjność rozproszenia bieznika sprowadzona do induktora,
- L_μ - indukcyjność własna uzwojeń induktora,
- $a = e^{j120^\circ}$
- $v = v_0(1-s)$ - prędkość silnika,
- $v_0 = 2 \check{f} \tau$ - prędkość synchroniczna,
- τ - podziałka biegunowa uzwojenia induktora,
- f - częstotliwość napięcia zasilania silnika,
- s - poślizg,
- m - masa ruchomych elementów układu napędowego (przemieszczających się z prędkością v)
- F_e - siła elektromagnetyczna (siła ciągu silnika),
- F_m - zewnętrzna siła mechaniczna działająca na silnik.

Występujące w równaniach (1) rezystancja R_b i indukcyjność rozproszenia L_G^b nie są w ogólnym przypadku parametrami stałymi, lecz zależą od częstotliwości pola elektromagnetycznego indukowanego w litym bieźniku. Oznacza to, że ich wartości zmieniają się wraz z prędkością silnika. Są one również zależne od amplitudy indukowanego prądu w bieźniku, gdy jest on wykonany z litej stali. Zagadnienia te są szeroko analizowane w stosunkowo licznych pracach [2, 3, 4, 5].

Warto jednak zaznaczyć, że w praktycznych przypadkach zastosowania indukcyjnych silników liniowych z dwustronnym induktorem i bieźnikiem litym nieferromagnetycznym oraz silników z jednostronnym induktorem i bieźnikiem litym dwuwarstwowym (z jedną warstwą nieferromagnetyczną) rezystancja i indukcyjność rozproszenia bieźnika mogą być traktowane jako parametry stałe przy spełnieniu określonych warunków [2].

2.2. Równania dla silnika połączanego w trójkąt

Układ połączeń silnika dla tego przypadku został przedstawiony na rys. 1a. Łatwo zauważyć, że taki sposób połączeń nie odpowiada klasycznemu połączeniu w trójkąt uzwojenia trójfazowego. Jedno z uzwojeń (na rys. 1a faza 2-3) jest tutaj bowiem włączone przeciwnie do uzwojeń pozostałych dwóch faz. Stosując umownie sposób strzałkowania napięć i prądów tak jak na rys. 1a, otrzymujemy:

$$\begin{aligned} i_3 &= -i_2 \\ U_1 &= U \\ U + U_2 - U_3 - \frac{1}{C} \int i_3 dt &= 0 \end{aligned} \quad (2)$$

Podstawiając wzory (2) do (1) równania dla napięć induktora można przedstawić w postaci:

$$\begin{aligned} U_1 &= R_1 i_1 + (L_G^1 + L_\mu) \frac{d}{dt} i_1 + \frac{\sqrt{3}}{2} L_\mu \frac{d}{dt} (i_{1b} + i_{2b}) \\ U_2 &= R_1 i_2 + (L_G^1 + \frac{3}{2} L_\mu) \frac{d}{dt} i_2 - \frac{1}{2} L_\mu \frac{d}{dt} i_1 + \frac{\sqrt{3}}{2} L_\mu \frac{d}{dt} (a^2 i_{1b} + a i_{2b}) \\ U_3 &= -R_1 i_2 - (L_G^1 + \frac{3}{2} L_\mu) \frac{d}{dt} i_2 - \frac{1}{2} L_\mu \frac{d}{dt} i_1 + \frac{\sqrt{3}}{2} L_\mu \frac{d}{dt} (a i_{1b} + a^2 i_{2b}) \end{aligned} \quad (3)$$

Stąd działanie silnika w układzie połączeń podanym na rys. 1a można opisać następująco:

$$\begin{aligned} U &= R_1 i_1 + (L_G^1 + L_\mu) \frac{d}{dt} i_1 + \frac{\sqrt{3}}{2} L_\mu \frac{d}{dt} (i_{1b} + i_{2b}) \\ U &= -2R_1 i_2 - 2(L_G^1 + \frac{3}{2} L_\mu) \frac{d}{dt} i_2 + \frac{3}{2} L_\mu \frac{d}{dt} (i_{1b} - i_{2b}) - \frac{1}{C} \int i_2 dt \end{aligned} \quad (4)$$

$$0 = R_b \dot{i}_{1b} + (L_b^b + \frac{3}{2} L_\mu) \left(\frac{d}{dt} \dot{i}_{1b} - j \frac{\omega}{c} v \dot{i}_{1b} \right) + \frac{\sqrt{3}}{2} L_\mu \left\{ \frac{d}{dt} (i_1 + j \sqrt{3} i_2) + j \frac{\omega}{c} v (i_1 + j \sqrt{3} i_2) \right\}$$

$$0 = R_b \dot{i}_{2b} + (L_b^b + \frac{3}{2} L_\mu) \left(\frac{d}{dt} \dot{i}_{2b} + j \frac{\omega}{c} v \dot{i}_{2b} \right) + \frac{\sqrt{3}}{2} L_\mu \left\{ \frac{d}{dt} (i_1 - j \sqrt{3} i_2) + j \frac{\omega}{c} v (i_1 - j \sqrt{3} i_2) \right\}$$

$$F_e = - \frac{dV}{dt} - F_m = j \frac{\omega}{c} \frac{\sqrt{3}}{2} L_\mu \left\{ (i_1 - j \sqrt{3} i_2) \dot{i}_{1b} - (i_1 + j \sqrt{3} i_2) \dot{i}_{2b} \right\}.$$

Równania (4) są na tyle ogólne, że opisują wszystkie przypadki działania silnika i związanego z nim układu mechanicznego. W ogólnym przypadku są one równaniami nieliniowymi (prędkość silnika jest wielkością zmienną), co nie pozwala na niezależne rozwiązywanie równań napięciowych od równań sił działających w analizowanym układzie elektromechanicznym. Rozwiązanie takiego układu równań wymaga stosowania metody matematycznych.

W szczególnych przypadkach, gdy rozważany problem pozwala na założenie niezmienności prędkości silnika ($v = \text{const}$), układ równań przyjmuje postać liniową, co pozwala na szukanie rozwiązań ze pomocą rachunku operatorowego.

Penieważ jednak zagadnienie pracy jednofazowej dotyczy głównie silników o małych siłach ciągu, praktycznie znaczenia posiada tutaj analiza stanów ustalonych przy zasilaniu napięciem sinusoidalnym:

$$U = U_m \cos(\omega_0 t + \psi)$$

U_m - amplituda napięcia zasilania,

$$\omega_0 = 2\pi f,$$

ψ - kąt początkowy napięcia.

Napięcie to może być inaczej wyrażone jako suma dwóch napięć:

$$U = \frac{1}{2} U_m \left\{ e^{j(\omega_0 t + \psi)} + e^{-j(\omega_0 t + \psi)} \right\}$$

z tego wynika, że na podstawie zasady superpozycji równania napięciowe (4), przy założeniu $v = \text{const}$, mogą być przedstawione w postaci dwóch układów równań, których całkami szczególnymi dla stanu ustalonego są:

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ \dot{i}_{1b} \\ \dot{i}_{2b} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{I}_1^X & \dot{I}_1^{XX} \\ \dot{I}_2^X & \dot{I}_2^{XX} \\ \dot{I}_{1b}^X & \dot{I}_{1b}^{XX} \\ \dot{I}_{2b}^X & \dot{I}_{2b}^{XX} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{j\omega_0 t} \\ e^{-j\omega_0 t} \end{bmatrix} \quad (5)$$

Natomiast równania dla stanów ustalonych silnika przyjmują postać:

$$\frac{1}{2}U_m = \left\{ R_1 + j(X_1 + \frac{2}{3}X_m) \right\} I_1^x + j \frac{1}{\sqrt{3}} X_m (I_{1b}^x + I_{2b}^x)$$

$$\frac{1}{2}U_m = -\left\{ sR_1 + j(2X_1 + 2X_m - X_o) \right\} I_2^x - X_m (I_{1b}^x - I_{2b}^x) \quad (6)$$

$$0 = \left\{ R_b + js(X_b + X_m) \right\} I_{1b}^x + j \frac{1}{\sqrt{3}} sX_m I_1^x - sX_m I_2^x$$

$$0 = \left\{ R_b + j(2-s)(X_b + X_m) \right\} I_{2b}^x + j \frac{1}{\sqrt{3}} (2-s)X_m I_1^x + (2-s)X_m I_2^x$$

$$\frac{1}{2}U_m = \left\{ R_1 - j(X_1 + \frac{2}{3}X_m) \right\} I_1^{xx} - j \frac{1}{\sqrt{3}} X_m (I_{1b}^{xx} + I_{2b}^{xx})$$

$$\frac{1}{2}U_m = -\left\{ 2R_1 - j(2X_1 + 2X_m - X_o) \right\} I_2^{xx} + X_m (I_{1b}^{xx} - I_{2b}^{xx})$$

$$0 = \left\{ R_b - j(2-s)(X_b + X_m) \right\} I_{1b}^{xx} - j \frac{1}{\sqrt{3}} (2-s)X_m I_1^{xx} + (2-s)X_m I_2^{xx} \quad (7)$$

$$0 = \left\{ R_b - js(X_b + X_m) \right\} I_{2b}^{xx} - j \frac{1}{\sqrt{3}} sX_m I_1^{xx} - sX_m I_2^{xx}$$

$$\begin{aligned} F_o = j \frac{1}{\sqrt{3}} v_o X_m & \left\{ I_1^x (I_{1b}^{xx} - I_{2b}^{xx}) + I_1^{xx} (I_{1b}^x - I_{2b}^x) - j \sqrt{3} I_2^x (I_{1b}^{xx} + I_{2b}^{xx}) + \right. \\ & - j \sqrt{3} I_2^{xx} (I_{1b}^x + I_{2b}^x) + I_1^x (I_{1b}^x - I_{2b}^x) e^{j 2\omega_o t} + \\ & + I_1^{xx} (I_{1b}^{xx} - I_{2b}^{xx}) e^{-j 2\omega_o t} - j \sqrt{3} I_2^x (I_{1b}^x + I_{2b}^x) e^{j 2\omega_o t} + \\ & \left. - j \sqrt{3} I_2^{xx} (I_{1b}^{xx} + I_{2b}^{xx}) e^{-j 2\omega_o t} \right\} \end{aligned} \quad (8)$$

gdzie:

$$x_1 = \omega_o L_{\sigma}^1, \quad X_m = \omega_o \frac{3}{2} L_{\mu}, \quad X_b = \omega_o L_{\sigma}^b, \quad X_o = \frac{1}{\omega_o},$$

$$v_o = \frac{\tilde{v}}{\beta} \omega_o'$$

$$s = \frac{V_0 - V}{V} = \frac{\omega_0 - \omega}{\omega_b}$$

U_m - wartość maksymalna napięcia zasilania.

Zauważmy, że w zależności (8) określającej siłę ciągu silnika F_0 , obok składników stałych występują składniki zmienne w czasie, które wywołują pulsującą siłę z dwukrotną częstotliwością sieci. Ponieważ ich średnie wartości są równe zeru, w obliczeniach średnich wartości siły ciągu mogą być pominięte, co daje:

$$F_{e \text{ sr}} = j \frac{1}{\sqrt{3} V_0} X_m \left\{ \underline{I}_1^x (\underline{I}_{1b}^{xx} - \underline{I}_{2b}^{xx}) + \underline{I}_1^{xx} (\underline{I}_{1b}^x - \underline{I}_{2b}^x) - j \sqrt{3} \underline{I}_2^x (\underline{I}_{1b}^{xx} + \underline{I}_{2b}^{xx}) - j \sqrt{3} \underline{I}_2^{xx} (\underline{I}_{1b}^x + \underline{I}_{2b}^x) \right\} \quad (9)$$

Korzystając z równań (6) i (7) należy mieć na uwadze, że parametry bieżnika R_b i X_b są w ogólnym przypadku zależne od częstotliwości jego prądów, co wymaga określenia ich wartości w stosunku do przyporządkowanego prądu bieżnika, o czym wspomniano w p. 2.1.

Rozwiązanie równań (6) i (7) pozwala na wyznaczenie interesujących nas prądów na podstawie związków określonych zależnością (5), które ogólnie można przedstawić w postaci:

$$A \cdot e^{j(\omega_0 t + \varphi)} = A_1 \cdot e^{j(\omega_0 t + \varphi_1)} + A_2 \cdot e^{-j(\omega_0 t + \varphi_2)}$$

gdzie:

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2 A_1 A_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2)}$$

$$\tan \varphi = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2}$$

Zauważmy, że między prądami w równaniach (6) i (7) zachodzą relacje:

$$\underline{I}_1^x = \underline{I}_{1b}^{xx}; \quad \underline{I}_2^x = \underline{I}_{2b}^{xx}; \quad \underline{I}_{1b}^x = \underline{I}_{2b}^x; \quad \underline{I}_{2b}^x = \underline{I}_{1b}^x$$

co pozwala na ograniczenie obliczeń do rozwiązania tylko jednego z tych równań.

2.3. Równania dla silnika połączonego w gwiazdę

Silnik połączony w gwiazdę może być włączony do pracy jednofazowej według układu połączeń zamieszczonego na rys. 1b. Zgodnie z prawami Kirchhoffa dla tego układu połączeń otrzymujemy:

$$U - U_1 + U_3 = 0$$

$$U_2 - U_3 + \frac{1}{C} \int i_2 dt = 0 \quad (10)$$

$$i_1 + i_2 + i_3 = 0$$

Na podstawie równań (10) i (1) otrzymujemy równania opisujące działanie silnika w następującej postaci:

$$U = 2 \left\{ R_1 + (L_0 + \frac{3}{2} L_\mu) \frac{d}{dt} \right\} i_1 + \left\{ R_1 + (L_0 + \frac{3}{2} L_\mu) \frac{d}{dt} \right\} i_2 + j \frac{3}{2} L_\mu \frac{d}{dt} (a^2 i_{1b} - a i_{2b})$$

$$0 = \left\{ R_1 + (L_0 + \frac{3}{2} L_\mu) \frac{d}{dt} \right\} i_1 + 2 \left\{ R_1 + (L_0 + \frac{3}{2} L_\mu) \frac{d}{dt} \right\} i_2 - j \frac{3}{2} L_\mu \frac{d}{dt} (i_{1b} - i_{2b}) + \frac{1}{C} \int i_2 dt$$

$$0 + R_b i_{1b} + (L_0 + \frac{3}{2} L_\mu) \left(-\frac{d}{dt} i_{1b} - j \frac{\sqrt{3}}{2} v_{1b} \right) - j \frac{3}{2} L_\mu \frac{d}{dt} (a i_1 - i_2) - \frac{\sqrt{3}}{2} v_{1b} L_\mu (a i_1 - i_2) \quad (11)$$

$$0 = R_b i_{2b} + (L_0 + \frac{3}{2} L_\mu) \left(\frac{d}{dt} i_{2b} + j \frac{\sqrt{3}}{2} v_{1b} \right) + j \frac{3}{2} L_\mu \frac{d}{dt} (a^2 i_1 - i_2) - \frac{\sqrt{3}}{2} v_{1b} L_\mu (a^2 i_1 - i_2)$$

$$F_o = m \frac{dv}{dt} - F_m = - \frac{\sqrt{3}}{2} L_\mu \left\{ (a^2 i_1 - i_2) i_{1b} + (a i_1 - i_2) i_{2b} \right\}$$

Postępując dalej podobnie jak w przypadku silnika połączonego w trójkąt, dla stanów ustalonych przy zasilaniu napięciem sinusoidalnym otrzymujemy:

$$\frac{1}{2} \dot{W}_m = 2 \left\{ R_1 + j(X_1 + X_m) \right\} I_{11}^x + \left\{ R_1 + j(X_1 + X_m) \right\} I_{12}^x - X_m (a^2 i_{1b} - a i_{2b})$$

$$0 = R_1 + j(X_1 + X_m) I_{11}^x + \left\{ 2R_1 + j(2X_1 + 2X_m - X_o) \right\} I_{12}^x + X_m (I_{1b}^x - I_{2b}^x) \quad (12)$$

$$0 = \left\{ R_b + j(X_b + X_m) \right\} I_{1b}^x + s X_m (a I_{11}^x - I_{12}^x)$$

$$0 = \left\{ R_b + j(2-s)(X_b + X_m) \right\} I_{2b}^x - (2-s) X_m (a^2 I_{11}^x - I_{12}^x)$$

$$\frac{1}{2}U_m = 2 \left\{ R_1 - j(X_1 + X_m) \right\} I_{-1}^{XX} + \left\{ R_1 - j(X_1 + X_m) \right\} I_{-2}^{XX} + X_m (a^2 I_{1b}^{XX} - a I_{2b}^{XX})$$

$$0 = \left\{ R_1 - j(X_1 + X_m) \right\} I_1^{XX} + \left\{ 2R_1 - j(2X_1 + 2X_m - X_0) \right\} I_2^{XX} - X_m (I_{1b}^{XX} - I_{2b}^{XX}) \quad (13)$$

$$0 = \left\{ R_b - j(2-s)(X_b + X_m) \right\} I_{1b}^{XX} - (2-s)X_m (a I_{-1}^{XX} - I_{-2}^{XX})$$

$$0 = \left\{ R_b - js(X_b + X_m) \right\} I_{-2b}^{XX} + sX_m (a^2 I_{-1}^{XX} - I_{-2}^{XX})$$

$$F_o = -\frac{1}{V_o} X_m \left\{ I_{-1}^X (a^2 I_{1b}^{XX} + a I_{2b}^{XX}) + I_{-1}^{XX} (a^2 I_{-1b}^X + a I_{-2b}^X) \right. \\ \left. - I_{-2}^X (I_{1b}^{XX} + I_{2b}^{XX}) - I_{-2}^{XX} (I_{-1b}^X + I_{-2b}^X) + I_{-1}^X (a^2 I_{-1b}^X + a I_{-2b}^X) \right\} e^{j 2\omega_o t} \\ + I_{-1}^{XX} (a^2 I_{1b}^{XX} + a I_{2b}^{XX}) e^{-j 2\omega_o t} - I_{-2}^X (I_{1b}^X + I_{2b}^X) e^{j 2\omega_o t} \\ - I_{-2}^{XX} (I_{-1b}^{XX} + I_{-2b}^{XX}) e^{-j 2\omega_o t} \quad (14)$$

oraz

$$F_o \epsilon_r = -\frac{1}{V_o} X_m \left\{ I_{-1}^X (a^2 I_{1b}^{XX} + a I_{2b}^{XX}) + I_{-1}^{XX} (a^2 I_{-1b}^X + a I_{-2b}^X) \right. \\ \left. - I_{-2}^X (I_{1b}^{XX} + I_{2b}^{XX}) - I_{-2}^{XX} (I_{-1b}^X + I_{-2b}^X) \right\} \quad (15)$$

3. Analiza obciążeniowo-napięciowa

Ro patrząc zakresy praktycznego wykorzystania indukcyjnych silników liniowych o małych prędkościach synchronicznych i siłach ciągu, można zauważyć, że często staje się tutaj wystarczające dysponowanie danymi dotyczącymi tylko stanów statycznych. Ponadto w licznych przypadkach praktycznych mamy do czynienia z wykorzystaniem tych silników do pracy w zakresie dużych poślینگów. Wtedy wystarczające jest posługiwanie się danymi dla stanu swarcia, co skłania producentów induktorów do podawania ich jako dane znamionowe.

Choć osiągnąć możliwie największą siłę ciągu, przy zasilaniu silnika trójfazowego z sieci jednofazowej, należy dążyć do optymalnego doboru pojemności stosowanego wtedy kondensatora.

W praktycznych obliczeniach przybliżoną wartość dla optymalnej pojemności kondensatora (dla obu przypadków połączeń) można wyznaczyć z doświadczalnie określonej zależności:

$$C \approx \frac{1}{2 \omega_0 (X_1 + X_M)}$$

Przechodząc do weryfikacji przedstawionych metod obliczeniowych, należy zwrócić uwagę na trudności napotymane już przy wyznaczaniu parametrów (indukcyjności i rezystancji) induktora i litego bieznika [5], co w poważnym stopniu rzutuje na wyniki obliczeń parametrów elektromechanicznych silnika.

Także wyniki badań eksperymentalnych mogą być obciążone trudnymi do oszacowania błędami, wynikającymi w pierwszym rzędzie z trudności występujących przy identyfikacji rzeczywistych wartości temperatury materiału litego bieznika, która może ulegać szybkim zmianom.

Przedstawione w niniejszej publikacji metody obliczeniowe były sprawdzane w kilku praktycznych przypadkach, dla stanów statycznych odpowiadających pracy silnika w stanie zwarcia ($V = 0$). Niżej zamieszczono wyniki uzyskane dla silnika z induktorem SL-5-100 seryjnie produkowanym w Zakładzie Maszyn Elektrycznych i Motorreduktorów INDUKTA. Badany silnik posiadał jednostrenny induktor i ferromagnetyczny bieznik z nałożoną białą aluminiową o grubości $2 \cdot 10^{-3}$ m.

Wartości rezystancji i reaktancji rozproszenia takiego bieznika mogą być traktowane jako stałe, przy zasilaniu silnika napięciem o częstotliwości $f = 50$ Hz w zakresie prędkości $V < 3 \frac{m}{s}$ [2]. Otrzymane dane dla stanu zwarcia tego silnika były następujące:

$$R_1 = 10,9\Omega, \quad X_1 = 37,1\Omega, \quad X_M = 36,4\Omega,$$

$$R_b = 34,36\Omega, \quad X_b = 3,73\Omega;$$

a) Przy połączeniu według rys. 1a (w wartościach skutecznych)

$$U = 220 \text{ V}, \quad C = 20 \cdot 10^{-6} \text{ F}$$

| | Obliczenia | Pomiar |
|------------------|------------|--------|
| I_1 | 4,1 A | 3,8 A |
| I_2 | 3,0 A | 3,1 A |
| I | 4,3 A | 3,9 A |
| F_e $\hat{a}r$ | 92,2 N | 79 N |
| $\cos \varphi$ | 0,91 | 0,92 |

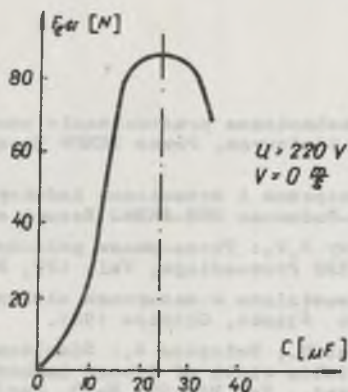
I - prąd pobierany z sieci

Na rys. 2 i 3 zamieszczono wykres $F_{\text{e}} \xi_r = f(C)$ oraz charakterystyki elektromechaniczne badanego silnika.

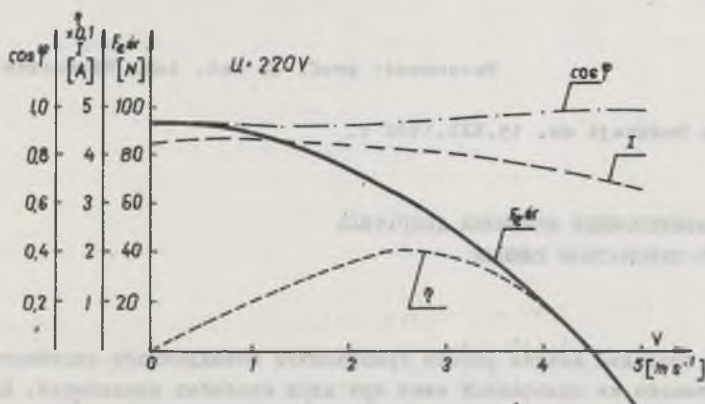
b) Przy połączeniu według rys. 1b (w wartościach skutecznych)

$$U = 380 \text{ V}, \quad C = 24 \cdot 10^{-6} \text{ F}$$

| | Obliczenia | Pomiar | Dane znamionowe przy zasilaniu 3-fazowym |
|----------------------|------------|--------|------------------------------------------|
| I | 2,8 A | 2,4 A | 3,0 A |
| I ₂ | 3,6 A | 3,1 A | |
| $F_{\text{e}} \xi_r$ | 109,2 N | 96,0 N | 100 N |
| $\cos \varphi$ | 0,98 | 0,95 | 0,45 |



Rys. 2. Wykres $F_{\text{e}} \xi_r = f(C)$ dla silnika włączonego do sieci według rys. 1a sporządzony na podstawie wyników pomiarów



Rys. 3. Charakterystyki elektromechaniczne silnika włączonego do sieci według rys. 1a, sporządzone na podstawie wyników obliczeń

4. Zakończenia

Przedstawiona metoda obliczeń charakterystyk elektromechanicznych indukcyjnych silników liniowych trójfazowych, przy zasilaniu z sieci jednofazowej, pozwala na uzyskanie wyników z dokładnością, jaka w praktyce inżynierskiej może być uznana za zadowalającą.

Silnik trójfazowy przy jednofazowym zasilaniu charakteryzuje się znaczącym obniżeniem maksymalnej sprawności (w badanym przypadku o ok. 50%). Nie ma to istotnego znaczenia w przypadku wykorzystania go do pracy przerywanej względnie dorywczej w zakresie dużych poślizgów.

Natomiast korzystnym zjawiskiem jest zdecydowanie większa wartość współczynnika mocy, co sprawia, że przy zasilaniu jednofazowym silnik pobiera z sieci znacznie mniejszą moc pozorną, czyli jego praca przebiega przy lepszych warunkach zasilania.

LITERATURA

- [1] Nitka St.: Elektromechaniczne przetwarzanie energii w asynchronicznych przetwornikach liniowych. Prace ZKMPW Zeszyt nr 80 Wyd. Śląsk, Katowice 1972.
- [2] Nitka St.: Stany statyczne i dynamiczne indukcyjnych silników liniowych. Prace Naukowo-Badawcze OBR-SMEAG Zeszyt nr 11, Katowice 1980.
- [3] Nondahl T.A., Novotny D.W.: Three-phase pole-by-pole model of a linear induction machine. IEE Proceedings, Vol. 127, Part B, No 2, March 1980.
- [4] Paszek W.: Stany niestabilne w maszynach elektrycznych. Cz. I Skrypt nr 992. Politechnika Śląska, Gliwice 1981.
- [5] Peloujadoff M., Morel B., Bolopion A.: Simultaneous consideration of finite length and finite width of linear induction motors. IEE Trans. on Power App. and Syst., Vol PAS-99, No 3, May/June 1980.
- [6] Puchała A.: Dynamika maszyn i układów elektromechanicznych. PWN, Warszawa 1977.

Recenzent: prof. dr hab. inż. Władysław Paszek

Wpłynęło do Redakcji dn. 15.XII.1982 r.

ТРЕХФАЗНЫЙ АСИНХРОННЫЙ ЛИНЕЙНЫЙ ДВИГАТЕЛЬ РАБОТАЮЩИЙ В ОДНОФАЗНОМ РЕЖИМЕ

Резюме

В статье проведен анализ работы трехфазного асинхронного линейного двигателя, питаемого из однофазной сети при двух способах соединений. Представлены способы определения переходных и статических режимов, а кроме того результаты расчетов и испытаний для двигателей работающих при нулевой скорости.

**THREE-PHASE LINEAR INDUCTION MOTOR OPERATING
UNDER SINGLE-PHASE CONDITIONS****S u m m a r y**

This paper presents analysis of a three-phase linear induction motor supplied from a single-phase network for two connection schemes. Methods of calculation of transient and steady-state conditions are given, as well as the experimental and theoretical testing results for the motors operated under starting conditions.

Bronisław RAK

Institut Maszyn i Urządzeń Elektrycznych
Politechniki Śląskiej

WYBRANE ZAGADNIENIA KONSTRUKCYJNE HAMOWNIC ELEKTROMASZYNOWYCH

Streszczenie. Przedstawiono problemy mechaniczne konstrukcji hamownic elektromaszynowych przeznaczonych do badań silników i zespołów napędowych. Przeanalizowano zagadnienia: drgań mechanicznych w układzie pomiaru momentu hamowania, współpracy przekładni mechanicznej w zespole hamującym oraz optymalizacji zesprzęgleń. Omówiono wyniki badań prototypów hamownic.

1. Wstęp

Współczesne hamownice elektromaszynowe, stosowane do badań silników elektrycznych, muszą spełniać między innymi wymagania normy Międzynarodowej Komisji Elektrotechniki (IEC) z 1980 r. Wymagania te dotyczą pracy hamowni w niestabilnych stanach pracy silników łącznie z układem przekładni (zespołem napędowym) i muszą zapewniać:

- obciążenie napędu lub zespołu napędowego momentem stałym niezależnym od prędkości obrotowej,
- obciążenie napędu momentem proporcjonalnym do kwadratu prędkości obrotowej,
- obciążenie napędu lub zespołu napędowego momentem o określonej charakterystyce i inercją zewnętrzną.

Warunki badań zespołów napędowych mogą stwarzać dodatkowe wymagania dla hamowni elektromechanicznych. Do nich może należeć:

- w szczególnych przypadkach zapewnienie stałego momentu obciążenia wolnoobrotowego wału badanego zespołu napędowego,
- zapewnienie małego lub określonego wpływu momentu bezwładności hamownicy na obciążenie badanego zespołu napędowego w stanach niestabilnych,

Najczęściej hamownice elektromaszynowe współpracują:

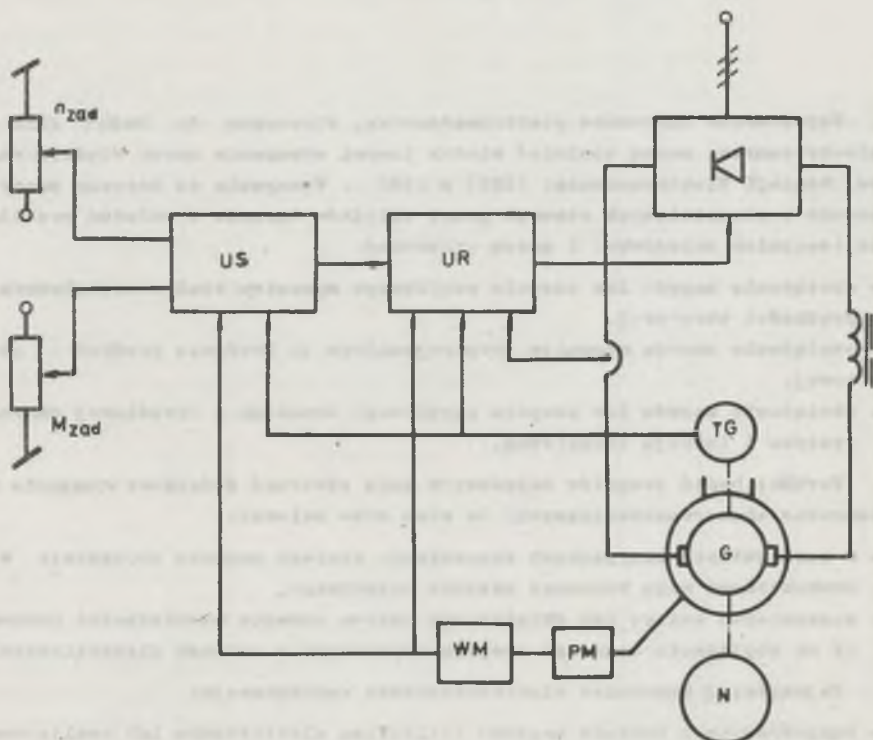
- bezpośrednio z badanym napędem (silnikiem elektrycznym lub spalinowym)
- z zespołem napędowym poprzez przekładnię mechaniczną.

W pierwszym układzie moment hamujący jest wierzony na korpusie maszyny hamującej, w drugim na wale wolnoobrotowym przekładni mechanicznej.

Wieloletnia współpraca Instytutu Maszyn i Urządzeń Elektrycznych Politechniki Śląskiej w Gliwicach w Ośrodkach Badawczo-Rozwojowych w przemyśle doprowadziła w efekcie do opracowania i wykonania hamowni elektromaszynowych przeznaczonych do badań napędów i zespołów napędowych zgodnie z współczesnymi warunkami badań.

2. Zasady działania hamowni elektromaszynowych

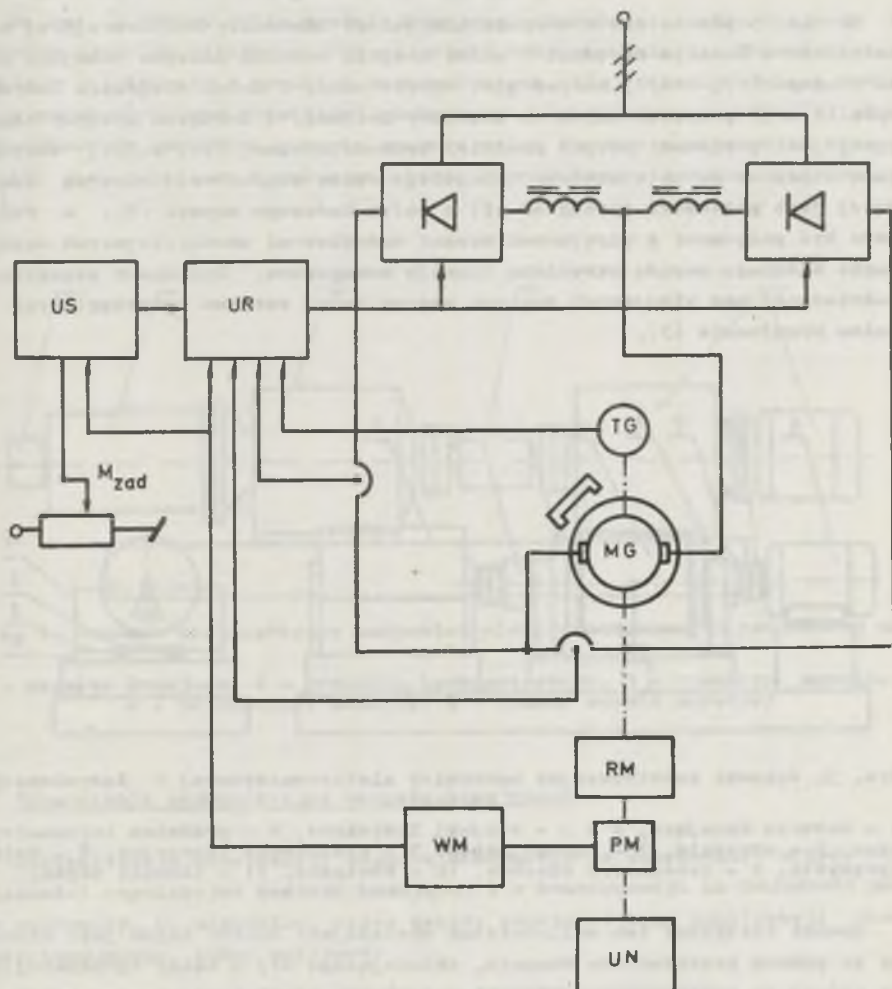
Hamownia elektromaszynowa, współpracująca bezpośrednio z badanym napędem, posiada ułożyskowany korpus maszyny hamującej, co umożliwia pomiar momentu obciążenia. Zasadę jej działania ilustruje rys. 1. Twornik maszyny hamującej prądu stałego jest zasilany przez pełnesterowny mostek tyrystorowy. Energia z wału badanego napędu jest przekazywana do sieci prądu przemiennego.



Dys. 1. Schemat blokowy hamownicy elektromaszynowej z ułożyskowanym korpusem

G - maszyna prądu stałego, TG - prądnica tachometryczna, N - badany napęd, PM - przetwornik momentu, WM - wzmacniacz momentu, US - układ sterowania, UR - układ regulacji

Hamownica elektromaszynowa przeznaczona do badań zespołów napędowych jest najczęściej zestawem maszyny hamującej prądu stałego i przekładni mechanicznej. Do spełnienia warunków badań w niestabilnych stanach pracy zespołu napędowego konieczna jest możliwość pracy silnikowej i prądnicowej maszyny hamującej. Tego typu pracę maszyny hamującej można zrealizować, stosując przekształtnik rewersyjny w układzie krzyżowym. Schemat blokowy hamownicy elektromaszynowej tego typu podano na rys. 2.



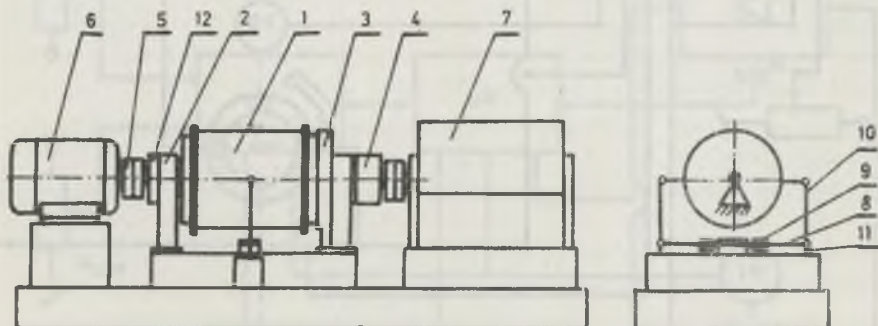
Rys. 2. Schemat blokowy hamownicy elektromaszynowej z reduktorem momentu
 MG - maszyna prądu stałego, TG - prądnicza tachometryczna, RM - reduktor momentu, UN - badany zespół napędowy, PM - przetwornik momentu, WM - wzmacniacz momentu, US - układ sterowania, UR - układ regulacji

W obu typach hamownic elektromaszynowych można wyróżnić:

- zespół hamujący badanego napędu,
- układ sterowania hamownicy,
- układ regulacji hamownicy.

3. Rozwiązania konstrukcyjne zespołów hamujących

Na rys. 3 podano szkic zespołu hamującego hamownicy współpracującej bezpośrednio z badanym napędem. W skład zespołu wchodzi maszyna hamująca prądu stałego (1), której korpus jest ułożyskowany w dwóch stojakach łożyskowych (2 i 3) przymocowanych do podstawy zespołu. Z korpusem maszyny hamującej jest połączony korpus prądnicy tachometrycznej (4), której twornik jest osadzony na wale maszyny hamującej. Jeden koniec wału maszyny hamującej jest połączony sprzęgłem (5) z wałem badanego napędu (6), a drugi może być połączony z wirującymi masami dodatkowymi umożliwiającymi obciążanie badanego napędu określoną inercją zewnętrzną. Dodatkowa zewnętrzna bezwładność mas wirujących zawiera energię także sztywno kieszprzęglanych z wałem urządzenia (7).



Rys. 3. Schemat konstrukcyjny hamownicy elektromaszynowej o łożyskowanym korpusie:

1 - maszyna hamująca, 2 i 3 - stojaki łożyskowe, 4 - prądnica tachometryczna, 5 - sprzęgło, 6 - badany napęd, 7 - urządzenie inercyjne, 8 - belka sprężysta, 9 - tensometry oporowa, 10 - dźwignia, 11 - tłumiki drgań.

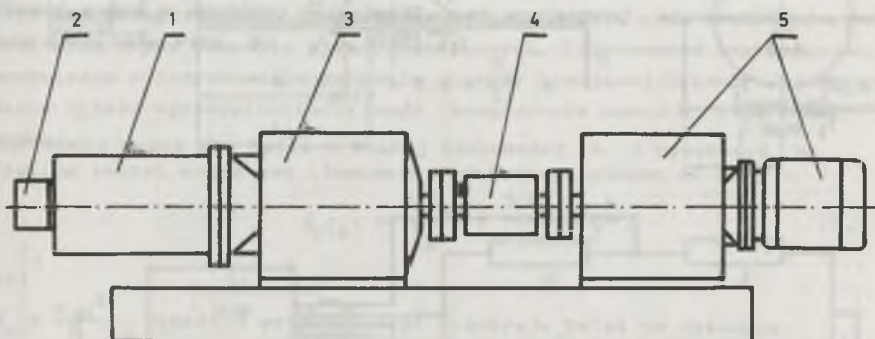
Moment statyczny lub wielozmienny obciążający badany napęd jest mierzony za pomocą przetwornika momentu, składającego się z belki sprężystej (8), na której są naklejone tensometry oporowa (9).

Dźwignia (10) przenoszą moment maszyny hamującej na przetwornik momentu i tłumik olejowy (11).

Sprzęgło wyprzedzające jednokierunkowo-wolnobieżne (12), zastosowane między stojakiem łożyskowym (2) i wałem maszyny hamującej, umożliwia nastawianie wartości momentu obciążenia przy zerowej prędkości obrotowej.

Przedstawione rozwiązanie konstrukcyjne zespołu hamującego zapewnia pomiar statycznego momentu obciążającego badany napęd z uwzględnieniem strat mechanicznych maszyny hamującej (bez strat wentylacyjnych) i prądnicy tachometrycznej. Straty wentylacyjne można zminimalizować przez zastosowanie chłodzenia zewnętrznego maszyny hamującej.

Na rys. 4 podano szkic zespołu hamującego hamowniocy współpracującej z badanym zespołem napędowym poprzez przekładnię mechaniczną. Maszyna prądu stałego (1) łącznie z prądnicą tachometryczną (2) jest zesprzęglona z wałkiem szybkoobrotowym przekładni mechanicznej (reduktorem momentu) (3). Wał wolnoobrotowy reduktora momentu poprzez wałek skrętny przetwornika momentu (4) jest połączony z wałem wolnoobrotowym badanego zespołu napędowego (5).



Rys. 4. Schemat konstrukcyjny hamowniocy elektromaszynowej z reduktorem momentu

1 - maszyna hamująca, 2 - prądnica tachometryczna, 3 - reduktor momentu,
4 - przetwornik momentu, 5 - badany zespół napędowy

4. Zagadnienia konstrukcyjne zespołu hamującego

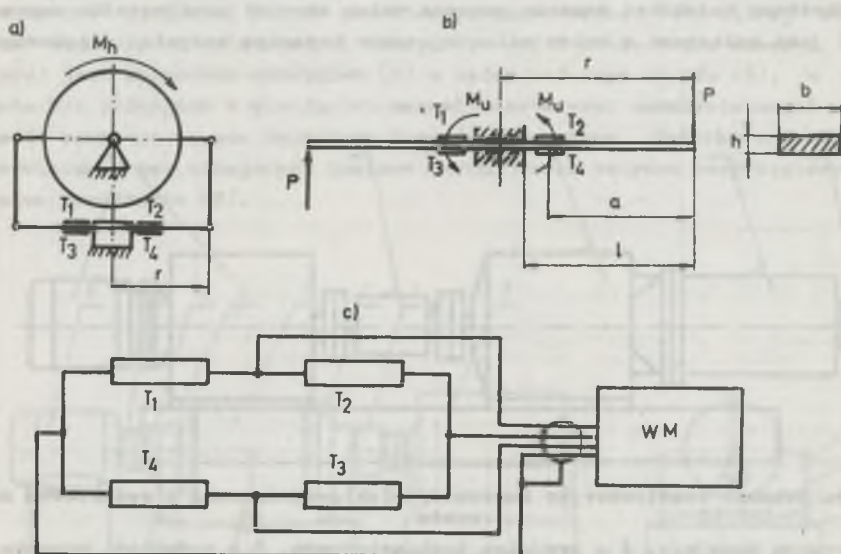
Optymalizacja konstrukcji zespołu hamującego ma decydujący wpływ na własności regulacyjne maszyny hamującej i w konsekwencji na dokładność pracy hamowniocy. Do zagadnień, które należy rozwiązać przy konstrukcji zespołu hamującego, można zaliczyć:

- pomiar momentu obciążenia napędu lub zespołu napędowego,
- optymalizację tłumienia drgań skrętnych maszyny hamującej o łożyskowym korpusie,

- współpracę przekładni mechanicznej w zespole hamującym z zespołem napędowym,
- optymalizację rozwiązania zesprzężenia zespołu hamującego z napędowym.

4.1. Pomiar momentu obciążenia napędu i zespołu napędowego

Dokładność pomiaru momentu obciążenia ma decydujący wpływ na pracę hamownicy. W hamownicach o łożyskowym korpusie maszyny hamującej moment hamownicy mierzy się za pomocą przetwornika momentu, połączonego z korpusem. Jednym z rozwiązań układu pomiarowego może być rozwiązanie podane na rys. 5.



Rys. 5. Układ pomiaru momentu hamownicy elektromaszynowej o łożyskowym korpusie

Moment hamownicy M_h jest przenoszony z korpusu maszyny hamującej na belkę sprężystą poprzez dwie dźwignie.

Siła osiowa P działająca na dźwignię wynosi:

$$P = \frac{M_h}{2r} \quad (4.1)$$

gdzie:

r - ramię działania siły P .

Maksymalny moment gnący występujący w miejscu utwierdzenia belki sprężystej:

$$M_u = \frac{M_h}{2r} l \quad (4.2)$$

wywołuje naprężenie gnące:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_u}{W_g} = \frac{3 M_h}{r b h^2} l \leq k_{go} \quad (4.3)$$

gdzie:

- l - odległość punktu działania siły P od miejsca utwierdzenia belki sprężystej,
- b, h - szerokość i wysokość przekroju poprzecznego belki sprężystej,
- k_{go} - dopuszczalne naprężenia przy dwustronnym zginaniu materiału belki sprężystej.

Moment gnący w średniej odległości bazy pomiarowej tensometrów a od punktu działania siły P:

$$M_g(a) = P a = \frac{M_h}{2r} a \quad (4.4)$$

a naprężenie gnące dla belki o stałej szerokości b i wysokości h:

$$\sigma_g(a) = \frac{M_g(a)}{W_g} = \frac{3 M_g(a) a}{r b h^2} \quad (4.5)$$

gdzie:

$W_g = \frac{b h^2}{6}$ - wskaźnik wytrzymałości przekroju belki na zginanie.

Z powyższego wynika, że odkształcenia względne na długości bazy pomiarowej tensometrów są różne. Równość odkształceń względnych można uzyskać, stosując na odcinku pomiarowym belkę sprężystą o równomiernej wytrzymałości na zginanie. Przy stałej wysokości belki h szerokość b zmienia się liniowo, tak że profil ma kształt trójkąta równoramiennego o podstawie równej b_1 w przekroju utwierdzenia, a wierzchołku w punkcie działania siły P.

Naprężenia gnące w każdym przekroju belki są równe na całej długości belki odpowiednio do równania (4.3).

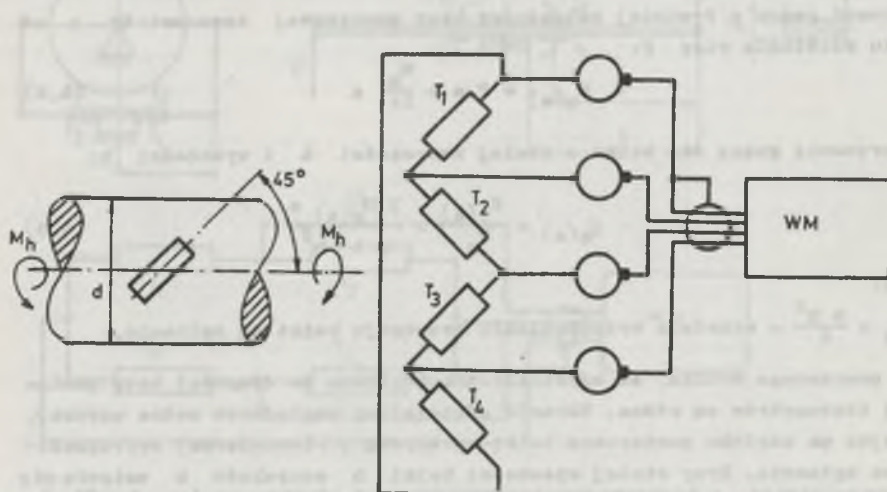
Cztery tensometry oporowe, rozmieszczone symetrycznie na belce sprężystej, są połączone ze wzmacniaczem tensometrycznym (WM) w układzie pełnego mostka (rys. 50).

Łożyskowanie przegubów dźwigni jest oparte na łożyskach tocznych. Repres wstępne ugięcie belki sprężystej można wyeliminować wpływ luzów promieniowych łożysk na dokładność wskazań przetwornika momentu.

Praktyka wykazała, że odpowiednie ugięcie wstępne ma duży wpływ na pożądaną prostoliniewość charakterystyki przetwornika momentu, która zależy od: dokładności wykonania elementu układu pomiarowego, dokładności montażu i lepkości oleju w tłumikach.

W zespołach hamujących (maszyna hamująca - reduktor momentu) dokonuje się pomiaru momentu hamującego za pomocą przetwornika momentu, wmontowanego między wał wolnoobrotowy reduktora momentu i wał wolnoobrotowy badanego zespołu napędowego.

Zasadniczym elementem takiego przetwornika momentu jest najczęściej wałek skrętny z naklejenymi pod kątem 45° rad do osi wałka czterema tensometrami oporowymi, połączonymi w układ pełnego mostka. Zasilanie i zbieranie sygnału nierównowagi mostka, proporcjonalnego do momentu hamującego, odbywa się za pomocą zespołu pierścieni osadzonych na wałku skrętnym i szczotek osadzonych w obudwach szczotkowych, przymocowanych do nie obracającej się obudowy przetwornika momentu. Na rys. 6 podano sposób rozmieszczenia i połączenia tensometrów ze wzmacniaczem momentu (WM).



Rys. 6. Rozmieszczenie i połączenia tensometrów do pomiaru momentu na wałku sprężystym

Wydłużenie względne każdego tensometru naklejonego na wałku o przekroju kołowym:

$$\epsilon = \frac{8 M_h}{d^3 G} \quad (4.6)$$

gdzie:

- M_h - moment hamujący,
- d - średnica wałka w miejscu naklejenia tensometrów,
- G - moduł sprężystości poprzecznej materiału wałka.

Wprawdzie możliwe jest zastosowanie niepełnych tensometrycznych mostków pomiarowych, jednak zastosowanie układu pełnego mostka zwiększa czterokrotnie sygnał nierównowagi mostka oraz umożliwia wyeliminowanie zakłóceń wynikających z pracy obracających się styków. Zakłócenia te zależą przede wszystkim od rozwiązań konstrukcyjnych zespołu stykowego oraz od materiału elementów stykowych.

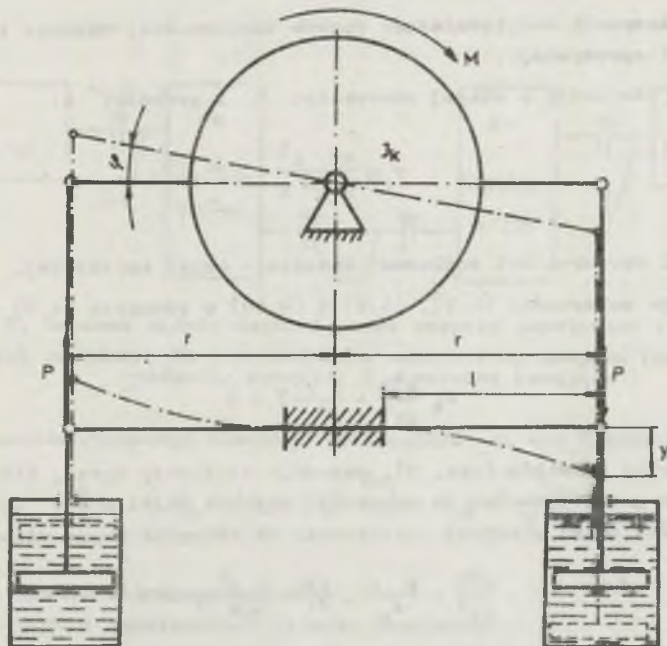
Można stwierdzić doświadczalnie, że dla dobrej współpracy zespołu stykowego jest wskazane stosować:

- osady szcztkowe współpracujące parami, o wspólnej sprężynie naciągowej,
- pierścienie ślizgowe srebrne lub ze stopu srebra i miedzi,
- szcztki srebro-grafitowe (przy małych prędkościach obrotowych pierścieni ślizgowych można stosować szcztki miedziografitowe).

4.2. Tłumienie drgań skrętnych maszyny hamującej z łożyskowanym korpusem

Ułożyskowany korpus maszyny hamującej w połączeniu z przetwornikiem momentu tworzy układ sprężysto-inercyjny o określonej częstotliwości drgań własnych skrętnych (wokół osi łożysk korpusu). Częstotliwość drgań własnych zależy od sztywności belki sprężystej i inercji elementów układu o momencie bezwładności J_k .

Drgania skrętne układu można rozpatrywać, posługując się szkicem na rys. 7.



Rys. 7. Schemat układu sprężysto-inercyjnego hamownicy elektromaszynowej o łożyskowanym korpusie

Moment M równoważony parą sił:

$$P = \frac{M}{2r} \quad (4.7)$$

gdzie:

r - ramię działania siły P ,

powoduje ugięcie y belki sprężystej o sztywności EI .

Wyzyskując model układu drgającego krążka zamocowanego na pręcie:

$$J_k \frac{d^2 \varphi}{dt^2} = -M \quad (4.8)$$

można go adaptować do rozpatrywanego układu sprężysto-inercyjnego hamownicy.

Przy małych wartościach napięcia belki y otrzymuje się kąt obrotu korpusu maszyny hamującej:

$$\varphi = \frac{y}{r} \quad (4.9)$$

Ugięcie belki:

$$y = A P \quad (4.10)$$

gdzie:

A - współczynnik uwzględniający sposób zamocowania, wymiary i sztywność belki sprężystej.

Na przykład dla belki o stałej szerokości b i grubości h :

$$y = \frac{4P}{b h^3 E} l^3 \quad (4.11)$$

gdzie:

E - moduł sprężystości podłużnej materiału belki sprężystej.

Wyzyskując zależności (4.7), (4.9) i (4.10) w równaniu (4.8) otrzymuje się:

$$J_k \frac{d^2 \varphi}{dt^2} + \frac{2}{\Lambda} r^2 \varphi = 0 \quad (4.12)$$

Zastosowanie tłumików (rys. 7), powoduje tłumienie drgań, które można przyjąć jako proporcjonalne do prędkości ugięcia belki $k \frac{dy}{dt}$. Uwzględnienie zależności (4.9) prowadzi ostatecznie do równania drgań własnych układu:

$$\frac{d^2 \varphi}{dt^2} + \frac{k}{J_k} r \cdot \frac{d\varphi}{dt} + \frac{2}{J_k \Lambda} r^2 \varphi = 0 \quad (4.13)$$

gdzie:

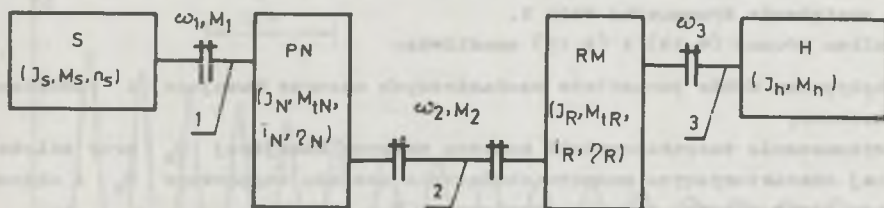
k - współczynnik tłumienia.

Równanie (4.13) umożliwia wyznaczenie częstotliwości drgań własnych rozpatrywanego układu sprężysto-inercyjnego oraz określenie wartości współczynnika tłumienia.

W stanach przejściowych pracy maszyny hamującej chwilowa zmiana momentu hamowania pobudza do drgań układ sprężysto-inercyjny. Szybkość zmiany momentu obciążającego zależy od parametrów elektrycznych maszyny i układu regulacji hamownicy. Ostatecznego doboru własności czynnika tłumiącego drgania układu dokonuje się doświadczalnie, podczas badań prototypów hamownicy.

4.3. Współpraca przekładni mechanicznej w zespole hamującym z zespołem napędowym

Do badań przekładni mechanicznych, motoreduktorów lub innych zespołów napędowych o małych prędkościach a dużych momentach obrotowych wskazana jest zastosowanie hamownicy elektromaszynowej współpracującej z przekładnią mechaniczną (reduktorem momentu). Zastosowanie takiego zespołu hamującego daje możliwość uzyskania dużych momentów obciążenia przy małych wielkościach mechanicznych maszyny hamującej. Podstawowym zagadnieniem jest wtedy wpływ momentów dynamicznych od mas wirujących zespołu hamującego na obciążanie zespołu napędowego. Przedstawiony na rys. 8 schemat mechanicznego układu zespołu napędowego i hamującego umożliwia analizę obciążeń poszczególnych elementów wału.



Rys. 8. Schemat układu mechanicznego zespołu napędowego i hamującego

S - silnik napędowy, PN - przekładnia mechaniczna zespołu napędowego, RM - reduktor momentu, H - maszyna hamująca

Z warunków równowagi momentów działających na wał 1 wynika:

$$M_S = (J_S + J_N) \frac{d\omega_1}{dt} + M_{tN} + \frac{M_2}{i_N \eta_N} \quad (4.14)$$

gdzie:

- M_S - moment silnika napędowego,
- J_S - moment bezwładności silnika napędowego,
- J_N - moment bezwładności przekładni zespołu napędowego,

- M_{tN} - moment strat mechanicznych przekładni zespołu napędowego,
 M_2 - moment obciążenia zespołu napędowego,
 i_N - przełożenie przekładni zespołu napędowego,
 η_{tN} - sprawność przekładni zespołu napędowego,
 ω_1 - prędkość kątowa wału 1.

Podobnie, z warunków równowagi momentów na wale 2 wynika moment:

$$M_2 = \left(J_R + \frac{J_h i_R^2}{\eta_R} \right) \frac{i}{i_N} \frac{d\omega_1}{dt} + \frac{M_h i_R}{\eta_R \pm 1} + M_{tR} \quad (4.15)$$

gdzie:

- J_R - moment bezwładności reduktora momentu,
 J_h - moment bezwładności maszyny hamującej,
 i_R - przełożenie przekładni reduktora momentu,
 η_R - sprawność przekładni reduktora momentu,
 M_h - moment obciążający maszyny hamującej,
 M_{tR} - moment strat mechanicznych przekładni reduktora momentu,
 η_R^{+1} - przy pracy prądnicowej maszyny hamującej,
 η_R^{-1} - przy pracy silnikowej maszyny hamującej.

Z uwagi na sprowadzanie momentów bezwładności z kwadratem przełożenia przekładni moment bezwładności maszyny hamującej J_h ma decydujący wpływ na obciążenie dynamiczne wału 2.

Analiza równań (4.14) i (4.15) umożliwia:

- optymalny dobór parametrów mechanicznych maszyny hamującej i reduktora momentu,
- wyznaczenie charakterystyki momentu maszyny hamującej M_h przy założonej charakterystyce momentu obciążenia zespołu napędowego M_2 i charakterystyce momentu silnika napędowego M_s .

4.4. Optymalizacja rozwiązania zesprzężenia zespołu napędowego i hamującego

Przeniesienie momentów obrotowych z napędu na maszynę hamującą zapewniają sprzęgła między łączoneymi wałami. Warunki badań napędów i zespołów napędowych decydują o doborze sprzęgieł.

Jeśli badany napęd ma być obciążany momentem o założonej charakterystyce oraz momentem inercji zewnętrznej, zachodzi konieczność połączenia wałów bez luzów kątowych. Można stosować sprzęgła aktywne, ale wówczas trzeba zapewnić dokładną współosiowość łączoneych wałów.

Zwykle stosuje się w omawianych zesprzężeniach sprzęgła sztywne pojedyncze lub podwójne, które zapewniają dobre warunki współpracy.

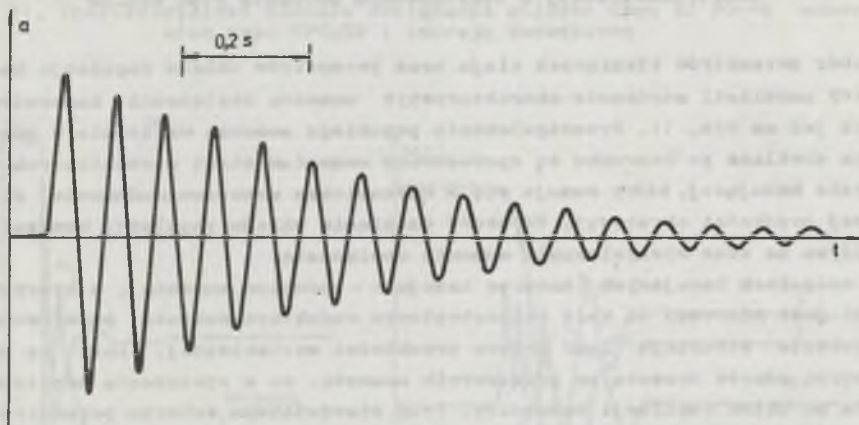
Jeśli badania napędów dotyczą tylko własności w stanach ustalonych, a stany nieustalone nie są ich przedmiotem, jest wskazane stosowanie sprzęgieł podatnych, które częściowo tłumią udarowe oddziaływanie momentu silnika napędowego, ochronią w ten sposób przekładnię mechaniczną zespołu hamującego.

Przy doborze sprzęgieł należy również zwrócić uwagę na dokładność przenoszenia prędkości kątowej ω z wału napędzającego na napędzany. Przy przecinających się osiach łączonych wałów, nachylonych pod kątem α , prędkość kątowa wału napędzanego w czasie jednego obrotu zmienia się od $\omega_{\min} = \omega \cos \alpha$ do $\omega_{\max} = \omega / \cos \alpha$, mimo stałej prędkości kątowej ω wału napędzającego. Zmiany prędkości powodują obciążanie badanego napędu w stanach ustalonych. Obciążenie to musiałoby być minimalizowane przez szybko działający układ regulacji hamownicy.

4.5. Wyniki badań prototypów hamowni elektromaszynowych

W Instytucie Maszyn i Urządzeń Elektrycznych Politechniki Śląskiej w Gliwicach przeprowadzono kompleksowe badania modeli oraz prototypów przedstawionych typów hamowni elektromaszynowych. Podstawowym zagadnieniem w hamownicach o łożyskowanym korpusie maszyny hamującej okazały się drgania własne układu sprężysto-inercyjnego (przetwornik momentu - łożyskowany korpus).

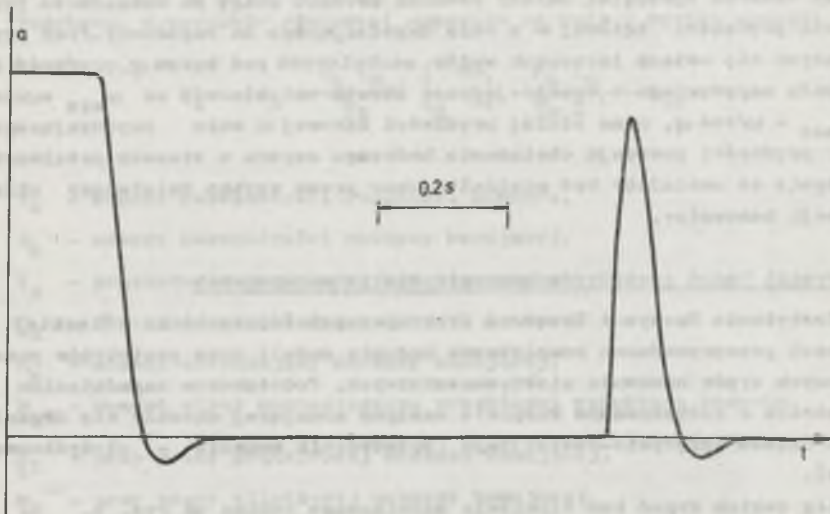
Przebieg takich drgań bez tłumienia dodatkowego podano na rys. 9.



Rys. 9. Drgania własne układu sprężysto-inercyjnego hamownicy elektromaszynowej o łożyskowanym korpusie typu HPS-M2

Jest możliwe uzyskanie dużego sygnału przetwornika momentu przy małej sztywności belki sprężystej. To z kolei zmniejsza częstotliwość drgań własnych układu i wpływa niekorzystnie na uzyskiwalną szybkość działania ca-

tego układu regulacji hamowniczej. Istnieje konieczność stosowania dodatkowego tłumienia drgań własnych układu. W przedstawionym rozwiązaniu konstrukcyjnym hamowniczej zastosowano tłumiki olejowe. Ich wpływ na drgania własne układu sprężysto-inercyjnego jest uwidoczniłony na rys. 10. Właści-

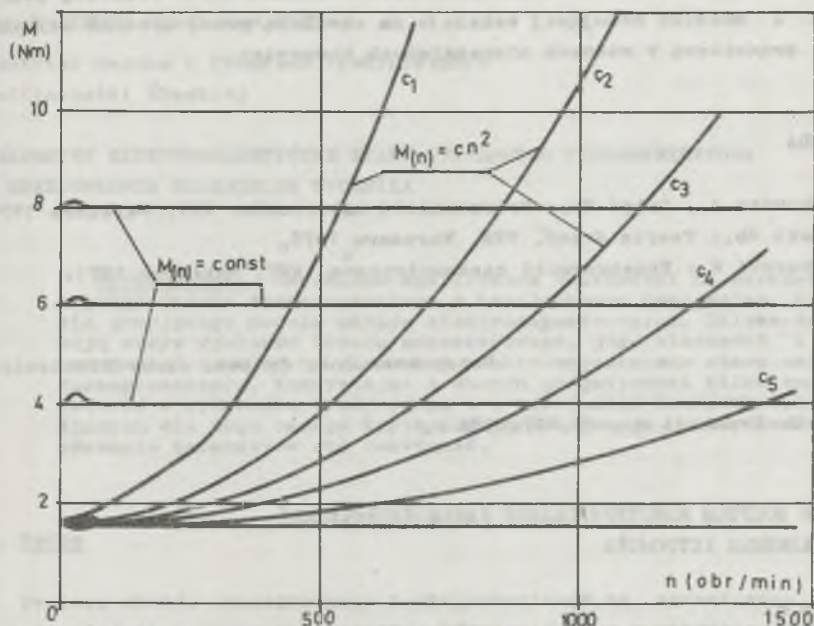


Rys. 10. Tłumione drgania własne układu sprężysto-inercyjnego hamownicy elektromaszynowej o łożyskowanym korpusie typu HPS-H2

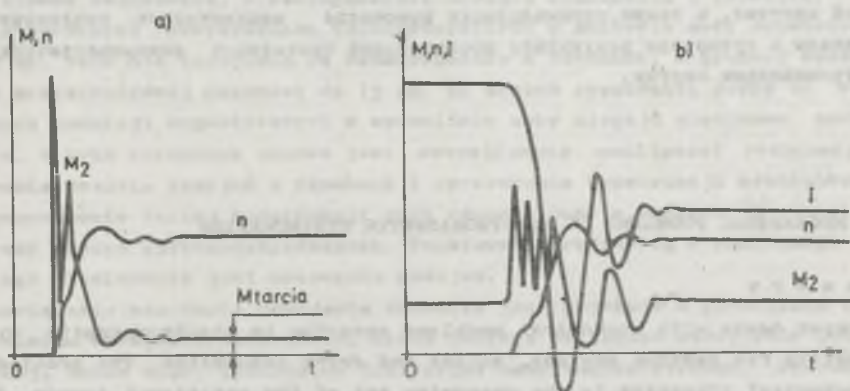
wy dobór parametrów tłumiących oleju oraz parametrów układu regulacji hamowniczej umożliwił uzyskanie charakterystyk momentu obciążenia hamowniczej takich jak na rys. 11. Przeregulowania przebiegu momentu obciążenia w pierwszych chwilach po rozruchu są spowodowane momentem strat mechanicznych w maszynie hamującej, który sumuje się z nastawionym momentem obciążenia dla zerowej prędkości obrotowej. Szybkość działania układu regulacji hamowniczej wpływa na czas wyregulowania momentu obciążenia.

W zespołach hamujących (maszyna hamująca - reduktor momentu), w których moment jest mierzony na wale wolnoobrotowym reduktora momentu, podstawowe utrudnienie stwarzają luzy kątowe przekładni mechanicznej. Luzy te są przyczyną uderzeń momentu na przetwornik momentu, co w sprzężeniu zwrotnym działa na układ regulacji hamowniczej. Przy niewłaściwym doborze parametrów układu regulacji hamowniczej wystąpić mogą duże oscylacje momentu obciążenia.

Przy dużym momencie bezwładności mas wirujących zespołu hamującego, spowodowanych na wale wolnoobrotowy, na którym mierzony jest moment obciążenia, występują trudności utrzymania stałego momentu obciążenia badanego zespołu napędowego w stanach nieustalonych.



Rys. 11. Charakterystyki momentu obciążenia silnika typu Sf 80-4b hamownicą typu HPS-H2 i inercją zewnętrzną



Rys. 12. Oscylogram przebiegów dynamicznych: momentu obciążenia M , prędkości obrotowej n i prądu twornika maszyny hamującej I w układzie szerepół napędowy - szerepół hamujący,

a - rozruch przy wyłączonym układzie regulacji hamownicy, b - rozruch przy działającym układzie regulacji hamownicy

Na rys. 12 podano oscylogram przebiegów dynamicznych hamownicy przeznaczony do badań motoreduktorów o przekładniach samohamownych. Przebieg prądu twornika I maszyny hamującej wskazuje na obwilotą pracę zarówno silnikową jak i prądnicową w stanach nieustalonych hamownicy.

LITERATURA

- [1] Jakubowicz A., Orłóś Zb.: Wytrzymałość materiałów. WNT, Warszawa 1978.
- [2] Osiński Zb.: Teoria drgań. PWN, Warszawa 1978.
- [3] Stryburski W.: Przetworniki tensometryczne. WNT, Warszawa 1971.

Recenzent: doc. dr inż. Jerzy Niekiewicz

Wpłynęło do Redakcji dn. 15.XII.1982 r.

ИЗБРАННЫЕ ВОПРОСЫ КОНСТРУИРОВАНИЯ ДИНАМОМЕТРИЧЕСКИХ ЭЛЕКТРОМАШИНЫХ УСТРОЙСТВ

Резюме

В работе представлены проблемы, связанные с механикой конструкции динамометрических электромашиных устройств, предназначенных для исследований двигателей и приводных агрегатов. Дан анализ механических колебаний в системе измерения момента торможения, содействия механической передачи в тормозной системе, а также оптимизации имеющихся механических соединений. Приведены и оговорены результаты исследований прототипов динамометрических электромашиных систем.

SOME MECHANICAL PROBLEMS IN ELECTROMAGNETIC DYNAMOMETERS

Summary

The paper deals with mechanical problems occurring in electromagnetic dynamometers for testing engines, motors and drive assemblies. The problems of mechanical vibration in the measuring set of the rotational torque, in the mechanical transmission and mechanical coupling in the dynamometer are considered. Test results of prototype dynamometers have been discussed.

Jan KAPINOS, Władysław MIZIA

Instytut Maszyn i Urządzeń Elektrycznych
Politechniki Śląskiej

PARAMETRY ELEKTROMAGNETYCZNE STANU USTALONEGO TURBOGENERATORA Z BEZŻŁÓBKOWYM UZWOJENIEM TWORNIKA

Streszczenie. Określono analityczne zależności na parametry elektromagnetyczne turbogeneratora z bezżłobkowym uzwojeniem twornika, dla przyjętego modelu układu elektromagnetycznego. Zależności te ujmują wpływ wymiarów obwodu magnetycznego, jego własności i danych nawojowych uzwojeń na parametry elektromagnetyczne stanu ustalonego turbogeneratora. Korzystając z danych projektowych kilku turbogeneratorów o wykonaniu tradycyjnym i z uzwojeniem bezżłobkowym, określonych dla tego samego kryterium optymalizacji, przeprowadzono porównanie parametrów obu rozwiązań.

1. Wstęp

Wymiary obwodu magnetycznego turbogeneratorów są ograniczone głównie wytrzymałością mechaniczną wirnika. Również postęp w zakresie stosowania coraz to lepszych materiałów magnetycznych, przewodzących i izolacyjnych jest niesznaczny. W tych warunkach powiększanie mocy jednostkowych turbogeneratorów uzyskuje się przez stosowanie coraz to bardziej intensywnych systemów chłodzenia, w szczególności uzwojeń wzbudzenia i twornika.

W stosowanych rozwiązaniach turbogeneratorów w zakresie mocy znamionowych do ok. 1000 MVA uzwojenia są rozmieszczone w żłobkach, a grubość szczeliny przywirnikowej dochodzi do 15 cm. Na skutek stosowania coraz to większych indukcyjności magnetycznych w szczelinie zęby ulegają znacznemu nasyceniu. W tych warunkach celowe jest rozpatrzenie możliwości rezygnacji z rozmieszczenia uzwojeń w żłobkach i opracowanie konstrukcji bezżłobkowej. Wprowadzenie takiej konstrukcji jest rozpatrywane w pracach [2], [8] i dotyczy maszyn głębokoszlądanych. Podstawową trudnością w realizacji takiego rozwiązania jest mocowanie uzwojeń.

Rozwiązanie mocowania uzwojenia twornika jest prostsze w porównaniu z mocowaniem uzwojenia wzbudzenia, które podlega działaniu dużej siły odśrodkowej. Można więc, zachowując tradycyjne rozwiązanie wirnika, wprowadzić bezżłobkowe uzwojenie twornika.

Rozwiązania tego typu są rozpatrywane w pracach [1], [4]. W turbogeneratorze z bezżłobkowym uzwojeniem twornika grubość uzwojenia twornika jest znacznie mniejsza (eliminacja zębów), a ponadto mniejsza również grubość

szozeliny przywirnikowej, jako odległość między powierzchnią bezki wirnika a wewnętrzną powierzchnią uzwojenia twornika. W konsekwencji zmniejszają się również wymiary zewnętrzne rdzenia stojana. W rozwiązaniu bezślóbkowym uzwojenie twornika znajduje się w głównym polu magnetycznym. Rzuca to na rozwiązanie prętów uzwojenia twornika, celem ograniczenia strat dodatkowych [5].

Ponadto wyznaczenie parametrów indukcyjnych turbogenerators wymaga odmianego podejścia w porównaniu z dotychczasową praktyką. Celem niniejszego artykułu jest określenie analitycznych zależności na parametry indukcyjne turbogenerators z bezślóbkowym uzwojeniem twornika, wyrażonych przez wymiary obwodu magnetycznego, jego własności oraz dane nawojowe uzwojeń. W celu oceny zmian parametrów przeprowadzono również porównanie parametrów kilku turbogenerators o wykonaniu tradycyjnym i z uzwojeniem bezślóbkowym na podstawie danych projektowych określonych dla tego samego kryterium optymalizacji, którym była minimalizacja strat wzbudzenia przy określonej oalkowitej sprawności turbogenerators. Ocena parametrów turbogenerators z bezślóbkowym uzwojeniem twornika pozwala na określenie ich własności eksploatacyjnych w systemie elektroenergetycznym.

2. Model układu elektromagnetycznego

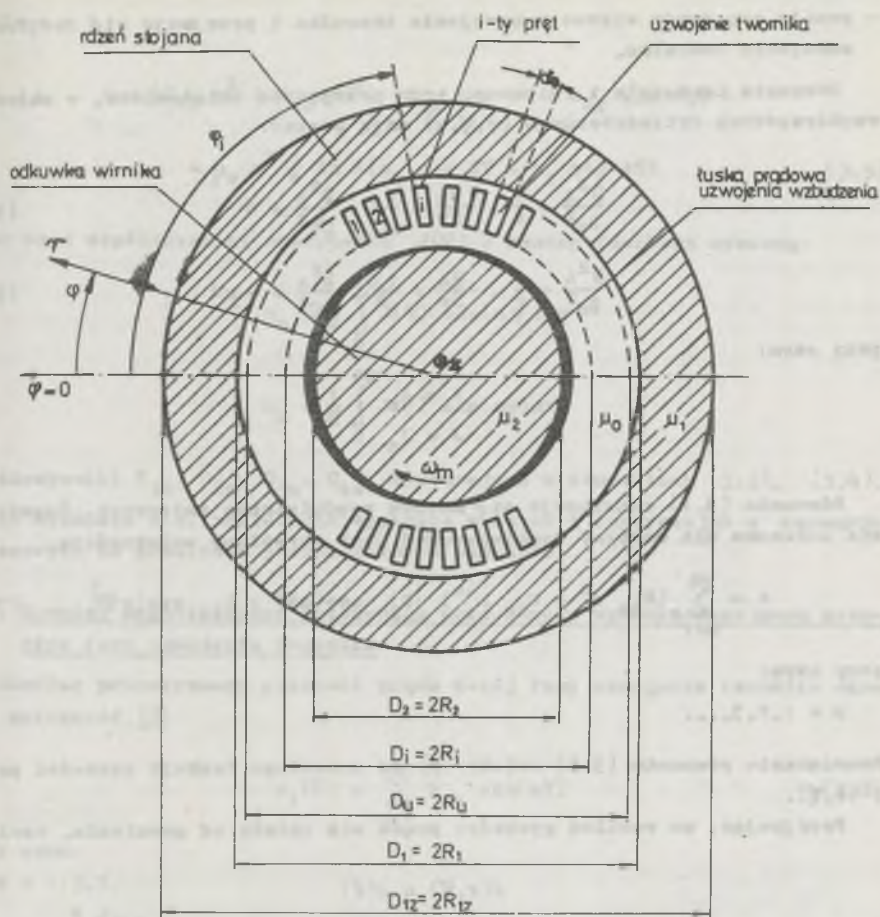
Z rozwiązania konstrukcyjnego turbogenerators dwubiegunowego z bezślóbkowym uzwojeniem twornika wynika, że można przyjąć model przekroju poprzecznego układu elektromagnetycznego przedstawiony na rys. 2.1. W modelu tym wyróżnia się: odkawkę wirnika, szozelinę przywirnikową, uzwojenie wzbudzenia, uzwojenie twornika, rdzeń stojana. Szozeliny przywirnikowe w turbogenerators są duże. Z tego powodu nawet przy znacznych nasyceniach elementów ferromagnetycznych obwód magnetyczny jest praktycznie liniowy. W rozpatrywanym modelu założone liniowość obwodu magnetycznego, przy czym dla rdzenia stojana przyjęto względną przenikalność magnetyczną μ_1 , natomiast dla odkawki wirnika μ_2 .

Ponadto założono, że uzwojenie:

- wzbudzenia jest nieskończenie cienką warstwą, tzw. łuską prądową o sinusoidalnym rozkładzie przestrzennym gęstości liniowej prądu,
- twornika ma określoną grubość i dyskretny rozkład prętów.

Przyjęte założenia pozwalają na przejrzyste określenie przestrzennego rozkładu magnetycznego potencjału wektorowego wytworzonego przez przepływy: wzbudzenia i oddziaływania twornika.

Znajomość rozkładu magnetycznego potencjału wektorowego stanowi podstawę wyznaczenia parametrów indukcyjnych turbogenerators z bezślóbkowym uzwojeniem twornika.



Rys. 2.1. Model układu elektromagnetycznego turbogenerators

3. Magnetyczny potencjał wektorowy

Magnetyczny potencjał wektorowy, przy pominięciu prądu przesunięcia, spełnia równanie:

- Laplace'a $\Delta \vec{A} = 0$ dla obszarów bezprądowych,
- Poissona $\Delta \vec{A} = -\mu \vec{J}$ dla obszarów prądowych.

Rozkład magnetycznego potencjału wektorowego określa się, przyjmując założenia:

- pomija się efekty krańcowe, wynikające ze skończonej długości maszyny,

- przyjmuje się sinusoidalny rozkład przestrzenny gęstości liniowej prądu wzbudzenia,
- pomija się prądy wirowe w uzwojeniu twornika i przyjmuje się trójfazowe uzwojenie twornika.

Równania Laplace'a i Poissona, przy przyjętych założeniach, w układzie współrzędnych cylindrycznych (r, φ, z) mają postać:

$$\frac{\partial^2 A}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial A}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 A}{\partial \varphi^2} = 0 \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial^2 A}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial A}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 A}{\partial \varphi^2} = -\frac{\mu J}{\rho} \quad (3.2)$$

przy czym:

$$A = A_z$$

$$J = J_z$$

Równanie (3.1) rozwiązuje się metodą rozdzielania zmiennych. Rozwiązanie okresowe dla maszyny dwubiegowej jest określone zależnością:

$$A = \sum_{n=1}^{\infty} (C_{1n} r^n + C_{2n} r^{-n}) [C_{3n} \cos(n\varphi) + C_{4n} \sin(n\varphi)] \quad (3.3)$$

przy czym:

$$n = 1, 2, 3, \dots$$

Rozwiązanie równania (3.2) zależy [7] od przebiegu funkcji gęstości prądu $J(r, \varphi)$.

Przyjmując, że rozkład gęstości prądu nie zależy od promienia, czyli:

$$J(r, \varphi) = J(\varphi)$$

i stosując metodę rozdzielania zmiennych, otrzymuje się rozwiązania okresowe równania (3.2):

- dla $n \neq 2$

$$A = \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ (C_{1n} r^n + C_{2n} r^{-n}) [C_{3n} \cos(n\varphi) + C_{4n} \sin(n\varphi)] - \mu_0 \frac{r^2}{4 - n^2} [a_n \cos(n\varphi) + b_n \sin(n\varphi)] \right\} \quad (3.4)$$

- dla $n = 2$

$$A = (C_{12} r^2 + C_{22} r^{-2}) (C_{32} \cos 2\varphi + C_{42} \sin 2\varphi) - \mu_0 r^2 \frac{1}{4} \ln r (a_2 \cos 2\varphi + b_2 \sin 2\varphi) \quad (3.5)$$

przy czym współczynniki rozłożenia $J(\varphi)$ w szereg Fouriera wynoszą:

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} J(\varphi) \cos(n\varphi) d\varphi$$

$$b_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} J(\varphi) \sin(n\varphi) d\varphi$$

Współczynniki C_{1n} , C_{2n} , C_{3n} , C_{4n} występujące w równaniach (3.3), (3.4), (3.5) wyznacza się, zakładając symetrię maszyny i korzystając z warunków brzegowych na granicach poszczególnych obszarów.

3.1. Rozkład magnetycznego potencjału wektorowego utworzonego przez przepływ fazy uzwojenia twornika

Rozkład przestrzenny gęstości prądu k -tej fazy uzwojenia twornika określa zależność [3]:

$$J_1(\varphi) = \sum_{n=1}^{\infty} b_{nk} \sin(n\varphi) \quad (3.6)$$

przy czym:

$$n = 1, 3, 5, \dots$$

$$b_{nk} = \frac{4 J_{1mk}}{n \pi} q_1 k_{un} \sin(0,5 n \varphi_0)$$

q_1 - liczba tzw. umewnych zębów na biegun i fazę,

φ_0 - miara kątowa pojedynczego pręta,

J_{1mk} - amplituda gęstości prądu podstawowej harmonicznej w przecie k -tej fazy uzwojenia twornika,

k_{un} - współczynnik uzwojenia dla n -tej harmonicznej.

Zależność (3.6) łącznie z równaniami (3.3), (3.4), przy uwzględnieniu symetrii maszyny i warunków brzegowych na granicach poszczególnych obszarów, pozwala [3] na określenie rozkładu magnetycznego potencjału wektorowego utworzonego przez k -tą fazę, we wszystkich obszarach modelu elektromagnetycznego turbogeneratora (rys. 2.1). Dla określenia parametrów indukcyjnych interesujący jest obszar ($R_1 \leq r \leq R_U$), w którym znajduje się uzwojenie twornika.

W obszarze tym magnetyczny potencjał wektorowy wytworzony przez k-tą fazę uzwojenia twornika jest określony zależnością:

$$A_{1rk} = \sum_{n=1}^{\infty} 0,5 \mu_0 \frac{b_{nk}}{h - n^2} \left[(\alpha_n \beta_n + \frac{2+n}{n} R_u^{2-n}) r^n - (R_1^{2n} \beta_n + \frac{2-n}{n} R_u^{2+n}) r^{-n} - 2 r^2 \right] \sin(n\psi) \quad (3.7)$$

przy czym: $n = 1, 3, 5, \dots$

$$\alpha_n = \frac{1 - \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^{2n}}{\left(\frac{R_1}{R_2}\right)^{2n} \frac{\mu_1 + 1}{\mu_1 - 1} - \frac{\mu_1 - 1}{\mu_1 + 1}}$$

$$\beta_n = \frac{\frac{\mu_2 - 1}{\mu_2 + 1} \frac{2+n}{n} (R_u^{2-n} - R_1^{2-n}) R_2^{2n} + \frac{2-n}{n} (R_u^{2+n} - R_1^{2+n})}{R_1^{2n} + R_2^{2n} \frac{\mu_2 - 1}{\mu_2 + 1}} \alpha_n$$

μ_1, μ_2 - względne przenikalności magnetyczne odkuwki wirnika i rdzenia stojana,

$R_1, R_2, R_{1z}, R_1, R_u$ - wymiary modelu elektromagnetycznego (rys. 2.1).

3.2. Rozkład magnetycznego potencjału wektorowego wytworzonego przez przepływ wzbudzenia

Zgodnie z przyjętym założeniem gęstość liniowa prądu uzwojenia wzbudzenia:

$$J_2(\psi) = J_{2m} \sin\psi \quad (3.8)$$

Amplitudę gęstości liniowej prądu uzwojenia wzbudzenia wyznacza się z równości przepływów uzwojenia wzbudzenia i tzw. łuski prądowej:

$$\frac{h}{2} \varepsilon_2 k_{u2} I_2 = \int_0^{\alpha} J_{2m} R_2 \sin\psi d\psi$$

otrzymuje się:

$$J_{2m} = 4 \frac{\varepsilon_2 k_{u2}}{D_2} I_2$$

przy czym:

z_2 - liczba zwojów uzwojenia wzbudzenia,

k_{u2} - współczynniki uzwojenia wzbudzenia,

I_2 - prąd wzbudzenia,

D_2 - średnica wirnika.

Zależność (3.8) łącznie z równaniem (3.3), przy uwzględnieniu symetrii maszyn i warunków brzegowych na granicach poszczególnych obszarów, pozwala [3] na określenie rozkładu magnetycznego potencjału wektorowego wytworzonego przez przepływ uzwojenia wzbudzenia we wszystkich obszarach modelu elektromagnetycznego turbogeneratora.

W obszarze ($R_2 < r < R_1$), który jest wykorzystywany do określenia parametrów indukcyjnych, magnetyczny potencjał wektorowy określa zależność:

$$A_2 = \mu_0 J_2 \frac{b_2}{\mu_2 + 1} \left[\frac{r}{\left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 \alpha - \frac{\mu_2 - 1}{\mu_2 + 1}} + \frac{R_1^2 r^{-1}}{\left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 - \frac{\mu_2 - 1}{(\mu_2 + 1)\alpha}} \right] \sin \varphi \quad (3.9)$$

przy czym

$$\alpha = \frac{\left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 \frac{\mu_1 + 1}{\mu_1 - 1} - \frac{\mu_1 - 1}{\mu_1 + 1}}{\left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 - 1}$$

4. Reaktancje

Charakterystyczne reaktancje turbogeneratora są ściśle związane z odpowiednimi indukcyjnościami. Indukcyjności, przy znanych rozkładach magnetycznego potencjału wektorowego i gęstości prądu uzwojeń, wyznacza się korzystając z wyrażenia na energię pola magnetycznego:

$$W = \frac{1}{2} \iiint_V \vec{A} \cdot \vec{J} \, dV \quad (4.1)$$

i zależności ujmującej związek między energią pola magnetycznego, indukcyjnością i prądem.

Indukcyjność własna uzwojenia:

$$L_1 = 2 \frac{W_1}{I_1^2} \quad (4.2)$$

Indukcyjność własną uzwojenia określa się, znając rozkład gęstości prądu uzwojenia i rozkład magnetycznego potencjału wektorowego wytworzonego przez przepływ uzwojenia w obszarze zajęty przez to uzwojenie.

Indukcyjność własna fazy uzwojenia twornika:

$$L_{1k} = \frac{2}{I_{1k}} \iint_V \vec{A}_{1fk} \vec{J}_{1k} dV \quad (4.3)$$

przy czym:

\vec{A}_{1fk} - magnetyczny potencjał wektorowy wytworzony przez przepływ k-tej fazy uzwojenia twornika w obszarze rozłożenia uzwojenia twornika,

J_{1k} - gęstość prądu k-tej fazy uzwojenia twornika,

I_{1k} - prąd k-tej fazy uzwojenia twornika.

Indukcyjność wzajemna uzwojeń:

$$M = \frac{2}{I_1 I_2} \iint_V \vec{A}_2 \vec{J}_{1k} dV \quad (4.4)$$

Indukcyjność wzajemną uzwojeń określa się, znając rozkłady gęstości prądów w uzwojeniach oraz rozkłady magnetycznego potencjału wektorowego wytworzonego przez przepływ jednego z uzwojeń w obszarze zajęty przez drugie uzwojenie. Indukcyjność wzajemna uzwojenia wzbudzenia i k-tej fazy uzwojenia twornika:

$$M = \frac{2}{I_{1k} I_2} \iint_V \vec{A}_2 \vec{J}_{1k} dV \quad (4.5)$$

przy czym:

\vec{A}_2 - magnetyczny potencjał wektorowy wytworzony przez przepływ uzwojenia wzbudzenia w obszarze rozłożenia uzwojenia twornika,

I_2 - prąd wzbudzenia.

Zgodnie z przyjętymi założeniami rozkład pola magnetycznego nie zmienia się wzdłuż długości maszyny. Można zatem napisać:

$$L_{1k} = \frac{2}{I_{1k}^2} \iint_{S_k} \vec{A}_{1fk} \vec{J}_{1k} dS \quad (4.6)$$

$$M = \frac{2}{I_{1k} I_2} \iint_{S_k} \vec{A}_2 \vec{J}_{1k} dS \quad (4.7)$$

przy czym:

l_1 - długość twornika,

S_k - powierzchnia przekroju poprzecznego fazy uzwojenia twornika.

Podane zależności na indukcyjności, przy uwzględnieniu zależności (3.6), (3.7), (3.9), stanowią podstawę określenia wyrażeń na reaktancje.

4.1. Reaktancja synchroniczna

Reaktancja synchroniczna dla trójfazowego uzwojenia średnicowego:

$$X_d = \frac{3}{2} \omega L_{1k} \quad (4.8)$$

przy czym: ω - pulsacja elektryczna.

Wprowadzając do wyrażenia (4.8) zależności (3.6), (3.7), (4.3) otrzymuje się:

$$X_d = \frac{3\omega}{4} \cdot \frac{b_{nk}^2}{I_{1k}^2} \omega \mu_o \cdot 1_1 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(4-n^2)} \cdot \left[(R_u^{2-n} + \frac{n}{2+n} \alpha_n^2 \beta_n) (R_u^{2+n} - R_1^{2+n}) - (R_u^{2+n} + \frac{n}{2-n} R_1^{2n} \beta_n) (R_u^{2-n} - R_1^{2-n}) - \frac{n}{2} (R_u^4 - R_1^4) \right] \quad (4.9)$$

Z zależności (3.6), przy dodatkowym określeniu zależności amplitudy gęstości prądu twornika od prądu twornika, danych nawojowych uzwojenia i jego grubości, otrzymuje się:

$$b_{nk} = \frac{32 \sqrt{2} I_{1k} n p_1 q_1 k_{un}}{n \alpha_n \alpha_o D_u^2 \left[1 - \left(\frac{D_1}{D_u} \right)^2 \right]} \sin \left(n \frac{\alpha_o}{2} \right) \quad (4.10)$$

Przyjmując, że zachodzi:

$$\mu_1 \gg 1, \quad \mu_2 \gg 1$$

i wprowadzając wyrażenie (4.10) do zależności (4.9) otrzymuje się:

$$X_d = \frac{48 \mu_o \omega q_1^2 n^2 p_1^2 1_1}{\alpha_n^2 \alpha_o^2 \left[1 - \left(\frac{D_1}{D_u} \right)^2 \right]^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{k_{un}^2}{n^3(4-n^2)} \sin^2 \left(n \frac{\alpha_o}{2} \right) \cdot \left\{ \left(1 + \frac{n}{2+n} \alpha_n^2 \right) \left[1 - \left(\frac{D_1}{D_u} \right)^{2+n} \right] - \left[1 - \frac{n}{2-n} \left(\frac{D_1}{D_u} \right)^{2n} \alpha_n^2 \right] \left[1 - \left(\frac{D_1}{D_u} \right)^{2-n} \right] - \frac{n}{2} \left[1 - \left(\frac{D_1}{D_u} \right)^4 \right] \right\} \quad (4.11)$$

$$\left\{ \left(1 + \frac{n}{2+n} \alpha_n^2 \right) \left[1 - \left(\frac{D_1}{D_u} \right)^{2+n} \right] - \left[1 - \frac{n}{2-n} \left(\frac{D_1}{D_u} \right)^{2n} \alpha_n^2 \right] \left[1 - \left(\frac{D_1}{D_u} \right)^{2-n} \right] - \frac{n}{2} \left[1 - \left(\frac{D_1}{D_u} \right)^4 \right] \right\}$$

przy czym:

$$\mathcal{X}_n = \frac{\frac{2+n}{n} \left[1 - \left(\frac{D_1}{D_u} \right)^{2-n} \right] D_2^{2n} + \frac{2-n}{n} \left[1 - \left(\frac{D_1}{D_u} \right)^{2+n} \right] D_u^{2n}}{D_1^{2n} - D_2^{2n}}$$

a_1 - liczba gałęzi równoległych uswojenia twornika,

n_{p1} - liczba warstw uswojenia twornika,

$n = 1, 3, 5, \dots$

Zależność (4,11) ujmuje wpływ wymiarów geometrycznych maszyny i danych nawojowych uswojenia twornika na reaktancję synchroniczną. Przy uwzględnieniu tylko podstawowej harmonicznej przestrzennego rozkładu indukcji ($n=1$) otrzymuje się:

$$X_{d1} = \frac{16 \mu_0 \omega q_1^2 k_{u1}^2 n_{p1}^2 l_1}{\mathcal{X}_{n=1}^2 \varphi_0^2 \left[1 - \left(\frac{D_1}{D_u} \right)^2 \right]^2} \sin^2 \frac{\varphi_0}{\lambda} \left\{ \left(1 + \frac{1}{3} \mathcal{X}_1 \right) \cdot \right.$$

$$\left. \left[1 - \left(\frac{D_1}{D_u} \right)^3 \right] - \left[1 - \left(\frac{D_1}{D_u} \right)^2 \mathcal{X}_1 \right] \left(1 - \frac{D_1}{D_u} \right) - \frac{1}{2} \left[1 - \left(\frac{D_1}{D_u} \right)^4 \right] \right\} \quad (4.12)$$

przy czym:

$$\mathcal{X}_1 = \frac{3 \left(1 - \frac{D_1}{D_u} \right) D_2^2 + D_u^2 \left[1 - \left(\frac{D_1}{D_u} \right)^3 \right]}{D_1^2 - D_2^2}$$

4.2. Reaktancja oddziaływania twornika

Reaktancja oddziaływania twornika dla podstawowej harmonicznej:

$$X_{ad} = \frac{3}{2} \cdot \frac{s_1 k_{u1}}{s_2 k_{u2}} \omega M \quad (4.13)$$

przy czym:

s_1, s_2 - liczby zwojów uswojenia twornika i wzbudzenia,

k_{u1}, k_{u2} - współczynniki uswojeń twornika i wzbudzenia,

ω - pulsacja elektryczna.

Wprowadzając do wyrażenia (4.13) zależności (3.6), (3.9), (4.7) otrzymuje się:

$$X_{ad} = \frac{3R_1}{2} \cdot \frac{z_1 k_{u1}}{z_2 k_{u2}} \cdot \frac{J_{2m}}{I_{1k} I_2} \omega \mu_0 l_1 b_{1k} \frac{\mu_2}{\mu_2 + 1} \cdot \left[\frac{1}{3} \cdot \frac{R_u^3 - R_1^3}{\left(\frac{R_1}{R_2}\right) \alpha_0 - \frac{\mu_2 - 1}{\mu_2 + 1}} + \frac{R_1^2 R_u - R_1^3}{\left(\frac{R_1}{R_2}\right) - \frac{\mu_2 - 1}{(\mu_2 + 1)\alpha_0}} \right] \quad (4.14)$$

przy czym:

$b_{1k} = b_{nk}$ - wyrażenie (4.10) dla $n = 1$.

Przyjmując, że zachodzi:

$$\mu_1 \gg 1, \quad \mu_2 \gg 1$$

i wprowadzając zależność na b_{1k} , otrzymuje się:

$$X_{ad} = \frac{8 \mu_0 \omega q_1^2 k_{u1}^2 n_p^2 l_1^2 m_D}{3 \mu_1^2 \alpha_0} \sin\left(\frac{\alpha_0}{2}\right) \quad (4.15)$$

przy czym:

$$m_D = \frac{D_1}{D_1^2 - D_2^2} \cdot \frac{(D_1 + D_u)^2 - D_1 D_u + 3D_1^2}{D_u + D_1}$$

Zależność (4.15) ujmuje wpływ wymiarów geometrycznych maszyny i danych nawojowych uzwojenia twornika na reaktancję oddziaływania twornika.

4.3. Reaktancja rozproszenia uzwojenia twornika

Trudności związane z określeniem rozkładów magnetycznego potencjału wektorowego i gęstości prądu w oszczędnościach oszłonowych turbogeneratora powodują, że zależność na reaktancję synchroniczną podano bez uwzględnienia reaktancji rozproszenia oszłoni oszłonowych uzwojeń. Z tego powodu przy określaniu całkowitej reaktancji rozproszenia nie można posłużyć się zależnością:

$$X_s = X_d - X_{ad} \quad (4.16)$$

Reaktancję rozproszenia uzwojenia twornika można wyznaczyć w sposób przybliżony, zakładając, że reaktancja rozproszenia oszłoni oszłonowych bezziłbkowego uzwojenia twornika jest taka sama, jak uzwojenia rozmieszczonego w ziłbkach.

Przy takim założeniu:

$$X_{\Sigma} = X_d - X_{ad} + X_{sc}$$

przy czym: reaktancja rozproszenia części oszłonowego uzwojenia twornika

$$X_{sc} = \frac{3,92 \pi^2 k_{u1}^2}{\sin^2\left(\beta_1 \frac{\sigma_c}{2}\right)} D_{\delta r} (\beta_1 - 1) \cdot 10^{-4}$$

β_1 - skrót poskoku uzwojenia,

$$D_{\delta r} = \frac{D_1 + D_u}{2}$$

5. Porównanie podstawowych parametrów indukcyjnych turbogeneratorów z tradycyjnym i bezślóbkowym uzwojeniem twornika

W celu porównania podstawowych parametrów indukcyjnych turbogeneratorów z tradycyjnym i bezślóbkowym uzwojeniem twornika przeprowadzono obliczenia projektowe trzech generatorów o mocach: 247, 426, 588 MVA, dla obu rozwiązań uzwojenia twornika. Obliczenia przeprowadzono, przyjmując jako kryterium optymalizacji minimalizację strat wzbudzenia, przy zachowaniu tej samej sprawności generatora o określonej mocy, niezależnie od wykonania uzwojenia twornika. Obliczenia turbogeneratorów z bezślóbkowym uzwojeniem twornika przeprowadzono dla kilku wariantów grubości szczeliny δ_{Σ} - odległości między powierzchnią bezki wirnika a wewnętrzną powierzchnią uzwojenia twornika.

Przyjęcie kilku wariantów grubości szczeliny δ_{Σ} wiąże się z rozwiązaniem systemu chłodzenia maszyny. Nawet przy bezpośrednim chłodzeniu uzwojeń i rdzenia stojana zachodzi konieczność wprowadzenia szczeliny nie tylko ze względów mechanicznych, ale również cieplnych, ponieważ muszą być odprowadzone straty wydzielane na powierzchni bezki wirnika.

Względne parametry indukcyjne określono dla względnej szczeliny $\delta_{\Sigma} = 0,2; 0,4; 0,6; 0,8$, przy czym jednostką odniesienia była szczelina generatora z tradycyjnym uzwojeniem twornika.

Parametry generatorów ujmuje tabela 5.1.

5. Wnioski

Z tabeli 5.1 wynika, że względne podstawowe reaktancje są mniejsze dla generatorów z bezślóbkowym uzwojeniem twornika, przy czym stopień zmniej-

Tabela 5.1

| Wysoko- gólnienie | $S_n = 247 \text{ MVA}$ | | | | $S_n = 426 \text{ MVA}$ | | | | $S_n = 588 \text{ MVA}$ | | | | | | | |
|----------------------------------------------------------------------------|-------------------------|----------------|----------------|----------------|-------------------------|----------------|----------------|----------------|-------------------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|-------|
| | tradycyjny | bezlubkowy | | | tradycyjny | bezlubkowy | | | tradycyjny | bezlubkowy | | | | | | |
| | | $X_{dr} = 0,2$ | $X_{dr} = 0,4$ | $X_{dr} = 0,6$ | | $X_{dr} = 0,8$ | $X_{dr} = 0,2$ | $X_{dr} = 0,4$ | | $X_{dr} = 0,6$ | $X_{dr} = 0,8$ | $X_{dr} = 0,2$ | $X_{dr} = 0,4$ | $X_{dr} = 0,6$ | $X_{dr} = 0,8$ | |
| Względna reaktancja synchroniczna X_{dr} | 2,066 | 1,934 | 1,863 | 1,744 | 1,603 | 1,469 | 1,350 | 1,227 | 1,069 | 1,850 | 1,746 | 1,627 | 1,458 | 1,248 | 1,139 | 1,017 |
| Względna reaktancja oddziaływania twornika X_{adr} | 1,885 | 1,777 | 1,696 | 1,581 | 1,437 | 1,290 | 1,150 | 1,010 | 0,870 | 1,690 | 1,583 | 1,458 | 1,325 | 1,196 | 1,063 | 0,931 |
| Względna reaktancja rozproszenia uwężenia twornika X_{sr} | 0,181 | 0,156 | 0,163 | 0,164 | 0,166 | 0,205 | 0,159 | 0,168 | 0,159 | 0,161 | 0,163 | 0,168 | 0,211 | 0,152 | 0,156 | 0,134 |

szczenia zależy od względnej szczeliny δ_{nr} związanej z systemem chłodzenia maszyny.

Względna reaktancja rozproszenia uzwojenia twornika zmienia się stosunkowo nieznacznie.

Uwzględniając, że jest ona głównym składnikiem reaktancji dla przebiegów podprzebiegowych i przejściowych, można uznać, że reaktancje te nie będą znacząco odbiegać od wartości spotykanych w turbogeneratorach o rozwiązaniu tradycyjnym.

Zmiany parametrów indukcyjnych można więc uznać za korzystne. Dodatkowym, korzystnym efektem wprowadzenia bezziłbkowego uzwojenia twornika jest zmniejszenie wymiarów zewnętrznych rdzenia stojana.

LITERATURA

- [1] Danilewicz J.B., Czubrajewa L.J. i inni: Turbogeneratory bezpazowej konstrukcji i problemy ich stworzenia. Sbornik naukowych trudow. Leningrad 1977.
- [2] Davies E.J.: Airgap windings for large turbogenerators. Proc.IEE, vol. 118, Nr 3-4 1971.
- [3] Kapinos J.: Zagadnienia elektromagnetyczne w projektowaniu turbogeneratorów z bezziłbkowym uzwojeniem twornika. Praca doktorska. Pol. Śląska, Gliwice 1980.
- [4] Kildiszczew W.S., Ruzinskij L.N.: Moszoznyje sinchronnyje gienieratory s biezziłbkowym statorem. Elektrizestwo. Nr 1, 1977.
- [5] Kirtley J.L.: Armature of the MIT-EPRI superconducting generator. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-96, Nr 1, 1977.
- [6] Mizia W.: Metoda optymalizacji obwodów elektromagnetycznych w turbogeneratorach dwuhugunowych. Zeszyty Naukowe Pol. Śląskiej, Elektryka, Nr 69. Gliwice 1980.
- [7] Smirnov W.J.: Matematyka wyższa. T. II. PWN, Warszawa 1958.
- [8] Spooner E.: Fully slotless turbogenerators'. Proc. IEE, vol. 120, Nr 12. 1973.

Recenzent: doc. dr hab. inż. Roman Nadolski

Wpłynęło do Redakcji dn. 15.XII.1982 r.

ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ПАРАМЕТРЫ УСТАНОВИВШЕГОСЯ РЕЖИМА ТУРБОГЕНЕРАТОРА С БЕЗПАЗОВОЙ ОБМОТКОЙ ЯКОРА

Р е з ю м е

Определены аналитические зависимости для электромагнитных параметров турбогенератора с беспазовой обмоткой якоря для принятой модели электромагнитной системы. Эти зависимости определяют влияние размеров магнитной цепи и

обмоточных данных на электромагнитные параметры установившегося режима турбогенератора. Пользуясь расчётами нескольких турбогенераторов в традиционном исполнении с безазовой обмоткой, определёнными для того же критерия оптимизации, проведено сравнение электромагнитных параметров обоих решений.

ELECTROMAGNETIC PARAMETERS OF TURBOGENERATOR WITH SLOTLESS WINDING ARMATURE IN THE STEADY STATE

S u m m a r y

The electromagnetic parameters of a model of a turbogenerator with slotless armature winding has been analysed and computed. The derives relations take into account the influence of the sizes of electromagnetic circuit, its properties and winding distribution on the parameters. The designing datas of some traditional alternators and generators with slotless armature windings, determined at the same optimisation criterion, enable the comparison of their main reactances (synchronous reactances, armature reaction reactances, leakage reactances).

Adam RÓŻYCKI

Instytut Maszyn i Urządzeń Elektrycznych
Politechniki ŚląskiejWPLYW WŁASNOŚCI OBWODU MAGNETYCZNEGO KRIOGENERATORA
SYNCHRONICZNEGO NA WARTOŚĆ I MIEJSCE WYSTĘPOWANIA
MAKSYMALNEJ INDUKЦИИ W NADPRZEWODNIKOWYM UZWOJENIU WZBUDZENIA

Streszczenie. Przedstawiono analizę rozkładu indukcji pola magnetycznego w nadprzewodnikowym uzwojeniu wzbudzenia kriogeneratora w stanie jałowym.

Badano wpływ własności materiałów użytych na budowę rdzenia wirnika i stojana ($\mu_r = 0,1, \infty$) na wielkość i miejsce występowania maksymalnej indukcji w nadprzewodnikowym uzwojeniu wzbudzenia.

Najbardziej efektywna jest konstrukcja krioturbogeneratora z powietrznym rdzeniem wirnika i magnetycznym jarzmem (ekranem) stojana.

1. Wstęp

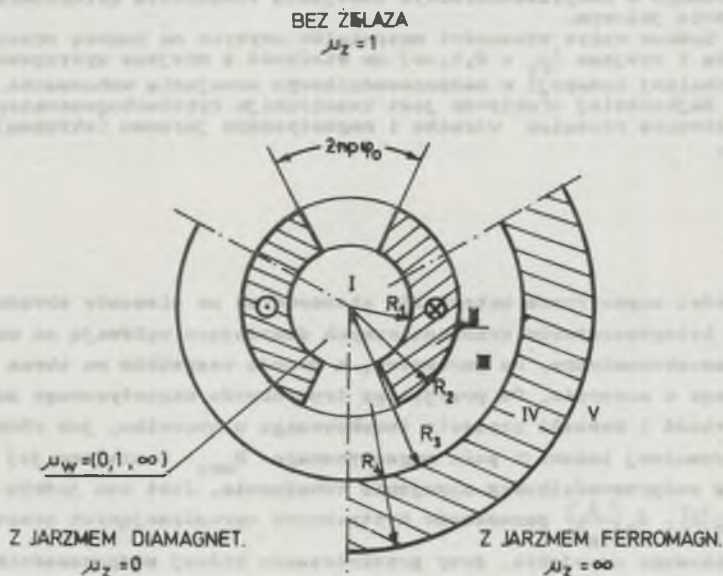
Własności magnetyczne materiałów stosowanych na elementy obwodu magnetycznego kriogeneratorów synchronicznych decydująco wpływają na wskaźniki techniczno-ekonomiczne, na parametry, a przede wszystkim na obraz pola magnetycznego w maszynie. Od przyjętego typu obwodu magnetycznego należy zarówno wartość i kształt napięcia indukowanego w tworniku, jak również wartość maksymalnej indukcji pola magnetycznego B_{max} i miejsce jej występowania w nadprzewodnikowym uzwojeniu wzbudzenia. Jest ona jednym z trzech $B_k [T]$, $T_k [K]$, $J_k \left[\frac{A}{m^2} \right]$ parametrów krytycznych ograniczających pracę nadprzewodnikowego uzwojenia, przy przekroczeniu której nadprzewodnik przechodzi w stan normalnego przewodzenia.

Określenie już w fazie wstępnej projektowania maszyny najniebezpieczniejszych miejsc o ekstremalnej wartości indukcji pola magnetycznego w strefie nadprzewodnikowego uzwojenia [1] [2] pozwoli na dobór odpowiedniego typu nadprzewodnika oraz zastosowanie środków zaradczych, jak np. wzmocnienie obrotu oszownika chłodzącego, wzmocnienia mechanicznego uzwojenia itp., zmniejszających stopień zagrożenia pracy uzwojenia.

Opracowane dotychczas modele kriomaszyn synchronicznych wyróżniają się dwiema charakterystycznymi cechami budowy obwodu magnetycznego, a mianowicie: nieferromagnetycznym rdzeniem wirnika i ferromagnetycznym jarzmem stożkowym baszyletkowe uzwojenie twornika. Tylko w pierwszej fazie roz-

woju tych maszyn analizowane były konstrukcje bezżelazne, tj. całkowicie pozbawiona elementów ferromagnetycznych w obwodzie magnetycznym maszyny.

Dla wyrobienia sobie pełnego poglądu o wpływie materiału stosowanego w charakterze obwodu magnetycznego na obraz pola magnetycznego w maszynie należy rozpatrzeć kilka wariantów budowy kriogeneratora synchronicznego. Można wyróżnić 9 wariantów (rys. 1), w których zarówno obwód magnetyczny wirnika, jak i stojana może być wykonany z trzech odmiennych materiałów, wykazujących w polu magnetycznym maszyny własności idealnego diamagnetyka ($\mu_r = 0$), paramagnetyka ($\mu_r = 1$) względnie ferromagnetyka, dla którego w skrajnym przypadku względna przenikalność magnetyczna jest równa nieskończoność ($\mu_r = \infty$).



Rys. 1. Różne warianty rozwiązań obwodu magnetycznego kriogeneratora synchronicznego

Szczególne znaczenie ma obliczenie pola magnetycznego w samym nadprzewodnikowym uzwojeniu wzbudzenia. Wyznaczenie w tym uzwojeniu maksymalnej wartości indukcji pola magnetycznego i powiązanie jej z wartością składowej promieniowej indukcji w strefie uzwojeń twornika pozwoli na wybór najodpowiedniejszych materiałów na budowę obwodu magnetycznego stojana i wirnika kriomaszyny synchronicznej.

2. Wyznaczenie zależności opisujących pole magnetyczne w kriogeneratorze synchronicznym w stanie jałowym

Obliczanie pól elektromagnetycznych w kriogeneratorach synchronicznych było przedmiotem szeregu publikacji. Z ważniejszych należy wymienić [3] [4] [5] [6]. We wcześniejszej [7] i aktualnej pracy wyznaczenie pola magnetycznego rozszerzone zostało na większy obszar gabarytowy maszyny przy uwzględnieniu dowolnej wartości przenikalności magnetycznej elementów obwodu magnetycznego.

Dla przyjętego modelu kriomaszyny synchronicznej (rys. 1), w którym wyróżniono 5 obszarów:

| | | |
|------------|--------------------------------------------------|-----------------|
| obszar I | wnętrze wirnika μ_w | $0 < r < R_1$ |
| obszar II | uzwojenie wzbudzające μ_0 | $R_1 < r < R_2$ |
| obszar III | szelima powietrzna z uzwojeniem twornika μ_0 | $R_2 < r < R_3$ |
| obszar IV | jarzmo lub ekran zewnętrzny μ_z | $R_3 < r < R_4$ |
| obszar V | otoczenie maszyny μ_0 | $r > R_4$ |

wyprowadzono zależności dla składowych: promieniowej B_r i stycznej B_φ wektora indukcji magnetycznej w polu płasko-równoległym wytworzonych przez

układ wzbudzający
$$j_{wm}(r, \varphi) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{k j_{wz} \cos np\varphi_0}{n\delta} \sin np\varphi.$$

Dla obszaru I obowiązują:

$$\begin{aligned} B_r &= + \sum_{n=1}^{\infty} np C_1 r^{np-1} \begin{cases} \cos np\varphi \\ \sin np\varphi \end{cases} \\ B_\varphi &= - \sum_{n=1}^{\infty} np C_1 r^{np-1} \begin{cases} \cos np\varphi \\ \sin np\varphi \end{cases} \end{aligned} \quad (1)$$

dla obszaru II:

$$\begin{aligned} B_r &= + \sum_{n=1}^{\infty} np \left[C_3 r^{np-1} + C_4 r^{-(np+1)} \right] \begin{cases} \frac{k\mu_0 j_{wz} r \cos np\varphi_0}{n\delta [4 - (np)^2]} \cos np\varphi \\ \frac{8\mu_0 j_{wz} r \cos np\varphi_0}{n^2 \delta [4 - (np)^2]} \sin np\varphi \end{cases} \\ B_\varphi &= - \sum_{n=1}^{\infty} np \left[C_3 r^{np-1} + C_4 r^{-(np+1)} \right] \begin{cases} \cos np\varphi \\ \sin np\varphi \end{cases} \end{aligned} \quad (2)$$

dla obszaru III:

$$\begin{aligned} B_r &= + \sum_{n=1}^{\infty} np \left[C_5 r^{np-1} + C_6 r^{-(np+1)} \right] \begin{cases} \cos np\varphi \\ \sin np\varphi \end{cases} \\ B_\varphi &= - \sum_{n=1}^{\infty} np \left[C_5 r^{np-1} + C_6 r^{-(np+1)} \right] \begin{cases} \cos np\varphi \\ \sin np\varphi \end{cases} \end{aligned} \quad (3)$$

dla obszaru IV:

$$\begin{matrix} B_r \\ B_\varphi \end{matrix} = \sum_{n=1}^{\infty} n p \left[C_7 r^{np-1} + C_8 r^{-(np+1)} \right] \begin{cases} \cos n p \varphi \\ \sin n p \varphi \end{cases} \quad (4)$$

dla obszaru V:

$$\begin{matrix} B_r \\ B_\varphi \end{matrix} = \sum_{n=1}^{\infty} n p C_{10} r^{-(np+1)} \begin{cases} \cos n p \varphi \\ \sin n p \varphi \end{cases} \quad (5)$$

gdzie:

- n - rząd harmonicznej,
- p - liczba par biegunów, ($p \neq 2$)
- φ_0 - kąt rozwarcia tzw. dużego zęba,
- j_{wz} - średnia gęstość prądu w nadprzewodnikowym uzwojeniu wzbudzenia,
- r, φ - promień i kąt biegnący.

W tabeli I podane wartości stałych $C_1 \dots C_{10}$, które w zależności od przyjętego wariantu rozwiązania konstrukcyjnego obwodu magnetycznego upraszczają się do postaci podanej w tabeli II dla $[\mu_w = 0, \mu_z = (0, 1, \infty)]$, w tabeli III dla $[\mu_w = 1, \mu_z = (0, 1, \infty)]$ oraz w tabeli IV dla $[\mu_w = \infty, \mu_z = (0, 1, \infty)]$.

3. Przykład obliczeniowy

Dla zilustrowania wpływu typu materiału, zastosowanego na budowę obwodu magnetycznego kriomaszyny synchronicznej na wielkość i miejsce występowania maksymalnej wartości indukcji pola magnetycznego w strefie uzwojeń wzbudzających, wykonano obliczenia składowej B_r w osi podłużnej i składowej B_φ w osi poprzecznej maszyny. Założone dla wszystkich przypadków jednakową względną grubość uzwojenia wzbudzenia $d_1 = 0,8$ jednakową odległość jarzma ferromagnetycznego ($\mu_z = \infty$) względnie ekranu diamagnetycznego ($\mu_z = 0$) od zewnętrznej powierzchni uzwojenia wzbudzenia R_2 , określoną symbolem $d_3 = 1,5$. Przyjęto następujące oznaczenia: $d_1 = R_1/R_2$ oraz $d_3 = R_3/R_2$. Wielkości B_r, B_φ podane w jednostkach stosunkowych $\frac{B_r}{B_0} = \frac{\sum_{n=1}^n B_r}{B_0}$, $\frac{B_\varphi}{B_0} = \frac{\sum_{n=1}^n B_\varphi}{B_0}$; gdzie $B_0 = \frac{2R_2 \mu_z j_{wz}}{g}$ przyjęto jako wartość stałą

($j_{wz} = \text{const}$) i uwzględnione $n = 1, 3, 5, 7$ harmonicznych rozkładu Fouriera. Obliczenia wykonane dla maszyny dwubiegunowej ($p = 1$), przyjmując kąt

Tablica I

Zależności na stałe $C_1 \dots C_{10}$ dla obwodu magnetycznego krzemowego synchronicznego przy $\mu_w = \text{var}, \mu_z = \text{var}$

| |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $C_1 = \frac{2\mu_z \mu_w}{n^2 J_1 J_2 (L_1 - L_2)} \left[\mu_w (1 - \mu_z^2 - (1 - \mu_z)^2 \frac{R_2}{R_3}) (2 + \mu_w (R_1^2 - R_2^2 - R_3^2) (2 - \mu_w) \mu_z) - (1 - \mu_z) \mu_z (1 - \mu_z)^2 (2 - \mu_w) (R_1^2 - R_2^2 - R_3^2) \mu_w \right] \frac{1}{C}$ |
| $C_2 = \frac{2\mu_z \mu_w}{n^2 J_1 J_2 (L_1 - L_2)} \left[\mu_w (1 - \mu_z) (1 - \mu_z) (2 + \mu_w) \frac{R_2}{R_3} \mu_w (R_1^2 - R_2^2 - R_3^2) - (1 - \mu_z) \mu_z (1 - \mu_z)^2 (2 - \mu_w) \left[(1 - \mu_z)^2 - (1 - \mu_z)^2 \frac{R_2}{R_3} \mu_w \right] \right] \frac{1}{C}$ |
| $C_3 = \frac{2\mu_z \mu_w}{n^2 J_1 J_2 (L_1 - L_2)} \left[(1 - \mu_z) (1 - \mu_z)^2 \frac{R_2}{R_3} \mu_w \right] (R_1^2 - R_2^2 - R_3^2) + (1 - \mu_z) \mu_z (2 - \mu_w) (R_1^2 - R_2^2 - R_3^2) \mu_w \left[(1 - \mu_z) \mu_z (2 - \mu_w) - (1 - \mu_z) \mu_z (1 - \mu_z)^2 \frac{R_2}{R_3} \mu_w \right] \right] \frac{1}{C}$ |
| $C_4 = \frac{2\mu_z \mu_w}{n^2 J_1 J_2 (L_1 - L_2)} \left[(1 - \mu_z) \mu_z (1 - \mu_z) \frac{R_2}{R_3} \mu_w \right] (R_1^2 - R_2^2 - R_3^2) - (1 - \mu_z) \mu_z (2 - \mu_w) (R_1^2 - R_2^2 - R_3^2) \mu_w \left[(1 - \mu_z) \mu_z (2 - \mu_w) - (1 - \mu_z) \mu_z (1 - \mu_z)^2 \frac{R_2}{R_3} \mu_w \right] \right] \frac{1}{C}$ |
| $C_5 = \frac{2\mu_z \mu_w}{n^2 J_1 J_2 (L_1 - L_2)} \left[(1 - \mu_z)^2 (1 - \mu_z)^2 \frac{R_2}{R_3} \mu_w \right] (R_1^2 - R_2^2 - R_3^2) - (1 - \mu_z) \mu_z (2 - \mu_w) (R_1^2 - R_2^2 - R_3^2) \mu_w \left[(1 - \mu_z) \mu_z (2 - \mu_w) - (1 - \mu_z) \mu_z (1 - \mu_z)^2 \frac{R_2}{R_3} \mu_w \right] \right] \frac{1}{C}$ |
| $C_6 = \frac{4\mu_z \mu_w}{n^2 J_1 J_2 (L_1 - L_2)} \left[(1 - \mu_z) \mu_z (1 - \mu_z) \frac{R_2}{R_3} \mu_w \right] (R_1^2 - R_2^2 - R_3^2) - (1 - \mu_z) \mu_z (2 - \mu_w) (R_1^2 - R_2^2 - R_3^2) \mu_w \left[(1 - \mu_z) \mu_z (2 - \mu_w) - (1 - \mu_z) \mu_z (1 - \mu_z)^2 \frac{R_2}{R_3} \mu_w \right] \right] \frac{1}{C}$ |
| $C_7 = \frac{4\mu_z \mu_w}{n^2 J_1 J_2 (L_1 - L_2)} \left[(1 - \mu_z) \mu_z (1 - \mu_z) \frac{R_2}{R_3} \mu_w \right] (R_1^2 - R_2^2 - R_3^2) - (1 - \mu_z) \mu_z (2 - \mu_w) (R_1^2 - R_2^2 - R_3^2) \mu_w \left[(1 - \mu_z) \mu_z (2 - \mu_w) - (1 - \mu_z) \mu_z (1 - \mu_z)^2 \frac{R_2}{R_3} \mu_w \right] \right] \frac{1}{C}$ |
| $C_8 = \frac{4\mu_z \mu_w}{n^2 J_1 J_2 (L_1 - L_2)} \left[(1 - \mu_z) \mu_z (1 - \mu_z) \frac{R_2}{R_3} \mu_w \right] (R_1^2 - R_2^2 - R_3^2) - (1 - \mu_z) \mu_z (2 - \mu_w) (R_1^2 - R_2^2 - R_3^2) \mu_w \left[(1 - \mu_z) \mu_z (2 - \mu_w) - (1 - \mu_z) \mu_z (1 - \mu_z)^2 \frac{R_2}{R_3} \mu_w \right] \right] \frac{1}{C}$ |
| $C_9 = \frac{8\mu_z \mu_w}{n^2 J_1 J_2 (L_1 - L_2)} \left[\mu_z (1 - \mu_w) (2 - \mu_w) (R_1^2 - R_2^2 - R_3^2) - (1 - \mu_z) \mu_z (1 - \mu_z) (2 - \mu_w) (R_1^2 - R_2^2 - R_3^2) \mu_w \right] \frac{1}{C}$ |
| gdzie $C = (1 - \mu_w) \left[(1 - \mu_z)^2 - (1 - \mu_z)^2 \frac{R_2}{R_3} \mu_w \right] - (1 - \mu_z) \mu_z (1 - \mu_z) \left[(1 - \mu_z) \mu_z (1 - \mu_z)^2 \frac{R_2}{R_3} \mu_w \right] \frac{1}{C}$ |

Tablica II

Zależności na stałe $C_1 \dots C_{10}$ dla obwodu magnetycznego kriomaszyny synchronicznej przy $\mu_z = 0$, $\mu_x = (0, 1, \infty)$

| | | | |
|--------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------|
| $\mu_x = 0$ | $\mu_z = 1$ | | $\mu_z = \infty$ (górne znaki) $\mu_z = 0$ (dolne znaki) |
| ϵ_1 | 0 | | 0 |
| C_2 | $\frac{2\mu_0 \mu_z}{n^2 J_1 p (2-np)} R_2^{2-np}$ | $\frac{2\mu_0 \mu_z}{n^2 J_1 p (k-np)^2} \left[\frac{(2-np) R_2^{2-np} + [2np R_1^{2-np} + (2-np) R_2^{2-np}] R_3^{2-np}}{1 + \left(\frac{R_3}{R_1}\right)^{2-np}} \right]$ | |
| C_3 | $\frac{2\mu_0 \mu_z}{n^2 J_1 p (k-np)^2} \left[(2-np) (R_1^{2-np} - R_2^{2-np}) R_3^{2-np} - (2-np) R_1^{2-np} \right]$ | $\frac{2\mu_0 \mu_z}{n^2 J_1 p (k-np)^2} \left[\frac{2np R_1^{2-np} - (2-np) R_2^{2-np} + (2-np) R_2^{2-np} R_3^{2-np}}{1 + \left(\frac{R_3}{R_1}\right)^{2-np}} \right]$ | |
| C_4 | 0 | $\frac{2\mu_0 \mu_z}{n^2 J_1 p (k-np)^2} \left[(2-np) (R_1^{2-np} - R_2^{2-np}) R_3^{2-np} - (2-np) R_1^{2-np} R_3^{2-np} \right]$ | |
| C_5 | 0 | $\frac{2\mu_0 \mu_z}{n^2 J_1 p (k-np)^2} \left[\frac{(2-np) (R_1^{2-np} - R_2^{2-np}) R_3^{2-np} - (2-np) (R_1^{2-np} R_3^{2-np} - R_2^{2-np})}{1 + \left(\frac{R_3}{R_1}\right)^{2-np}} \right] R_3^{2-np}$ | |
| C_6 | 0 | $\frac{2\mu_0 \mu_z}{n^2 J_1 p (k-np)^2} \left[\frac{(2-np) (R_1^{2-np} - R_2^{2-np}) R_3^{2-np} - (2-np) (R_1^{2-np} R_3^{2-np} - R_2^{2-np})}{1 + \left(\frac{R_3}{R_1}\right)^{2-np}} \right]$ | |
| C_7 | 0 | $\frac{4\mu_0 \mu_z}{n^2 J_1 p (k-np)^2} \left[\frac{(2-np) (R_1^{2-np} - R_2^{2-np}) R_3^{2-np} - (2-np) (R_1^{2-np} R_3^{2-np} - R_2^{2-np})}{1 + \left(\frac{R_3}{R_1}\right)^{2-np}} \right] R_3^{2-np}$ | |
| C_8 | 0 | $\frac{4\mu_0 \mu_z}{n^2 J_1 p (k-np)^2} \left[\frac{(2-np) (R_1^{2-np} - R_2^{2-np}) R_3^{2-np} - (2-np) (R_1^{2-np} R_3^{2-np} - R_2^{2-np})}{1 + \left(\frac{R_3}{R_1}\right)^{2-np}} \right] R_3^{2-np}$ | |
| C_9 | 0 | $\frac{4\mu_0 \mu_z}{n^2 J_1 p (k-np)^2} \left[\frac{(2-np) (R_1^{2-np} - R_2^{2-np}) R_3^{2-np} - (2-np) (R_1^{2-np} R_3^{2-np} - R_2^{2-np})}{1 + \left(\frac{R_3}{R_1}\right)^{2-np}} \right] R_3^{2-np}$ | |
| C_{10} | 0 | $\frac{4\mu_0 \mu_z}{n^2 J_1 p (k-np)^2} \left[\frac{(2-np) (R_1^{2-np} - R_2^{2-np}) R_3^{2-np} - (2-np) (R_1^{2-np} R_3^{2-np} - R_2^{2-np})}{1 + \left(\frac{R_3}{R_1}\right)^{2-np}} \right] R_3^{2-np}$ | |

Tablica III

Zależności na stałe $C_1 \dots C_{10}$ dla obwodu magnetycznego krilomasywny symetrycznej przy $\mu_w = 1$, $\mu_z = (0, 1, \infty)$

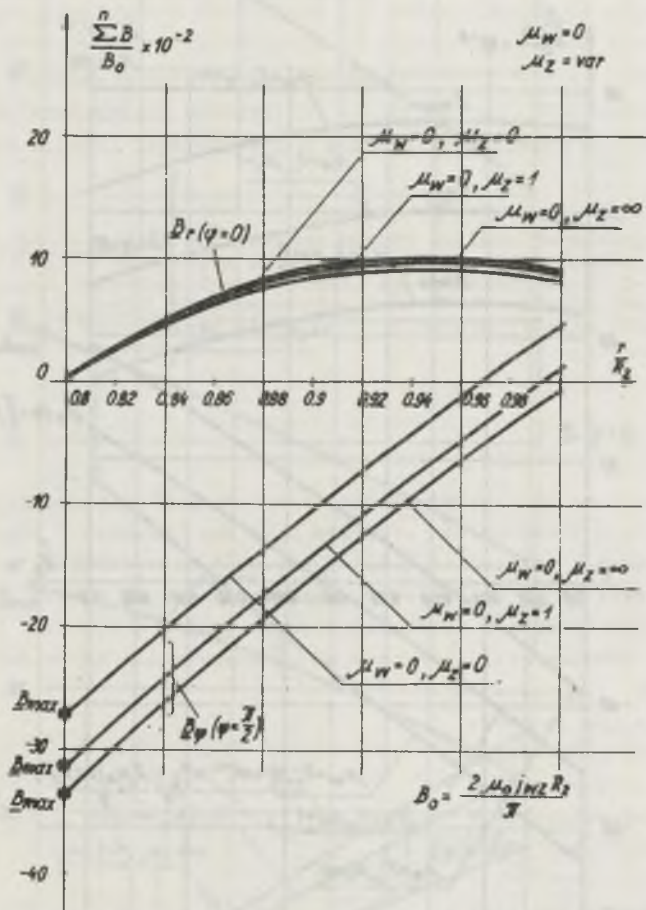
| $\mu_w = 1$ | $\mu_z = 1$ | $\mu_z = \infty$ (górne znaki) $\mu_z = 0$ (dolne znaki) |
|-------------|--------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| C_1 | $-\frac{2\mu_0 l w z}{n^2 \pi p (2-np)} (R_1^2 - R_2^2 - np)$ | $-\frac{2\mu_0 l w z}{n^2 \pi p (4-np^2)} [(2+np)(R_1^2 - R_2^2 - np) + (2-np)(R_1^2 - R_2^2 - np) R_3^2 - 2np]$ |
| C_2 | $\frac{2\mu_0 l w z}{n^2 \pi p (2-np)} R_2^2 - np$ | $\frac{2\mu_0 l w z}{n^2 \pi p (4-np^2)} [(2+np)R_2^2 - np + (2-np)(R_1^2 - R_2^2 - np) R_3^2 - 2np]$ |
| C_3 | $-\frac{2\mu_0 l w z}{n^2 \pi p (2+np)} R_1^2 - np$ | $-\frac{2\mu_0 l w z}{n^2 \pi p (2+np)} R_1^2 - np$ |
| C_4 | 0 | $+\frac{2\mu_0 l w z}{n^2 \pi p (2+np)} (R_1^2 - R_2^2 - np) R_3^2 - 2np$ |
| C_5 | $-\frac{2\mu_0 l w z}{n^2 \pi p (2+np)} (R_1^2 - np - R_2^2 - np)$ | $-\frac{2\mu_0 l w z}{n^2 \pi p (2+np)} (R_1^2 - np - R_2^2 - np)$ |
| C_6 | 0 | $-\frac{4\mu_0 l w z}{n^2 \pi p (2+np)} (R_1^2 - np - R_2^2 - np) \left[\frac{R_3^2 - 2np}{1 - \frac{R_3^2}{R_2^2}} \right] C_3 = 0$ dla $\mu_z = 0$ |
| C_7 | $-\frac{2\mu_0 l w z}{n^2 \pi p (2+np)} (R_1^2 - np - R_2^2 - np)$ | $-\frac{4\mu_0 l w z}{n^2 \pi p (2+np)} (R_1^2 - np - R_2^2 - np) \left[\frac{1}{1 - \frac{R_3^2}{R_2^2}} \right] C_3 = 0$ dla $\mu_z = 0$ |
| C_8 | 0 | 0 |

Tablica IV

Zależności na stałe $C_1 \dots C_{10}$ dla obwodu magnetyjnego krómszynu synchronicznego przy $\mu_z = \infty$, $\mu_z = (0, 1, \infty)$

| $\mu_z = \infty$ (górne znaki) $\mu_z = 0$ (dolne znaki) | $\mu_z = 1$ | |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------|--|
| $\frac{4\mu_0 I_w z}{n^2 J p (4 - (np)^2)} \left[\frac{(2+np)(R_1^2 - np - R_2^2 - np) + (2-np)(R_1^2 - np - R_2^2 - np)}{1 + \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 np} \right] R_3^{-2np}$ | | |
| $\frac{2\mu_0 I_w z}{n^2 J p (2 - np)} R_2^{2 - np}$ | | |
| $\frac{2\mu_0 I_w z}{n^2 J p (4 - (np)^2)} \left[\frac{(2+np)R_2^2 - np + (2-np)R_2^2 - np}{1 + \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 np} \right] R_3^{-2np}$ | | |
| $\frac{2\mu_0 I_w z}{n^2 J p (4 - (np)^2)} \left[\frac{4R_1^2 - np - (2-np)R_2^2 - np + (2-np)R_2^2 - np}{1 + \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 np} \right] R_3^{-2np}$ | | |
| $\frac{2\mu_0 I_w z}{n^2 J p (4 - (np)^2)} \left[\frac{(2+np)(R_1^2 - np - R_2^2 - np)R_1^{2np} + (2-np)(R_1^2 - np - R_2^2 - np)}{1 + \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 np} \right] R_3^{-2np}$ | 0 | |
| $\frac{2\mu_0 I_w z}{n^2 J p (4 - (np)^2)} \left[\frac{(2+np)(R_1^2 - np - R_2^2 - np)R_1^{2np} + (2-np)(R_1^2 - np - R_2^2 - np)}{1 + \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 np} \right] R_3^{-2np}$ | | |
| $\frac{4\mu_0 I_w z}{n^2 J p (4 - (np)^2)} \left[\frac{(2+np)(R_1^2 - np - R_2^2 - np)R_1^{2np} + (2-np)(R_1^2 - np - R_2^2 - np)}{1 + \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 np} \right] R_3^{-2np}$ | 0 | |
| $\frac{4\mu_0 I_w z}{n^2 J p (4 - (np)^2)} \left[\frac{(2+np)(R_1^2 - np - R_2^2 - np)R_1^{2np} + (2-np)(R_1^2 - np - R_2^2 - np)}{1 + \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 np} \right] R_3^{-2np}$ | | |
| $\frac{4\mu_0 I_w z}{n^2 J p (4 - (np)^2)} \left[\frac{(2+np)(R_1^2 - np - R_2^2 - np)R_1^{2np} + (2-np)(R_1^2 - np - R_2^2 - np)}{1 + \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 np} \right] R_3^{-2np}$ | | |
| $\frac{4\mu_0 I_w z}{n^2 J p (4 - (np)^2)} \left[\frac{(2+np)(R_1^2 - np - R_2^2 - np)R_1^{2np} + (2-np)(R_1^2 - np - R_2^2 - np)}{1 + \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 np} \right] R_3^{-2np}$ | | |

rozwarcia dużego kąta ψ_0 równy zero. Wyniki obliczeń przedstawiono dla ($\mu_w = 0, \mu_z = \text{var}$) na rys. 2, dla ($\mu_w = 1, \mu_z = \text{var}$) na rys. 3, zaś dla ($\mu_w = \infty, \mu_z = \text{var}$) na rys. 4.

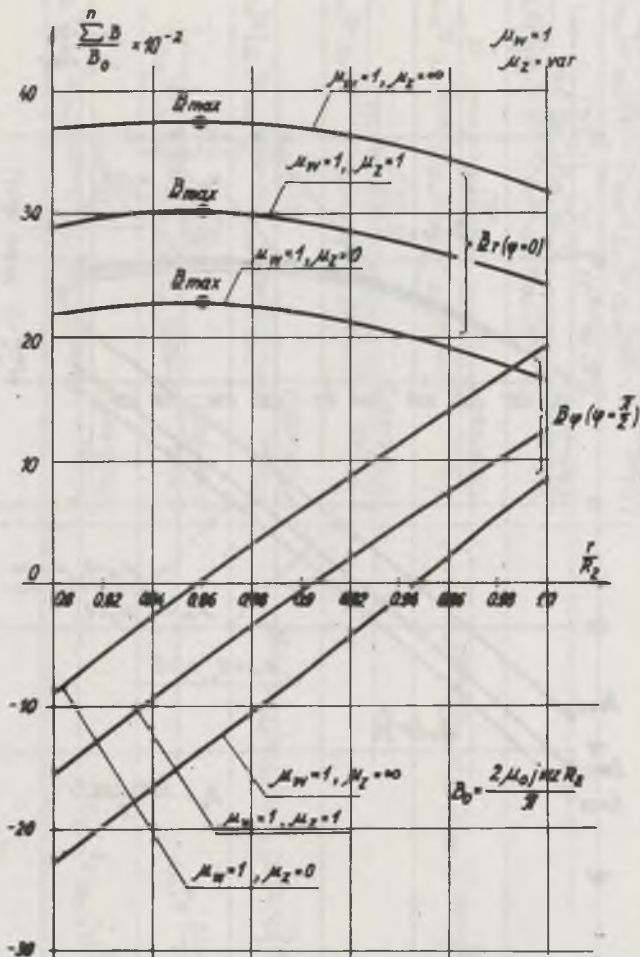


Rys. 2. Zależność składowych, promieniowej B_r i stycznej B_ψ wektora indukcji magnetycznej na grubości nadprzewodnikowego uzwojenia wzbudzenia dla obwodu magnetycznego $\mu_w = 0, \mu_z = (0, 1, \infty)$

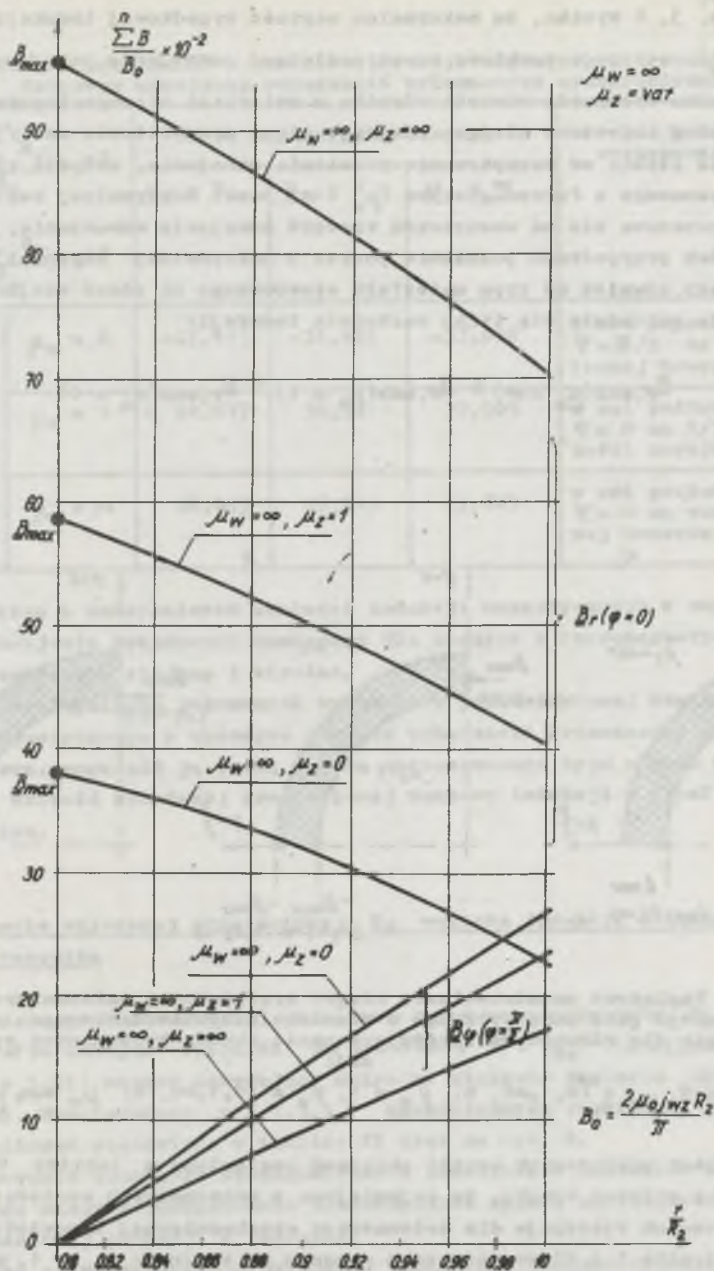
Z rys. 2 wynika, że w przypadku wykonania rdzenia wirnika z diamagnetyka maksymalna wartość wypadkowej indukcji $B_{w,max} = B_{\psi,max}$ występuje punkto- towo w osi poprzecznej uzwojenia wzbudzenia ($\psi = \frac{\pi}{2}$) na krawędzi wewnętrz- nej uzwojenia, niezależnie od typu materiału stosowanego na rdzeń steja-

na. Wpływ charakteru materiału uwiadcza się jedynie wartością maksymalnej indukcji, która przyjmuje różne wartości:

$$\frac{B}{B_0} \max(\mu_z = \infty) > \frac{B}{B_0} \max(\mu_z = 1) > \frac{B}{B_0} \max(\mu_z = 0)$$



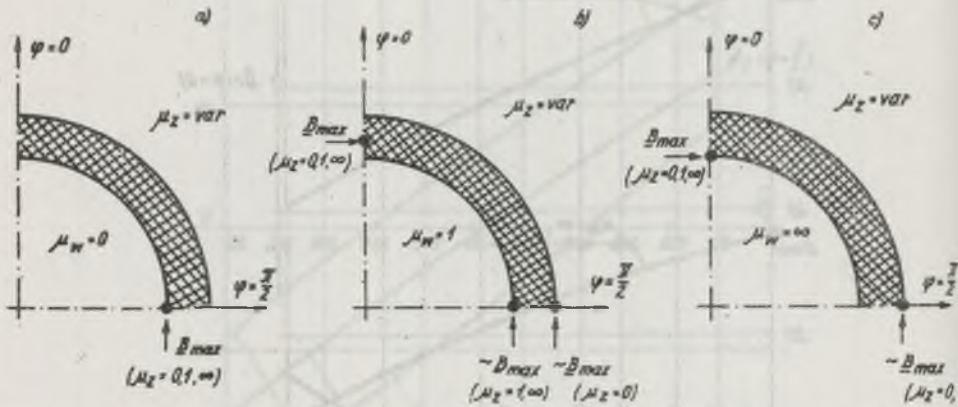
Rys. 3. Zależność składowych; promieniowej B_r i stycznej B_φ wektora indukcji magnetycznej na grubości nadprzewodnikowego uwzajenia wzbudzenia, dla obwodu magnetycznego $\mu_N = 1, \mu_z = (0, 1, \infty)$



Rys. 4. Zależność składowych: promieniowej B_r i stycznej B_φ wektora indukcji magnetycznej na grubości nadprzewodnikowego uzwojenia wzbudzenia dla obwodu magnetycznego $\mu_W = \infty, \mu_Z = (0, 1, \infty)$

Z rys. 3, 4 wynika, że maksymalna wartość wypadkowej indukcji ($B_{w,max} = B_{r,max}$) występuje punktowo w osi podłużnej uzwojenia wzbudzenia ($\varphi = 0$). W przypadku wykonania rdzenia wirnika z materiału niemagnetycznego ($\mu_w = 1$) najbardziej zagrożone miejsce znajduje się w przybliżeniu na $1/3$ grubości uzwojenia licząc od wewnętrznej promienia uzwojenia, zaś dla rdzenia wirnika wykonanego z ferromagnetyka ($\mu_w = \infty$) punkt maksymalnej wartości indukcji przesuwa się na wewnętrzną krawędź uzwojenia wzbudzenia. W ostatnich dwóch przypadkach położenie punktu o maksymalnej wartości indukcji nie zależy również od typu materiału stosowanego na rdzeń stojana. Wpływ materiału uwydatnia się tylko wartością indukcji:

$$\frac{B_{r,max}(\mu_z = \infty)}{\mu_z} > \frac{B_{r,max}(\mu_z = 1)}{\mu_z} > \frac{B_{r,max}(\mu_z = 0)}{\mu_z} (0)$$



Rys. 5. Poglądowe przedstawienie miejsc występowania maksymalnych wartości indukcji pola magnetycznego w obszarze nadprzewodnikowego uzwojenia wzbudzenia dla różnych wariantów wykonania obwodu kromaszyny synchronicznej:

- a) $\mu_w = 0$, $\mu_z = (0, 1, \infty)$, b) $\mu_w = 1$, $\mu_z = (0, 1, \infty)$, c) $\mu_w = \infty$, $\mu_z = (0, 1, \infty)$

W celach poglądowych wyniki obliczeń zestawiono w tabelicy V oraz na rys. 5, z których wynika, że najmniejsza z maksymalnych wartości indukcji magnetycznych występuje dla kromaszyny synchronicznej z powietrznym obwodem wirnika i z diamagnetycznym ekranem na stojanie ($\mu_w = 1$, $\mu_z = 0$).

Tablica V

Wyniki obliczeń maksymalnych wartości indukcji magnetycznych w nadprzewodnikowym uzwojeniu wzbudzenia kriomaszyny synchronicznej

| $B_{\max} = \frac{\sum B_r}{B_0} \cdot 10^{-2}$ lub $B_{\max} = \frac{\sum B_{\varphi}}{B_0} \cdot 10^{-2}$ | Obwód magnetyczny stojana | | | Miejsce występowania | |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------|--------------------|-------------------------|----------------------|-------------------------------------------------------------|
| | $\mu_{\Sigma} = 0$ | $\mu_{\Sigma} = 1$ | $\mu_{\Sigma} = \infty$ | | |
| Obwód magnetyczny wirnika | $\mu_w = 0$ | -27,413 | -31,465 | -33,632 | w osi poprzecznej $\varphi = \pi/2$ na wewnętrznej krawędzi |
| | $\mu_w = 1$ | 22,817 | 30,361 | 37,905 | w osi podłużnej $\varphi = 0$ na 1/3 grubości uzwojenia |
| | $\mu_w = \infty$ | 38,053 | 58,945 | 95,865 | w osi podłużnej $\varphi = 0$ na wewnętrznej krawędzi |

Największa z maksymalnych wartości indukcji magnetycznych w nadprzewodnikowym uzwojeniu wzbudzenia występuje dla maszyny z ferromagnetycznym obwodem magnetycznym stojana i wirnika.

W celu wyciągnięcia poprawnych wniosków z przedstawionej analizy obrazu pola magnetycznego w obszarze uzwojeń wzbudzenia kriomaszyny synchronicznej należy uzupełnić ją oceną wpływu zastosowanego typu obwodu magnetycznego na wartość składowej promieniowej wektora indukcji w strefie uzwojeń twornika.

4. Obliczenie składowej promieniowej B_r wektora indukcji w obszarze uzwojeń twornika

Wykorzystując zależność (3) obliczono składową promieniową B_r indukcji w strefie uzwojeń twornika na promieniu $r = R_{tw}$ (przyjęto $d_{tw} = R_{tw}/R_2 = 1,25$) mającą decydujący wpływ na wielkość napięcia wyjściowego maszyny. Uwzględniono $n = 1, 3, 5, 7$ harmonicznych rozkładu Fouriera. Wyniki obliczeń zestawiono w tablicy VI oraz na rys. 6.

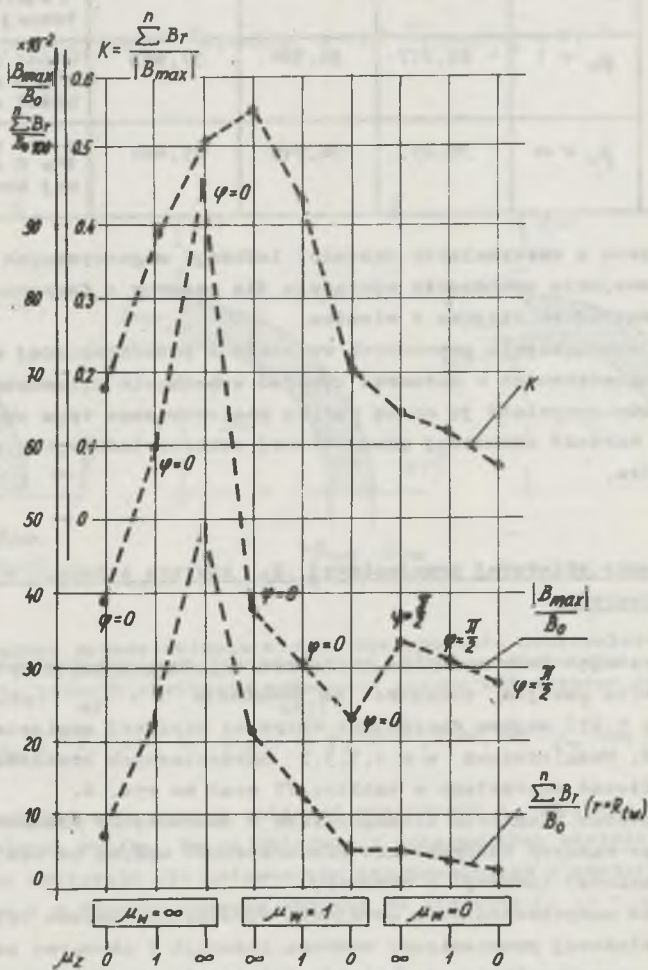
Zastosowanie idealnych diałmagnetyków w charakterze elementów obwodu magnetycznego maszyny zdecydowanie niekorzystnie wpływa na wielkość składowej promieniowej indukcji w tworniku.

Ponieważ nadprzewodnikowe uzwojenie wzbudzenia powinno wytwarzać dużą wartość składowej promieniowej wektora indukcji w obszarze uzwojeń twornika $B_{r,tw}$ przy możliwie minimalnej wartości indukcji wypadkowej $B_{w,tw}$ w

Tablica VI

Wyniki obliczeń składowej promieniowej B_r indukcji pola magnetycznego w obszarze uzwojeń twornika

| $B_r = \frac{\sum_{r, tw} B_{r, tw}}{B_0} \cdot 10^{-2}$ | | Obwód magnetyczny stojana | | |
|----------------------------------------------------------|------------------|---------------------------|-------------|------------------|
| | | $\mu_z = 0$ | $\mu_z = 1$ | $\mu_z = \infty$ |
| Obwód magnetyczny wirnika | $\mu_w = 0$ | 2,108 | 3,76 | 4,836 |
| | $\mu_w = 1$ | 4,691 | 13,069 | 21,056 |
| | $\mu_w = \infty$ | 6,692 | 22,378 | 48,97 |



Rys. 6. Zależność wskaźnika k , B_{max}/B_0 oraz $\sum B_r/B_0$ przy $(r = R_{tw})$ od typu materiału stosowanego na obwód magnetyczny maszyny synchronicznej

obszarze uzwojeń wzbudzenia, nie przekraczającej wartości krytycznej dla przyjętego nadprzewodnika, jako miarę prawidłowego doboru materiałów na obwód magnetyczny maszyny można uważać wskaźnik dobroci k zdefiniowany jako:

$$k = \frac{\sum_{r=1}^n B_r}{|B_{\max}|} \quad (6)$$

gdzie:

B_r jest składową promieniową indukcji w tworniku przy ($r = R_{tw}$), zaś B_{\max} maksymalną wartością indukcji wypadkowej w uzwojeniu wzbudzenia.

Im większa jest wartość wskaźnika k , tym lepsze jest wykorzystanie nadprzewodnikowego uzwojenia w obwodzie magnetycznym maszyny.

W tabelicy VI oraz na rys. 6 podano wartości wskaźnika (k) obliczone dla wszystkich wariantów obwodu magnetycznego analizowanej kriomaszyny synchronicznej.

Tabela VII

Wartości wskaźnika (k) obliczone dla różnych wariantów budowy obwodu magnetycznego kriomaszyny synchronicznej

| $k = \frac{\sum_{r=1}^n B_r}{ B_{\max} }$ | | Obwód magnetyczny stojana | | |
|-------------------------------------------|------------------|---------------------------|-------------|------------------|
| | | $\mu_z = 0$ | $\mu_z = 1$ | $\mu_z = \infty$ |
| Obwód magnetyczny wirnika | $\mu_w = 1$ | 0,077 | 0,119 | 0,144 |
| | $\mu_w = 1$ | 0,206 | 0,431 | 0,556 |
| | $\mu_w = \infty$ | 0,176 | 0,38 | 0,511 |

Najkorzystniejszy wskaźnik (k) posiada maszyna, w której nadprzewodnikowe uzwojenie wzbudzenia umieszczone jest na konstrukcji niemagnetycznej ($\mu_w = 1$) z ferromagnetycznym jarzmem osłaniającym uzwojenie twornika ($\mu_z = \infty$).

5. Wnioski

Przedmiotem analizy był kriogenerator synchroniczny pracujący w stanie jałowym. Stąd nie oceniano wpływu budowy obwodu magnetycznego na jego parametry, a jedynie na rozkład pola magnetycznego w strefie uzwojeń wzbudzenia i uzwojeń twornika. Przedstawiona analiza potwierdza, że najlepsze własności posiada rozwiązanie z rdzeniem powietrznym wirnika ($\mu_w = 1$) oraz

ferromagnetycznym zewnętrznym jarzmem stojana ($\mu_z = \infty$). Współczynnik (k) dla tego rozwiązania wynosi 0,556. Ten typ obwodu magnetycznego jest aktualnie preferowany w rozwiązaniach konstrukcyjnych kriogeneratorów synchronicznych. Również wysoki wskaźnik (k) posiadają maszyny ($\mu_w = \infty$, $\mu_z = \infty$) oraz ($\mu_w = 1$), ($\mu_z = 1$), które ze względu na podwyższone wskaźniki ciężarowe oraz szkodliwe dla otoczenia zewnętrzne pole magnetyczne nie są brane pod uwagę w projektach krioturbogeneratorów dużej mocy.

LITERATURA

- [1] Dzatdojew A.O., Zilbersztein L.A., Krasnikow A.M.: Maksymalna magnitnaja indukcija w zonie raspołozhenija swierchprowodjaszozej obmotki wobuzhdienija krioturbogeneratora. Izv. A.N. ZSRR Energetika i Transport, Nr 2, 1979.
- [2] Żudrak P.: Dobór gęstości prądów w nadprzewodnikowym uzwojeniu wzbudzenia generatorów synchronicznych. Prace Naukowe Instytutu Układów Elektromaszynowych Politechniki Wrocławskiej Nr 34, 1981.
- [3] Woodson H.H., Stekly Z.J.J., Halas E.: A study of alternators with superconducting field windings. I Analysis, I.E.E.E. Trans. on P.A.S. vol. 85, Nr 3, 1966.
- [4] Danko V.G.: Raschet charakteristik chołostoga choda turbogienieratora se swerchprowodjaszozej obmotkoj wobuzhdienija. Sborn. Problem Techn. Elektrodinamiki, wyp. 32, 1971.
- [5] Kirtley J.I.: Basic formulae for air - core synchronous machines. I.E.E.E. Conference Paper, Winter Power Meeting, 1971.
- [6] Antal L.: Analiza pola wzbudzenia bezzłobkowej maszyny synchronicznej. Prace Naukowe Instytutu Układów Elektromaszynowych Politechniki Wrocławskiej Nr 16, 1974.
- [7] Różycki A.: Wpływ konfiguracji i typu obwodu magnetycznego kriomaszyny synchronicznej na rozkład pola magnetycznego w nadprzewodnikowym uzwojeniu wzbudzającym. Prace Naukowe Instytutu Układów Elektromaszynowych Politechniki Wrocławskiej Nr 34, 1981.

Recenzent: doc. dr inż. Jerzy Hickiewicz

Wpłynęło do Redakcji dn. 15.XII.1982 r.

ВЛИЯНИЕ МАГНИТНЫХ СВОЙСТВ МАТЕРИАЛОВ МАГНИТНОЙ ЦЕПИ
КРИОТУРБОГЕНЕРАТОРА НА ЗНАЧЕНИЕ И МЕСТО МАКСИМАЛЬНОЙ ИНДУКЦИИ
В СВЕРХПРОВОДНИКОВОЙ ОБМОТКЕ ВОЗБУЖДЕНИЯ

Резюме

В статье дается анализ распределения магнитной индукции в сверхпроводниковой обмотке возбуждения криотурбогенератора в режиме холостого хода. Исследовано влияние магнитных свойств материалов использованных в конструк-

ли ротора и статора ($\mu_r = 0, 1, \infty$) на значение и место максимальной магнитной индукции в зоне сверхпроводящей обмотки возбуждения.

Наиболее эффективной является конструкция криотурбогенератора с воздушным сердечником ротора и магнитным ярмом (экраном) статора.

THE INFLUENCE OF MAGNETIC CORE PROPERTIES OF THE CRYOALTERNATOR ON THE MAXIMUM OF LOCAL INDUCTION IN SUPERCONDUCTING FIELD WINDING

Summary

The paper presents an analysis of the magnetic induction distribution in superconducting excitation winding in cryoalternators at no load.

The influence of the magnetic properties of core materials used in rotor and stator ($\mu_r = 0, 1, \infty$) on the location and value of maximal local induction is discussed.

The most effective case is air space in rotor and ferromagnetic yoke (screen) in the stator.

Jerzy KUDŁA, Zbigniew T. RYCZKO

Institut Maszyn i Urządzeń Elektrycznych
Politechniki Śląskiej

DRGANIA SKRĘTNE W UKŁADZIE PRZENOSZENIA MOMENTU OBROTOWEGO SILNIKÓW INDUKCYJNYCH DUŻEJ MOCY

Streszczenie. W artykule przedstawiono model matematyczny opisujący drgania skrętne układu przenoszenia momentu obrotowego w silnikach indukcyjnych dużej mocy. Rozpatrzono drgania wymuszone tego układu dla różnych wersji modelu matematycznego. Obliczenia przeprowadzono dla silnika indukcyjnego o mocy 400 kW.

1. Wprowadzenie

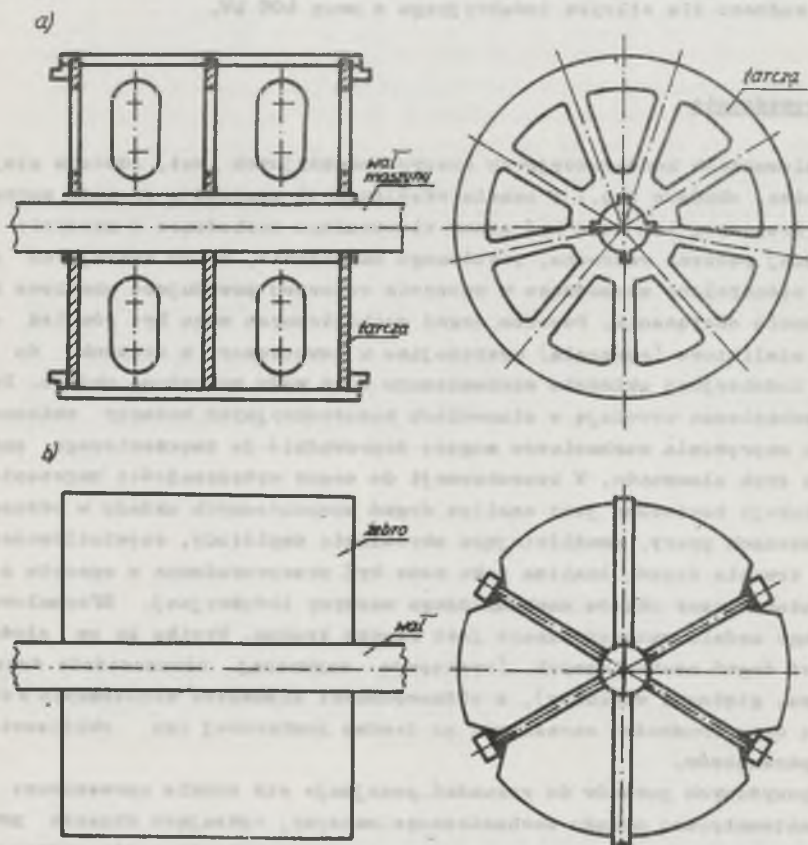
W elementach konstrukcyjnych maszyn indukcyjnych (wał, rdzenie stojana i wirnika, obudowa itp.) w czasie eksploatacji występują drgania mechaniczne. Przyczyną ich mogą być stany nieustalone zachodzące w maszynie indukcyjnej podczas rozruchu, powtórnego załączenia, zwarć awaryjnych oraz stany nieustalone zachodzące w maszynie roboczej powodujące chwilowe zmiany momentu obciążenia. Powodem drgań mechanicznych mogą być również elementy nieliniowe (sprzęgła) występujące w zewnętrznym w stosunku do maszyny indukcyjnej układzie mechanicznym oraz wady montażowe układu. Drgania mechaniczne wywołują w elementach konstrukcyjnych maszyny zmienne w czasie naprężenia mechaniczne mogące doprowadzić do zmęczeniowego zniszczenia tych elementów. W konsekwencji do oceny wytrzymałości zmęczeniowej konstrukcji konieczna jest analiza drgań mechanicznych układu w różnorodnych stanach pracy, umożliwiającą określenie amplitudy, częstotliwości i czasu trwania drgań. Analiza taka może być przeprowadzona w oparciu o model matematyczny układu mechanicznego maszyny indukcyjnej. Sformułowanie ogólnego modelu matematycznego jest rzeczą trudną. Wynika to ze złożonej postaci drgań mechanicznych (występują zazwyczaj równocześnie drgania skrętne, giętne i wzdłużne), z różnorodności elementów wchodzących w skład układu oraz trudności określenia na drodze pomiarowej lub obliczeniowej jego parametrów.

Z powyższych powodów do rozważań przyjmuje się zwykle uproszczone modele matematyczne układu mechanicznego maszyny, opisujące drgania proste wybranych fragmentów maszyny, przy uproszczonym potraktowaniu wpływu na te drgania pozostałych elementów.

W artykule rozpatrzono model matematyczny opisujący drgania skrętne układu mechanicznego maszyny uczestniczącego w przenoszeniu momentu obrotowego do maszyny roboczej.

2. Opis analizowanego układu

W skład układu mechanicznego maszyny uczestniczącego w przekazywaniu momentu obrotowego z wirnika maszyny do maszyny roboczej wchodzi: rdzeń ferromagnetyczny wirnika wraz z uzwojeniem, wał maszyny, element pośredniczący między rdzeniem wirnika a wałem oraz sprzęgło łączące maszynę indukcyjną z maszyną roboczą.



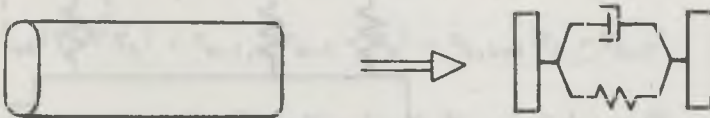
Rys. 1a,b. Podstawowe rozwiązania konstrukcyjne elementu pośredniczącego między wałem a wirnikiem

a - wał z tarczami, b - wał z żebrowaniem

Wał maszyny wykonywany jest zwykle jako element o stopniowanych średnicach. W maszynach indukcyjnych o dużych mocach znamionowych, ze względu na mniejszą średnicę wału od średnicy wewnętrznej rdzenia, między wałem a rdzeniem wirnika istnieje element pośredniczący. Spotykane są dwa podstawowe rozwiązania tego elementu. Dla maszyn o średnicach zewnętrznych wirnika mniejszych od 1 metra elementem pośredniczącym są żebra umieszczone wzdłuż osi wału i przyspawane do wału lub płyty nasadzonej na wał (rys. 1a). Przy większych średnicach elementem pośredniczącym są taroze umieszczone prostopadłe do osi wału wzmocnione podłużnymi żebrami (rys. 1b). Wał maszyny połączony jest z zewnętrznym zazwyczaj różnorodnym układem mechanicznym za pośrednictwem sprzęgieł mechanicznych (sztywnych, podatnych, odśrodkowych).

3. Zastosowanie metody sztywnych elementów skończonych do budowy modelu matematycznego układu mechanicznego

Przy formułowaniu modelu matematycznego układu mechanicznego maszyny zastosowano metodę sztywnych elementów skończonych [3]. Według tej metody w rozpatrywanym układzie mechanicznym wyodrębnia się, o ile to możliwe, elementy o zwartej sztywnej konstrukcji, w których można pominąć odkształcenia oraz elementy o małej sztywności podlegające odkształceniom. Pierwsze z nich nazywa się sztywnymi elementami skończonymi, drugie elementami sprężysto-tłumiącymi. W przypadku gdy taki naturalny podział konstrukcji jest niemożliwy ze względu na występowanie elementów odkształcalnych o ciągłym rozkładzie masy, podziału dokonuje się w sposób myślowy. W wyniku podziału otrzymuje się elementarne fragmenty konstrukcji, których własności odkształcalne zastępuje się elementami sprężysto-tłumiącymi, a ich masy zastępuje się sztywnymi elementami skończonymi umieszczonymi po obu stronach elementów sprężysto-tłumiących (rys. 2).



Rys. 2. Zastąpienie układu o ciągłym rozkładzie masy elementem sprężysto-tłumiącym i elementami sztywnymi

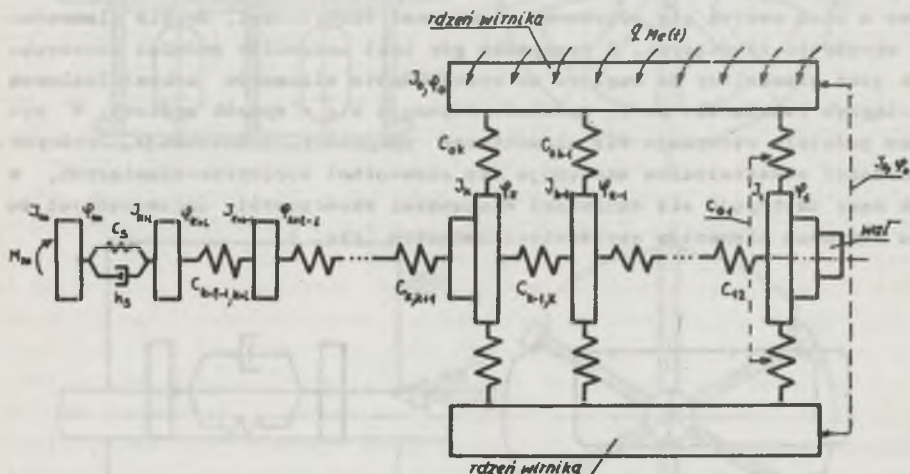
W konsekwencji otrzymuje się dyskretny układ mechaniczny składający się z połączonych ze sobą sztywnych elementów skończonych i elementów sprężysto-tłumiących. Sztywne elementy skończone scharakteryzowane są przez masę i masowe momenty bezwładności, zaś elementy sprężysto-tłumiące przez

współczynniki sztywności i tłumienia. Rozpatrując drgania skrętne układu mechanicznego przedstawionego w punkcie 2 (z zębami jako elementami pośredniczącymi) przyjęto, że:

- rdzeń ferromagnetyczny wirnika wraz z uzwojeniem jest ciałem doskonale sztywnym,
- zęba łączące wał z wirnikiem stanowią elementy sprężyste (pominięto masę zębów oraz ich własności tłumiące),
- wał wirnika jest ciałem odkształcalnym o ciągłym rozkładzie masy.

Wał wirnika podzielono na elementarne odcinki, część końcową wału (od strony sprzęgła) podzielono na 1 odcinków, część środkową wału pod zębami podzielono na $k-1$ odcinków, pozostałą część wału zastąpiono sztywnym elementem skończonym. Każdemu elementarnemu odcinkowi wału przyporządkowano element sprężysty (własności tłumiące pominięto) oraz leżące obok niego elementy sztywne.

Zewnętrzny układ mechaniczny zastąpiono sztywnym elementem skończonym (własności sprężysto-tłumiące tego układu można w sposób uproszczony uwzględnić w charakterystyce sprzęgła). W wyniku otrzymano dyskretny model mechaniczny przedstawiony na rys. 3.



Rys. 3. Model dyskretny układu mechanicznego przenoszącego moment obrotowy z silnika indukcyjnego do maszyny roboczej

4. Równania ruchu układu mechanicznego

Równania ruchu układu mechanicznego wyprowadzono z równań Lagrange'a II rodzaju (1):

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial \varphi_i} + \frac{\partial V}{\partial \varphi_i} + \frac{\partial D}{\partial \varphi_i} = M_i \quad i = 0, 1 \dots k+1, m \quad (1)$$

gdzie:

- T - energia kinetyczna układu,
- V - energia potencjalna układu,
- D - funkcja dysypacji,
- M_i - zewnętrzny moment skręcający działający na i-ty sztywny element skończony,
- φ_i - kąt obrotu i-tego sztywnego elementu skończonego,
- $\dot{\varphi}_i$ - pochodna kąta obrotu φ_i względem czasu.

Dla układu mechanicznego przedstawionego na rys. 3 otrzymuje się:

$$T = \frac{1}{2} \left[\sum_{i=0}^{k+1} J_i \dot{\varphi}_i^2 \right] + J_m \dot{\varphi}_m^2, \quad D = \frac{1}{2} h_s (\dot{\varphi}_{k+1} - \dot{\varphi}_m)^2 \quad (2)$$

$$V = \frac{1}{2} \left\{ \sum_{i=1}^k c_{0i} (\varphi_0 - \varphi_i)^2 + \sum_{i=1}^{k+1} c_{i-1,i} (\varphi_{i-1} - \varphi_i)^2 + c_s (\varphi_{k+1} - \varphi_m)^2 \right\}.$$

Wstawiając wyrażenia (2) do układu równań (1) otrzymuje się równania ruchu układu mechanicznego stanowiące model matematyczny układu:

$$J_0 \ddot{\varphi}_0 = M_{em} - c_{01} (\varphi_0 - \varphi_1) + \dots - c_{0k} (\varphi_0 - \varphi_k)$$

$$J_1 \ddot{\varphi}_1 = c_{01} (\varphi_0 - \varphi_1) - c_{12} (\varphi_1 - \varphi_2)$$

⋮

$$J_k \ddot{\varphi}_k = c_{0k} (\varphi_0 - \varphi_k) + c_{k-1,k} (\varphi_{k-1} - \varphi_k) - c_{k,k+1} (\varphi_k - \varphi_{k+1})$$

⋮

$$J_{k+1} \ddot{\varphi}_{k+1} = c_{k+1-1,k+1} (\varphi_{k+1-1} - \varphi_{k+1}) - c_s (\varphi_{k+1} - \varphi_m) - h_s (\dot{\varphi}_{k+1} - \dot{\varphi}_m)$$

$$J_m \ddot{\varphi}_m = -M_m + c_s (\varphi_{k+1} - \varphi_m) + h_s (\dot{\varphi}_{k+1} - \dot{\varphi}_m)$$

gdzie:

M_{em} - moment elektromagnetyczny maszyny indukcyjnej,

M_m - moment mechaniczny (obciążenia) układu,

- $C_{oi}, C_{i-1,1}$ - współczynniki sztywności skrętnej elementarnej części układu pośredniczącego i wału,
 C_i, h_s - współczynnik sztywności skrętnej i tłumienia sprzęgła,
 $\dot{\varphi}$ - druga pochodna kąta obrotu względem czasu,
 J_o, J_m, J_i - masowe momenty bezwładności rdzenia wirnika, maszyny roboczej, elementarnego odcinka wału.

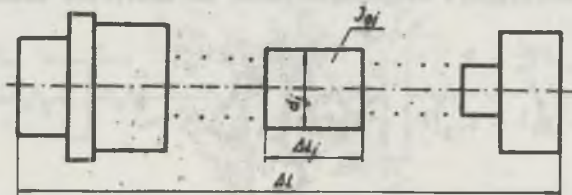
5. Obliczenie współczynników sztywności skrętnej układu mechanicznego

Współczynnik sztywności skrętnej odcinka wału maszyny przedstawionego na rys. 4 oblicza się według zależności:

$$\frac{1}{C_w} = \sum_j \frac{1}{C_j}, \quad C_j = \frac{G J_{oj}}{\Delta L_j}, \quad J_{oj} = \frac{\pi d_j^4}{32} \quad (4)$$

gdzie:

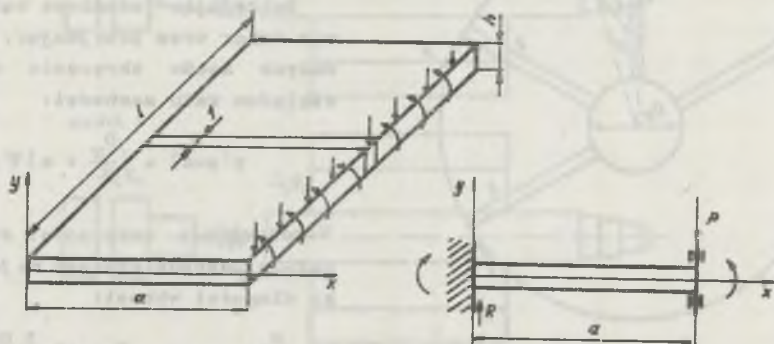
- C_w - współczynnik sztywności skrętnej odcinka wału o długości ΔL ,
 C_j - współczynnik sztywności skrętnej odcinka wału o długości ΔL_j ,
 G - moduł sprężystości postaciowej,
 J_{oj} - biegunowy geometryczny moment bezwładności przekroju wału o długości ΔL_j ,
 d_j - średnica odcinka wału o długości ΔL_j .



Rys. 4. Elementarny odcinek wału o zmiennej średnicy

Przy obliczaniu współczynnika sztywności skrętnej układu pośredniczącego rozpatrzono pracę pojedynczego zębra. Zębro to stanowi płytę prostokątną przytwierdzoną w sposób sztywny do wału oraz w sposób sztywno-przesuwny do rdzenia wirnika. Podczas przemieszczenia się rdzenia wirnika względem wału zębro jest zginane. Dokładne rozpatrzenie drgań giętych zębca jest trudne do przeprowadzenia ze względu na konieczność stosowania do ich opisu równań różniczkowych cząstkowych. Uprościć zagadnienie można poprzez przyjęcie tzw. zginania walcowego płyty [2] i pominięcie masy pły-

ty. Pozwala to zastąpić płytę elementem sprężystym równomiernie rozłożonym wzdłuż środkowej części wału. W celu obliczenia współczynnika sztywności giętnej płyty rozpatrzono układ przedstawiony na rys. 5.



Rys. 5. Zginanie walcowe płyty

Równanie linii ugiętej jednostkowego paska płyty ma postać (5):

$$\frac{d^2 y(x)}{dx^2} = \frac{M_g(x)}{D}, \quad D = \frac{E h^3}{12(1 - \nu^2)} \quad (5)$$

gdzie:

- $M_g(x)$ - moment gnący,
- D - sztywność giętna płyty,
- E - moduł Younga,
- ν - stała Poissona,
- h - grubość płyty.

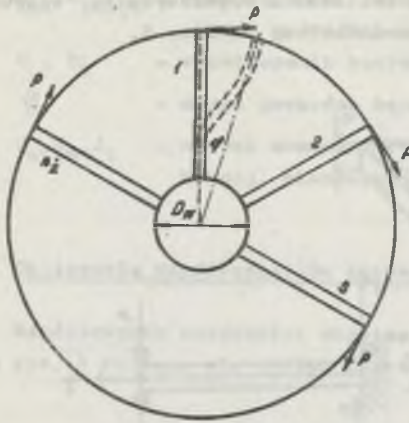
Warunki brzegowe dla rozpatrywanego układu są następujące:

$$\left. \begin{aligned} y(x=0) &= 0 \\ \frac{dy}{dx} \Big|_{x=0} &= 0 \end{aligned} \right\} \text{utwierdzenie sztywne} \quad (6)$$

$$\frac{dy}{dx} \Big|_{x=a} = 0 \quad \text{utwierdzenie przesuwno.}$$

Rozwiązując równanie (5) wraz z warunkami brzegowymi (6) otrzymuje się wartość ugięcia jednostkowego paska płyty w punkcie $x=a$ i na tej podstawie oblicza się jednostkowy współczynnik sztywności giętnej płyty C_p :

$$y(x=a) = -\frac{pa^3}{12D}, \quad C_p = \frac{12D}{a^3} = \frac{E}{1-\nu^2} \left(\frac{h}{a}\right)^3.$$



Rys. 6. Schemat układu przenoszącego moment obrotowy z wirnika na wał maszyny

gdzie:

- C_{\pm} - współczynnik sztywności skrętnej układu pośredniczącego na jednostkę długości,
- D_w - średnica środkowej części wału,
- a - wysokość żeber,
- n_{\pm} - ilość żeber uczestniczących w przenoszeniu momentu obrotowego (przyjęto, że tylko zebra połączone klinami z rdzeniem wirnika przenoszą moment obrotowy),
- M_B - moment skręcający działający na układ,
- φ - kąt skręcenia wirnika względem wału.

6. Badania drgań wymuszonych układu mechanicznego, charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowe

Na podstawie wyprowadzonego modelu matematycznego układu mechanicznego maszyny przeprowadzono badania drgań skrętnych układu dla silnika indukcyjnego SZJr-138-01 r o mocy 400 kW.

Badania przeprowadzono dla kilku modeli układu mechanicznego oznaczonych cyframi 1,2,3,5 (rys. 7). Parametry modeli podano w tabelicy 1. W modelu 1,2 uwzględniono własności odkształcalne końcowej części wału, zastępując końcowy odcinek wału jednym lub dwoma elementami sprężystymi, traktując pozostałą część układu jako ciało sztywne. W modelu 3,5 uwzględniono własności odkształcalne żeber oraz części wału pod żebrami. W modelu 3 część wału pod żebrami potraktowano jako ciało sztywne, zaś w modelu 5 część wału pod żebrami zastąpiono trzema elementami sprężystymi.

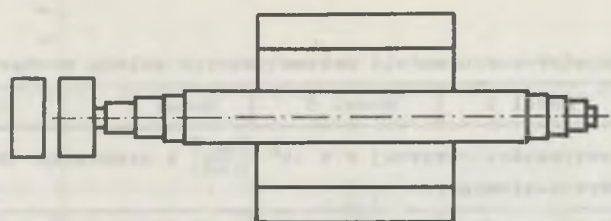
W celu obliczenia współczynnika sztywności skrętnej układu pośredniczącego rozpatrzono układ przedstawiony na rys. 6.

Zakładając jednakowe kąty ugięcia żeber oraz przyjmując, że dla małych kątów skręcenia wirnika względem wału zachodzi:

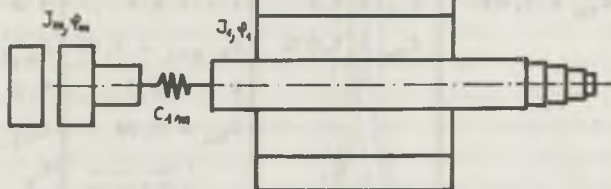
$$y(x=a) = \left(\frac{D_w}{2} + a\right)\varphi.$$

Współczynnik sztywności skrętnej układu pośredniczącego na jednostkę długości wynosi:

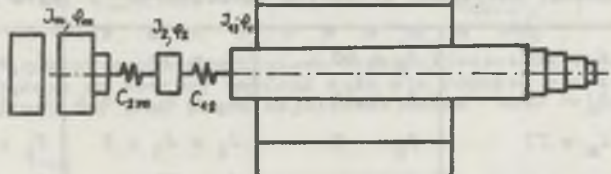
$$C_{\pm} = \frac{M_B}{\varphi} = n_{\pm} \frac{E}{1 - \nu^2} \left(\frac{h}{a}\right)^3 \left(\frac{D_w + 2a}{2}\right)^2$$



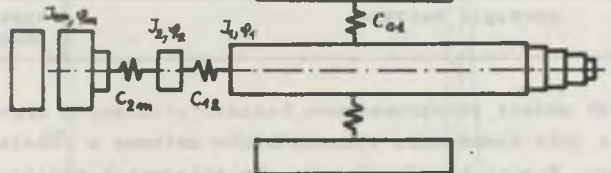
model 1



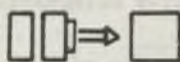
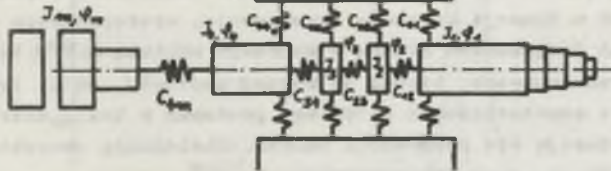
model 2



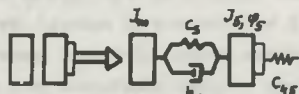
model 3



model 5



Sprężyno sztywne (model 1, 2, 3, 5)



Sprężyno pasywne (model 5)

Rys. 7. Rozpatrywane modele układu mechanicznego

Tablica 1

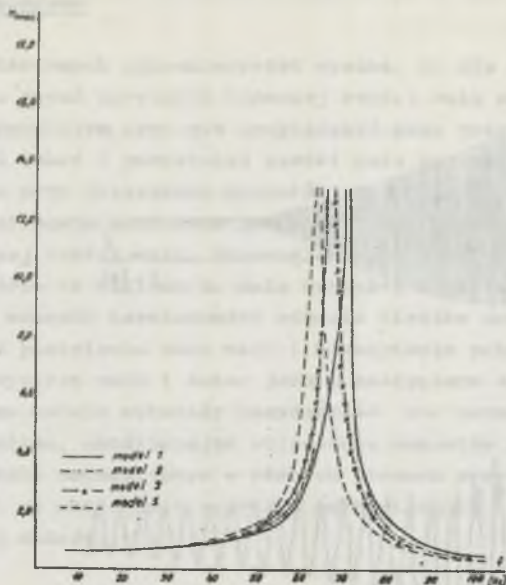
Parametry rozpatrywanych modeli matematycznych układu mechanicznego

| Model 1 | Model 2 | Model 3 | Model 5 | Model 5 |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------|-----------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Współczynniki sztywności skrętnej $\alpha \times 10^7 \left[\frac{\text{Nm}}{\text{rad}} \right]$ i tłumienia h [Nms] elementów sprężysto-tłumiących | | | | |
| $C_{1m} = 0,72$ | $C_{12} = 2,40$ $C_{2m} = 1,032$ | $C_{01} = 10$ $C_{12} = 2,4$ $C_{2m} = 1,032$ | $C_{01} = 2,5$ $i = 1 \div 4$ $C_{k,k+1} = 3,66$ $k = 1 \div 3$ $C_{4m} = 0,72$ | $C_{01} = 2,5$ $i = 1 \div 4$ $C_{k,k+1} = 3,66$ $k = 1 \div 3$ $C_{45} = 0,72$ $C_B = 0,11$ $h_a = 95$ |
| Momenty bezwładności sztywnych elementów skończonych J [kg/m ²] | | | | |
| $J_1 = 77$ $J_m = 77$ | $J_1 = 72$ $J_2 = 5$ $J_m = 77$ | $J_0 = 60$ $J_1 = 12$ $J_2 = 5$ $J_m = 77$ | $J_0 = 60$ $J_1 = J_4 = 6,5$ $J_2 = J_3 = 2$ $J_m = 77$ | $J_0 = 60$ $J_1 = J_4 = 6,5$ $J_2 = J_3 = 2$ $J_5 = 20$ $J_m = 291$ |
| sprzęgło sztywne | | | | sprzęgło podatne |

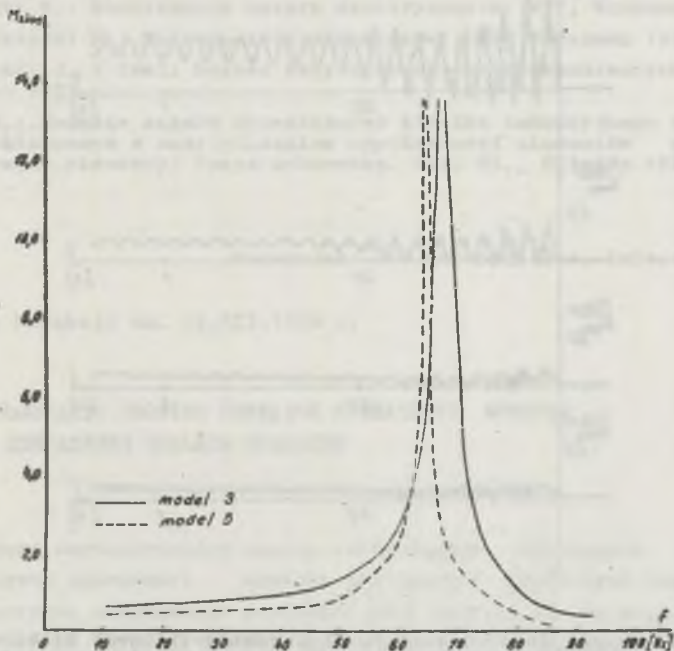
Dla powyższych modeli przeprowadzono badania ustalonych drgań wymuszonych, przyjmując jako wymuszenie sinusoidalnie zmienny w czasie moment elektromagnetyczny. Wyniki badań w formie charakterystyk amplitudowo-częstotliwościowych przedstawiono na rys. 8,9. Charakterystyki te przedstawiają wartości względne (w stosunku do amplitudy wymuszenia) amplitud momentów skręcających w funkcji częstotliwości wymuszenia, występujących w najbardziej narażonych fragmentach układu - końcowym odcinku wału i końcowej części układu pośredniczącego, licząc od wolnej końcówki wału. Przedstawiono je w zakresie częstotliwości 0-100 Hz, ponieważ w takim zakresie częstotliwości zawierają się pobudzenia układu. Obliczenia charakterystyk dokonano dla układu ze sprzęgłem sztywnym.

Dla wyżej wymienionych modeli przeprowadzono również obliczenia drgań skrętnych występujących podczas rozruchu silnika.

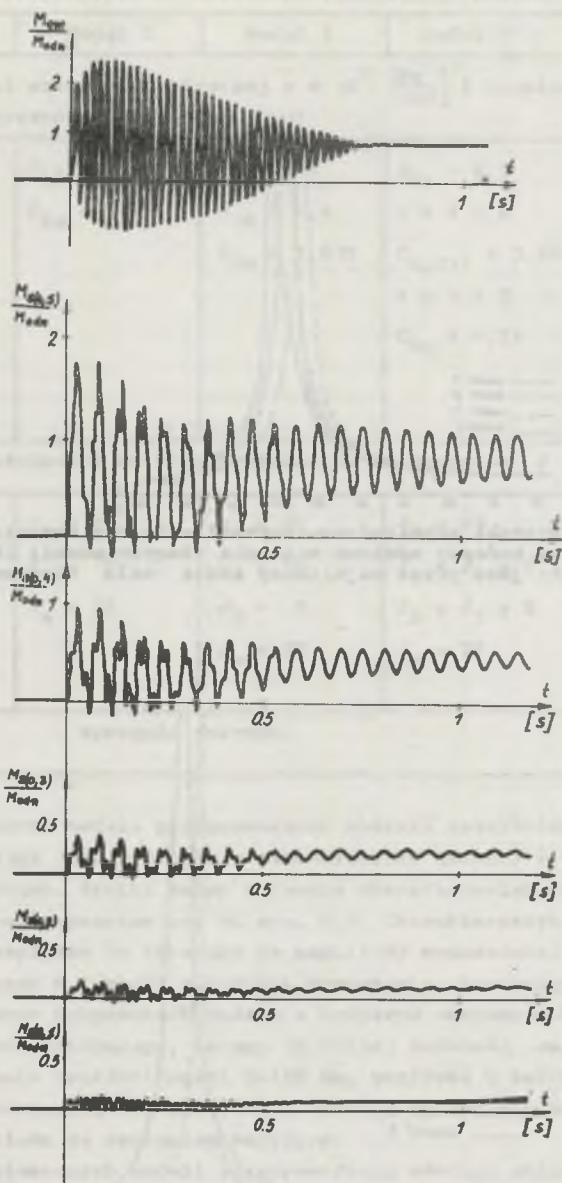
Przykładowe wyniki obliczeń dla modelu 5 przedstawiono na rys. 10. Obliczenia wykonano dla układu - ze sprzęgłem podatnym skrętnie.



Rys. 8. Charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowe momentu skręcającego działającego na końcowy odcinek wału dla różnych modeli (końcowy odcinek wału określony jest przez najbliższy końca wału element sprężysty)



Rys. 9. Charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowe momentu skręcającego działającego na końcowy odcinek układu zębów dla różnych modeli (końcowy odcinek układu zębów wyznaczony jest przez najbliższy końca zębów element sprężysty)



Rys. 10. Przebiegi czasowe momentu elektromagnetycznego silnika i momentów skręcających działających na końcowy odcinek wału oraz wzdłuż układu żeber wirnika podczas rozruchu bez obciążenia ($M_{odn} = 6698,72 \text{ Nm}$)

7. Wnioski końcowe

Z przedstawionych charakterystyk wynika, że dla rozpatrywanego układu przy badaniu drgań skrętnych końcowej części wału można zastąpić ją jednym elementem sprężystym oraz nie uwzględniać poza obszarem rezonansu wpływu sprężystości łożysk i pozostałej części wału na drgania.

Natomiast przy obliczaniu momentów skręcających występujących w układzie pośredniczącym konieczne jest uwzględnienie właściwości odkształcalnych środkowej części wału, nieuwzględnienie tego prowadzi do błędów.

Równocześnie ze względu na małe wartości momentu bezwładności wału w stosunku do momentu bezwładności rdzenia wirnika wraz z uzwojeniem istnieje możliwość pominięcia masy wału i zastąpienia połączonych ze sobą elementów sprężystych wału i łożysk jednym zastępczym elementem sprężystym. Przedstawione modele wykazały przydatność do prowadzenia analizy drgań skrętnych układu, umożliwiając obliczenie momentów skręcających występujących w układzie mechanicznym w różnych stanach pracy maszyny. Pozwala to w konsekwencji na obliczenie naprężeń mechanicznych i ocenę wytrzymałości zmęczeniowej układu.

LITERATURA

- [1] Dąbrowski M.: Konstrukcja maszyn elektrycznych. WNT, Warszawa 1977.
- [2] Niezgodziński M.: Wytrzymałość materiałów. PWN, Warszawa 1981.
- [3] Kruszewski J. i inni: Metoda sztywnych elementów skończonych. Arkady, Warszawa 1975.
- [4] Kudła J.: Badanie stanów dynamicznych silnika indukcyjnego z wirnikiem głębokołożebkowym z uwzględnieniem sprężystości elementów przenoszących moment obrotowy. Praca doktorska. Pol. Śl., Gliwice 1982.

Recenzent: doc. dr hab. inż. Tadeusz Sobozyk

Wpłynęło do Redakcji dn. 15.XII.1982 r.

КРУТИЛЬНЫЕ КОЛЕБАНИЯ СИСТЕМЫ ПЕРЕДАЧ ВРАЩАЮЩЕГО МОМЕНТА АСИНХРОННЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ БОЛЬШОЙ МОЩНОСТИ

Р е з ю м е

Представлено математическую модель изображающую крутильные колебания системы передачи вращающего момента асинхронных двигателей большой мощности. Рассмотрены вынужденные колебания этой системы для различных вариантов математических моделей. Расчёты проведены для асинхронного двигателя мощностью 400 кВт.

THE TORSIONAL VIBRATIONS IN THE TORQUE TRANSMISSION SYSTEM OF THE BIG POWER INDUCTION MOTOR

Summary

The mathematical model of the torsional vibrations in a big power induction motor is presented.

The stationary vibrations of the system for various states of simplifications of the mathematical model is analysed. The computations have been performed for 400 kV induction motor.



Fig. 1. Stationary torsional vibrations of the shaft of a 400 kV induction motor. The graph shows a complex, periodic waveform with multiple peaks and troughs, indicating high-frequency oscillations. The amplitude of the vibrations is relatively constant over time, suggesting a steady-state condition.

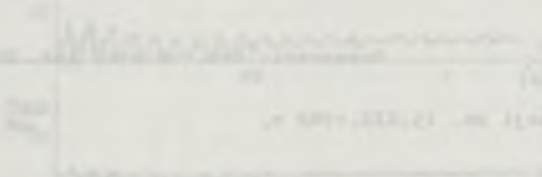


Fig. 2. Stationary torsional vibrations of the shaft of a 400 kV induction motor. The graph shows a smooth, periodic sine wave, indicating a single dominant frequency of vibration. The amplitude is constant, suggesting a steady-state condition.

Fig. 3. Stationary torsional vibrations of the shaft of a 400 kV induction motor. The graph shows a complex, periodic waveform with multiple peaks and troughs, indicating high-frequency oscillations. The amplitude of the vibrations is relatively constant over time, suggesting a steady-state condition.

Andrzej BOBŃ

Instytut Maszyn i Urządzeń Elektrycznych
Politechniki Śląskiej

MODEL MATEMATYCZNY TURBOGENERATORA UWZGLĘDNIAJĄCY STAŁE ROZŁOŻONE OBWODÓW PRĄDÓW WIROWYCH W WIRNIKU

Streszczenie. Wyprowadzono model matematyczny turbogenerators dla stanów niestabilnych uwzględniający stałe rozłożone obwodów prądów wirowych w wirniku. W oparciu o analizę pola elektromagnetycznego wymuszonego przez prąd twornika i prąd wzbudzenia wyznaczono indukcyjności operatorowe, następnie skonstruowano schematy zastępcze maszyny. Wyprowadzony model maszyny synchronicznej jest uściśleniem modelu matematycznego dotychczas przyjmowanego do obliczeń.

1. Wstęp

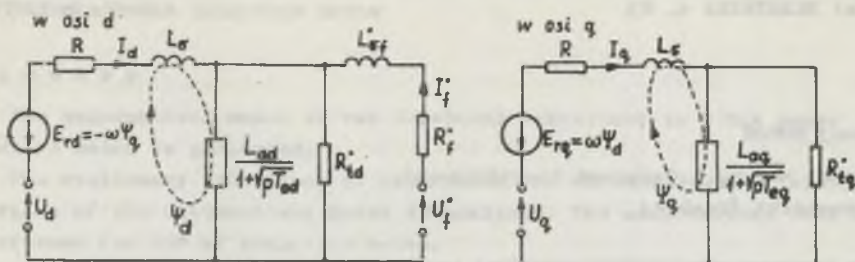
W pracach [2,3,4,5,6,7] opisano model matematyczny turbogenerators uwzględniający stałe rozłożone obwodów prądów wirowych w bloku litym wirnika. Do zbudowania tego modelu wykorzystano równania maszyny zapisane w układzie współrzędnych Parka i stransformowane według Laplace'a przy zerowych warunkach początkowych. Obowiązują przy tym założenia liniowości obwodu magnetycznego i sinusoidalnego rozkładu okładu prądowego twornika względnie obwodu maszyny. Oddziaływanie prądów wirowych w bloku litym reprezentują w tym modelu operatorowe indukcyjności oddziaływania (w osi d i q) w postaci:

$$L_{ad,q}^{(p)} = \frac{L_{ad,q}}{1 + \sqrt{pT_{ad,q}}} \quad (1.1)$$

gdzie:

- $L_{ad,q}$ - indukcyjność oddziaływania twornika w osi d lub q ,
- $T_{ad,q}$ - syntetyczna stała czasowa bloku litego w osi d lub q (np. [2]).

Indukcyjności operatorowe oddziaływania wyprowadzone zostały na podstawie analizy pola elektromagnetycznego w wirniku wytworzonego przez prąd twornika. Przy założeniu, że indukcyjnościami operatorowymi (1.1) odpowiadają strumienie magnetyczne sprzęgające zastępcze uswojenie twornika z obwodami w wirniku o stałych skupionych: z następczym uswojeniem wzbudzenia (w osi d) i z następczym obwodem klatki tłumiącej, otrzymano schematy zastępcze maszyny w osi d i q przedstawione na rys. 1.

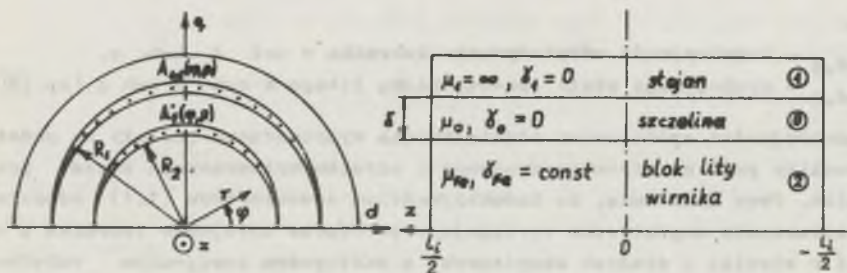


Rys. 1. Schematy zastępcze maszyny synchronicznej w osi d i q uwzględniające blok lity o stałych rozłożonych (wg [2,3,4])

Przeprowadzono dodatkowo analizę rozkładu pola elektromagnetycznego wywołanego przez prąd w zastępczym uzwojeniu wzbudzenia przy przerwanych pozostałych uzwojeniach maszyny. Na podstawie wyników tej analizy i wyników analizy pola elektromagnetycznego wywołanego przez prąd w zastępczym uzwojeniu twornika przy przerwanych obwodach uzwojeń w wirniku wyprowadzono wyrażenia dla wszystkich indukcyjności operatorowych (własnych i wzajemnych), a na ich podstawie skonstruowano schematy zastępcze maszyny. Takie podejście pozwala na rezygnację z intuicyjnego założenia, iż indukcyjność operatorowa (1.1) jest operatorową indukcyjnością wzajemną między zastępczymi uzwojeniami twornika i zastępczymi uzwojeniami w wirniku i umożliwia uściślenie modelu matematycznego maszyny oraz zmianę interpretacji niektórych parametrów. Różnice pojawiające się między poprawionym modelem maszyny i modelem z prac [2,3,4,5,6,7] nie prowadzą do istotnych różnic ilościowych w praktycznych obliczeniach.

2. Rozkład pola elektromagnetycznego w maszynie

Przyjęty do analizy model układu elektromagnetycznego przedstawiono na rys. 2.



Rys. 2. Model układu elektromagnetycznego maszyny synchronicznej

Rdzenie stojana i wirnika są współśrodkowymi cylindrami o równomiernej szczelinie, rozciągającymi się do nieskończoności. W analizie rozpatruje się odcinek układu cylindrycznego o długości l_1 (długość obliczeniowa stojana i wirnika). Rdzeń stojana jest idealnie pakietowany ($\gamma_1 = 0$), nadprzewodzący magnetycznie ($\mu_1 = \infty$), bez kanałów wentylacyjnych i bez żłobków (gładki). Rdzeń wirnika jest wykonany w postaci odkuwki z litej stali jednorodnej i izotropowej o stałej przenikalności magnetycznej ($\mu_{Fe} = \text{const}$) i stałej konduktywności ($\gamma_{Fe} = \text{const}$), bez centralnego otworu.

Pole elektromagnetyczne wzbudzone jest przez prądy płynące w zastępczych uzwojeniach twornika i wzbudzenia, których sens fizyczny wynika z dwuosiowej transformacji współrzędnych Parka. U podstaw przekształcenia Parka leżą założenia liniowości obwodu elektromagnetycznego, symetrii trójfazowego uzwojenia twornika, dwuosiowej symetrii magnetycznej wirnika i pomijalności wyższych harmonicznych przestrzennych przepływu twornika i wzbudzenia. Zastępcze uzwojenia twornika i wzbudzenia rozłożone sinusoidalnie wzdłuż obwodu maszyny zastępuje się nieskończone cienkimi warstwami prądów powierzchniowych o gęstości liniowej $A_{1d}(r = R_1, \varphi, t)$ (okład prądowy twornika w osi d) oraz $A_f^*(r = R_2, \varphi, t)$ (okład prądowy wzbudzenia):

$$\begin{aligned} A_{1d}(\varphi, p) &= A_{1m}(p) \sin p_b \varphi \\ A_f^*(\varphi, p) &= A_{fm}^*(p) \sin p_b \varphi \end{aligned} \quad (2.1)$$

przy czym między amplitudami okładów prądowych i prądami płynącymi w tych uzwojeniach zachodzą związki [6]:

$$\begin{aligned} A_{1m}(p) &= \frac{2}{\pi} \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{z_1 \xi_1}{R_1} I_d(p) \\ A_{fm}^*(p) &= \frac{2}{\pi} \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{z_1 \xi_1}{R_2} I_f^*(p) \end{aligned} \quad (2.2)$$

gdzie:

z_1, ξ_1 - liczba zwojów i współczynnik uzwojenia trójfazowego twornika.

Kropką oznaczono wielkości wirnika sprowadzone na stronę stojana, np.:

$$I_f^*(p) = I_f \frac{1}{\xi_f}, \quad \xi_f = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{z_1 \xi_1}{z_f \xi_f}$$

z_f, ξ_f - liczba zwojów i współczynnik uzwojenia wzbudzenia.

Wielkości zależne od czasu stransformowano wg Laplace'a przy zerowych warunkach początkowych.

Z pominięcia efektów skrajnych w wirniku i z założenia, że w każdym przekroju poprzecznym maszyny zjawiska elektromagnetyczne są takie same,

wynika, że pole elektromagnetyczne jest polem dwuwymiarowym, a prądy wirowe w bloku litym mają tylko składowe osiowe. Rozwiązania ogólne równań Maxwella zapisanych dla obszaru szczeliny powietrznej i bloku litego wirnika podano w pracach [1, 2, 6]. Składowe pola magnetyczne mają następujące postacie:

- w szczelinie powietrznej

$$B_{r0} = \frac{p_b}{r} \left[A_0(p) r^{p_b} + B_0(p) r^{-p_b} \right] \cos p_b \varphi$$

$$H_{\varphi 0} = - \frac{p_b}{r \mu_0} \left[A_0(p) r^{p_b} - B_0(p) r^{-p_b} \right] \sin p_b \varphi$$
(2.3)

- w bloku litym wirnika

$$B_{r2} = \frac{p_b}{r} A_2(p) I_{p_b}(r \varphi_2) \cos p_b \varphi$$

$$H_{\varphi 2} = \frac{-\varphi_2}{\mu_{Fe}} A_2(p) I'_{p_b}(r \varphi_2) \sin p_b \varphi$$
(2.4)

gdzie:

p_b - liczba par biegunów,

$I_{p_b}(r \varphi_2)$ - zmodyfikowana funkcja Bessela pierwszego rodzaju, rzędu p_b , o argumentcie $r \varphi_2$,

$$I_{p_b}^*(r \varphi_2) = \frac{d}{d(r \varphi_2)} I_{p_b}(r \varphi_2), \quad \varphi_2 = \sqrt{p_b^2 \mu_{Fe}^2 + \mu_{Fe}^2}$$

Stałe całkowania $A_0(p)$, $B_0(p)$, $A_2(p)$ oblicza się z układu równań algebraicznych wynikających z warunków brzegowych na granicach pieszowególnych obszarów. Postać warunków brzegowych zależy od tego, które uzwojenie jest zasilane, a które jest rozwarte:

przy $I_d \neq 0$, $I_f^* = 0$

przy $I_f^* \neq 0$, $I_d = 0$

$$H_{\varphi 0}(R_1, \varphi, p) = -A_{fd}(\varphi, p)$$

$$H_{\varphi 0}(R_1, \varphi, p) = 0$$

$$H_{\varphi 0}(R_2, \varphi, p) = H_{\varphi 2}(R_2, \varphi, p)$$

$$H_{\varphi 0}(R_2, \varphi, p) = H_{\varphi 2}(R_2, \varphi, p) + A_f^*(\varphi, p)$$

$$\mu_0 H_{r0}(R_2, \varphi, p) = \mu_{Fe} H_{r2}(R_2, \varphi, p)$$

$$\mu_0 H_{r0}(R_2, \varphi, p) = \mu_{Fe} H_{r2}(R_2, \varphi, p)$$

dla $r \rightarrow 0$

$\vec{H}(r \rightarrow 0, \varphi, p) \neq \infty$

warunek okresowości pola:

$$\vec{H}(r, \varphi, p) = \vec{H}(r, \varphi + \frac{2\pi}{p}, p)$$

Wyrażenia na stałe całkowania podano w tabelicy 1.

Tabela 1

Stałe całkowania w rozwiązaniach ogólnych równań rozkładu pola

| Stałe całkowania | Wymuszenie okładu prądowego twornika | Wymuszenie okładu prądowego wzbudzenia |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------|
| $A_o(p)$ | $A_{1m}(p) \frac{\mu_o}{p_b} \frac{1+k}{2kR_1} \frac{G(p)+k}{G(p)+1}$ | $A'_{fm}(p) \frac{k-1}{2R_2} \frac{1}{G(p)+1}$ |
| $B_o(p)$ | $-A_{1m}(p) \frac{\mu_o}{p_b} \frac{(k-1)R_1^{p_b+1}}{2k} \frac{G(p)-k}{G(p)+1}$ | $A'_{fm}(p) \frac{R_2^{p_b}}{2} (k+1) \frac{1}{G(p)+1}$ |
| $A_3(p)$ | $A_{1m}(p) \frac{\mu_o}{p_b} \frac{R_1^{p_b+1} (k-1)}{R_2^{p_b} I_{p_b}(R_2 \vartheta_2)} \frac{1}{G(p)+1}$ | $A'_{fm}(p) \frac{k}{I_{p_b}(R_2 \vartheta_2)} \frac{1}{G(p)+1}$ |
| $G(p) = \sqrt{pT_{ed} \frac{I'_{p_b}(R_2 \vartheta_2)}{I_{p_b}(R_2 \vartheta_2)}}$ $k = \frac{\left(\frac{R_1}{R_2}\right)^{2p_b} + 1}{\left(\frac{R_1}{R_2}\right)^{2p_b} - 1}; \quad \vartheta_2 = \sqrt{pT_{ed} \frac{I'_{Fe}}{I_{Fe}}}$ $T_{ed} = \frac{I'_{Fe}}{I_{Fe}} \left(\frac{\mu_o}{p_b} k R_2\right)^2$ | | |

3. Wyznaczenie indukcyjności operatorowych

W rozpatrywanym modelu maszyny synchronicznej zastępczo uzwojenia stałych skupionych (uzwojenie twornika i klatki tłumiącej w osiach d i q oraz uzwojenie wzbudzenia) rozłożone są na wewnętrznej powierzchni stojana i zewnętrznej powierzchni wirnika. Strumienie magnetyczne przenikające przez te powierzchnie i skojarzone tym samym z zastępczymi uzwojeniami maszyny związane są z prądami płynącymi w tych uzwojeniach za pomocą operatorowych indukcyjności własnych i wzajemnych zgodnie z relacją:

$$\begin{bmatrix} \psi'_{d'}(p) \\ \psi'_{q'}(p) \\ \psi''_{f'}(p) \\ \psi''_{td'}(p) \\ \psi''_{tq'}(p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L'_{do}(p) & 0 & L'_{df}(p) & L'_{d-td}(p) & 0 \\ 0 & L'_{qo}(p) & 0 & 0 & L'_{q-tq}(p) \\ L'_{fd}(p) & 0 & L'_{fo}(p) & L'_{f-td}(p) & 0 \\ L'_{td-d}(p) & 0 & L'_{td-f}(p) & L'_{tdo}(p) & 0 \\ 0 & L'_{tq-q}(p) & 0 & 0 & L'_{tqo}(p) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_d(p) \\ I_q(p) \\ I_f(p) \\ I_{td}(p) \\ I_{tq}(p) \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

Ze względu na założenie o pomijalnie małej grubości zastępczych uzwojeń (nieskończenie cienkie warstwy prądowe) indukcyjności własne tych uzwojeń powinny być powiększone o indukcyjności rozproszeń odpowiadające strumieniom rozproszenia zamykającym się w obszarze zajęty przez te uzwojenia. Do indukcyjności tych (zwanych zewnętrznymi indukcyjnościami rozproszenia) można włączyć ponadto indukcyjności odpowiadające strumieniom wyższych harmonicznych przestrzennych.

$$\begin{bmatrix} L'_{do}(p) \\ L'_{qo}(p) \\ L'_{fo}(p) \\ L'_{tdo}(p) \\ L'_{tqo}(p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L'_{\sigma dz} \\ L'_{\sigma qz} \\ L'_{\sigma fz} \\ L'_{\sigma t dz} \\ L'_{\sigma tqz} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L'_{do}(p) \\ L'_{qo}(p) \\ L'_{fo}(p) \\ L'_{tdo}(p) \\ L'_{tqo}(p) \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

Obwody klatki tłumiącej (lub równoważne jej obwody prądów wirowych w przewodzących klinach żłobkowych i zębach wirnika) zajmują to samo miejsce w rozpatrywanym modelu oo zastępcze uzwojenie wzbudzenia. Ponadto ze względu na mały wpływ szerokich zębów i mały wpływ interakcji między osiami d i q można przyjąć następujące założenia:

$$L'_{d-td}(p) = L'_{td-d}(p) = L'_{df}(p), \quad L'_{q-tq}(p) = L'_{tq-q}(p) = L_{\sigma q}(p) = L'_{df}(p),$$

$$L'_{f-td}(p) = L'_{td-f}(p) = L'_{fo}(p), \quad L'_{tdo}(p) = L'_{tqo}(p) = L'_{fo}(p),$$

$$L_{qo}(p) = L_{do}(p) \quad (3.3)$$

Z równań (3.1) i (3.2) wynikają definicje indukcyjności operatorowych:

$$L_{do}(p) = L_{\sigma dz} + \frac{\psi'_d(p)}{I'_d(p)} \Big|_{I'_f = I'_{td} = 0} \quad L'_{df}(p) = \frac{\psi'_d(p)}{I'_f(p)} \Big|_{I'_d = I'_{td} = 0}$$

$$L'_{fo}(p) = L'_{\sigma fz} + \frac{\psi''_f(p)}{I'_f(p)} \Big|_{I'_d = I'_{td} = 0} \quad L'_{fd}(p) = \frac{\psi''_f(p)}{I'_d(p)} \Big|_{I'_f = I'_{td} = 0} \quad (3.4)$$

Strumienie sprzężone z zastępczym uzwojeniem twornika i wzbudzenia określone są przez składowe normalne indukcji magnetycznej na powierzchni zajętej przez te uzwojenia w obrębie jednej podziałki biegunowej

$$\psi'_d(p) = \sqrt{\frac{3}{2}} z_1 \xi_1 R_1 l_1 \int_{-\frac{\pi}{2p_b}}^{+\frac{\pi}{2p_b}} B_r(r = R_1, \psi, p) d\psi$$

$$\psi''_f(p) = \sqrt{\frac{3}{2}} z_1 \xi_1 R_2 l_1 \int_{-\frac{\pi}{2p_b}}^{+\frac{\pi}{2p_b}} B_r(r = R_2, \psi, p) d\psi \quad (3.5)$$

Po podstawieniu i scałkowaniu wyrażeń dla składowych promieniowych indukcji magnetycznej oraz po zastąpieniu amplitud okładów prądowych zastępczego uzwojenia twornika i wzbudzenia przez prądy płynące w tych uzwojeniach wg wzorów (2.2) wyznaczono indukcyjności operatorowe zdefiniowane przez relacje (3.4):

$$L_{do}(p) = L_{\sigma dz} + L_{\sigma o} + \frac{L_{\sigma o}(k^2 - 1)}{G(p) + 1} \quad (3.6a)$$

$$L'_{df}(p) = L'_{fd}(p) = L_{ad}(p) = \frac{L_{ad\sigma}}{G(p) + 1} \quad (3.6b)$$

$$L'_{fo}(p) = L'_{\sigma fz} + \frac{L_{\sigma o} k^2}{G(p) + 1} \quad (3.6c)$$

gdzie:

$L_{\sigma dz}$ - zewnętrzna indukcyjność rozproszenia twornika,

$L'_{\sigma fz}$ - zewnętrzna indukcyjność rozproszenia wzbudzenia sprowadzona na stronę stojana,

$$L_{\sigma o} = \frac{4}{\pi} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} z_1 \xi_1 \right)^2 \frac{\mu_0}{p_b} l_1 \frac{1}{k}$$

$$L_{ad\sigma} = \frac{4}{\pi} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} z_1 \xi_1 \right)^2 \frac{2\mu_0}{p_b} l_1 (1+k) \left(\frac{R_2}{R_1} \right)^{p_b} - \text{indukcyjność oddziaływania twornika w osi d (indukcyjność szczeliny)}.$$

Wyznaczając granicę przy $p \rightarrow 0$ indukcyjności operatorowej $L_{do}(p)$ otrzymuje się indukcyjność synchroniczną w osi d:

$$L_d = \lim_{p \rightarrow 0} L_{do}(p) = L_{\sigma dz} + L_{\sigma o} \left(1 + \frac{k^2 - 1}{1 + \frac{\mu_0}{\mu_{Fe}} k} \right) \approx L_{\sigma dz} + k^2 L_{\sigma o}.$$

Granica przy $p \rightarrow \infty$ indukcyjności operatorowej $L_{do}(p)$ określa indukcyjność wstępną, która odpowiada indukcyjności podprzejściowej w klasycznym modelu maszyny z dwoma zastępczymi obwodami w wirniku w osi d:

$$L_d^{(\infty)} = \lim_{p \rightarrow \infty} L_{do}(p) = L_{\sigma dz} + L_{\sigma o}.$$

4. Schematy zastępcze maszyny synchronicznej

Równania maszyny synchronicznej w układzie współrzędnych Parka w dziedzinie operatorowej mają następującą postać [6]:

$$[U(p)] = p [\Psi(p)] + \omega [K] [\Psi(p)] + [R] [I(p)] \quad (4.1)$$

gdzie:

$$[U(p)] = [U_d(p), U_q(p), U_f(p), 0, 0]^T$$

$$[\Psi(p)] = [\Psi_d(p), \Psi_q(p), \Psi_f(p), \Psi_{td}(p), \Psi_{tq}(p)]^T$$

$$[I(p)] = [I_d(p), I_q(p), I_f(p), I_{td}(p), I_{tq}(p)]^T$$

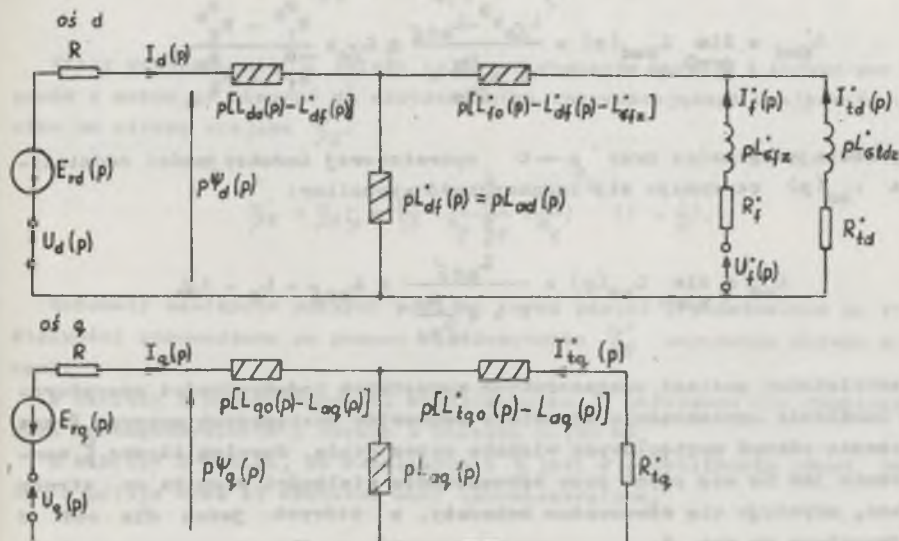
$$[R] = \text{diag} \{R, R, R_f, R_{td}, R_{tq}\}.$$

$$[K] = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \\ (0) & (0) \end{bmatrix} \begin{matrix} (0) \\ (0) \\ (0) \end{matrix} \quad 5 \times 5$$

Po uwzględnieniu równań (3.1), (3.2) i (3.3) wektor strumieni sprzężonych związany jest z prądami w następujący sposób:

$$\begin{bmatrix} \psi_d(p) \\ \psi_q(p) \\ \psi_f^*(p) \\ \psi_{td}^*(p) \\ \psi_{tq}^*(p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{do}(p) & 0 & L_{df}^*(p) & L_{df}^*(p) & 0 \\ 0 & L_{qo}(p) & 0 & 0 & L_{aq}(p) \\ L_{fd}^*(p) & 0 & L_{fo}^*(p) & L_{fo}^*(p) - L_{\sigma fz}^* & 0 \\ L_{df}^*(p) & 0 & L_{fo}^*(p) - L_{\sigma fz}^* & L_{fo}^*(p) - L_{\sigma fz}^* + L_{\sigma t dz}^* & 0 \\ 0 & L_{aq}(p) & 0 & 0 & L_{tqo}^*(p) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_d(p) \\ I_q(p) \\ I_f^*(p) \\ I_{td}^*(p) \\ I_{tq}^*(p) \end{bmatrix}$$

Po podstawieniu powyższych zależności do równań (4.1) otrzymuje się równania, którym odpowiadają schematy zastępcze maszyny synchronicznej w osi d i q przedstawione na rys. 3.



Rys. 3. Ogólny schemat zastępczy maszyny synchronicznej w osi d i q

Indukcyjności operatorowe $[L_{d0}(p) - L_{df}^*(p)]$ oraz $[L_{q0}(p) - L_{aq}(p)]$ odpowiadają strumieniom rozproszenia twornika (w osi d i q) zamykającym się w szczelinie. Podobnie, operatorowe indukcyjności $[L_{fo}^*(p) - L_{df}^*(p) - L_{fz}^*]$ oraz $[L_{tq0}^*(p) - L_{aq}(p)]$ są operatorowymi indukcyjnościami rozproszenia wirnika względem twornika:

$$L_{\sigma d}^*(p) = L_{d0}(p) - L_{df}^*(p) = L_d^{(\infty)} + \frac{L_{\delta 0}^*(k^2 - 1) - L_{ad\delta}}{G(p) + 1}$$

$$L_{\sigma md}^*(p) = L_{fo}^*(p) - L_{df}^*(p) - L_{fz}^* = \frac{L_{\delta 0}^* k^2 - L_{ad\delta}}{G(p) + 1}$$

Wyznaczając granice przy $p \rightarrow 0$ otrzymuje się indukcyjności rozproszonych stanu ustalonego:

- indukcyjność rozproszenia twornika

$$L_{\sigma d}^* = \lim_{p \rightarrow 0} L_{\sigma d}^*(p) = L_d^{(\infty)} + \frac{L_{\delta 0}^*(k^2 - 1) - L_{ad\delta}}{1 + \frac{\mu_0}{\mu_{Fe}} k} \approx L_{\sigma z}^* + L_{\delta 0}^* k \frac{R_1^{pb} - R_2^{pb}}{R_1^{pb} + R_2^{pb}},$$

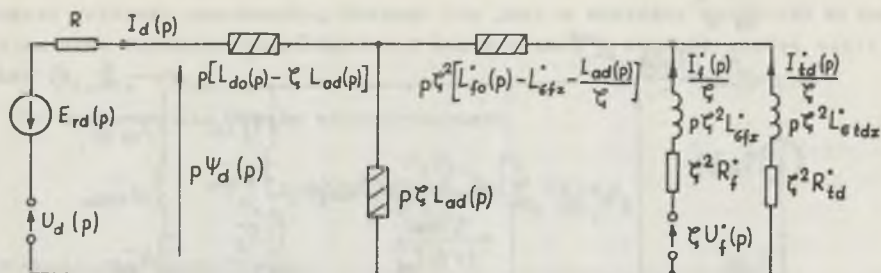
- indukcyjność rozproszenia wirnika (odpowiadająca indukcyjności rozproszenia $L_{ad\delta}^*$ w klasycznym modelu maszyny z dwoma skupionymi obwodami w osi d $[\delta]$)

$$L_{\sigma md}^* = \lim_{p \rightarrow 0} L_{\sigma md}^*(p) = \frac{L_{\delta 0}^* k^2 - L_{ad\delta}}{1 + \frac{\mu_0}{\mu_{Fe}} k} \approx L_{\delta 0}^* k \frac{R_1^{pb} - R_2^{pb}}{R_1^{pb} + R_2^{pb}},$$

Wyznaczając granicę przy $p \rightarrow 0$ operatorowej indukcyjności oddziaływania $L_{ad}(p)$ otrzymuje się indukcyjność szczeliny:

$$L_{ad} = \lim_{p \rightarrow 0} L_{ad}(p) = \frac{L_{ad\delta}}{1 + k \frac{\mu_0}{\mu_{Fe}}} \approx L_{ad\delta} = L_d - L_{\delta}^*$$

Podobieństwo postaci operatorowych wszystkich indukcyjności operatorowych umożliwiła uproszczenie struktury schematów zastępczych maszyny. Przez wymnożenie równań napięciowych wirnika przez stałą, dowolną liczbę ζ , analogicznie jak to się czyni przy sprowadzaniu wielkości wirnika na stronę stojana, uzyskuje się równoważne schematy, z których jeden dla osi d przedstawiono na rys. 4.



Rys. 4. Schemat zastępczy w osi d z wprowadzonym współczynnikiem ξ

Przez wybór współczynnika ξ o wartości:

$$\xi = \frac{L_{\sigma o} (k^2 - 1)^{p_b}}{L_{ad} \zeta} = \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^{p_b} \left(1 - \frac{1}{k}\right)$$

uzyskano uniezależnienie wzdluznych indukcyjności operatorowych schematu zastępczego od operatora różniczkowego p :

$$I_{do}(p) - \xi L_{ad}(p) = L_d^{(\infty)}$$

$$L_{fo}^*(p) - L_{\sigma fz}^* - \frac{L_{ad}(p)}{\xi} = 0.$$

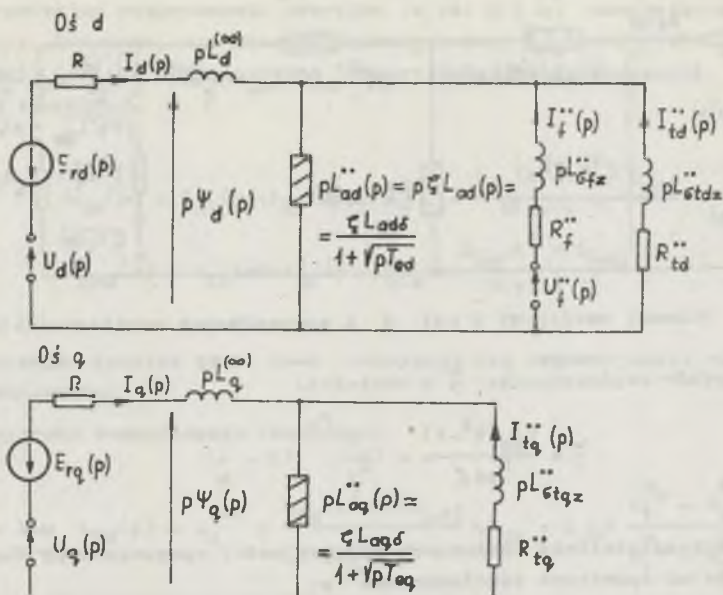
Stały współczynnik ξ zależy tylko od wymiarów maszyny i liczby par biegunów i można go włączyć do współczynnika sprowadzającego wielkości wirnika na stronę stojana ξ_f' :

$$\xi_f' = \xi_f \xi = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{z_1 \xi_1}{z_f \xi_f} \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^{p_b} \left(1 - \frac{1}{k}\right).$$

Schematy zastępcze maszyny przyjmą teraz postać przedstawioną na rys.5. Wielkości sprowadzone za pomocą współczynnika ξ_f' oznaczono dwiema kropkami.

W tabelicy 2 podano wartości współczynnika ξ obliczone dla dwubiegunowych turbogeneratorów o mocach z zakresu 6-500 MW.

Z tabelicy 2 wynika, że współczynnik ξ jest w przybliżeniu równy jednoci i maleje wraz ze wzrostem mocy turbogenerators.



Rys. 5. Schematy zastępcze maszyny synchronicznej w osiach d i q

Tablica 2

Wartości współczynnika ζ dla dwubiegunowych turbogeneratorów

| Turbogenerator | T2-6-2 6 MW | T2-50-2 50 MW | TW2-100-2 100 MW | TWV-200-2 200 MW | TGV-500 500 MW |
|----------------|----------------|------------------|---------------------|---------------------|-------------------|
| ζ | 0,9986 | 0,9966 | 0,9959 | 0,9905 | 0,9867 |

5. Przybliżony model matematyczny maszyny synchronicznej

Praktyczne wykorzystanie otrzymanych schematów zastępczych maszyny do analizy niustalonych stanów zależy od możliwości analitycznego lub numerycznego odwracania wyrażeń operatorowych powstających w trakcie rozwiązywania stanów niustalonych. Wyrażenia te zawierają zmodyfikowane funkcje Bessela pierwszego rodzaju o argumentie zależnym od operatora różniczkowego p . Przez zastąpienie funkcji Bessela wzorami asymptotycznymi można wyrazić indukcyjności operatorowe przez funkcje elementarne. Wzory asymptotyczne dla funkcji Bessela określają je z wystarczającą dokładnością dla

duzych wartosci argumentow. Warunek ten jest w zasadzie speiniony ze wzgledu na duze wartosci przenikalnosci magnetycznej i konduktywnosci stali wirnika ($\mu_{Fe} \gg \mu_0 \rightarrow \infty$).

Po zastosowaniu wzorow asymptotycznych

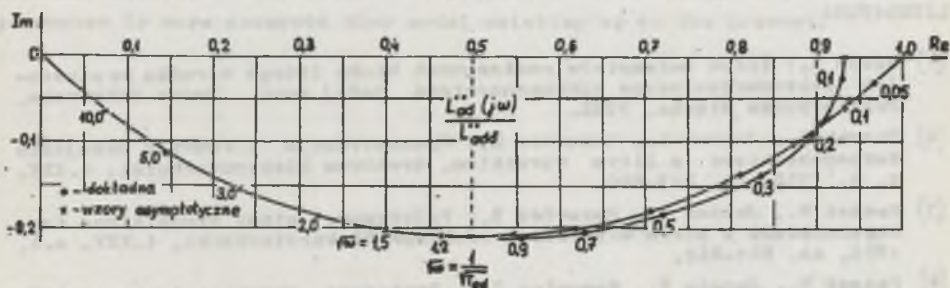
$$I_{Pb}(R_2 \vartheta_2) \approx \frac{R_2 \vartheta_2}{\sqrt{2 R_2 \vartheta_2}} \approx I'_{Pb}(R_2 \vartheta_2)$$

uzyskuje sie przyblizenia:

$$\frac{I'_{Pb}(R_2 \vartheta_2)}{I_{Pb}(R_2 \vartheta_2)} \approx 1, \quad G(p) \approx \sqrt{pT_{ed}}$$

$$L''_{ed}(p) \approx \frac{\zeta L_{ed} \delta}{1 + \sqrt{pT_{ed}}} \quad (5.1)$$

Na rys. 6 przedstawiono charakterystyki modulo-fazowe operatorowej indukcyjnosci oddziaływania $L''_{ed}(j\omega)$ uproszczonej i nieuproszczonej, obliczone dla turbogenerators TWV-200-2 (200 MW).



Rys. 6. Charakterystyki modulo-fazowe indukcyjnosci operatorowej oddziaływania $L''_{ed}(j\omega)$

Rozbiezności między charakterystykami pojawiają się w zakresie malych częstotliwosci, przy których funkcje Bessela nie mogą być zastępowane przez wzory asymptotyczne. Jak wykazano w pracach [2,3,5], przybliżony model matematyczny maszyny można rozwiązać analitycznie. Wygodniejszą postać równań, przydatną do obliczeń stanów elektrodinamicznych niestabilnych na maszynie cyfrowej, można otrzymać przez zastąpienie indukcyjnosci operatorowych przez dwójniki pasywne o stałych skupionych RL [5,6,7].

6. Wnioski końcowe

Na podstawie analizy pola elektromagnetycznego w maszynie od strony stojana (zasilane uzwojenie twornika, przerwane uzwojenia w wirniku) i od strony wirnika (zasilane uzwojenie wzbudzenia przy przerwanych uzwojeniach pozostałych) uzyskano dokładne wyrażenia dla wszystkich indukcyjności operatorowych opisujących stan nieustalony maszyny. Wykazano, że indukcyjności rozproszeń (twornika, wirnika) nie są stałymi współczynnikami, lecz są wyrażeniami operatorowymi. Uzyskany model matematyczny maszyny, w porównaniu z modelem maszyny z prac [2,3,4,5,6,7] otrzymanym na podstawie analizy pola tylko od strony stojana wniósł następujące uściślenia, wynikające z porównania schematów zastępczych z rys. 1 i 5:

- zamiast indukcyjności rozproszenia L'_g w gałęzi twornika pojawiła się indukcyjność wstępna $L'_d(\infty)/L'_q(\infty)$,
- zmniejszeniu uległ współczynnik sprowadzenia wielkości w wirnika na stronę stojana $\beta'_r = \beta'_r \beta$ ($\beta < 1$).

Zmiany te nie mają zasadniczego wpływu na wyniki obliczeń praktycznych. Większy wpływ wprowadzonych uściśleń może się pojawić w przypadku obliczeń wielkości wirnika, zwłaszcza dla turbogeneratorów największych mocy.

LITERATURA

- [1] Boboń A.: Wpływ parametrów rozłożonych bloku litego wirnika na własności elektromagnetyczne turbogeneratorsa dużej mocy. Praca doktorska, Politechnika Śląska, 1982.
- [2] Paszek W., Janson Z., Rozewicz Z.: Transmittancje i funkcje przejścia turbogeneratorsa z litym wirnikiem. Archiwum Elektrotechniki, t. XXV, z. 4, 1976, ss. 813-840.
- [3] Paszek W., Janson Z., Rozewicz Z.: Podstawowe stany nieustalone turbogeneratorsa z litym wirnikiem. Archiwum Elektrotechniki, t. XXV, z. 4, 1976, ss. 841-862.
- [4] Paszek W., Janson Z., Rozewicz Z.: Pomiarowe wyznaczenie parametrów elektromagnetycznych turbogeneratorsa z litym wirnikiem. Archiwum Elektrotechniki, t. XXVI, z. 1, 1977, ss. 31-40.
- [5] Paszek W.: Beitrag zur analytischen Erfassung der Ausgleichsvorgänge von Turbogeneratoren mit massiven Laufer. Archiv für Elektrotechnik, H. 61, 1979, ss. 309-325.
- [6] Paszek W.: Stany nieustalone w maszynach elektrycznych. Cz. II - Maszyny synchroniczne. Skrypt Politechniki Śl., 1981.
- [7] Paszek W.: Wpływ bloku litego wirnika na własności elektrodynamiczne turbogeneratorsów. Przegląd Elektrotechniczny, No 8-9, 1980, ss. 346-353.

Recenzent: doc. dr hab. inż. Jacek Gieras

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТУРБОГЕНЕРАТОРА УЧИТЫВАЮЩАЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ
ВИХРЕВЫХ ТОКОВ В МАССИВНОМ РОТОРЕ****Р е з ю м е**

В работе получена математическая модель турбогенератора для исследования переходных процессов, учитывающая распределение вихревых токов в массивном роторе. Опираясь на результаты расчёта электромагнитного поля вынужденного током якоря и током возбуждения, определены операторные индуктивности, затем построены схемы замещения генератора. Разработанная модель синхронной машины является уточнением математической модели принимаемой в расчётах до сих пор.

**MATHEMATICAL MODEL OF TURBO-GENERATOR
TAKING INTO ACCOUNT EDDY-CURRENT EFFECTS IN ROTOR****S u m m a r y**

The mathematical model of a turbo-generator is presented, taking into account distributed constants in the solid rotor. Using operational inductances of turbo-generator, derived from Maxwells field equations, equivalent-circuits are constructed. The presented mathematical model of turbo-generator is more accurate than model existing up to the present.

Krzysztof SOWA

Instytut Maszyn i Urządzeń Elektrycznych
Politechniki Śląskiej

DOBÓR DŁAWIKA W OBWODZIE PRĄDU WYPROSTOWANEGO JEDNOFAZOWYCH PROSTOWNIKÓW STEROWANYCH

Streszczenie. Przedstawiono sposób doboru dławika wygładzającego w sterowanym prostowniku jednofazowym celem zapewnienia nieprzerywanego prądu wyprostowanego oraz ograniczenia jego składowej przemiennej. Jako obciążenie prostownika rozpatrzono twornik silnika prądu stałego z pominiętą rezystancją. Przedstawiono wpływ zastosowania diod w prostowniku na parametry dławika wygładzającego.

1. Wstęp

W prostownikach q -pulsowych sterowanych można wyróżnić dwa przypadki przewodzenia prądu, a mianowicie: przewodzenie nieprzerywane oraz przewodzenie przerywane, czyli impulsowe. W zależności od odbiornika, jaki zasilają prostowniki, przewodzenie przerywane prądu może być niepożądane z rozmaitych względów. Przewodzenie przerywane jest szczególnie niekorzystne w przypadku, gdy odbiornikiem jest maszyna prądu stałego, w której pulsacje prądu powodują pulsacje momentu obrotowego, zwiększenie strat dodatkowych oraz utrudniają komutację maszyny. Dlatego w obwodach prądu wyprostowanego przekształtników często stosuje się dławiki wygładzające, których zadaniem najczęściej jest ograniczenie zakresu kąta wysterowania, dla którego prąd wyprostowany ma charakter przerywany. Oprócz swojej podstawowej funkcji dławiki spełniają także inną rolę, mianowicie ograniczają składową przemienną (falistość) prądu wyprostowanego oraz ograniczają prędkość narastania prądu wyprostowanego w przypadku przeciążeń i zwarć. Dlatego istnieje ważny problem prawidłowego doboru parametrów dławika w obwodzie prądu wyprostowanego. Jest to szczególnie ważne ze względu na funkcję, jaką dławiki spełniają oraz ze względów ekonomicznych. Dławik prawidłowo zaprojektowany musi spełniać swoje funkcje przy minimalnym koszcie jego budowy, na który w dużej mierze składa się koszt materiałów czynnych zależny od podstawowych parametrów dławika.

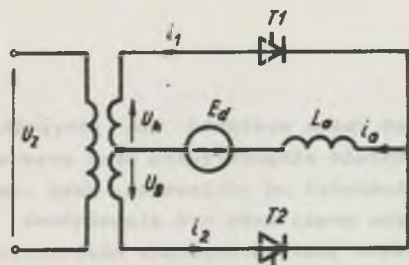
W artykule podano analitycznie wyznaczone i graficznie przedstawione zależności współczynników prądu przerywanego oraz falistości prądu wyprostowanego od stopnia wysterowania prostowników. Znajomość tych współczyn-

ników oraz parametrów odbiornika, jakim jest maszyna prądu stałego, umożliwia optymalny dobór diawika wygładzającego. Wyznaczając analitycznie powyższe współczynniki założono idealne własności zaworów i transformatora zasilającego przekształtnik (transformator o zerowej impedancji zwarcia) oraz pominięto rezystancję odbiornika, której udział jest znikomo mały, gdyż składa się na nią rezystancja twornika maszyny, rezystancja diawika oraz rezystancja przewodów doprowadzających.

2. Prostownik pełnokresowy z punktem środkowym

2.1. Współczynnik prądu przerywanego

Zgodnie ze schematem przedstawionym na rys. 1 możemy napisać dla chwili 11: $\frac{\alpha}{\omega} \leq t < \frac{\alpha + \pi}{\omega}$ (α - kąt wysterowania zaworów) następujące równania:



Rys. 1. Schemat układu prostownika pełnokresowego z punktem środkowym

$$\left\{ \begin{array}{l} u_A(t) = \hat{U}_A \sin \omega t \\ u_A(t) = L_o \frac{d i_o(t)}{dt} + E_d \quad (2.1) \\ i_1(t) = i_o(t) \end{array} \right.$$

gdzie:

\hat{U}_A - amplituda napięcia $u_A(t)$,

pozostałe oznaczenia zgodnie z rysunkiem 1.

Powyższy układ równań został ułożony dla przewodzącego tyrystora T1 (podobnie można ułożyć równania dla przewodzącego tyrystora T2, zakładając $\hat{U}_A = \hat{U}_B$). Wprowadzając oznaczenia: $\omega t = x$, $\omega L_o = X_o$ oraz rozwiązując układ równań (2.1) otrzymujemy (dla $\alpha \leq x < \alpha + \pi$):

$$i_o(x, \alpha) = \frac{\hat{U}_A}{X_o} (\cos \alpha - \cos x) + \frac{E_d}{X_o} (\alpha - x) + i_o(\alpha) \quad (2.2)$$

Równanie (2.2) musimy rozpatrywać osobno dla $\alpha > \alpha_{gr}$ oraz dla $\alpha < \alpha_{gr}$, przy czym:

$$\alpha_{gr} = \arctg \frac{2}{\pi} \quad (2.3)$$

Na granicy przewodzenia nieprzerwanego i przerywanego łatwo możemy wyznaczyć prąd $i_0(\alpha)$, który wynosi:

$$i_0(\alpha) = \begin{cases} 0 & \text{dla } \alpha > \alpha_{gr} \\ \frac{\hat{U}_A}{X_0} (\cos \xi - \cos \alpha) + \frac{E_d}{X_0} (\xi - \alpha) & \text{dla } \alpha < \alpha_{gr} \end{cases} \quad (2.4)$$

gdzie:

$$\xi = \arcsin \frac{E_d}{\hat{U}_A} \quad (2.5)$$

Podstawiając równanie (2.4) do równania (2.2) otrzymujemy zależność na prąd i_0 będący na granicy prądu nieprzerwanego i przerywanego:

$$i_0(x, \alpha) = \begin{cases} \frac{\hat{U}_A}{X_0} (\cos \alpha - \cos x) + \frac{E_d}{X_0} (\alpha - x) & \text{dla } \alpha > \alpha_{gr} \\ \frac{\hat{U}_A}{X_0} (\cos \xi - \cos x) + \frac{E_d}{X_0} (\xi - x) & \text{dla } \alpha < \alpha_{gr} \end{cases} \quad (2.6)$$

Obliczając wartość średnią prądu i_0 określonego zależnością (2.6) zgodnie ze wzorem:

$$I_d = I_p = \frac{1}{\pi} \int_{\alpha}^{\alpha+\pi} i_0 dx \quad (2.7)$$

gdzie:

I_p - wartość średnia prądu będącego na granicy prądu nieprzerwanego i przerywanego
otrzymujemy:

$$I_p = \begin{cases} \frac{2}{\pi} \frac{\hat{U}_A}{X_0} \sin \alpha & \text{dla } \alpha > \alpha_{gr} \\ \frac{1}{\pi} \frac{\hat{U}_A}{X_0} \left[\pi \cos \xi + 2 \sin \alpha + 2 \left(\xi - \alpha - \frac{\pi}{2} \right) \cos \alpha \right] & \text{dla } \alpha < \alpha_{gr}. \end{cases} \quad (2.8)$$

Korzystając z zależności:

$$\begin{aligned} E_d &= U_d = \hat{U}_d \cos \alpha \\ \hat{U}_d &= \frac{2}{\pi} \hat{U}_A \\ X_0 &= \omega L_0 \end{aligned} \quad (2.9)$$

gdzie:

\hat{U}_d - wartość maksymalna napięcia średniego dla $\alpha = 0$,

U_d - wartość średnia napięcia dla $\alpha \neq 0$,

otrzymujemy:

$$I_p = \begin{cases} \frac{\hat{U}_d}{\omega L_0} \sin \alpha & \text{dla } \alpha > \alpha_{gr} \\ \frac{\hat{U}_d}{\omega L_0} \left[\frac{\pi}{2} \cos \varepsilon + \sin \alpha + (\varepsilon - \alpha - \frac{\pi}{2}) \cos \alpha \right] & \text{dla } \alpha < \alpha_{gr} \end{cases} \quad (2.10)$$

Równanie (2.10) określające prąd średni I_p można przedstawić w postaci:

$$m_p(\alpha) = \frac{I_p L_0}{\hat{U}_d} \quad (2.11)$$

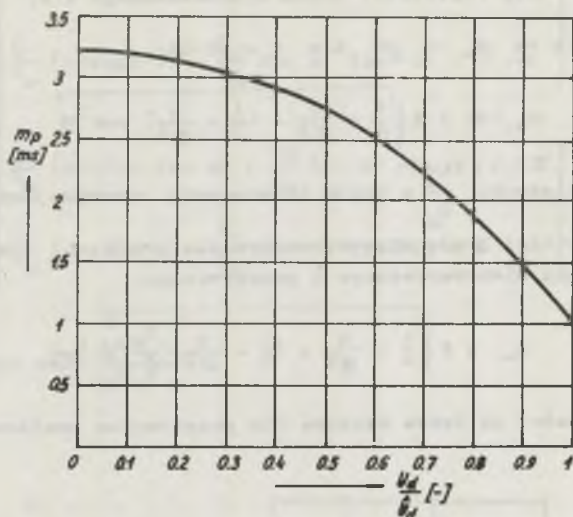
gdzie:

$m_p(\alpha)$ - współczynnik prądu przerywanego w s,

$$m_p(\alpha) = \begin{cases} \frac{1}{\omega} \sin \alpha & \text{dla } \alpha > \alpha_{gr} \\ \frac{1}{\omega} \left[\frac{\pi}{2} \cos \varepsilon + \sin \alpha + (\varepsilon - \alpha - \frac{\pi}{2}) \cos \alpha \right] & \text{dla } \alpha < \alpha_{gr} \end{cases} \quad (2.12)$$

Wyrażając α oraz ε za pomocą zależności (2.9) oraz (2.5) poprzez $\frac{U_d}{\hat{U}_d}$ oraz podstawiając $\omega = 2\pi f$ ($f = 50$ Hz) otrzymujemy ostateczne wyrażenie na m_p w ms:

$$m_p(\alpha) = \begin{cases} \frac{10}{\pi} \sqrt{1 - \left(\frac{U_d}{\hat{U}_d}\right)^2} & \text{dla } \alpha > \alpha_{gr} \\ \frac{10}{\pi} \left\{ \frac{\pi}{2} \sqrt{1 - \left(\frac{2}{\pi}\right)^2 \left(\frac{U_d}{\hat{U}_d}\right)^2} + \sqrt{1 - \left(\frac{U_d}{\hat{U}_d}\right)^2} - \frac{U_d}{\hat{U}_d} \left[\frac{\pi}{2} + \arccos\left(\frac{U_d}{\hat{U}_d}\right) - \arcsin\left(\frac{2}{\pi} \frac{U_d}{\hat{U}_d}\right) \right] \right\} & \text{dla } \alpha < \alpha_{gr} \end{cases} \quad (2.13)$$



Rys. 2. Zależność współczynnika prądu przerywanego m_p od stopnia występowania prostownika pełnokresowego z punktem środkowym

2.2. Współczynnik falistości prądu wyprostowanego

W celu wyznaczenia współczynnika falistości prądu wyprostowanego należy wyznaczyć wartość skuteczną składowej przemiennej prądu wyprostowanego i_o będącego na granicy prądu nieprzerywanego i przerywanego:

$$[i_{\sim}(x, \alpha_f)]_{sk} = I_{\sim} = \sqrt{\frac{1}{\pi} \int_{\alpha}^{\alpha + \pi} [i_o(x, \alpha_f) - I_p]^2 dx} \quad (2.14)$$

Po wykonaniu obliczeń zgodnie z równaniem (2.14) otrzymujemy:

$$I_{\sim} = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{\hat{U}_d}{\omega L_o} \sqrt{\frac{1}{2} - \frac{4}{\pi^2} + \left(\frac{1}{3} - \frac{4}{\pi^2}\right) \cos^2 \alpha_f} \quad (2.15)$$

Relacja (2.15) jest słuszna zarówno dla $\alpha_f > \alpha_{gr}$, jak też dla $\alpha_f < \alpha_{gr}$. Przedstawiając zależność (2.15) w postaci:

$$m_{\sim}(\alpha_f) = \frac{I_{\sim} I_o}{\hat{U}_d} \quad (2.16)$$

gdzie:

$m_{\sim}(\alpha_f)$ - współczynnik falistości prądu wyprostowanego w s,

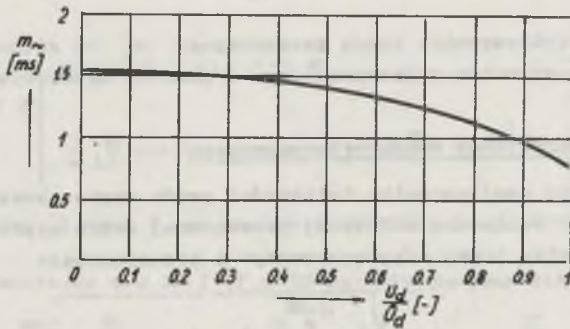
otrzymamy wyrażenie na m_{\sim} w ms dla $f = 50$ Hz:

$$m_{\sim}(\alpha_f) = 5 \sqrt{\frac{1}{2} - \frac{4}{\pi^2} + \left(\frac{1}{3} - \frac{4}{\pi^2}\right) \cos^2 \alpha_f} \quad (2.17)$$

Podstawiając zależność $\frac{U_d}{U_d} = \cos \alpha_f$ ostatecznie otrzymujemy wzór na współczynnik falistości prądu wyprostowanego dla prądu i_o znajdującego się na granicy prądu nieprzerwanego i przerywanego:

$$m_{\sim} = 5 \sqrt{\frac{1}{2} - \frac{4}{\pi^2} + \left(\frac{1}{3} - \frac{4}{\pi^2}\right) \left(\frac{U_d}{U_d}\right)^2} \quad [\text{ms}] \quad (2.18)$$

Powyższe zależności są także słuszne dla prostownika mostkowego z 4 tyrystorami.



Rys. 3. Zależność współczynnika falistości prądu wyprostowanego m_{\sim} od stopnia wysterowania prostownika pełnookresowego z punktem środkowym

3. Prostownik jednofazowy w układzie mostkowym

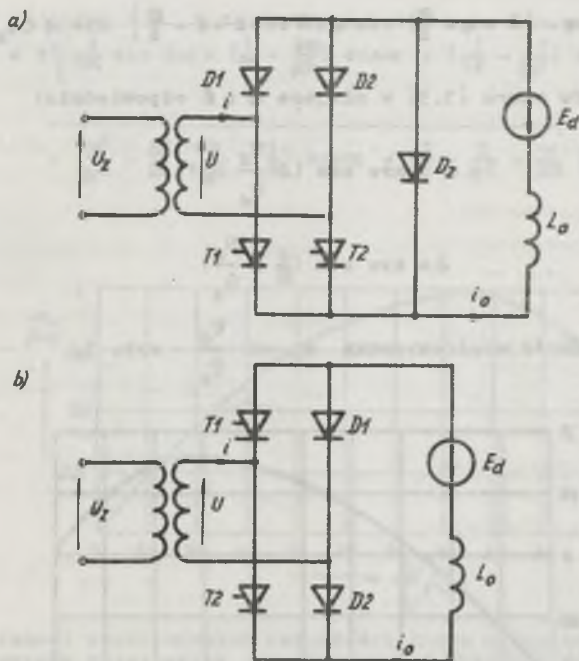
3.1. Współczynnik prądu przerywanego

Postępując w sposób podobny, jak zostało to przedstawione w punkcie 2.1, możemy otrzymać wzór na prąd wyprostowany i_o będący na granicy prądu nieprzerwanego i przerywanego:

$$i_o(x, \alpha_f) = \begin{cases} \frac{\hat{U}}{X_o} (\cos \alpha_f - \cos x) + \frac{E_d}{X_o} (\alpha_f - x) & \text{dla } \alpha_f \leq x < \pi \\ \frac{\hat{U}}{X_o} (\cos \alpha_f + 1) + \frac{E_d}{X_o} (\alpha_f - x) & \text{dla } \pi < x < \pi + \alpha_f \end{cases} \quad \text{dla } \alpha_f > \alpha_{gr} \\ \begin{cases} \frac{\hat{U}}{X_o} (\cos \ell - \cos x) + \frac{E_d}{X_o} (\ell - x) & \text{dla } \alpha_f \leq x < \pi \\ \frac{\hat{U}}{X_o} (\cos \ell + 1) + \frac{E_d}{X_o} (\ell - x) & \text{dla } \pi < x < \pi + \alpha_f \end{cases} \quad \text{dla } \alpha_f < \alpha_{gr}$$
(3.1)

Gdzie:

$$\alpha_{gr} = \arccos \left(\frac{\alpha^2 - 1}{\alpha^2 + 1} \right)$$
(3.2)



Rys. 4. Schemat prostownika jednofazowego w układzie mostkowym, tyrystorowo-diodowym

a - mostek z tyrystorami o wspólnych katodach (lub anodach), z diodą rozdzielniczą, b - mostek z tyrystorami w gałęzi sieciowej

Korzystając z zależności (2.7), (2.11), (3.1) oraz:

$$E_d = U_d = \hat{U}_d \left(\frac{1 + \cos\alpha}{2} \right) = \frac{2}{\pi} \hat{U} \left(\frac{1 + \cos\alpha}{2} \right) \quad (3.3)$$

można dla układu mostkowego przekształtnika z rys. 4 wyznaczyć wartość średnią prądu I_0 oraz współczynnik prądu przerywanego w ms dla $f = 50$ Hz:

$$I_p = \begin{cases} \frac{1}{\pi} \frac{\hat{U}}{X_0} \left(\sin\alpha + \frac{\pi}{2} \cos\alpha - \frac{\pi}{2} + \alpha \right) & \text{dla } \alpha > \alpha_{gr} \\ \frac{1}{\pi} \frac{\hat{U}}{X_0} \left[\sin\alpha + \left(\varepsilon - \alpha - \frac{\pi}{2} \right) \cos\alpha + \pi \cos\varepsilon + \varepsilon - \frac{\pi}{2} \right] & \text{dla } \alpha < \alpha_{gr} \end{cases} \quad (3.4)$$

$$m_p(\alpha) = \begin{cases} \frac{5}{\pi} \left(\sin\alpha + \frac{\pi}{2} \cos\alpha - \frac{\pi}{2} + \alpha \right) & \text{dla } \alpha > \alpha_{gr} \\ \frac{5}{\pi} \left[\sin\alpha + \left(\varepsilon - \alpha - \frac{\pi}{2} \right) \cos\alpha + \pi \cos\varepsilon + \varepsilon - \frac{\pi}{2} \right] & \text{dla } \alpha < \alpha_{gr} \end{cases} \quad (3.5)$$

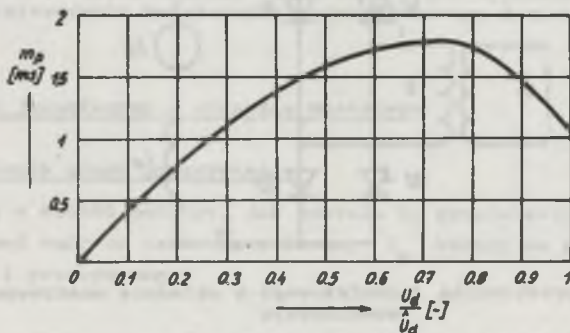
Podstawiając do wzoru (3.5) w miejsce α i ε odpowiednio:

$$\alpha = \arccos \left(2 \frac{U_d}{\hat{U}_d} - 1 \right)$$

oraz

$$\varepsilon = \arcsin \left(\frac{2}{\pi} \cdot \frac{U_d}{\hat{U}_d} \right) \quad (3.6)$$

otrzymujemy zależność współczynnika m_p od $\frac{U_d}{\hat{U}_d}$ - rys. 5.



Rys. 5. Zależność współczynnika prądu przerywanego m_p od stopnia występowania prostownika jednofazowego w układzie mostkowym, tyrystorowo-diodowym

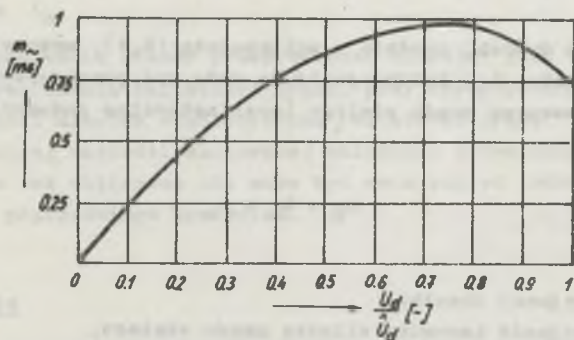
3.2. Współczynnik falistości prądu wyprostowanego

W celu wyznaczenia współczynnika falistości prądu wyprostowanego obliczamy wartość skuteczną składowej przemiennej prądu wyprostowanego i_o , która zgodnie ze wzorem (2.14) dla prostownika jednofazowego w układzie mostkowym z rys. 4 wynosi:

$$I_{\sim} = \frac{U_d}{2} \frac{1}{\omega L_o} \sqrt{\frac{1}{49} \sin^2 2\alpha + \left(\frac{1}{3} - \frac{2\alpha}{9\pi^2}\right) \sin^2 \alpha + \left(\frac{1}{12} - \frac{1}{9\pi^2}\right) \cos^2 \alpha + \dots} \\ + \left(\frac{\alpha^2}{9\pi^2} - \frac{\alpha}{9\pi} - \frac{4}{9\pi^2} + \frac{1}{6}\right) \cos^2 \alpha + \frac{7}{12} - \frac{3}{9\pi^2} - \frac{\alpha}{28\pi} \quad (3.7)$$

Relacja (3.7) obowiązuje dla $\alpha \geq \alpha_{gr}$, jak też dla $\alpha < \alpha_{gr}$. Z zależności (3.7) możemy bezpośrednio otrzymać współczynnik falistości prądu wyprostowanego korzystając z zależności (2.16) (dla $f = 50$ Hz):

$$m_{\sim}(\alpha) = 5 \sqrt{\frac{1}{49} \sin^2 2\alpha + \left(\frac{1}{3} - \frac{2\alpha}{9\pi^2}\right) \sin^2 \alpha + \left(\frac{1}{12} - \frac{1}{9\pi^2}\right) \cos^2 \alpha + \dots} \\ + \left(\frac{\alpha^2}{9\pi^2} - \frac{\alpha}{9\pi} - \frac{4}{9\pi^2} + \frac{1}{6}\right) \cos^2 \alpha + \frac{7}{12} - \frac{3}{9\pi^2} - \frac{\alpha}{28\pi} \quad [\text{ms}] \quad (3.8)$$



Rys. 6. Zależność współczynnika falistości prądu wyprostowanego m_{\sim} od stopnia wysterowania prostownika jednofazowego w układzie mostkowym, tyrystorowo-diodowym

4. Sposób doboru dławika wygładzającego

Podstawowym kryterium doboru dławika wygładzającego stanowi konieczność ograniczenia zakresu prądów przerywanych. Jest to osiągnięte przez odpowiednie dobranie indukcyjności dławika według zależności:

$$L_0 = \frac{\hat{U}_d}{I_p} m_p \quad (4.1)$$

Wartość maksymalną napięcia średniego \hat{U}_d określamy z kryterium maksymalnej prędkości wirowania silnika prądu stałego, powiększając ją od 20 % do 30 %:

$$\hat{U}_d = (1,2 \dots 1,3) \hat{\omega}_m k \Phi \quad (4.2)$$

gdzie:

- $\hat{\omega}_m$ - maksymalna prędkość kątowna silnika,
- Φ - strumień wzbudzenia ($\Phi = \text{const}$),
- k - stała.

Wartość momentu elektromagnetycznego dla biegu jałowego napędu przy stałej wartości strumienia Φ określa wartość prądu I_p . Zazwyczaj $I_p = 0,1 I_N$ gdzie: I_N - wartość nominalna prądu silnika. Wartość współczynnika prądu przerywanego odczytujemy z rys. 2 lub rys. 5 w zależności od wymagań stawianych napędowi (co wiąże się z zakresem kąta wysterowania α). Jeżeli dla przykładu żądamy, aby prąd i_0 nie był przerywany dla $\omega_m = 0$, tzn. dla $\alpha = \frac{\pi}{2}$ (lub $\alpha = \pi$), wówczas z rys. 2 (lub rys. 5) odczytujemy wartość m_p dla $U_d = 0$.

Z powyższych danych, zgodnie z zależnością (4.1), możemy obliczyć indukcyjność dławika L_0 . Indukcyjność ta może być pomniejszona o indukcyjność twornika maszyny prądu stałego (oraz naturalne indukcyjności zasilanego obwodu):

$$L_D = L_0 - L_a \quad (4.3)$$

gdzie:

- L_D - indukcyjność dławika,
- L_a - indukcyjność twornika silnika prądu stałego.

Moc typową dławika S_T możemy obliczyć ze wzoru:

$$S_T = \hat{U}_{SKD} \hat{I}_{SKD} \quad (4.4)$$

gdzie:

\hat{U}_{SKD} - największa wartość skuteczna napięcia dławika,

\hat{I}_{SKD} - największa wartość skuteczna prądu dławika.

Wartość prądu we wzorze (4.4) można obliczyć z zależności:

$$\hat{I}_{SKD} = \sqrt{\hat{I}_p^2 + \hat{I}_\omega^2} \quad (4.5)$$

gdzie:

$$\hat{I}_p = (1,2 + 1,5)I_N,$$

$$\hat{I}_\omega = \frac{U_d}{I_D} \hat{m}_\omega$$

\hat{m}_ω - maksymalna wartość współczynnika falistości prądu wyprostowanego w rozpatrywanym zakresie kątów α (wg rys. 3 lub rys. 6).

Wartość napięcia \hat{U}_{SKD} we wzorze (4.4) zależy od rozwiązania układowego przekształtnika i tak dla przestownika z punktem środkowym napięcie \hat{U}_{SKD} jest równe wartości skutecznej napięcia U_{SKA} . W przybliżeniu zakładając, że składowa przemienne prądu posiada tylko harmoniczną o częstotliwości ωq (q - liczba pulsów), możemy napisać, że:

$$\hat{U}_{SKD} \approx \hat{I}_\omega L_D \omega q \quad (4.6)$$

gdzie:

\hat{I}_ω - maksymalna wartość skuteczna składowej przemiennej prądu wyprostowanego i_o .

Podobne rozumowanie możemy przeprowadzić stosując jako kryterium doboru dławika ograniczenie falistości prądu, przy wykorzystaniu do obliczenia indukcyjności dławika współczynnika falistości prądu wyprostowanego oraz dopuszczalnej wartości skutecznej składowej przemiennej prądu. Indukcyjność jednak tak obliczona nie może być mniejsza od indukcyjności obliczonej według poprzedniego kryterium.

5. Podsumowanie

W artykule przedstawiono analityczne i graficzne zależności współczynnika prądu przerywanego m_p oraz falistości prądu wyprostowanego m_ω od kąta wysterowania α dla jednofazowych prostowników sterowanych. Jak wiadać na przykładzie przedstawionych przekształtników, na wartość powyższych współczynników mają nie tylko wpływ stopień wysterowania oraz liczba pulsów układu, lecz także rozwiązanie układów przekształtnika, stąd też

dla tego samego zakresu kąta wysterowania wartość indukcyjności dławika będzie różna dla różnych przekształtników jednofazowych.

LITERATURA

- [1] Paszek W.: Stany nieustalone w maszynach elektrycznych. Cz. I. Maszyny asynchroniczne. Skrypt Pol. Śl., Gliwice 1981.
- [2] Paszek W., Żywiec A.: Energoelektroniczne urządzenia zasilające w maszynach elektrycznych. Skrypt Pol. Śl. (przygotowany do druku).
- [3] Praca zbiorowa: Projektowanie przekształtników tyrystorowych. WNT, Warszawa 1974.
- [4] Luciński J.: Układy tyrystorowe. WNT, Warszawa 1978.
- [5] Tunia H., Winiarski B.: Podstawy energoelektroniki. WNT, Warszawa 1980.

Recenzent: prof. dr hab. inż. Kazimierz Bisztyga

Wpłynęło do Redakcji dn. 15.XII.1982 r.

ВЫБОР ДРОССЕЛЯ В ЦЕПИ ВЫПРЯМЛЕННОГО ТОКА ОДНОФАЗНЫХ УПРАВЛЯЕМЫХ ВЫПРЯМИТЕЛЕЙ

Резюме

Рассмотрен выбор сглаживающего дросселя в управляемом однофазном выпрямителе с целью получения беспрерывного выпрямленного тока, а также ограничения его переменной составляющей. В качестве нагрузки выпрямителя был применён якорь двигателя постоянного тока с пренебрегаемым активным сопротивлением. Представлено влияние применения диод в выпрямителе на параметры дросселя.

SELECTION OF THE SMOOTHING INDUCTOR IN THE SINGLE PHASE CONTROLLED RECTIFIERS

Summary

In order to ensure the nonintermittent load current and to limit its AC component in the single phase controlled rectifier the way of selection of the smoothing inductor has been presented. The armature of the DC motor without taking into account its resistance has been considered as the load of the rectifier. The effect of the application of diodes in the rectifier arrangement on the parameters of the smoothing inductor has been presented.

Bronisław MIRKIEWICZ

Branżowy Ośrodek Badawczo-Rozwojowy

Maszyn Elektrycznych "Komel"

WARUNKI PRACY WIBRATORA ELEKTROMASZYNOWEGO

Streszczenie. Przedstawiono wyniki analizy prostego układu drgającego o parametrach rozłożonych, określając jego impedancję mechaniczną, moc, metodę dyskretyzacji. Podano model matematyczny układu z wibratorem elektromaszynowym, wyniki badań symulacyjnych i laboratoryjnych oraz podstawowe zalecenia dla projektantów i użytkowników elektrowibratorów.

1. Wstęp

Wibrator elektromaszynowy, zwany skrótowo elektrowibratorem, jest to zwykle silnik indukcyjny klatkowy, wyposażony w dodatkowe masy osadzone niemośrodkowo na końcach wału. W wyniku ruchu obrotowego na wirnik działa siła odśrodkowa, zwana siłą wymuszającą:

$$|F| \approx m_0 r_0 \omega^2 = \xi \omega^2, \quad (1)$$

gdzie:

m_0 - masa wirnika,

r_0 - odległość środka ciężkości wirnika od osi wału,

ω - prędkość kątowna wirnika,

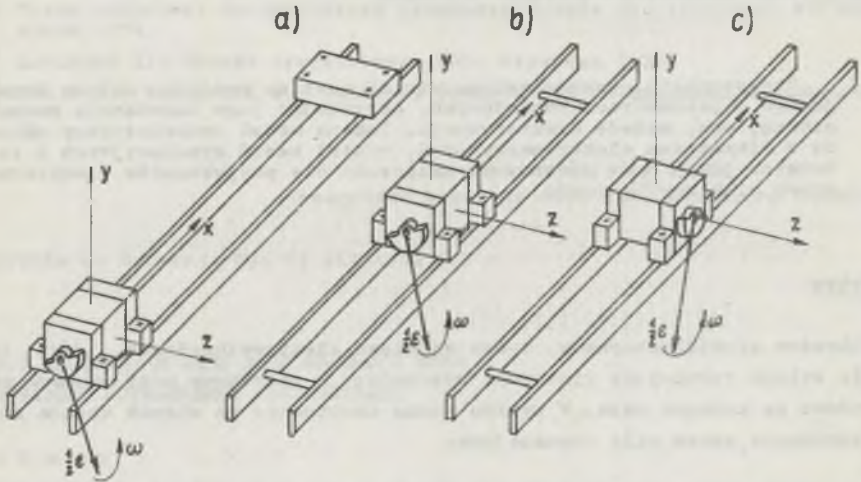
ξ - moment statyczny niewyważenia wirnika.

Siła ta, przeniesiona przez łożyska i łapy lub korpus, wymusza drgania mechaniczne urządzenia, do którego elektrowibrator jest przymocowany, lub drgania osrodka, w którym elektrowibrator jest zamontowany.

Wobec licznych przypadków przeciążeń elektrowibratorów i wynikających stąd awarii przeprowadzono analizę warunków pracy elektrowibratorów zastosowanych pojedynczo w urządzeniach wibracyjnych o charakterystykach liniowych [1]. Przyjęto przy tym szereg założeń upraszczających, które ograniczyły analizę pracy silnika oraz urządzenia wibracyjnego do przebiegów jednoharmonicznych.

2. Stopnie swobody elektrowibratora

W ogólnym przypadku ciało sztywne ma sześć stopni swobody i może wykonywać ruchy wzdłuż i wokół osi x, y, z . Stojan elektrowibratora, w wyniku działania wytwarzanej przez elektrowibrator siły wymuszającej, nie wykonuje ruchu w kierunku osi wirnika, natomiast możliwość ruchu w pozostałych pięciu kierunkach uzależniona jest od budowy układu drgającego.



Rys. 1. Przykłady usytuowania elektrowibratora w urządzeniu wibracyjnym

Urządzenia wibracyjne zawierają zwykle elementy o parametrach rozłożonych, co w wielu przypadkach ma istotny wpływ na warunki pracy elektrowibratorów. Na rys. 1 przedstawiono wybrane przykłady zastosowania elektrowibratora. Dla wybranych przykładów w tabelicy 1 podano kierunki ruchu elektrowibratora oraz kierunki rozłożonych drgań układu.

Tabela 1

Drgania wybranych układów

| Przykład wg rys. | Ruch elektrowibratora ω | | Drgania rozłożone układu | |
|---------------------|--------------------------------|-----------|--------------------------|-------------------|
| | wzdłuż osi | wokół osi | giętne w płaszczyźnie | skrotne wokół osi |
| 1a | y, z | x, y, z | xy, xz | x |
| 1b | y, z | x | xy, xz | x |
| 1c | x, y | - | xy | - |

Przy założeniu, że parametry układu mają charakter liniowy, zgodnie z zasadą superpozycji, przemieszczenie wypadkowe elektrowibratora jest równe sumie przemieszczeń składowych:

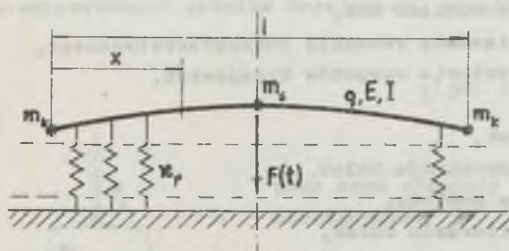
$$q = \sum_{i=1}^{i \leq 5} q_i, \quad (2)$$

a moc tracona w układzie drgającym jest równa sumie mocy zużywanych na podtrzymanie drgań składowych układu. Uwzględniając jako istotny składnik straty w łożyskach, moc obciążająca silnik elektrowibratora wynosi:

$$P = \Delta P_{\Sigma} + \sum_{i=1}^{i \leq 5} P_i. \quad (3)$$

Dla uwidocznienia charakterystycznych własności napędu wibracyjnego wystarczy więc przeanalizować stosunkowo prosty układ drgający przedstawiony na rys. 1c. W układzie tym, o budowie symetrycznej, elektrowibrator wykonuje ruch w kierunku osi x oraz y , a belki wykazują drgania giętne w płaszczyźnie xy .

3. Wyniki analizy układu mechanicznego



Rys. 2. Schemat układu o stałych rozłożonych wg rys. 1c

Układ drgający z rys. 1c przedstawiono schematycznie na rys. 2, przy czym podparcie zrealizowano w postaci elementu sprężystego, rozłożonego.

Można wykazać [1], że charakterystyka modułowo-fazowa pionowego przemieszczenia elektrowibratora określona jest szeregiem nieskończonym wyrazów odpowiadających parzystym postaciom drgań giętnych belek (parzysta liczba węzłów):

$$y(j\omega) = \frac{\delta}{qI} \sum_{n=0}^{\infty} \tau_n \lambda_n(j\omega), \quad n = 0, 2, 4, \dots \quad (4)$$

przy czym:

- współczynnik oddziaływania:

$$\eta_n = \frac{Y_n(\dot{x}_F) Y_n(\dot{x}_z)}{\dot{y}_n^2} = \frac{Y_n^2(\frac{1}{2})}{\dot{y}_n^2}, \quad (5)$$

- współczynnik rezonansowy:

$$\lambda_n(j\omega) = \frac{\omega^2}{\vartheta_n^2 - \omega^2 + j\omega \left[(\vartheta_s^2(n) - \vartheta_s^2(0)) \zeta_b + \vartheta_0^2 \zeta_p(0) \right]}, \quad (6)$$

- wypadkowa masa względna:

$$\vartheta_n^2 = 2 \int_0^{\frac{1}{2}} Y_n^2(\dot{x}) dx + 2 \frac{m_k}{\varphi_1} + \frac{m_s}{\varphi_1} Y_n^2(\frac{1}{2}), \quad (7)$$

- pulsacja drgań swobodnych:

$$\vartheta_n^2 = \vartheta_s^2(n) + \vartheta_0^2 = \frac{EI}{\varphi} k_n^4 + \frac{\alpha_p}{\varphi}, \quad (8)$$

gdzie:

- $\dot{x} = \frac{x}{1}$ - względna wartość współrzędnej x ,
- \dot{x}_F - punkt przyłożenia siły wymuszającej,
- \dot{x}_z - punkt określenia impedancji mechanicznej,
- $Y_n(\dot{x})$ - funkcja własna układu drgającego, spełniająca warunki brzegowe i uwzględniająca rozkład mas,
- k_n - wartość własna, rozwiązanie równania charakterystycznego, sformułowanego na podstawie warunków brzegowych,
- E - moduł Younga,
- φ - masa jednostkowa belek,
- I - moment bezwładności przekroju belek,
- α_p - sztywność jednostkowa podłoża,
- ζ_b - tłumienie względne materiału belek,
- ζ_p - tłumienie względne materiału podłoża.

Definiując impedancję mechaniczną układu drgającego, sprowadzoną do punktu przymocowania elektrowibratora, jako stosunek siły wymuszającej do prędkości, otrzymuje się:

$$\underline{Z}(j\omega) = \frac{F(j\omega)}{\underline{V}(j\omega)} = \frac{\xi\omega}{jY(j\omega)} = \frac{\xi\varphi_1}{j \sum_{n=0}^{\infty} \vartheta_n \lambda_n(j\omega)}, \quad (9)$$

gdzie:

$$\underline{F}(j\omega) = |\underline{F}(j\omega)| = \varepsilon\omega^2 \quad (10)$$

oraz
$$\underline{Y}(j\omega) = j\omega\underline{y}(j\omega). \quad (11)$$

Moc zespoloną określa zależność:

$$\underline{S}_u = \frac{1}{2} \underline{FV}^* = j \frac{\varepsilon^2 \omega^3}{2 \varphi^2} \sum_{n=0}^{\infty} \eta_n \underline{z}_n(j\omega). \quad (12)$$

Po uwzględnieniu związku (10) moc czynna obciążająca elektrowibrator wynosi:

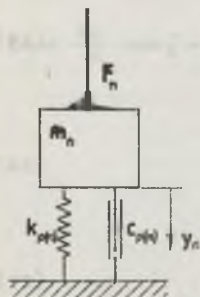
$$P_u = \frac{\varepsilon\omega^2}{2} \operatorname{Re}(\underline{y}) = - \frac{\varepsilon^2 \omega^2}{2 \varphi^2} \operatorname{Im} \left[\sum_{n=0}^{\infty} \eta_n \underline{z}_n(j\omega) \right]. \quad (13)$$

Pulsacje drgań swobodnych φ_n wyższych postaci zacierają do nieskończoności. Stąd, jak wynika z zależności (6):

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \lambda_n = 0. \quad (14)$$

Praktyczne znaczenie mają więc tylko początkowe wyrazy szeregu nieskończonego (4), odpowiadające rezonansom mogącym mieć wpływ na rezruch i pracę urządzenia wibracyjnego. Drgania pónowe elektrowibratora można zatem przedstawić jako sumę przemieszczeń mas skończonego szeregu elementarnych, niesprężonych układów drgających, przedstawionych na rya. 3:

$$\underline{z}(j\omega) = \sum_{n=0}^m \frac{\varepsilon \eta_n}{\varphi^2} \underline{z}_n(j\omega), \quad (15)$$



przy czym elementy zastępczego układu dyskretnego są następujące:

$$F_n = \varepsilon\omega^2 \eta_n \quad (16)$$

$$m_n = \varphi^2 \quad (17)$$

$$k_p(n) = \varphi^2 \omega_n^2 \quad (18)$$

Rys. 3. Elementarny układ drgający

$$\varphi_p(n) = k_p(n) \underline{z}_p(n) = \varphi^2 \left[(\varphi_s^2(n) - \varphi_s^2(0)) \underline{z}_b + \varphi_0^2 \underline{z}_p(0) \right]. \quad (19)$$

Do badań weryfikacyjnych [1] przyjęto obiekt odpowiadający układowi wg rys. 1e. Własności dynamiczne obiektu pozwoliły na odwzorowanie go dwumasowym układem zastępczym. W tym przypadku można było zastosować układ sprzężony wg rys. 5, w którym współrzędne ruchu masy m_1 określały równocześnie ruch elektrowibratora. Parametry dwumasowego układu zastępczego zdefiniowano następująco:

$$m_1 = \frac{\vartheta_1}{\vartheta_0 + \vartheta_2}, \quad m_2 = \frac{\vartheta_2}{\vartheta_0} m_1 \quad (20)$$

$$k_{p1} = \frac{\vartheta_1}{\vartheta_0 + \vartheta_2} \vartheta_0^2, \quad k_{p2} = \frac{\vartheta_2}{\vartheta_0} k_{p1} \quad (21)$$

$$o_{p1} = \frac{\vartheta_1}{\vartheta_0 + \vartheta_2} \tilde{v}_p(0) \vartheta_0^2, \quad o_{p2} = \frac{\vartheta_2}{\vartheta_0} o_{p1} \quad (22)$$

$$o_b = k_b \tilde{v}_b, \quad k_b = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} (\vartheta_{s(2)}^2 - \vartheta_{s(0)}^2) \quad (23)$$

4. Model matematyczny

Dla odwzorowania silnika elektrowibratora przyjęto schemat zastępczy przedstawiony na rys. 4. Jako zmienne stanu przyjęto składowe osiowe ($\psi_{1\alpha}$) strumieni skojarzonych Ψ wg [2]. Stan elektromagnetyczny silnika w transformacji synchronicznej opisują równania:

$$\frac{d \psi_{1\alpha}}{dt} = u_{1\alpha} - \frac{R_1}{\sigma L_1} \psi_{1\alpha} + \omega_0 \psi_{1\beta} + \frac{R_1 L_1 \mu}{\sigma L_1 L_2} \psi_{2\alpha} \quad (24)$$

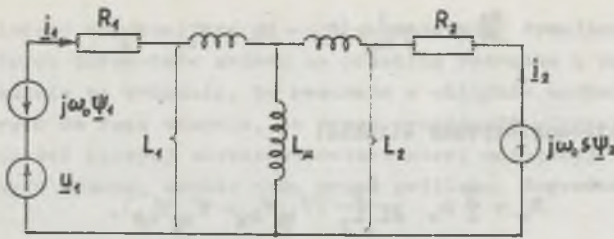
$$\frac{d \psi_{1\beta}}{dt} = u_{1\beta} - \frac{R_1}{\sigma L_1} \psi_{1\beta} - \omega_0 \psi_{1\alpha} + \frac{R_1 L_1 \mu}{\sigma L_1 L_2} \psi_{2\beta} \quad (25)$$

$$\frac{d \psi_{2\alpha}}{dt} = - \frac{R_2}{\sigma L_2} \psi_{2\alpha} + \omega_0 \psi_{2\beta} + \frac{R_2 L_2 \mu}{\sigma L_1 L_2} \psi_{1\alpha} \quad (26)$$

$$\frac{d \psi_{2\beta}}{dt} = - \frac{R_2}{\sigma L_2} \psi_{2\beta} - \omega_0 \psi_{2\alpha} + \frac{R_2 L_2 \mu}{\sigma L_1 L_2} \psi_{1\beta}, \quad (27)$$

gdzie:

$$\sigma = 1 - \frac{L_1 \mu}{L_1 L_2}$$



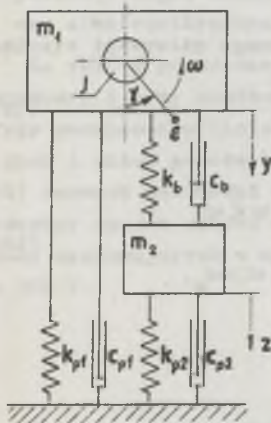
Rys. 4. Schemat zastępczy silnika indukcyjnego; stałe wirnika sprowadzone

Składowe osiowe prądu stojana określone są zależnościami:

$$i_{1\sigma} = \frac{1}{\sigma L_1} \psi_{1\sigma} - \frac{L_m}{\sigma L_1 L_2} \psi_{2\sigma} \quad (28)$$

$$i_{2\sigma} = \frac{1}{\sigma L_1} \psi_{1\sigma} - \frac{L_m}{\sigma L_1 L_2} \psi_{2\sigma} \quad (29)$$

Drgania pionowe elektrowibratora odwzorowano w dyskretnym układzie zastępczym, przedstawionym na rys. 5. Stan dynamiczny układu drgającego opisano wg pracy [1] równaniami:



Rys. 5. Schemat zastępczy układu z rys. 1c

$$\frac{dy_1}{dt} = y_2, \quad (30)$$

$$\frac{dy_2}{dt} = y_3, \quad (31)$$

$$y_3 = \frac{\xi\omega}{m_1} \cos \delta - \tilde{v}_p \vartheta_p^2 y_2 - \vartheta_p^2 y_1 + \tilde{v}_b \vartheta_b^2 (1-\mu_1)(y_2-z_2) - \vartheta_b^2 (1-\mu_1)(y_1-z_1) \quad (32)$$

$$\frac{dz_1}{dt} = z_2, \quad (33)$$

$$\frac{dz_2}{dt} = z_3, \quad (34)$$

$$z_3 = -\tilde{v}_p \vartheta_p^2 z_2 - \vartheta_p^2 z_1 + \tilde{v}_b \vartheta_b^2 \mu_1 (z_2 - y_2) - \vartheta_b^2 \mu_1 (z_1 - y_1), \quad (35)$$

gdzie:

$y_1 = y$ - przemieszczenie masy m_1 (elektrowibratora),

$z_1 = z$ - przemieszczenie masy m_2 (pionowe).

Równowaga elektrodynamiczna wirnika opisana jest równaniem:

$$\frac{ds}{dt} = - \frac{1}{J \omega_0} (M_e - M_u - M_g - M_l) \quad (36)$$

gdzie:

- moment elektromagnetyczny silnika:

$$M_e = \frac{3}{2} P_b \frac{L \mu}{\sigma L_1 L_2} (\psi_{1\beta} \psi_{2\alpha} - \psi_{1\alpha} \psi_{2\beta}), \quad (37)$$

- moment obciążenia od urządzenia wibracyjnego:

$$M_u = - \varepsilon v_j \sin \delta' \quad (38)$$

- grawitacyjny moment obciążenia od momentu statycznego niewyważenia wirnika

$$M_g = \varepsilon g \sin \delta', \quad (39)$$

- moment od strat w łożyskach:

$$M_l = \begin{cases} M_p \operatorname{sgn} \omega & \omega \leq \omega_k \\ s_1 \varepsilon (\omega - \omega_k) + c_0 (\omega - \omega_k) + M_p & \omega > \omega_k, \end{cases} \quad (40)$$

przy czym:

- J - moment bezwładności wirnika.
- g - przyspieszenie ziemskie,
- $M_p = \mu_2 m_0 g$ - moment początkowy od strat w łożyskach,
- μ_2 - współczynnik tarcia łożysk,
- s_1 - współczynnik stratności łożysk,
- c_0 - współczynnik tłumienia łożysk,
- m_0 - masa wirnika,
- ω_k - prędkość kątowa, krytyczna ze względu na pracę łożysk,
- $\omega = \omega_0 (1-s)$.

Zależność określającą moment obciążenia od strat w łożyskach sformułowano na podstawie wyników badań identyfikacyjnych.

Symulacyjny model analogowy, opracowany na podstawie powyższego modelu matematycznego, wykazał dobrą zgodność z rzeczywistym obiektem przyjętym do badań weryfikacyjnych.

5. Wybrane stany pracy urządzenia wibracyjnego

Model analogowy wykorzystano do przeprowadzenia symulacyjnych badań wpływu niektórych parametrów układu na przebieg rozruchu i pracę elektrowibratora. Badania te wykazały, że rezonans w układzie mechanicznym może utrudnić rozruch do tego stopnia, że praca urządzenia wibracyjnego ustali się przy prędkości kątowej elektrowibratora nieco mniejszej od pulsacji drgań swobodnych układu, zwykle przy dużym poślizgu. Zagrożenie to wzrasta przy:

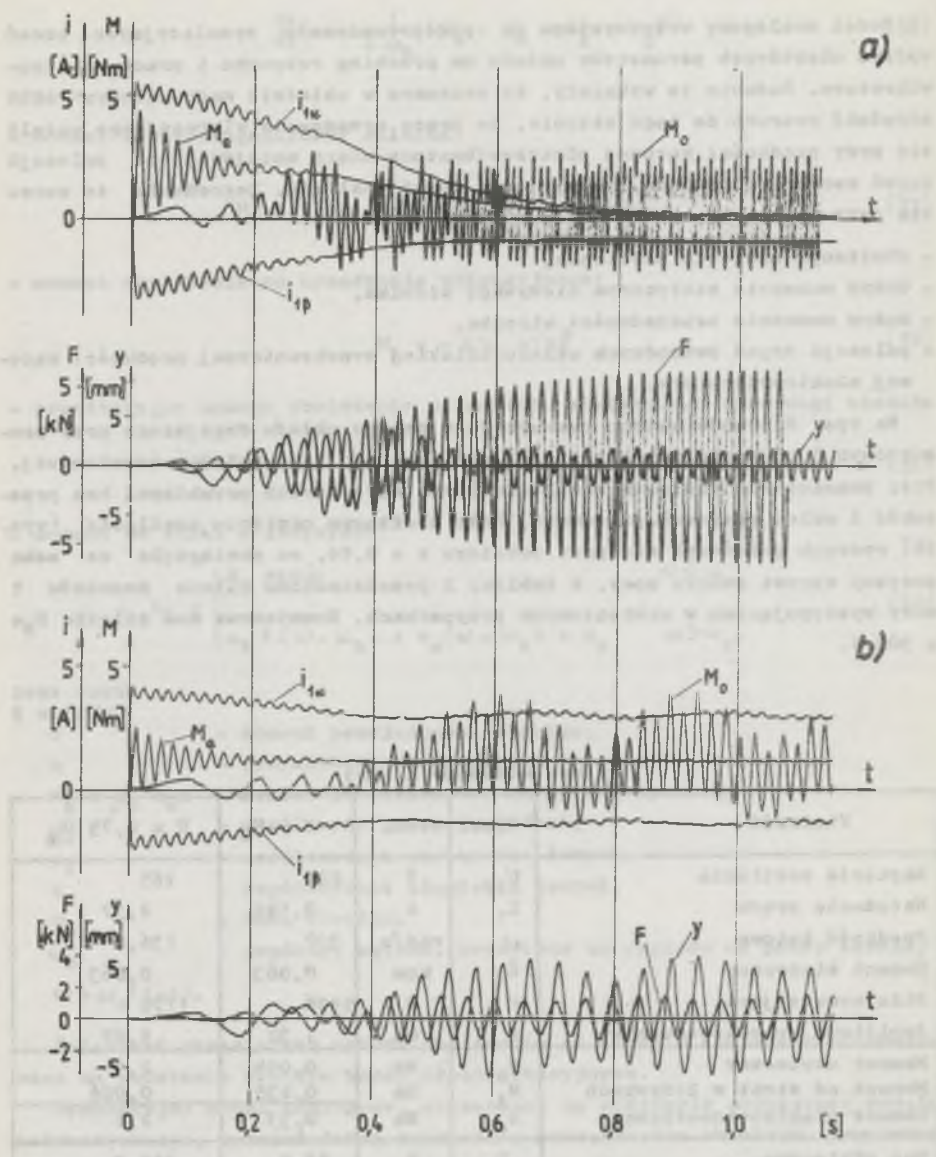
- obniżonym napięciu zasilania,
- dużym momencie statycznym niewyważenia wirnika,
- dużym momencie bezwładności wirnika,
- pulsacji drgań swobodnych układu bliskiej synchronicznej prędkości kątowej elektrowibratora.

Na rys. 6 przedstawiono rozruch tego samego układu drgającego przy znamionowym i przy obniżonym napięciu zasilania do 75% wartości znamionowej. Przy znamionowym napięciu zasilania (rys. 6a) rozruch przebiegał bez przeszkód i układ pracował poprawnie. Przy obniżonym napięciu zasilania (rys. 6b) rozruch zakończył się przy poślizgu $s = 0,56$, co pociągnęło za sobą znaczny wzrost poboru mocy. W tabelicy 2 przedstawiono bilans momentów i mocy występujących w wymienionych przypadkach. Znamionowa moc silnika $P_N = 300$ W.

Tabela 2

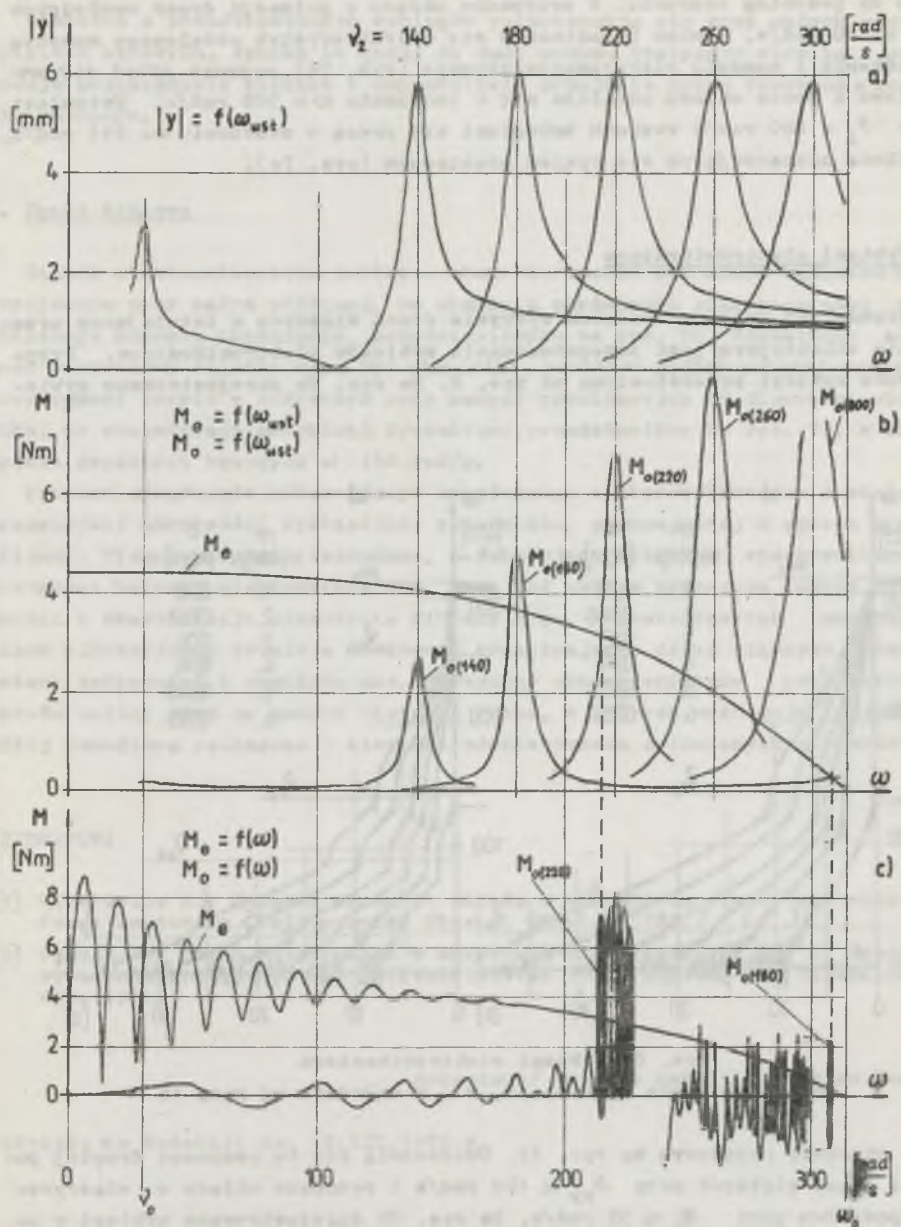
Bilans momentów i mocy

| Wielkość | Symb. | Jedn. | $U = U_N$ | $U = 0,75 U_N$ |
|-----------------------------|--------------|-------|-----------|----------------|
| Napięcie zasilania | U_{1f} | V | 220 | 165 |
| Natężenie prądu | I_1 | A | 0,526 | 2,37 |
| Prędkość kątowa | ω | rad/s | 307 | 136,6 |
| Moment statyczny | ξ | kgm | 0,063 | 0,063 |
| Siła wymuszająca | F | N | 5938 | 1176 |
| Amplituda przemieszczenia | y | mm | 1,32 | 5,67 |
| Moment użyteczny | M_u | Nm | 0,094 | 2,31 |
| Moment od strat w łożyskach | M_1 | Nm | 0,235 | 0,086 |
| Moment elektromagnetyczny | M_e | Nm | 0,33 | 2,4 |
| Moc użyteczna | P_u | W | 28,9 | 315,3 |
| Straty w łożyskach | ΔP_3 | W | 72,2 | 11,7 |
| Straty w uzwojeniu wirnika | ΔP_2 | W | 2,1 | 426,5 |
| Straty w uzwojeniu stojana | ΔP_1 | W | 17,0 | 343,3 |
| Moc pobierana | P_1 | W | 120,2 | 1096,8 |



Rys. 6. Symulowane przebiegi rozruchu elektrowibratora w układzie wg rysunku 1c, przy $\xi = 0,063 \text{ kgm}$:

a) $U = U_N$, $\omega_{ust} = 307 \text{ rad/s}$, b) $U = 0,75 U_N$, $\omega_{ust} = 136,6 \text{ rad/s}$



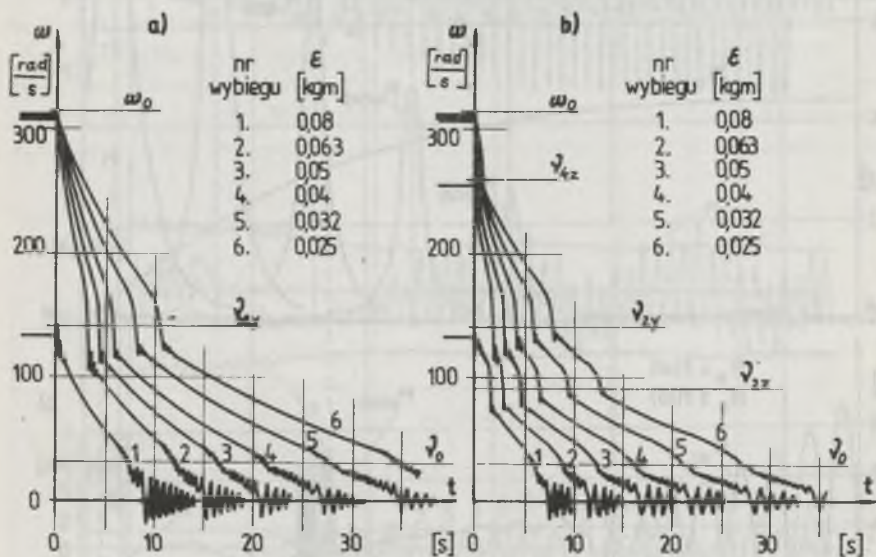
Rys. 7. Wpływ pulsacji drgań swobodnych układu drgającego na:

a - częstotliwościową charakterystykę przemieszczenia, b - częstotliwościową charakterystykę momentu obciążenia, c - przebieg momentu obciążenia w czasie rozruchu

Na rys. 7 uwidocznił się wpływ pulsacji drgań swobodnych układu drgającego na przebieg rozruchu. W przypadku układu o pulsacji drgań swobodnych $\varphi_2 = 180$ rad/s, pomimo przecinania się charakterystyk ustalonego momentu obciążenia i momentu elektromagnetycznego (rys. 7b), rozruch odbył się prawidłowo i praca układu ustaliła się w otoczeniu $\omega = 308$ rad/s. Natomiast przy $\varphi_2 = 220$ rad/s rozruch zakończył się pracą w otoczeniu $\omega = 216$ rad/s, z silnie zaznaczającym się cyklem granicznym (rys. 7c).

6. Wybiegi elektrowibratora

Stosunkowo prostym sposobem wykrycia drgań własnych w istniejącym urządzeniu wibracyjnym jest przeprowadzenie wybiegów elektrowibratora. Przykładowe wybiegi przedstawiono na rys. 8. Na rys. 8a zarejestrowano wybie-



Rys. 8. Wybiegi elektrowibratora

a - w układzie wg rys. 1a, b - w układzie wg rys. 1b

gi w układzie napędowym wg rys. 1a. Uwidocznił się tu rezonans drugiej postaci drgań giętych przy $\varphi_{2y} \approx 140$ rad/s i rezonans układu z elastycznym podłożem przy $\varphi_0 \approx 30$ rad/s. Na rys. 8b zarejestrowano wybiegi w układzie wg rys. 1b. Ujawniły się tu dodatkowo rezonanse pochodzące od drgań giętych w płaszczyźnie xz. Przy $\varphi_{4z} \approx 260$ rad/s i przy $\varphi_{2z} \approx 90$ rad/s występują rezonanse drgań giętych czwartej i drugiej postaci. W czasie wybiegów zaobserwowano ponadto rezonans drgań obrotowych wokół osi x, któ-

ry wystąpił równocześnie z rezonansem w płaszczyźnie poziomej przy $\vartheta_{2z} \approx 90$ rad/s, przez co nie uwidocznił się na wykresach.

Niektóre z przedstawionych wybiegów rozpoczynają się przy małych prędkościach kątowych. Wynika to stąd, że duży moment statyczny wirnika powoduje przeciążenie silnika i uniemożliwia przejście przez rezonans w czasie rozruchu.

7. Uwagi końcowe

Silnik elektrowibratora powinien charakteryzować się dużym momentem krytycznym przy małym poślizgu, co wynika z porównania charakterystyk ustalonego momentu obciążenia, przedstawionych na rys. 7b. Początkowy moment rozruchowy silnika może być niewielki, powinien jednak pokonać początkowy moment tarcia w łożyskach oraz moment grawitacyjny od niewyważenia wirnika, co uzasadniają przebiegi dynamiczne przedstawione na rys. 7c, w zakresie prędkości kątowych $\omega < 150$ rad/s.

Projekt urządzenia wibracyjnego napędzanego elektrowibratorem powinien przewidywać możliwości wystąpienia rezonansów, przynajmniej w sposób przybliżony. Nieprzewidziane rezonanse, o pulsacjach bliskich synchronicznej prędkości kątowej elektrowibratora, mogą być bowiem przyczyną dużych trudności w eksploatacji urządzenia wibracyjnego. W prototypowych urządzeniach wibracyjnych istnieje możliwość przestrajania drgań własnych przez zmiany sztywności i rozkładu mas. Korygując charakterystykę rezonansową układu należy mieć na uwadze kierunki ruchu, w których występują najbardziej szkodliwe rezonanse i kierunki oddziaływania zmienianych parametrów.

LITERATURA

- [1] Mirkiewicz B.: Badania dynamiki układu z wibratorem elektromaszynowym. Praca doktorska. Politechnika Śląska, Gliwice 1982.
- [2] Paszek W.: Stany nieustalone w maszynach elektrycznych. Cz. I, Maszyny asynchroniczne. Skrypty Uczelniane nr 992, Politechnika Śląska, Gliwice 1981.

Recenzent: doc. dr hab. inż. Marian Noga

Wpłynęło do Redakcji dn. 15.XII.1982 r.

УСЛОВИЯ РАБОТЫ ЭЛЕКТРОВИБРАТОРА

Р е з ю м е

Представлен результат анализа вибрационного приспособления с непрерывными параметрами, определяя его механическую импеданцию, мощность и метод перехода к дискретной модели. Представлено математическую схему вибрационного привода электровибратора, результаты испытаний на аналоговой машине и в лаборатории, а также основные указания для конструкторов и потребителей электровибраторов.

WORKING CONDITIONS OF ELECTROVIBRATORS

S u m m a r y

Results of the analysis of a simple vibrating system containing distributed constants are presented. Its mechanical impedance, power and method of transforming into an equivalent system with lumped constants are defined. A mathematical model of a vibrating system with an electrovibrator and the results of analogue computer calculations and laboratory investigations are also presented. Some basic recommendations are made for designers and users of electrovibrators.

Roman KONIECZNY

Instytut Transportu Kolejowego
Politechniki Śląskiej

ZAGADNIENIE ODWZOROWANIA MASY ZASTĘPCZEJ SIECI TRAKCYJNEJ
W OBLICZENIACH SYMULACYJNYCH WSPÓŁPRACY ODBIERAKA PRĄDU
Z SIECIĄ TRAKCYJNĄ

Streszczenie. W modelach matematycznych współpracy dynamicznej jednego odbieraka prądu z siecią trakcyjną występuje konieczność odwzorowania charakterystyki masy zastępczej sieci trakcyjnej. Charakterystyka ta może być odwzorowana kilkoma sposobami. W artykule przedstawiono niektóre aspekty wyboru sposobu najkorzystniejszego do obliczeń symulacyjnych przy użyciu komputera.

1. Wprowadzenie

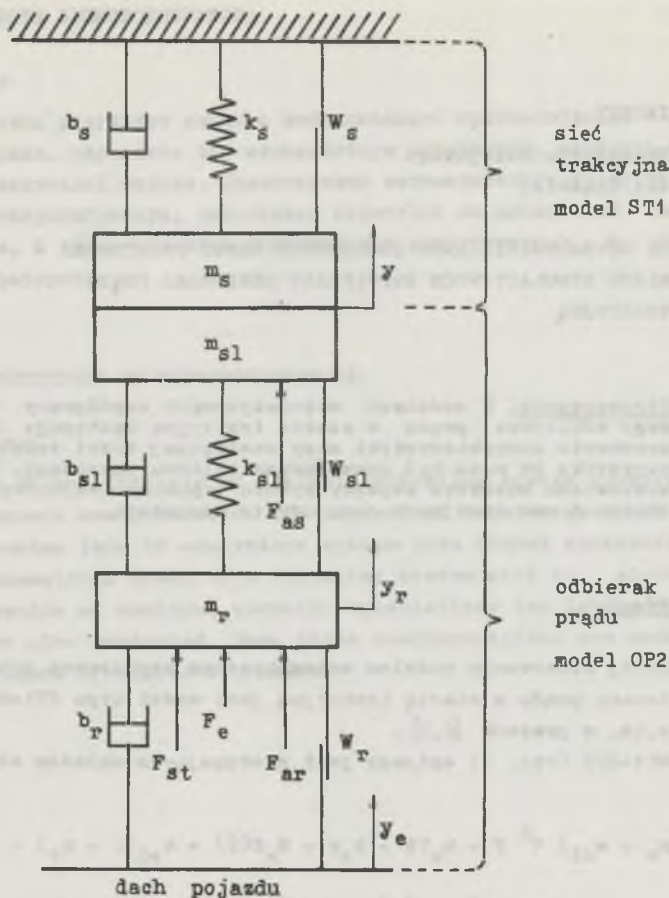
Najczęściej stosowanym modelem matematycznym współpracy dynamicznej jednego odbieraka prądu z siecią trakcyjną jest model typu ST1+OP2, przedstawiony m.in. w pracach [6,7].

Model ST1+OP2 (rys. 1) opisany jest następującym układem równań różniczkowych:

$$\left. \begin{aligned} (m_s + m_{s1}) v^2 \ddot{y} + b_s v \dot{y} + k_s y + W_s f(\dot{y}) + k_{s1} (y - y_r) + \\ + b_{s1} v (\dot{y} - \dot{y}_r) + W_{s1} f(\dot{y} - \dot{y}_r) = F_{as} \\ m_r v^2 \ddot{y}_r - k_{s1} (y - y_r) - b_{s1} v (\dot{y} - \dot{y}_r) - W_{s1} f(\dot{y} - \dot{y}_r) + \\ + b_r v (\dot{y}_r - \dot{y}_e) + W_r f(\dot{y}_r - \dot{y}_e) = F_{st} + F_{ar} + F_e \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

gdzie:

- y - przemieszczenie pionowe punktu styku odbieraka z siecią,
- \dot{y} - prędkość pionowa punktu styku odbieraka z siecią,
- \ddot{y} - przyspieszenie pionowe punktu styku odbieraka z siecią,
- v - prędkość przemieszczenia się odbieraka wzdłuż sieci,
- m_s - masa zastępcza sieci trakcyjnej,
- b_s - współczynnik tarcia lepkiego sieci trakcyjnej,
- k_s - sztywność sieci trakcyjnej w kierunku pionowym,
- W_s - siła tarcia suchego sieci trakcyjnej,



Rys. 1. Model matematyczny typu ST1-OP2 współpracy odbieraka prądu z siecią trakcyjną

y_r - przemieszczenie pionowe górnego węzła układu ramowego odbieraka prądu,

\dot{y}_r - prędkość pionowa górnego węzła układu ramowego,

\ddot{y}_r - przyspieszenie pionowe górnego węzła układu ramowego,

\dot{y}_e - prędkość pionowa dachu pojazdu,

m_{sl} - masa ślizgacza odbieraka prądu,

k_{sl} - sztywność usprężynowania ślizgacza,

b_{sl} - współczynnik tarcia lepkiego układu usprężynowania ślizgacza,

W_{sl} - siła tarcia suchego układu usprężynowania ślizgacza,

m_r - masa ramienia odbieraka (średniokowana do górnego węzła),

b_r - współczynnik tarcia lepkiego układu ramowego odbieraka,

- W_r - siła tarcia suchego w układzie ramowym odbieraka,
 F_{st} - siła statyczna odbieraka prądu,
 F_{ar} - siła naporu powietrza odchylająca ramiona odbieraka,
 F_{as} - siła naporu powietrza podnosząca ślizgacz,
 F_e - siła oddziaływania pudła pojazdu na układ ramowy odbieraka,
 $f(\dots)$ - funkcje określające znak siły tarcia suchego w układzie.

Siła stykowa między odbierakiem prądu a siecią trakcyjną określona jest równaniem następującej postaci:

$$F_k = m_s V^2 \ddot{y} + b_s \dot{y} + k_s y + W_s f(\dot{y}) \quad (2)$$

Zmienne y , y_r oraz ich pochodne odniesione są do drogi (x) wzdłuż sieci trakcyjnej. W modelu ST1+OP2 sieć trakcyjna odwzorowana jest jako układ z 1 stopniem swobody o zmiennych parametrach: m_s , k_s , b_s i W_s ; odbierak prądu odwzorowany jest jako układ z 2 stopniami swobody.

Do obliczeń symulacyjnych realizowanych przy użyciu komputera niezbędna jest znajomość charakterystyk wszystkich parametrów uwzględnionych w ww. modelu matematycznym. Jednym z poważniejszych problemów jest wybór sposobu odwzorowania charakterystyki masy zastępczej sieci trakcyjnej.

2. Pojęcie masy zastępczej sieci trakcyjnej

Pojęcie masy zastępczej można zdefiniować następująco: masa zastępcza sieci trakcyjnej jest to fikcyjna masa, zredukowana do punktu styku z odbierakiem prądu, której działanie na ślizgacz odbieraka jest identyczne jak rozłożonych przestrzennie mas rzeczywistych [3,8].

Publikacje omawiające sposoby określenia masy zastępczej sieci trakcyjnej podzielić można na dwie zasadniczo grupy:

- masa zastępcza rozpatrywana jest stosownie do długości uniesionej przez odbierak części sieci trakcyjnej;
- masę zastępczą określa się z warunku dynamicznej równowagi układu, opartej na przyrównaniu częstotliwości drgań swobodnych układu z jednym stopniem swobody z częstotliwością drgań układu z nieskończoną liczbą stopni swobody (takim układem jest w rzeczywistości sieć trakcyjna).

3. Sposoby odwzorowania masy zastępczej

Sposobów odwzorowania masy zastępczej sieci trakcyjnej jest kilka. Poniżej podano kilka najbardziej reprezentatywnych.

Rozważania na temat sposobu odwzorowania masy zastępczej należy zacząć od tezy Fujii-Shibata [2], że masa sieci trakcyjnej jako parametr rozło-

zony przestrzennie - nie musi być uwzględniana w modelu matematycznym sieci, tzn. że można przyjąć w obliczeniach:

$$m_s = 0 \quad (3)$$

W artykule [8] podano następujący wzór na obliczenie masy zastępczej sieci trakcyjnej w dowolnym punkcie przęsła zawieszenia:

$$m_s(x) = 0,09 \sqrt{\frac{(T + \Psi N) j_N (F_{st} + F_a)}{k_s(x)}} \quad (4)$$

gdzie:

- F_a - składowa aerodynamiczna nacisku odbieraka na sieć,
- T i N - naciągi sumaryczne: lin nośnych i drutów jezdnych,
- j_N - masa jednostkowa drutu jezdnych,
- Ψ - współczynnik konstrukcyjny sieci trakcyjnej,

$$\Psi = \frac{(L - 2o)^2}{L^2} \quad (5)$$

L - długość przęsła zawieszenia sieci trakcyjnej,

o - odległość pierwszego wieszaka od podpory (dla sieci typu Y).

Szywność sieci trakcyjnej najczęściej określana jest następującym wzorem [2,5,6,7]:

$$k_s(x) = \bar{k}_s (1 + \delta_k \cos \frac{2\pi}{L} x) \quad (6)$$

gdzie:

\bar{k}_s - wartość średnia sztywności w przęsle zawieszenia,

δ_k - współczynnik nierównomierności sztywności.

Na podstawie wzoru (4) można stwierdzić, że masa zastępcza osiąga wartość maksymalną w środku przęsła, a minimalną pod podporą.

L. Pasoueci [2,3], analizując zmienność wartości sztywności i masy zastępczej wzdłuż przęsła, zwrócił uwagę na fakt, że są one w stosunku do siebie wprost proporcjonalne, a ich iloraz jest wartością stałą dla dowolnego punktu wzdłuż przęsła:

$$\frac{m_s(x)}{k_s(x)} = \text{const} \quad (7)$$

Stała we wzorze (7) równa jest odwrotności kwadratu częstości drgań własnych sieci trakcyjnej. Można zatem napisać:

$$m_s(x) = \frac{k_s(x)}{\omega_s^2} \quad (8)$$

gdzie:

ω_s - częstość drgań własnych sieci trakcyjnej.

Ze wzoru (8) wynika, że masa zastępcza osiąga wartość maksymalną pod podporą, a minimalną w środku prześia.

W pracy [4] omówiono wyniki badań poligonowych przeprowadzonych w ZSRR w celu określenia masy zastępczej sieci M-120+2MF-100, a na ich podstawie sformułowano empiryczną zależność:

$$m_s = 10 n j_N + 22 \quad (9)$$

z której wynika, że masa zastępcza sieci trakcyjnej jest stała wzdłuż prześia, a wielkość jej uzależniona jest tylko od j_N - masy jednostkowej drutu jezdny w [kg/m] oraz od n - liczby drutów jezdnych. Empiryczna zależność (9) podważa tezę Fujii-Shibata.

Innym wzorem, określającym masę zastępczą jako stałą, jest wzór Nible-
ra [3]:

$$m_s = \frac{L m_j}{\pi} \quad (10)$$

gdzie:

m_j - masa jednostkowa sieci trakcyjnej.

Na odnotowanie w tym miejscu również zasługuje wzór Kumezawy, którego postać jest następująca [2]:

$$m_s(x) = \bar{m}_s \left(1 + \varepsilon_m \cos \frac{2\pi}{L} x \right) \quad (11)$$

gdzie:

\bar{m}_s - wartość średnia masy zastępczej w prześle zawieszenia,

ε_m - współczynnik nierównomierności rozkładu masy zastępczej wzdłuż prześia.

4. Pochodna masy zastępczej

Ze wzorów (4), (8) i (11), po podstawieniu explicite $x = v t$, wynika, że masa zastępcza sieci trakcyjnej jest zmienna w czasie. W pracy [5] zwrócono uwagę, że skoro masa zastępcza (m_s) jest zmienna w czasie, to musi istnieć - zgodnie z definicją Newtona - jej pochodna (\dot{m}_s). A zatem pier-

wzrę równanie układu (1) oraz równanie (2) należy uzupełnić o składnik $(v^2 \dot{m}_s \dot{y})$.

Ze względu na to, że różniczkowanie numeryczne w obliczeniach symulacyjnych jest operacją charakteryzującą się niestabilnością odpowiedzi, zalecane jest zastępowanie go innym rodzajem obliczeń. Przykładowo: pochodną masy zastępczej można wyznaczyć ze wzoru:

$$\dot{m}_s(x) = \frac{1}{\omega_s^2} \dot{k}_s(x) \quad (12)$$

Przyjmując charakterystykę sztywności sieci według wzoru (6), wyrażenie określające pochodną masy zastępczej przyjmuje postać:

$$\dot{m}_s(x) = - \frac{2\pi \bar{k}_s \varepsilon_k}{\omega_s^2 L} \sin \frac{2\pi}{L} x \quad (13)$$

Na podstawie przeprowadzonych obliczeń testowych dla kilku rodzajów sieci trakcyjnej można stwierdzić, że uwzględnienie pochodnej masy zastępczej ma pewien wpływ na wartość otrzymywanych wyników. Największe odnotowane różnice w wartościach ekstremalnych przemieszczenia pionowego punktu styku (y) zawarte były w przedziale od 1 do 2 cm, a dla siły stykowej (F_k) od 5 do 10 N.

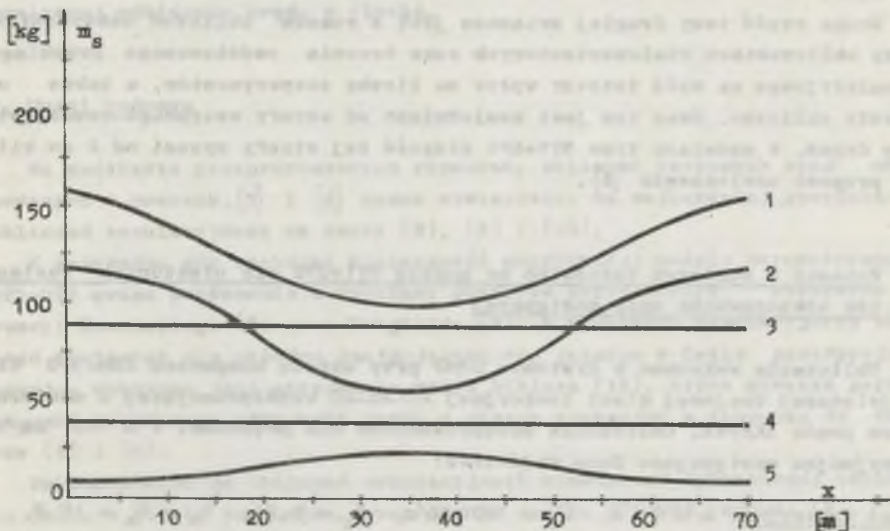
Poprawka dotycząca pochodnej masy zastępczej nie ma więc znaczenia tylko czysto formalnego i powinna być uwzględniana w rozważaniach dotyczących współpracy dynamicznej odbieraka prądu z siecią trakcyjną, gdy masa zastępcza jest odwzorowywana jako zmienna w czasie.

5. Zagadnienie wyboru sposobu odwzorowania masy zastępczej

Do obliczeń symulacyjnych współpracy dynamicznej odbieraka prądu z siecią trakcyjną należy wybrać jeden ze wzorów: (3), (4), (8), (9), (10) lub (11). Problem polega na określeniu, który z tych wzorów jest najlepszy - tzn. daje największą dokładność odwzorowania charakterystyki masy zastępczej. Najprostszym sposobem rozstrzygnięcia tego problemu byłoby porównanie wyników obliczeń uzyskanych na modelu ST1-OP2 z wynikami pomiarów poligonowych. Zasadniczo trudność polega jednak na tym, że wyniki pomiarów poligonowych są trudno dostępne i nie są zbyt pewne. Wykonywane serie pomiarowe ze względu na wysokie koszty są zbyt krótkie, a ilość niewiadomych czynników - jak np. działające w momencie pomiarów zakłócenia (wiatr, drgania lokomotywy itp.) - jest zbyt wielka. Jedyne krajowe dostępne wyniki [1] również obciążone są tymi wadami.

Na rys. 2 pokazano niektóre warianty odwzorowania masy zastępczej sieci trakcyjnej 2C120-2C według przedstawionych powyżej wzorów. Jak widać,

charakterystyki masy zastępczej rozpatrywanej sieci trakcyjnej dla poszczególnych wariantów różnią się dość wyraźnie.



Rys. 2. Przykłady odwzorowania masy zastępczej sieci trakcyjnej 2C120-2C [6]

(1 - według wzoru (8), 2 - według wzoru (11) dla $\xi_m = 0,4$ oraz $\bar{m}_s = 87,5$ kg, 3 - według wzoru (10), 4 - według wzoru (9), 5 - według wzoru (4))

Ażebym rozstrzygnąć kwestię, który wariant odwzorowania masy zastępczej jest najbardziej przydatny do obliczeń symulacyjnych, należałoby postawić następujące dwie tezy:

- 1) najbardziej przydatny do odwzorowania masy zastępczej sieci trakcyjnej jest taki wzór, dla którego zbieżność wyników symulacji z wynikami pomiarów poligonowych jest największa.
- 2) pierwszeństwo w stosowaniu powinien mieć wzór, którego podzbiór parametrów jest najmniejszy, a strefa wstępnego rozwijania się drgań modelu (przy założeniu zerowych warunków początkowych) jest najkrótsza.

Teza pierwsza jest oczywista, ale trudna do udeklarowania. Pierwsza część tezy drugiej dotyczy parametrów trudnych do określenia, których aproksymowanie wartościami przybliżonymi może spowodować duże błędy w obliczeniach. Z tych też względów nie jest wskazane stosowanie wzorów (4) i (11). Wzór (4) uzależnia masę zastępczą od typu współpracującego z siecią odbieraka prądu. Pomijając zasadność takiego uzależnienia, należy stwierdzić, że składnik wzoru: F_a - składowa aerodynamiczna zależy zarówno od kształtu odbieraka oraz od prędkości jazdy, jak również podlega zakłóceniom związanym z czynnikami atmosferycznymi. Z kolei wzór (11) zawiera dwa

czynnikami niewiadome: \bar{m}_s i $\bar{\epsilon}_m$ - możliwe do wyznaczenia tylko na drodze pomiarowej. (Parametr \bar{m}_s można ewentualnie obliczyć ze wzoru (10), przyjmując: $m_s = \bar{m}_s$, a wartość współczynnika $\bar{\epsilon}_m$ założyć w przedziale od 0,1 do 0,6).

Druga część tezy drugiej związana jest z czasem obliczeń maszynowych. Przy obliczeniach wielowariantowych czas trwania podstawowego przebiegu symulacyjnego ma dość istotny wpływ na liczbę eksperymentów, a także na koszty obliczeń. Czas ten jest uzależniony od strefy wstępnego rozwijania się drgań. W modelach typu ST1+OP2 długość tej strefy wynosi od 2 do kilku pręseł zawieszenia [6].

6. Wnioski z obliczeń testowych na modelu ST1+OP2 dla niektórych wariantów odwzorowania masy zastępczej

Obliczenia wykonano w systemie CSMP przy użyciu komputera IBM-370 dla najcięższej krajowej sieci trakcyjnej 2C120-2C współpracującej z odbierakiem prądu AKP-4E. Obliczenia przeprowadzono dla prędkości $V = 160$ km/h, przyjmując następujące dane wyjściowe:

sieć trakcyjna: $L = 70$ m, $\bar{k}_s = 3670$ N/m, $\bar{\epsilon}_k = 0,21$, $W_s = \bar{W}_s = 10$ N,
 $b_s = \bar{b}_s = 30$ Ns/m, $\omega_s = 5,34$ s⁻¹, $m_j = 3,92$ kg/m,
 $2N = 19080$ N, $T = 15900$ N, $\varphi = 0,78$;

odbierak prądu: $m_{s1} = 12,2$ kg, $m_r = 21,6$ kg, $k_{s1} = 4785$ N/m,
 $W_{s1} = W_r = 10$ N, $b_{s1} = b_r = 0$, $F_{st} = 80$ N, $F_a = 60$ N,
 $F_{as} = 42$ N, $F_{ar} = 18$ N.

Funkcje określające znak siły tarcia suchego aproksymowano tangensem hiperbolicznym oraz założono niewystępowanie drgań pudła pojazdu trakcyjnego.

Ocenie poddano następujące wzory: (4), (8), (9), (10) i (11). Na podstawie wykonanych obliczeń, których część wyników zawiera praca [6], można sformułować następujące wnioski:

- najszybsze ustabilizowanie się przebiegów: pionowego przemieszczenia punktu styku odbieraka z siecią (y) oraz siły stykowej (F_k) po rozpoczęciu symulacji przy zerowych warunkach początkowych - następuje, gdy charakterystyka masy zastępczej opisana jest wzorem (8), dla którego strefa wstępnego rozwijania się drgań wynosi od 2 do 3 pręseł zawieszenia,
- różnice w wynikach dla wzorów (9), (10) oraz (4) są pomijalne,
- dla wzoru (11), przy zadanej stałej wartości \bar{m}_s , różnice w wynikach przy zmieniającym się współczynnikiem $\bar{\epsilon}_m$ w zakresie od -0,5 do 0,5 - są pomijalne,

- we wzorze (11) podstawowym czynnikiem decydującym o różnicach w otrzymanych wynikach jest wartość średnia masy zastępczej (\bar{m}_g).

Dokonując obliczeń testowych sformułowano również wniosek ogólny: wzrost masy sieci trakcyjnej powoduje pogorszenie jakości współpracy dynamicznej odbieraka prądu z siecią.

7. Uwagi końcowe

Na podstawie przeprowadzonych rozważań, obliczeń testowych oraz uwag podanych w pracach [5] i [6] można stwierdzić, że najbardziej przydatne do obliczeń symulacyjnych są wzory (8), (9) i (10).

W przypadku gdy zachodzi konieczność weryfikacji modelu matematycznego ST1+OP2 przez porównanie z wynikami pomiarów poligonowych, korzystne są wzory: Pasuciego (8) oraz Frajfelda (9). W przypadku symulacyjnych obliczeń testowych dla układów znajdujących się jeszcze w fazie przedprojektowej - wskazane jest stosowanie wzoru Niblera (10), który stwarza gorsze warunki współpracy odbieraka prądu z siecią trakcyjną w stosunku do wzorów (8) i (9).

Rekomendowane do obliczeń symulacyjnych współpracy dynamicznej odbieraka prądu z siecią trakcyjną, przy użyciu modelu ST1+OP2, wzory: (8), (9) i (10) są łatwe w stosowaniu, ponieważ:

- dla wzoru (8) do odwzorowania masy zastępczej, oprócz podstawowej charakterystyki $k_g(x)$, wymagana jest tylko znajomość częstości drgań własnych sieci trakcyjnej,
- dla wzoru (9) wymagana jest tylko znajomość liczby drutów jezdnych oraz ich masy jednostkowej,
- dla wzoru (10) wymagana jest tylko znajomość długości przęsła zawieszenia oraz masy jednostkowej sieci trakcyjnej.

Powyższy fakt może okazać się ważny w przypadku wykorzystania do symulacji prostych narzędzi obliczeniowych, takich jak np. maszyna analogowa lub kalkulator programowany.

Ponieważ masa zastępcza odwzorowana według wzoru (8) jest zmienna w czasie, należy w równaniach modelu uwzględnić jej pochodną (\dot{m}_g).

LITERATURA

- [1] Banek A., Keniewski M.: Badanie sieci trakcyjnej CMK dla wprowadzenia prędkości jazdy 160 km/h. COBiRTK, Warszawa 1977, temat nr 3356/17.
- [2] Ebeling H.: Stromabnahme bei hohen Geschwindigkeiten-Probleme der Fahrleitungen und Stromabnehmer. Elektrische Bahnen nr 2 i 3/1969.
- [3] Fidrych Z.: Sposoby określenia masy zastępczej sieci trakcyjnej. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, Elektryka 52/1977.

- [4] Frajfeld A.W.: Projektowanie kontaktnej sieci. Wyd. "Transport", Moskwa 1978.
- [5] Grajner J.: Drgania ruchomego układu dyskretnej współpracującej z układem ciągłym na przykładzie współpracy odbieraka prądu z siecią trakcyjną. Praca doktorska, Politechnika Wrocławska 1979.
- [6] Konieczny R.: Ocena jakości współpracy odbieraka prądu z siecią trakcyjną przy użyciu symulacji komputerowej. Praca doktorska, Politechnika Śląska 1981.
- [7] Konieczny R.: Wpływ podstawowych parametrów sieci trakcyjnej i odbieraka prądu na jakość współpracy tych układów. Trakcja i wagony Nr 5/1982.
- [8] Siemiński T.: Masa zastępcza sieci trakcyjnej. Przegląd Kolejowy Elektrotechniczny Nr 11/1971.

Recenzent: doc. dr hab. inż. Przemysław Pazdro

Wpłynęło do Redakcji dn. 5.I.1983 r.

**ПРОБЛЕМА ОТОБРАЖЕНИЯ ЗАМЕНЯЮЩЕЙ МАССЫ КОНТАКТНОЙ ПОДВЕСКИ
В СИМУЛЯЦИОННЫХ ВЫЧИСЛЕНИЯХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ТОКОПРИЕМНИКА
И КОНТАКТНОЙ ПОДВЕСКИ**

Р е з ю м е

В математических моделях взаимодействия токоприёмника и контактной подвески выступает необходимость отображения характеристики заменяющей массы контактной подвески. Эта характеристика может быть отображена несколькими методами. В статье представлены некоторые аспекты выбора наиболее эффективного метода симуляционных вычислений при пользовании электронной вычислительной машины.

**THE PROBLEM OF SUBSTITUTIONAL MASS REPRESENTATION OF THE OVERHEAD
CONTACT SYSTEM IN SIMULATION OF THE CURRENT COLLECTOR COLLABORATION
WITH THE OVERHEAD CONTACT SYSTEM**

S u m m a r y

In the mathematical models of dynamic collaboration of one current collector with overhead contact system there is a necessity of the characteristic of representation substitutional mass of the overhead contact system. This characteristic may be represented by a few methods. Some aspects of the best choice of the method for the computer simulation have been presented in the article.

Mirosław ŁOZOWICKI

Akademia Techniczno-Rolnicza

w Bydgoszczy

BADANIA EKSPERYMENTALNE UKŁADU REZONANSOWEGO

LEWITACJI ELEKTROMAGNETYCZNEJ

Streszczenie. W artykule przedstawiono wyniki eksperymentalne układu lewitacji elektromagnetycznej z wykorzystaniem zjawiska rezonansu elektrycznego. Opisano model urządzenia unoszącego. Przeanalizowano rezultaty eksperymentu i przedstawiono wnioski dotyczące dalszego badania powyższego rozwiązania konstrukcyjnego.

1. Wstęp

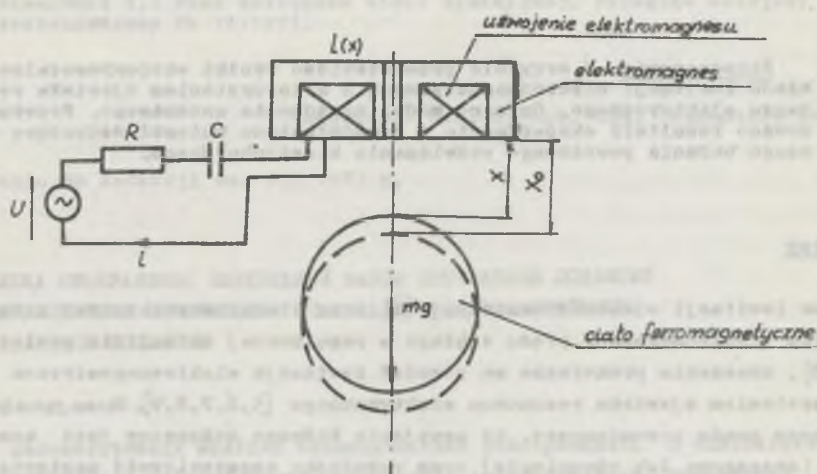
Obok lewitacji elektrodynamicznej [2] oraz elektromagnetycznej z zastosowaniem elektromagnesów prądu stałego o regulowanej szczelinie powietrznej [3], znaczenie praktyczne ma również lewitacja elektromagnetyczna z wykorzystaniem zjawiska rezonansu elektrycznego [5,6,7,8,9]. Stosując elektromagnes prądu przemiennego, do uzwojenia którego dołączony jest kondensator (szeregowo lub równolegle) oraz regulując częstotliwość napięcia zasilającego można uzyskać samostabilizację elementu ferromagnetycznego podtrzymwanego przez elektromagnes, tzn. zachować stałą szczelinę powietrzną między rdzeniem elektromagnesu a unoszonym ciałem ferromagnetycznym. O ile utrzymywanie stałej szczeliny powietrznej w elektromagnesach prądu stałego jest możliwe w układzie zamkniętym regulacji automatycznej, o tyle uzyskanie tego samego efektu za pomocą elektromagnesów prądu przemiennego nie wymaga stosowania elektrycznych sprzężeń zwrotnych.

Elektromagnesy prądu przemiennego o rezonansowym obwodzie elektrycznym są stosowane przede wszystkim w konstrukcji łożysk bezstykowych do tyroskopów, mikromaszyn elektrycznych, precyzyjnych mierników wielkości nieelektrycznych [1].

2. Opis układu rezonansowego lewitacji elektromagnetycznej

Układ lewitacji elektromagnetycznej zawierający elektromagnes prądu przemiennego o rezonansowym obwodzie elektrycznym, zwany dalej układem rezonansowym lewitacji elektromagnetycznej (rys. 1), składa się z następujących elementów:

- elektromagnesu lub elektromagnesów prądu przemiennego,
- rezonansowego obwodu elektrycznego,
- zasilacza stabilizowanego o częstotliwości regulowanej (stabilizacja częstotliwości i napięcia),
- korektora (korektorów), kiedy tłumienie drgań podtrzymywanego ciała ferromagnetycznego jest niewystarczające.



Rys. 1. Rezonansowy układ lewitacji elektromagnetycznej

Z uwagi na to, że częstotliwość prądu w uzwojeniach elektromagnesu jest rzędu od kilkuset do kilkunastu tysięcy herców, w celu minimalizacji strat wiropędowych i histerezowych najlepiej jest zastosować rdzeń proszkowy. Takie zjawiska elektromagnetyczne, jak: histereza, prądy wirowe oraz nasycenie rdzenia mają duży wpływ na pracę układu. Wartość skuteczna prądu w uzwojeniach elektromagnesu wynosi:

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left[\omega L(x) - \frac{1}{\omega C} \right]^2}} \quad (1)$$

gdzie:

- U - wartość skuteczna napięcia zasilającego,
- $\omega = 2\pi f$ - pulsacja napięcia zasilającego,
- $L(x)$ - indukcyjność uzwojenia elektromagnesu zależna od szczeliny powietrznej między elektromagnesem a ciałem ferromagnetycznym podwieszonym pod nim,

C - pojemność,

R - rezystancja cewki elektromagnesu oraz przewodów łączących.

$$L(x) \sim \frac{\mu_0 S N^2}{x} \quad (2)$$

gdzie:

$$\mu_0 = 0,4\pi \cdot 10^{-6} \text{ H/m,}$$

S - część pola powierzchni oiała podwieszonoego, do której wnika strumień magnetyczny,

N - liczba zwojów cewki elektromagnesu,

x - szczelina powietrzna.

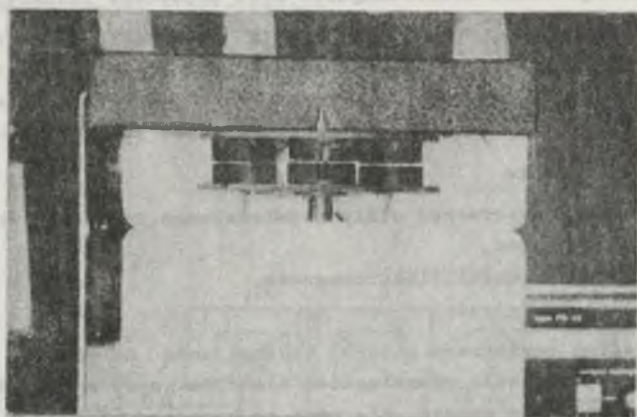
Kiedy szczelina powietrzna maleje, indukcyjność L rośnie, prąd w uzwojeniu maleje, zatem siła przyciągania elektromagnesu maleje. Element podtrzymywany zaczyna więc opadać, ale wraz ze wzrostem szczeliny powietrznej maleje indukcyjność, co z kolei powoduje wzrost prądu i siły przyciągania. Tak więc układ ma własność samostabilizacji. Układ bez pojemności w obwodzie cewki elektromagnesu charakteryzowałby się zbyt małymi zmianami prądu wraz ze zmianami szczeliny powietrznej. Dlatego też należy zastosować obwód rezonansowy o tak dobranej pojemności i częstotliwości zasilania, aby punkt pracy leżał na prawym zboczku krzywej $I = f(L)$. Niewielkie zmiany szczeliny powietrznej są wtedy przyczyną dużych zmian prądu, co stwarza warunki dobrej stabilizacji.

3. Badania eksperymentalne

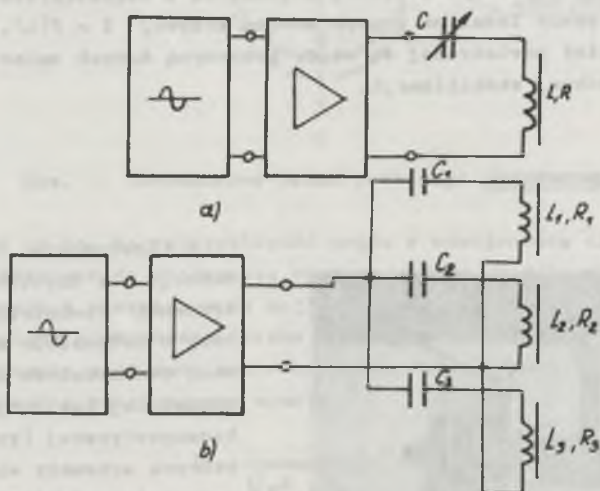


Rys. 2. Model układu rezonansowego lewitacji elektromagnetycznej z pojedynczym elektromagnesem

W Instytucie Telekomunikacji i Elektrotechniki Akademii Techniczno-Rolniczej w Bydgoszczy skonstruowano dwa modelowe układy rezonansowej lewitacji elektromagnetycznej (rys. 2,3), których schematy elektryczne przedstawiono na rys. 4a,b. Wykorzystano rdzenie kubkowe o średnicy zewnętrznej 36 mm oraz wysokości 11 mm wykonane z ferrytu F1001. Cewka elektromagnesu, którego schemat połączeń przedstawiono na rys. 4a, ma N=80 zwojów nawiniętych drutem o



Rys. 3. Model układu rezonansowego lewitacji elektromagnetycznej z trzema równolegle połączonymi elektromagnesami



Rys. 4. Schematy elektryczne modeli

a - z pojedynczym elektromagnesem, b - z trzema równolegle połączonymi elektromagnesami

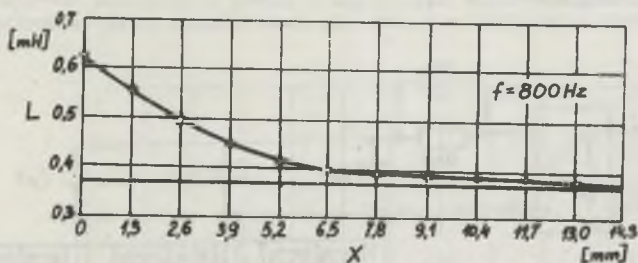
średnicy $\varnothing = 0,6$ mm. Rezystancja cewki wynosi $R = 0,6\Omega$ w temperaturze 20°C . Cewka elektromagnesu, którego schemat elektryczny przedstawiono na rys.4b, ma $N = 260$ zwojów nawiniętych drutem o średnicy $\varnothing = 0,3$ mm oraz rezystan-

cję $R = 5\Omega$ w temperaturze 20°C . Pomiary rezystancji wykonano precyzyjnym mostkiem laboratoryjnym Wheatstone'a.

Dla pojedynczego elektromagnesu przeprowadzono eksperymenty z podtrzymywaniem ciała stalowego w kształcie wydrążonego walca o średnicy 50 mm, grubości 15 mm i masie 17,009 g. W obwodzie zastosowano dekadę kondensatorów DK-50 o zakresie pojemności w przedziale $0,0001\mu\text{F} \leq C \leq 12,1110\mu\text{F}$. Stosowano częstotliwość zasilania w przedziale $900\text{ Hz} \leq f \leq 12000\text{ Hz}$.

Dla trzech elektromagnesów (trzech połączonych równolegle obwodów rezonansowych) przeprowadzono eksperymenty z podtrzymywaniem rdzeni ferrytowych opisanych wyżej i połączonych jarzmem o łącznej masie $m = 169,609\text{ g}$. W obwodzie zastosowano kondensatory mifleksowe $2\mu\text{F}/400\text{ V}$. Stosowano częstotliwości zasilania jak wyżej.

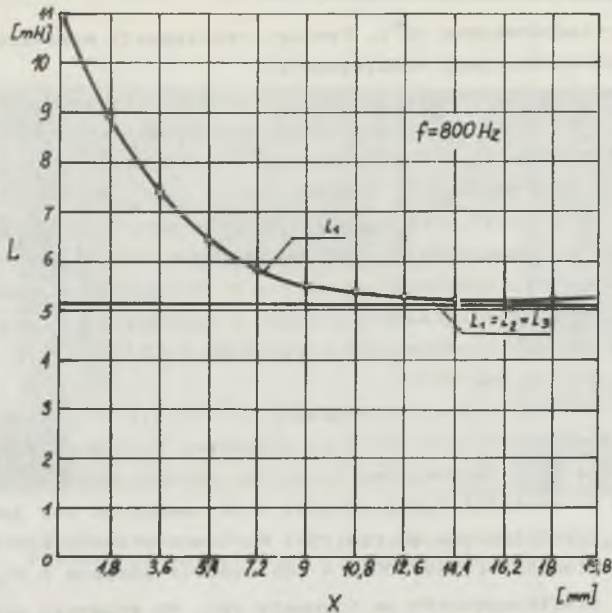
Zależność indukcyjności elektromagnesu od szczeliny powietrznej między rdzeniem a ciałem ferromagnetycznym ma charakter hiperboliczny i jest zgodna z zależnością (2). Ze wzrostem szczeliny indukcyjność maleje i dąży asymptotycznie do wartości indukcyjności elektromagnesu bez jakiegokolwiek zwory. Jest to przedstawione na rys. 5 i 6. Pomiary indukcyjności były przeprowadzone mostkiem RLC firmy ZOPAN o dokładności pomiaru 2,5%. Pomiary indukcyjności elektromagnesów ze schematu rys. 4b wykazały małe różnice między indukcyjnością poszczególnych cewek.



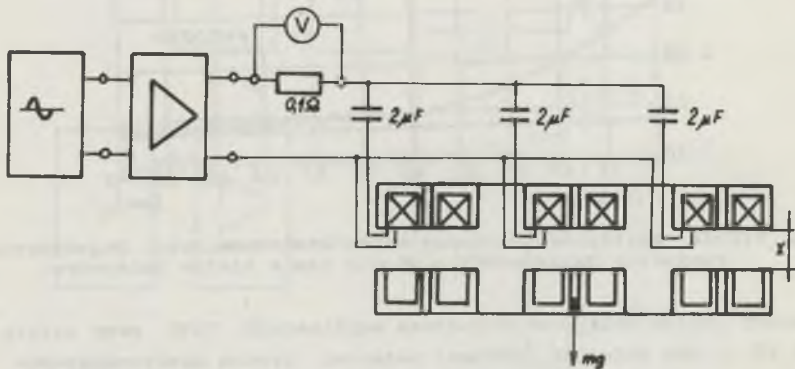
Rys. 5. Wykres zależności indukcyjności elektromagnesu pojedynczego od szczeliny powietrznej pomiędzy nim a ciałem unoszonym

Pomiary prądów były przeprowadzone multimetrem V640 przy użyciu bocznika $0,1\Omega$ w obu układach. Schemat połączeń trzech elektromagnesów jest przedstawiony na rys. 7. Wyniki pomiaru prądów przedstawiono na rys. 8,9.

Rys. 8 przedstawia zależność prądu od szczeliny $I(x)$ dla walca wydrążonego, zawieszono pod pojedynczym elektromagnesem. Pomiary były przeprowadzone przy częstotliwości zasilania $f = 6800\text{ Hz}$ dla dwóch pojemności $C = 1\mu\text{F}$ i $C = 2\mu\text{F}$, jak również dla obwodu bez kondensatora, tzn. $C = 0$. Dla częstotliwości $f = 6800\text{ Hz}$ walec wydrążony został zawieszony pod elektromagnesem przy pojemności kondensatora $C = 2\mu\text{F}$. Przy zawie-



Rys. 6. Wykres zależności indukcyjności elektromagnesów równolegle połączonych od szczeliny powietrznej pomiędzy poszczególnymi z nich a odpowiednimi zworami

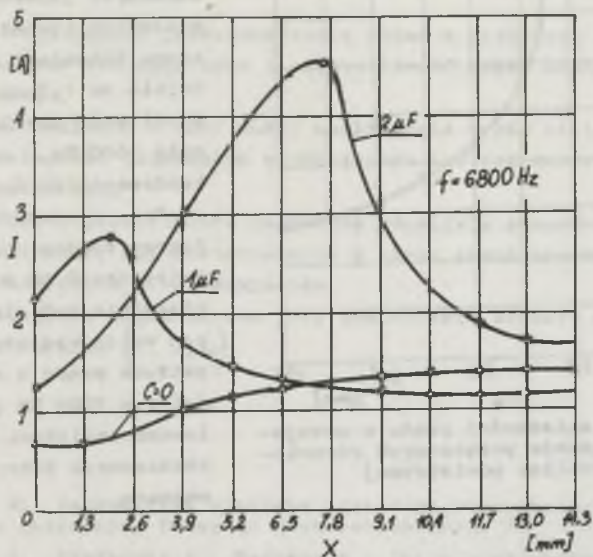


Rys. 7. Pomiarowy schemat elektryczny trzech elektromagnesów połączonych równolegle

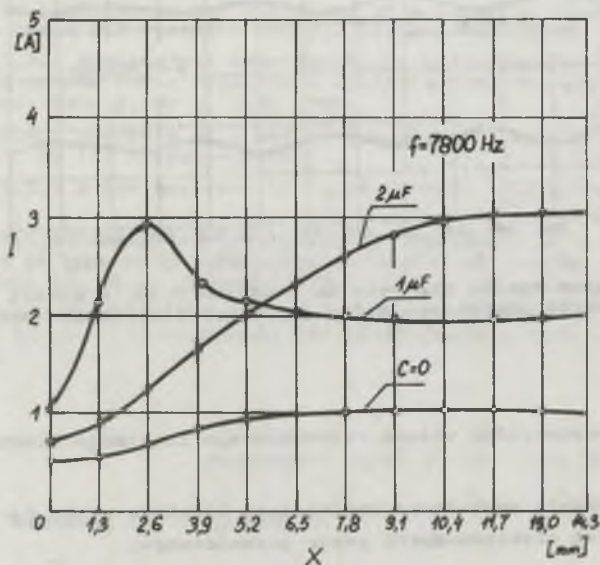
szeniu szczelina powietrzna między rdzeniem elektromagnesu a zworą zmieniła się w zakresie od 4 do 7 mm.

Rys. 9 przedstawia również zależność $I(x)$ lecz dla częstotliwości zasilania $f = 7800$ Hz. Pomiary przeprowadzono dla trzech pojemności $C = 2\mu F$, $C = 1\mu F$, $C = 0$. Dla częstotliwości $f = 7800$ Hz walec wydrążony był zawie-

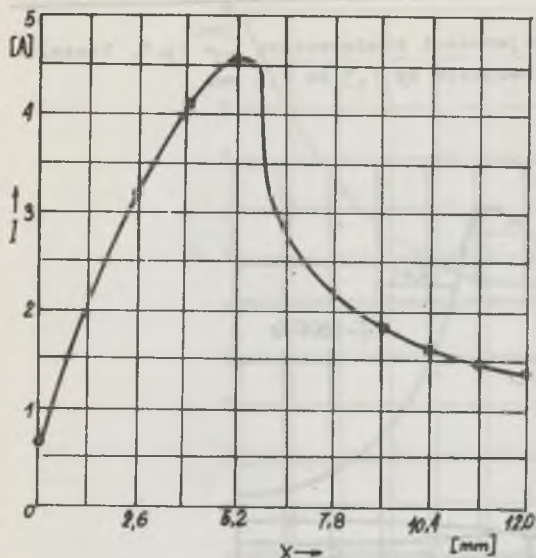
szony pod elektromagnesem przy pojemności kondensatora $C = 1 \mu\text{F}$. Szczelina powietrzna zmieniała się w przedziale od 1,3 do 2,5 mm.



Rys. 8. Wykres zależności prądu w uzwojeniu elektromagnesu od szczeliny powietrznej przy parametrach obwodu: $f = 6800 \text{ Hz}$ i $C = 0, 1 \mu\text{F}, 2 \mu\text{F}$



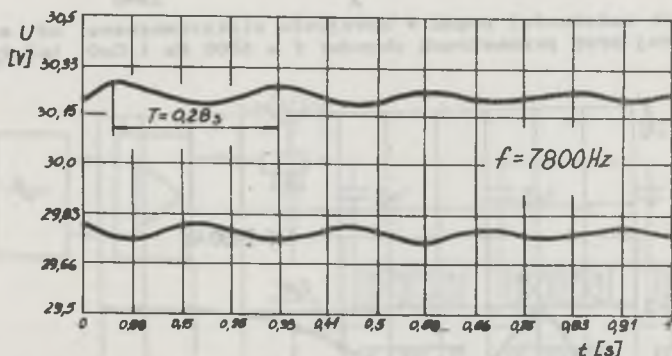
Rys. 9. Wykres zależności prądu w uzwojeniu elektromagnesu od szczeliny powietrznej przy parametrach obwodu: $f = 7800 \text{ Hz}$ i $C = 0, 1 \mu\text{F}, 2 \mu\text{F}$



Rys. 10. Wykres zależności prądu w uzwojeniach elektromagnesów połączonych równoległe od szczeliny powietrznej

Rys. 10 przedstawia zależność $I(x)$ dla podwieszania pod trzema elektromagnesami rdzeni ferrytowych połączonych jarzmem. Przy podwieszaniu szczelina powietrzna zmieniała się w przedziale od 1,3 do 3,9 mm. Częstotliwość zasilania wynosiła 1600 Hz, a pojemność kondensatorów $C = 2 \mu F$.

Rys. 11 przedstawia oscylogram spadku napięcia na dzielniku $0,1 \Omega$ w chwili zawieszania pod elektromagnesem walca wydrążonego. Amplituda prądu o częstotliwości $f = 7800$ Hz jest modulowana amplitudą drgań mechanicznych zwory elektromagnesu.



Rys. 11. Oscylogram spadku napięcia na boczniku $0,1 \Omega$ w chwili podwieszania obiektu unoszonego pod pojedynczym elektromagnesem

4. Wnioski

Badania eksperymentalne układu rezonansowego lewitacji elektromagnetycznej wykazały:

- możliwość uzyskania swobodnego zawieszania lekkiego ciała ferromagnetycznego za pomocą elektromagnesu prądu przemiennego,

- możliwość regulacji i stabilizacji szczeliny powietrznej w układzie rezonansowym (układ parametryczny regulacji automatycznej szczeliny),
- lewitacja elektromagnetyczna w układzie rezonansowym jest mało energochłonna,
- istnieje konieczność przeprowadzenia badań z większymi masami, przy których zmniejszy się amplituda i częstotliwość drgań mechanicznych ciała powieszzonego,
- drgania mechaniczne o zbyt dużej amplitudzie drgań ciała powieszzonego należy zmniejszać tłumieniem mechanicznym lub też zmniejszać amplitudę sygnału zasilania,
- zmniejszanie częstotliwości zasilania umożliwia stosowanie prostszych kształtów rdzeni, np. pakietowanych z blach transformatorowych, co m.in. ułatwia obłożenie elektromagnesów,
- najistotniejszym zagadnieniem jest znalezienie obszaru stabilnego dla zbioru parametrów $\{i, x, \omega\}$.

LITERATURA

- [1] Gieras J.: Perspektywy zjawiska lewitacji magnetycznej w szybkim transporcie naziemnym. Przegląd Elektrotechniczny Nr 1/1981, ss. 3-9.
- [2] Gieras J., Piniarski A., Bednarz W.: Praca elektromagnesów prądu stałego o regulowanej automatycznie szczelinie powietrznej w systemach lewitacji elektromagnetycznej. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, Elektryka 82, Gliwice 1982.
- [3] Hagihara: Performance and stability of a magnetic suspension device using a tuned LCR circuit. Control Science Vol 125, Nr 2, February 1978.
- [4] Kaplan B.Z.: Topological Considerations of Parametric Electromechanical Devices and Their Parametric Analysis IEEE Transactions on Magnetics, Vol. MAG-12, Nr 4, July 1976.
- [5] Kaplan B.Z.: Analysis of a method for magnetic levitation. Proc. IEEE, Vol. 114, Nr 11, November 1967.
- [6] Kaplan B.Z.: A new analysis of tuned circuit levitators, Pergamon Press, 1974.
- [7] Kaplan B.Z.: Estimation of mechanical transients in tuned-circuit. Levitators by employing steady-state impedances. Journal of Applied Physics, Vol. 47, Nr 1, January 1976.
- [8] Richard H., Frazier, Philip J., Gilinson Jr., George A. Obwbeck: Magnetic and Electric Suspensions. The Massachusetts Institute of Technology 1974.

Recenzent: prof. dr hab. inż. Władysław Paszek

Wpłynęło do Redakcji dn. 20.I.1983 r.

ИССЛЕДОВАНИЕ РЕЗОНАНСНОЙ СХЕМЫ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ЛЕВИТАЦИИ

Резюме

Описаны результаты эксперимента со схемой электромагнитной левитации с применением явления электрического резонанса. Представлена модель. Проанализированы результаты полученные в эксперименте и предложены выводы касающиеся дальнейшего исследования конструкционного решения.

THE EXPERIMENTAL RESEARCH OF ELECTROMAGNETICAL
LEVITATOR WITH A TUNED LRC CIRCUIT

Summary

Experimental results of a magnetic suspensions device utilizing a tuned LRC circuit are presented. Model of a levitation device is described. Analysis of experimental results are considered and conclusions due to further investigations of a proposed solution are presented.

